

# ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ «ПЛАНІМЕТРІЯ»

1. Прямі  $a$  і  $b$  паралельні (рис. 1). Обчисліть величину кута  $x$ .

А	Б	В	Г	Д
$30^\circ$	$40^\circ$	$50^\circ$	$60^\circ$	$130^\circ$

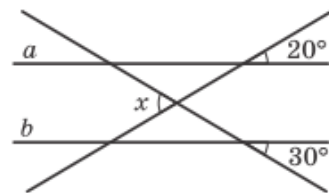


Рис. 1

2. Прямі  $m$  і  $n$  паралельні (рис. 3). Обчисліть величину кута  $x$ .

А	Б	В	Г	Д
$40^\circ$	$100^\circ$	$110^\circ$	$120^\circ$	$140^\circ$

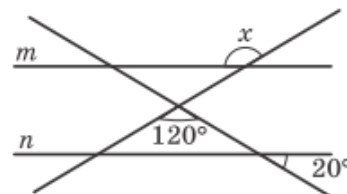


Рис. 3

3. Знайдіть величину кута  $x$  у геометричній фігурі, зображеній на рис. 4.

А	Б	В	Г	Д
$45^\circ$	$50^\circ$	$60^\circ$	$65^\circ$	$70^\circ$



Рис. 4

4. Градусна міра зовнішнього кута  $A$  рівнобедреного трикутника  $ABC$  ( $AB = BC$ ) становить  $130^\circ$  (рис. 5). Знайдіть градусну міру внутрішнього кута  $B$ .

А	Б	В	Г	Д
$50^\circ$	$60^\circ$	$70^\circ$	$80^\circ$	$100^\circ$

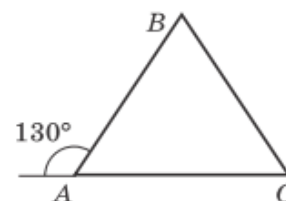


Рис. 5

5. Укажіть таке закінчення речення, щоб утворилося ПРАВИЛЬНЕ твердження.  
Центром кола, описаного навколо будь-якого трикутника, є...

А	Б	В	Г	Д
Точка перетину медіан	Точка перетину серединних перпендикулярів	Точка перетину висот	Середина найбільшої сторони	Точка перетину бісектрис

6. У прямокутному трикутнику висота, яка опущена з вершини прямого кута, дорівнює 3 см, а гострий кут дорівнює  $30^\circ$ . Знайдіть довжину гіпотенузи трикутника.

А	Б	В	Г	Д
6 см	12 см	$2\sqrt{3}$ см	$4\sqrt{3}$ см	$8\sqrt{3}$ см

7. У прямокутному трикутнику висота, яка опущена з вершини прямого кута, дорівнює 12 см, а один із катетів дорівнює 24 см. Знайдіть довжину гіпотенузи трикутника.

А	Б	В	Г	Д
12 см	24 см	$4\sqrt{3}$ см	$8\sqrt{3}$ см	$16\sqrt{3}$ см

8. Драбину завдовжки 7,8 м приставили до стіни будинку у рівень з нижнім краєм вікна (рис. 7). Нижній кінець драбини розташований на відстані 3 м від будинку. Знайдіть висоту, на якій розташоване вікно.

А	Б	В	Г	Д
6 м	6,2 м	6,5 м	7 м	7,2 м

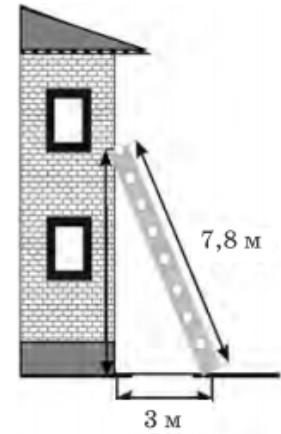


Рис. 7

9. За даними рис. 8 знайдіть кут  $B$  трикутника  $ABC$ .

А	Б	В	Г	Д
$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$

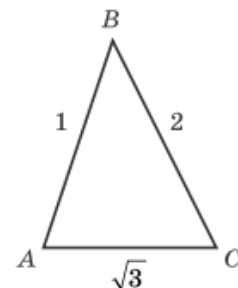


Рис. 8

#### Розв'язання

I спосіб. Якщо помітити, що в трикутнику  $ABC$ :  $AB^2 + AC^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2 = 1 + 3 = 4 = 2^2 = BC^2$ , то за теоремою, оберненою до теореми Піфагора, це означає, що трикутник  $ABC$  прямокутний з прямим кутом  $A$ . Тоді з прямокутного трикутника  $ABC$ :  $\cos B = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$ . Враховуючи, що кут  $B$  гострий, одержуємо  $\angle B = 60^\circ$ . Тобто правильна відповідь **В**.

II спосіб. За теоремою косинусів для трикутника  $ABC$ :  $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B$ . Тоді одержуємо:  $(\sqrt{3})^2 = 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cos B$ , тобто  $3 = 5 - 4 \cos B$ ,  $4 \cos B = 2$ ,  $\cos B = \frac{1}{2}$ . Враховуючи, що кут  $B$  гострий (його косинус додатний), одержуємо  $\angle B = 60^\circ$ . Тобто правильна відповідь **В**.

10. Знайдіть кут  $A$  трикутника  $ABC$  зі сторонами:  $AB = 1$ ,  $AC = 2\sqrt{2}$ ,  $BC = \sqrt{5}$ .

А	Б	В	Г	Д
$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$

11. Сторони трикутника, одна з яких втричі більша за другу, утворюють кут  $120^\circ$ , а довжина третьої сторони дорівнює  $4\sqrt{13}$ . Знайдіть найменшу сторону трикутника.

А	Б	В	Г	Д
4	2	$\sqrt{13}$	$2\sqrt{13}$	$4\sqrt{\frac{13}{7}}$

12. Чотирикутник  $ABCD$  — паралелограм. Відомо, що  $AB=2$  см,  $BC=4$  см,  $\angle A=60^\circ$ . Знайдіть діагональ  $BD$ .

А	Б	В	Г	Д
6 см	$2\sqrt{3}$ см	$2\sqrt{5}$ см	10 см	$2\sqrt{6}$ см

13. Катети прямокутного трикутника менші за гіпотенузу на 2 см та на 4 см відповідно. Знайдіть синус найменшого кута трикутника.

А	Б	В	Г	Д
0,2	0,4	0,5	0,6	0,8

14. Бісектриса гострого кута прямокутного трикутника ділить протилежний катет на відрізки завдовжки 1,5 см і 2,5 см. Знайдіть довжину гіпотенузи заданого трикутника.

А	Б	В	Г	Д
1,5 см	2,5 см	4 см	5 см	6 см

15. Знайдіть довжину кола, описаного навколо прямокутного трикутника з катетами, які дорівнюють 6 і 8.

А	Б	В	Г	Д
$4\pi$	$6\pi$	$8\pi$	$10\pi$	$20\pi$

16. Знайдіть площу (у  $\text{см}^2$ ) прямокутного трикутника, якщо радіус кола, описаного навколо нього, дорівнює 5 см, а один із катетів — 6 см.

А	Б	В	Г	Д
$15 \text{ см}^2$	$24 \text{ см}^2$	$30 \text{ см}^2$	$48 \text{ см}^2$	$60 \text{ см}^2$

17. Знайдіть площу прямокутного трикутника з гострим кутом  $30^\circ$ , вписаного в коло радіуса 2.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$	$4\sqrt{3}$	2	4

18. Знайдіть довжину кола, описаного навколо квадрата зі стороною 4.

А	Б	В	Г	Д
$4\pi$	$8\pi$	$2\pi\sqrt{3}$	$4\pi\sqrt{3}$	$8\pi\sqrt{3}$

19. Знайдіть радіус кола, вписаного в прямокутний трикутник із катетами, що дорівнюють 6 і 8.

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5

20. Знайдіть площу круга, вписаного в квадрат із діагоналлю, яка дорівнює 4.

А	Б	В	Г	Д
$2\pi$	$3\pi$	$4\pi$	$6\pi$	$8\pi$

21. Знайдіть площу рівностороннього трикутника, якщо радіус вписаного в нього кола дорівнює 2.

А	Б	В	Г	Д
$2\sqrt{3}$	$4\sqrt{3}$	$6\sqrt{3}$	$8\sqrt{3}$	$12\sqrt{3}$

22. Знайдіть довжину висоти, проведеної до бічної сторони рівнобедреного трикутника зі сторонами, які дорівнюють 10, 10, 16.

А	Б	В	Г	Д
2	2,4	4,8	9,6	10

23. Знайдіть радіус кола, описаного навколо правильного трикутника зі стороною 12 см.

А	Б	В	Г	Д
$2\sqrt{3}$ см	$4\sqrt{3}$ см	$6\sqrt{3}$ см	$8\sqrt{3}$ см	6 см

24. Радіус кола, описаного навколо трикутника  $ABC$  з тупим кутом  $A$ , дорівнює 2. Сторона  $CB = 2\sqrt{3}$ . Знайдіть кут  $A$ .

А	Б	В	Г	Д
$120^\circ$	$135^\circ$	$145^\circ$	$150^\circ$	$60^\circ$

25. На сторонах  $AB$  і  $BC$  трикутника  $ABC$  позначені відповідно точки  $M$  і  $K$  так, що прямі  $MK$  і  $AC$  паралельні. Знайдіть довжину сторони  $AB$ , якщо  $AM = AC = 12$ , а  $MK = 4$ .

А	Б	В	Г	Д
14	16	18	20	22

26. Знайдіть висоту дерева, якщо довжина його тіні дорівнює 3,5 м, а довжина тіні від вертикальної двометрової палиці становить 0,7 м (рис. 10).

А	Б	В	Г	Д
3,5 м	5,5 м	7 м	10 м	17,5 м

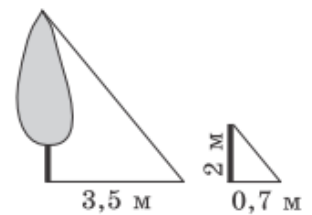


Рис. 10

27. Чотирикутник  $ABCD$  — паралелограм (рис. 11). Точка  $K$  — середина сторони  $AB$ . Відрізок  $DK$  перетинає діагональ  $AC$  у точці  $O$ . Знайдіть відношення довжин відрізків  $AO:OC$ .

А	Б	В	Г	Д
1:2	1:3	2:3	3:4	3:5

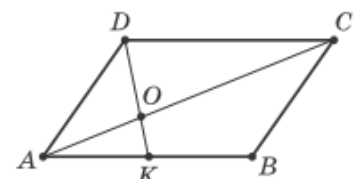


Рис. 11

28. У паралелограмі  $ABCD$   $AB=32$ ,  $AD=14$ ,  $BD=42$ . Знайдіть  $AC$ .

А	Б	В	Г	Д
22	24	26	28	30

29. У паралелограмі  $ABCD$   $AC=13$ ,  $AD=7$ ,  $BD=21$ . Знайдіть  $AB$ .

А	Б	В	Г	Д
10	13	14	16	18

30. Знайдіть площу ромба з діагоналями, які дорівнюють 10 і 16.

А	Б	В	Г	Д
60	40	100	160	80

31. У ромбі  $ABCD$   $AB=10$ ,  $BD=16$ . Знайдіть висоту ромба.

А	Б	В	Г	Д
4	4,8	5	5,2	6

32. Висоти паралелограма 8 і 12 см, а кут між ними дорівнює  $30^\circ$ . Знайдіть площу паралелограма.

А	Б	В	Г	Д
$24 \text{ см}^2$	$40 \text{ см}^2$	$48 \text{ см}^2$	$72 \text{ см}^2$	$96 \text{ см}^2$

33. Площа паралелограма  $ABCD$  (рис. 12) дорівнює 18. Точка  $K$  лежить на прямій  $CD$ . Знайдіть площу трикутника  $ABK$ .

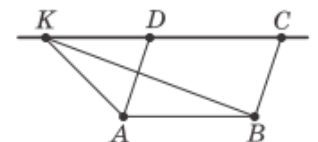
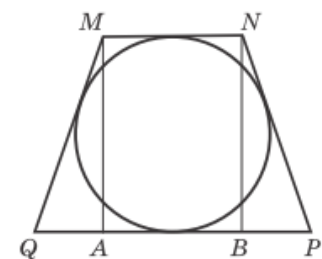


Рис. 12

А	Б	В	Г	Д
6	8	9	10	12

34. Рівнобедрена трапеція  $MNPQ$  ( $MN \parallel PQ$ ) (рис. 13) описана навколо кола. Відомо, що  $MN=2$ ,  $PQ=18$ . Знайдіть радіус кола.



А	Б	В	Г	Д
2	3	4	5	6

35. У трапеції, описаній навколо кола, бічні сторони дорівнюють 5 см і 7 см. Знайдіть довжину середньої лінії трапеції.

А	Б	В	Г	Д
4 см	5 см	6 см	7 см	8 см

36. Знайдіть площу круга, вписаного в рівнобедрену трапецію  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ), якщо  $AB = 4$ ,  $DC = 16$ .

А	Б	В	Г	Д
$4\pi$	$8\pi$	$12\pi$	$14\pi$	$16\pi$

37. Трапеція з бічною стороною 6 см вписана в коло. Діагональ трапеції утворює з більшою основою кут  $\alpha$ , для якого  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ . Обчисліть радіус описаного навколо трапеції кола.

А	Б	В	Г	Д
4 см	4,5 см	5 см	5,5 см	6 см

38. У рівнобічній трапеції довжини основ дорівнюють 21 см і 9 см, а висота становить 8 см. Знайдіть радіус описаного навколо трапеції кола.

А	Б	В	Г	Д
10 см	10,625 см	9,125 см	9 см	11 см

39. Точка  $M$  — середина сторони квадрата  $ABCD$  (рис. 14). Площа зафарбованої частини дорівнює  $6 \text{ см}^2$ . Знайдіть площу всього квадрата.

А	Б	В	Г	Д
$12 \text{ см}^2$	$18 \text{ см}^2$	$20 \text{ см}^2$	$24 \text{ см}^2$	$36 \text{ см}^2$

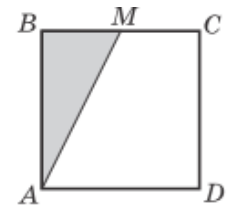


Рис. 14

40. У трапеції  $ABCD$  (рис. 15) основи  $BC$  і  $AD$  відносяться як  $1:3$ . Знайдіть площу трапеції, якщо площа трикутника  $BCD$  дорівнює  $4 \text{ см}^2$ .

А	Б	В	Г	Д
$8 \text{ см}^2$	$10 \text{ см}^2$	$12 \text{ см}^2$	$16 \text{ см}^2$	$20 \text{ см}^2$

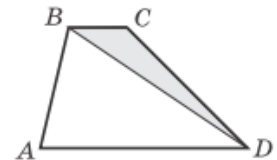


Рис. 15

41. Знайдіть внутрішній кут правильного десятикутника.

А	Б	В	Г	Д
$36^\circ$	$144^\circ$	$90^\circ$	$60^\circ$	$120^\circ$

42. Визначте зовнішній кут многокутника, зображеного на рис. 16.

А	Б	В	Г	Д
$100^\circ$	$110^\circ$	$90^\circ$	$95^\circ$	$120^\circ$

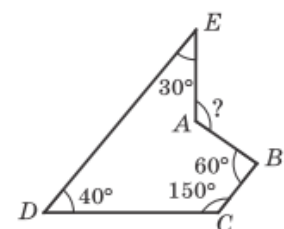


Рис. 16

*Вказівка.* Для розв'язування можна, наприклад, продовжити сторону  $AB$  за точку  $A$  — до перетину в точці  $K$  зі стороною  $DE$  і розглянути шуканий кут як зовнішній кут трикутника  $AKE$ .

43. На папері в клітинку зображено трикутник (рис. 17). Відомо, що площа однієї клітинки дорівнює  $1 \text{ см}^2$ . Укажіть, яким із вказаних чисел може виражатися площа цього трикутника (у  $\text{см}^2$ ).

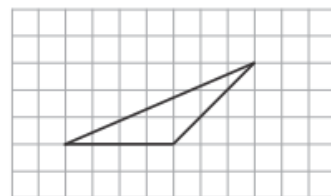


Рис. 17

А	Б	В	Г	Д
4	6	8	10	12

44. Укажіть кількість осей симетрії правильного шестикутника.

А	Б	В	Г	Д
24	12	6	3	Інша відповідь

45. Многокутник, зображений на рис. 18, складено з трьох рівних квадратів. Знайдіть площу многокутника, якщо його периметр дорівнює  $24 \text{ см}$ .

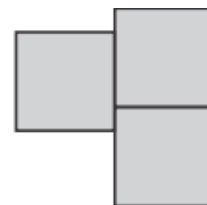


Рис. 18

А	Б	В	Г	Д
$6 \text{ см}^2$	$7 \text{ см}^2$	$9 \text{ см}^2$	$12 \text{ см}^2$	$16 \text{ см}^2$

46. Якщо на фігурі, яка зображена на рис. 19,  $AB = BC$ , то чому дорівнює координата  $x$  точки  $B$ ?

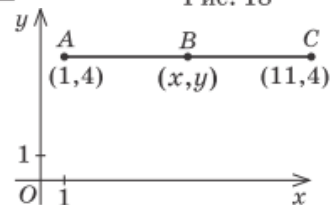


Рис. 19

А	Б	В	Г	Д
2,5	4	6	6,5	7,5

47. Серед векторів  $\vec{a}(-4; 8)$ ,  $\vec{b}(4; 4)$ ,  $\vec{c}(0; -2)$ ,  $\vec{d}(2; -4)$  знайдіть колінеарні.

А	Б	В	Г	Д
$\vec{d} \text{ і } \vec{b}$	$\vec{a} \text{ і } \vec{d}$	$\vec{a} \text{ і } \vec{c}$	$\vec{d} \text{ і } \vec{c}$	$\vec{c} \text{ і } \vec{b}$

48. Знайдіть довжину вектора  $\vec{a}(6; x)$ , якщо відомо, що він колінеарний вектору  $\vec{b} + \vec{c}$ , де  $\vec{b}(-3; 0)$ ,  $\vec{c}(0; 2)$ .

А	Б	В	Г	Д
$2\sqrt{13}$	$\sqrt{13}$	$4\sqrt{13}$	$2\sqrt{5}$	$\sqrt{5}$

49. На площині дано чотири точки  $A(2; 5)$ ,  $B(2; 7)$ ,  $C(1; 2)$ ,  $D(3; 4)$ . Знайдіть кут між векторами  $\vec{AB}$  і  $\vec{CD}$ .

А	Б	В	Г	Д
$45^\circ$	$30^\circ$	$90^\circ$	$60^\circ$	$120^\circ$

50. У паралелограмі  $ABCD$  точка  $O$  — точка перетину діагоналей. Виразіть вектор  $\vec{BO}$  через вектори  $\vec{AB} = \vec{a}$  і  $\vec{AD} = \vec{b}$ .

А	Б	В	Г	Д
$\vec{a} - \vec{b}$	$\vec{b} - \vec{a}$	$\frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$	$\frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a})$	$\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$

51. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника зі сторонами 9, 10, 17.

Відповідь: \_\_\_\_\_

52. Три кола, радіуси яких дорівнюють 6 см, 2 см і 4 см, дотикаються одне до одного зовнішнім чином. Знайдіть радіус кола, яке проходить через центри всіх заданих кіл.

Відповідь: \_\_\_\_\_

53. З точки  $A$ , яка лежить на колі, проведені дві хорди, довжини яких дорівнюють 7 і 15. Знайдіть діаметр кола, якщо відстань між серединами хорд дорівнює 10.

Відповідь: \_\_\_\_\_

54. У трикутнику  $ABC$  (рис. 20) зі сторонами  $AB=12$ ,  $BC=14$ ,  $AC=9$  бісектриси  $BD$  і  $AE$  внутрішніх кутів  $B$  і  $A$  перетинаються у точці  $O$ . Обчисліть відношення  $AO:OE$ .

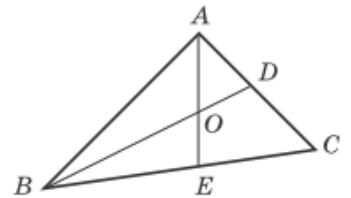


Рис. 20

*Розв'язання.* Використаємо двічі властивість бісектриси кута трикутника (вона ділить протилежну сторону на частини, довжини яких пропорційні довжинам прилеглих сторін).

У трикутнику  $ABC$   $AE$  — бісектриса, тоді  $\frac{BE}{EC} = \frac{AB}{AC} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$ .

Враховуючи, що  $BC=14$ , одержуємо:  $BE = \frac{4}{7}BC = \frac{4}{7} \cdot 14 = 8$ .

У трикутнику  $ABE$   $BO$  — бісектриса, тоді  $\frac{AO}{OE} = \frac{AB}{BE} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ .

Враховуючи, що відповідь має бути записана у вигляді десяткового дробу, одержуємо  $\frac{AO}{OE} = 1,5$ .

Відповідь: 1,5.

55. У трикутнику  $ABC$  бісектриси  $BD$  і  $AE$  внутрішніх кутів  $B$  і  $A$  перетинаються у точці  $O$ . Обчисліть довжину сторони  $AC$ , якщо  $AB=4$ ,  $AO:OE=3:2$  та  $AD:DC=6:7$ .

Відповідь: \_\_\_\_\_

56. У рівнобедрений трикутник  $ABC$  з основою  $AC$  вписане коло з центром  $O$ . Промінь  $CO$  перетинає сторону  $AB$  в точці  $K$ , причому  $AK=6$ ,  $BK=12$ . Знайдіть периметр трикутника.

Відповідь: \_\_\_\_\_

57. Навколо рівнобедреного трикутника з основою  $AC$  і кутом при основі  $75^\circ$  описане коло з центром  $O$ . Знайдіть його радіус, якщо площа трикутника  $BOC$  дорівнює 16.

Відповідь: \_\_\_\_\_

58. Один із катетів прямокутного трикутника дорівнює 15, а проекція другого катета на гіпотенузу дорівнює 16. Знайдіть діаметр кола, описаного навколо цього трикутника.

Відповідь: \_\_\_\_\_

59. Знайдіть площу рівнобедреної трапеції, описаної навколо кола з радіусом 5, якщо відомо, що бічна сторона трапеції дорівнює 12.

Відповідь: \_\_\_\_\_



60. Бічна сторона рівнобедреної трапеції дорівнює  $\sqrt{10}$ , а основи дорівнюють 3 і 5. Знайдіть діагональ трапеції.  
Відповідь: \_\_\_\_\_
61. Більша основа рівнобедреної трапеції дорівнює 8, бічна сторона — 9, діагональ — 11. Знайдіть меншу основу трапеції.  
Відповідь: \_\_\_\_\_
62. Основи трапеції дорівнюють 11 см і 4 см, а діагоналі — 9 см і 12 см. Знайдіть площу трапеції (у  $\text{см}^2$ ).  
Відповідь: \_\_\_\_\_
63. З вершин  $B$  і  $D$  прямокутника  $ABCD$  до діагоналі  $AC$  проведені перпендикуляри  $BE$  та  $DF$ . Відстань між точками  $E$  та  $F$  дорівнює 6 см, а  $BE = 4$  см. Обчисліть площу прямокутника (у  $\text{см}^2$ ).  
Відповідь: \_\_\_\_\_
64. Основи рівнобедреної трапеції дорівнюють 3 см і 1 см, а площа трапеції дорівнює  $2 \text{ см}^2$ . Знайдіть гострий кут трапеції (у градусах).  
Відповідь: \_\_\_\_\_
65. Більша основа трапеції дорівнює 9. Знайдіть її меншу основу, якщо відстань між серединами діагоналей дорівнює 2.  
Відповідь: \_\_\_\_\_
66. У рівнобічній трапеції діагональ є бісектрисою гострого кута і ділить середню лінію трапеції на відрізки завдовжки 8 см і 10 см. Обчисліть периметр трапеції (у см).  
Відповідь: \_\_\_\_\_
67. У паралелограмі  $ABCD$  бісектриса кута  $D$  перетинає сторону  $AB$  у точці  $K$  і пряму  $BC$  у точці  $P$ . Знайдіть периметр трикутника  $CDP$ , якщо  $DK = 4$ ,  $PK = 8$ ,  $AD = 3$ .  
Відповідь: \_\_\_\_\_
68. Знайдіть площу рівнобедреної трапеції, якщо її діагональ дорівнює 10 і утворює з основою кут, косинус якого дорівнює  $\frac{\sqrt{2}}{10}$ .  
Відповідь: \_\_\_\_\_
69. Знайдіть площу рівнобедреної трапеції, якщо її висота дорівнює 3, а тангенс кута між діагоналлю й основою дорівнює  $\frac{1}{4}$ .  
Відповідь: \_\_\_\_\_
70. Знайдіть площу рівнобедреної трапеції, якщо її діагональ дорівнює  $2\sqrt{13}$ , а середня лінія дорівнює 4.  
Відповідь: \_\_\_\_\_
71. Знайдіть радіус кола, яке вписане в рівнобедрену трапецію, якщо середня лінія трапеції дорівнює  $\sqrt{10}$ , а косинус кута при основі трапеції дорівнює  $\frac{1}{\sqrt{10}}$ .  
Відповідь: \_\_\_\_\_

72. Дано точки  $A(-4; -1)$ ,  $B(-2; 3)$  і  $C(-1; -3)$ . Точка  $D$  належить прямій  $y=4$  та  $AD \perp BC$ . Знайдіть координати точки  $D$ . У відповідь запишіть суму її координат.

Відповідь: \_\_\_\_\_

73. Обчисліть скалярний добуток векторів, зображених на рис. 21.

Відповідь: \_\_\_\_\_

74. У квадраті  $ABCD$  сторона  $AB$  дорівнює 4 см. Знайдіть скалярний добуток  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ .

Відповідь: \_\_\_\_\_

75. Сторона рівностороннього трикутника  $ABC$  дорівнює 6 см. Знайдіть скалярний добуток  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ .

Відповідь: \_\_\_\_\_

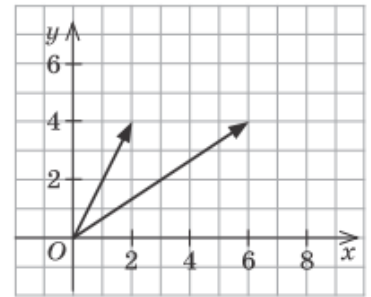


Рис. 21