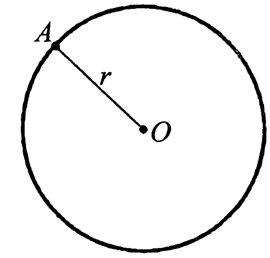
Тема 34. Коло, круг та їх елементи



Колом називають геометричну фігуру, яка складається з усіх точок площини, рівновіддалених від даної точки. Цю точку називають *центром кола. Радіусом кола* називають відрізок, який сполучає будь-яку точку кола з його центром. Коло позначають так: $K(O; r)$. Читають: «*Коло з центром О і радіусом ер*».

Кругом називають частину площини, обмежену колом. Точки круга радіуса r віддалені від його центра O на відстань, яка менша або дорівнює r. Центр круга збігається з центром кола, яке його обмежує, а радіус круга дорівнюють радіусу кола. Коло, яке обмежує круг, належить кругові. Круг позначають так: $Kp(O; r)$. Читають: «*Круг з центром О й радіусом ер*».

Усі точки круга, крім точок кола, яке його обмежує, називають *внутрішніми*.

Хордою називають відрізок, який сполучає будь-які дві точки кола.

Діаметром називають хорду, яка проходить через центр кола. Діаметр кола зазвичай позначають буквою d або D. *Діаметр дорівнює двом радіусам:* $d = 2r$, $D = 2R$.

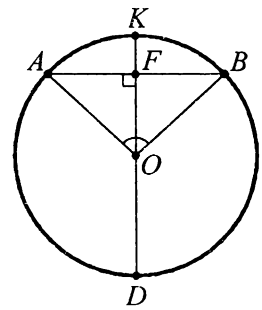
Довжина кола

Довжину кола обчислюють за формулами: $C = \pi d$, $C = 2\pi r$, де $\pi \approx 3{,}1415...$.

Площа круга

Площу круга обчислюють за формулами: $S = \pi r^2$, $S = \dfrac{\pi d^2}{4}$.

Властивість хорди та діаметра



Діаметр, перпендикулярний до хорди, ділить її і дугу, яку вона стягує, навпіл. Якщо $DK \perp AB$, то $AF = FB$ і $\cup AK = \cup KB$.

Справедливе й обернене твердження: *Якщо діаметр кола проходить через середину хорди, яка не є діаметром, чи через середину дуги, яку вона стягує, то цей діаметр перпендикулярний до даної хорди.*

Рівні дуги стягуються рівними хордами, а рівні хорди стягують рівні дуги.

Дуги, які лежать між паралельними хордами, рівні.

Взаємне розміщення прямої й кола

Відомі три випадки взаємного розміщення прямої й кола:

1) пряма та коло не мають спільних точок (рис. 1);
2) пряма та коло мають одну спільну точку (рис. 2);
3) пряма та коло мають дві спільні точки (рис. 3).

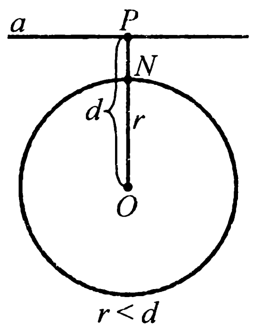


Рис. 1

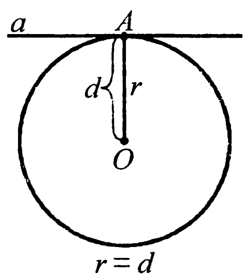


Рис. 2

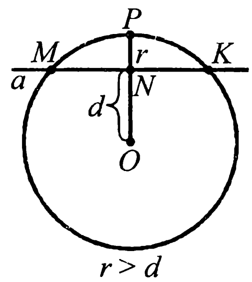


Рис. 3

Пряму, яка має з колом лише одну спільну точку, називають *дотичною* до кола. На рис. 2 пряма a — дотична до кола, A — точка дотику. Пряму, що перетинає коло у двох точках, називають *січною*. На рис. 3 MK — січна.

Ознака дотичної

Якщо пряма проходить через точку кола й перпендикулярна до радіуса, проведеного в цю точку, то вона є дотичною до кола. Наприклад, на рис. 2 зображено $K(O; r)$, OA — радіус, пряма a проходить через точку A, $a \perp r$. Тоді a — дотична до кола.

З ознаки дотичної випливає наслідок: *Якщо відстань від центра кола до деякої прямої дорівнює радіусу, то ця пряма є дотичною до даного кола ($d = r$)* (рис. 2).

Також справедливі твердження: *Якщо відстань від центра кола до деякої прямої більша від радіуса, то ця пряма з колом не мають спільних точок ($d > r$) (рис. 1); якщо відстань від центра кола до деякої прямої менша від радіуса, то ця пряма з колом мають дві спільні точки, тобто перетинаються ($d < r$), де r — радіус кола, d — відстань від центра кола до прямої* (рис. 3).

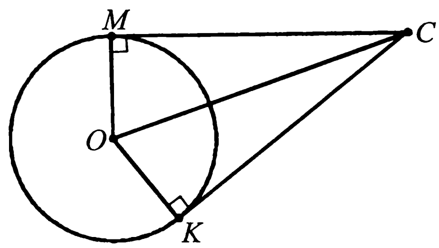
Властивість дотичної

Дотична до кола перпендикулярна до радіуса, проведеного в точку дотику. Наприклад, на рис. 2, пряма a дотична до кола, $a \perp OA$.

Властивість дотичних, проведених до кола з однієї точки

Якщо з даної точки до кола провести дві дотичні, то відрізки дотичних, які сполучають дану точку з точками дотику, рівні.

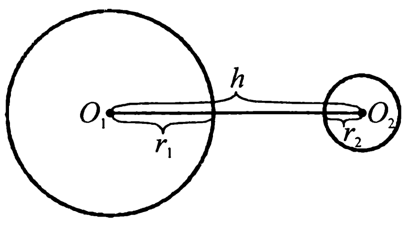
Наприклад, на рисунку зображено $K(O; r)$, CM і CK — дотичні до кола. Тоді $CM = CK$.



Взаємне розміщення двох кіл

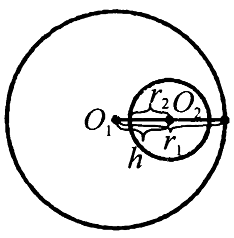
Два кола можуть бути розміщені так:

1) кола не мають спільних точок. Вони лежать або: а) одне поза кругом іншого (рис. 4), у цьому випадку відстань між центрами буде більша від суми радіусів; б) одне всередині круга іншого (рис. 5), у цьому випадку відстань між центрами буде меншою від різниці радіусів;



$h > r_1 + r_2$

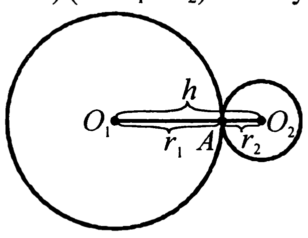
Рис. 4



$h < r_1 - r_2$

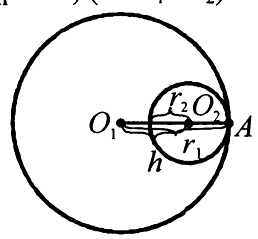
Рис. 5

2) кола мають одну спільну точку (рис. 6, 7). Кола, які мають одну спільну точку, називають *дотичними*. Спільну точку називають *точкою дотику*. На рис. 6 і 7 точка A — точка дотику. Дотик кіл може бути зовнішнім (рис. 6) ($h = r_1 + r_2$) або внутрішнім (рис. 7) ($h = r_1 - r_2$).



$h = r_1 + r_2$

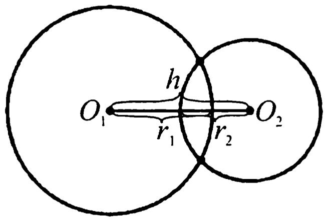
Рис. 6



$h = r_1 - r_2$

Рис. 7

3) кола мають дві спільні точки (рис. 8), у цьому випадку відстань між центрами буде меншою від суми їх радіусів, але більшою від їх різниці.



$$r_1 - r_2 < h < r_1 + r_2$$

Рис. 8

Пряму, яка проходить через центри двох кіл, називають *лінією центрів*. На рис. 9–11 пряма a — лінія центрів.

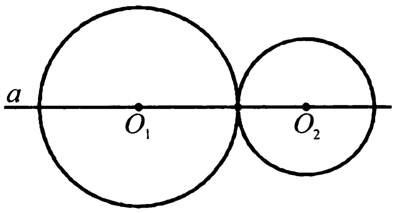


Рис. 9

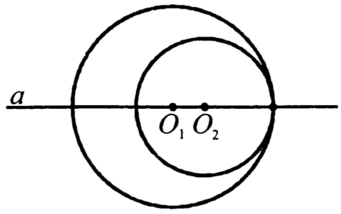


Рис. 10

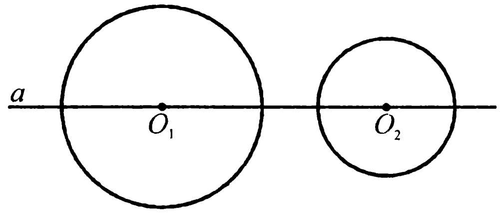
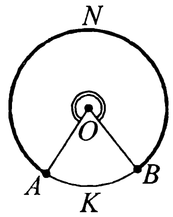


Рис. 11

Центральний кут



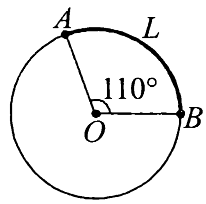
Центральним є кут з вершиною в центрі кола. Кут AOB — центральний, він спирається на дугу AB. Кут і дуга мають однакові градусні міри.

Частину кола, розміщену всередині центрального кута, називають *дугою кола*, що відповідає цьому центральному куту.

Центральному куту AOB відповідають дві дуги з кінцями A і B. Одна з них менша за півколо (на ній позначена проміжна буква K), а інша більша за півколо (на ній позначена проміжна буква N). Дугу можна називати і без проміжної точки, якщо зрозуміло, про яку з двох дуг ідеться.

Градусною мірою дуги кола називають градусну міру відповідного центрального кута.

Наприклад, якщо $\angle BOA = 110°$, то $\cup ALB = 110°$ (див. рис.). І навпаки, градусною мірою центрального кута є градусна міра відповідної дуги. Наприклад, якщо $\cup AB = 110°$, то $\angle AOB = 110°$.

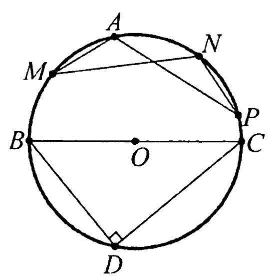


Градусну міру дуги, як і саму дугу, позначають знаком «$\cup$». Наприклад: запис $\cup NK$ читають: дуга NK, запис $\cup CD = 35°$ читають: градусна міра дуги CD дорівнює 35°, або дуга CD дорівнює 35°.

Довжина дуги $l_n = \dfrac{\pi R}{180} \cdot n$, де n — градусна міра відповідного центрального кута.

Кути й дуги вимірюють у градусах й радіанах.

Вписаний кут



Кут PNM — вписаний у коло. Вписаний у коло кут вимірюється половиною дуги, на яку він спирається: $\angle PNM = \dfrac{1}{2} \cup PDM$. Вписані кути, які спираються на одну й ту ж дугу, рівні: $\angle PNM = \angle PAM$. Вписані кути, які спираються на діаметр, прямі: $\angle BDC = 90°$.

Кут з вершиною всередині кола вимірюється півсумою дуг, на які спирається даний кут і кут, вертикальний з ним. На рис. 12 $\angle ABC = \dfrac{\cup AC + \cup DK}{2}$.

Кут, вершина якого лежить зовні кола, а сторони перетинають коло, вимірюється піврізницею більшої та меншої дуг, які містяться між його сторонами. На рис. 13 $\angle ABC = \dfrac{\cup AC - \cup DK}{2}$.

Кут між дотичною і хордою, яка проходить через точку дотику, вимірюється половиною дуги, що лежить між його сторонами. На рис. 14 $\angle ABC = \dfrac{1}{2} \cup BC$.

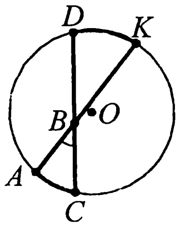


Рис. 12

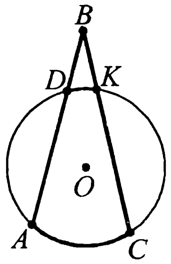


Рис. 13

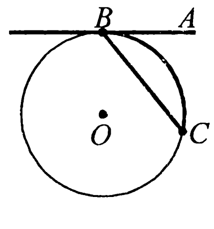
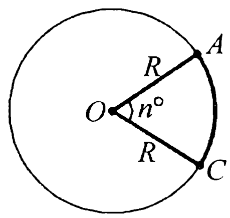


Рис. 14

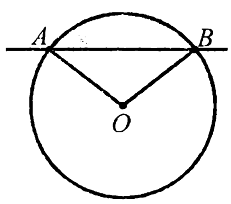
Круговий сектор



Круговим сектором називають частину круга, яка лежить усередині відповідного центрального кута.

На рисунку сектор AOC затушований, AC — дуга сектора, $\angle AOC$ — центральний кут, який відповідає сектору AOC.

Площу сектора з центральним кутом в 1° визначають за формулою $S_{\text{сек.}} = \dfrac{\pi R^2}{360°}$.



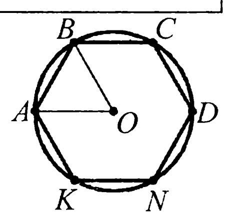
Площу сектора з центральним кутом $n°$ визначають за формулою $S_{\text{сек.}} = \dfrac{\pi R^2 n°}{360°}$.

Круговим сегментом називають частину круга, яка лежить з одного боку від прямої, що перетинає даний круг. Будь-яка пряма розбиває круг на два кругових сегменти.

Площу кругового сегмента, який не дорівнює півкругу, обчислюють за формулою $S_{\text{сег.}} = \dfrac{\pi R^2 n°}{360°} \pm S_{AOB}$. (див. рис.).

Приклад 1. Знайти площу частини круга, яка лежить поза вписаним у коло радіуса R правильним шестикутником.

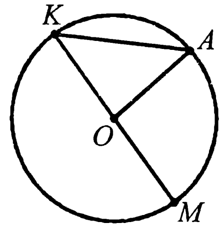
А	Б	В	Г	Д
$\pi R^2 + 1{,}5\pi^2\sqrt{3}$	$2\pi R^2 - 1{,}5\pi^2\sqrt{3}$	$\dfrac{2\pi R^2 + 3\pi^2\sqrt{3}}{12}$	$\dfrac{2\pi R^2 - 3\pi^2\sqrt{3}}{12}$	$\pi R^2 - 1{,}5\pi^2\sqrt{3}$



■ Шукана площа є різницею між площею круга і шестикутника. Знайдемо їх площі: $S_{кр.} = \pi R^2$; $S_{шест.} = 6S_{\Delta AOB} = 6 \cdot \dfrac{R^2\sqrt{3}}{4} = 1{,}5R^2\sqrt{3}$. Шукана площа дорівнюватиме: $S = \pi R^2 - 1{,}5R^2\sqrt{3}$.

Відповідь. Д. ■

Приклад 2. У колі з центром O проведено діаметр KM і хорду KA (див. рис.). Знайти кут AOM, якщо $\angle OAK = 48°$.



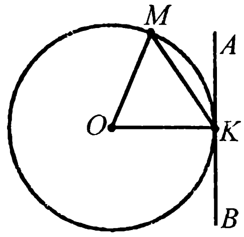
А	Б	В	Г	Д
48°	86°	96°	90°	24°

■ Розглянемо трикутник KOA. У ньому $OK = OA = r$. Отже, ΔKOA — рівнобедрений з основою KA. За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника $\angle OAK = \angle OKA = 48°$.

Кут AOM — зовнішній кут трикутника KOA. За теоремою про зовнішній кут $\angle AOM = \angle OAK + \angle OKA = 48° + 48° = 96°$.

Відповідь. **В.** ■

Приклад 3. У колі з центром O проведено хорду MK і дотичну в точці K. Знайти кут між хордою і дотичною, якщо $\angle MOK = 80°$.



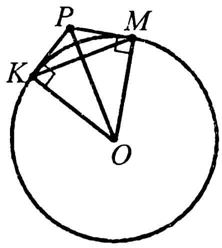
■ За властивістю дотичної $AB \perp OK$, отже, $\angle OKA = 90°$.

Трикутник MOK рівнобедрений ($OM = OK = r$). За властивістю кутів при основі рівнобедреного трикутника $\angle OMK = \angle OKM$. Отже, $\angle OMK = \angle OKM = (180° - 80°) : 2 = 50°$.

За властивістю вимірювання кутів $\angle MKA = 90° - 50° = 40°$.

Відповідь. 40°.

Приклад 4. Через кінці хорди KM, яка дорівнює радіусу, проведено дві дотичні, які перетинаються в точці P (див. рис.). Знайти кут KPM.



■ Трикутник OKM — рівносторонній, тому $\angle KOM = 60°$. $PK = PM$ за властивістю дотичних, проведених з однієї точки до кола. Тоді трикутник PKM — рівнобедрений, $\angle PKM = \angle PMK = 60° : 2 = 30°$.

Із трикутника KPM: $\angle P = 180° - (30° + 30°) = 120°$.

Відповідь. 120°. ■

Приклад 5. Як розміщені два кола, якщо:

1) радіуси дорівнюють 7 см і 13 см, а відстань між центрами — 20 см?
2) радіуси дорівнюють 5 см і 8 см, а відстань між центрами — 14 см?
3) радіуси дорівнюють 6 см і 15 см, а відстань між центрами — 9 см?
4) радіуси дорівнюють 8 см і 10 см, а відстань між центрами — 1,5 см?
5) радіуси дорівнюють 4 см і 9 см, а відстань між центрами — 7 см?

■ 1) $7 + 13 = 20$, $20 = 20$ — відстань між центрами дорівнює сумі радіусів, отже, кола дотикаються (зовнішній дотик);

2) $5 + 8 = 13$, $14 > 13$ — відстань між центрами більша від суми радіусів, отже, кола не мають спільних точок;

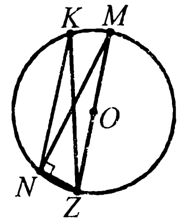
3) $15 - 6 = 9$, $9 = 9$ — відстань між центрами дорівнює різниці радіусів, отже, кола дотикаються (внутрішній дотик);

4) $10 - 8 = 2$, $1{,}5 < 2$ — відстань між центрами менша від різниці радіусів, отже, кола не мають спільних точок;

5) $9 + 4 = 13$, $9 - 4 = 5$, $5 < 7 < 13$ — відстань між центрами більша від різниці радіусів і менша від їх суми, отже, кола перетинаються.

Відповідь. 1), 3) — дотикаються; 2), 4) — не мають спільних точок; 5) — перетинаються. ■

Приклад 6. Хорди кола NK і KZ утворюють кут 30°. Знайти хорду NZ, якщо діаметр кола дорівнює 38 см.



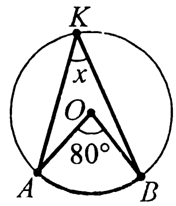
■ За умовою, $\angle NKZ = 30°$. Проведемо діаметр ZM і сполучимо точки N і M. $\angle NMZ = \angle NKZ$ як вписані, що спираються на дугу NZ. Отже, $\angle NMZ = 30°$.

Кут MNZ спирається на діаметр кола, тому $\angle MNZ = 90°$.

У прямокутному трикутнику MNZ $NZ = \frac{1}{2}MZ$ за властивістю катета, який лежить проти кута 30°. Отже, $NZ = \frac{1}{2} \cdot 38 = 19$ (см).

Відповідь. 19 см. ■

Приклад 7. За даними на рисунку знайти кут x.

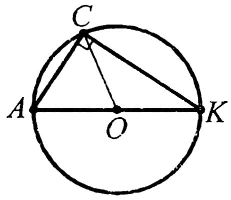


■ Оскільки центральний кут AOB спирається на дугу AB, то $\cup AB = \angle AOB = 80°$.

За теоремою про вписаний кут $\angle AKB = \frac{1}{2}\cup AB = \frac{1}{2} \cdot 80° = 40°$.

Відповідь. 40°. ■

Приклад 8. Трикутник AKC вписаний у коло, центр якого належить стороні AK. Знайти: **1)** кут K, якщо $\angle A = 46°$; **2)** медіану, проведену з вершини C, якщо $AK = 14$ см.



■ **1)** Оскільки центр кола лежить на одній зі сторін трикутника, то такий трикутник прямокутний ($\angle C = 90°$). За властивістю гострих кутів прямокутного трикутника $\angle K = 90° - 46° = 44°$.

2) $AK = d = 14$ см; $r = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2} \cdot 14 = 7$ (см).

$CO = r = 7$ см.

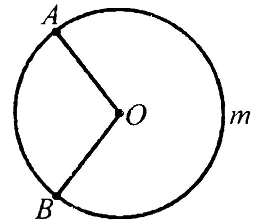
Відповідь. **1)** 44°; **2)** 7 см. ■

Приклад 9. Знайти площу сектора круга радіуса 5 см з центральним кутом 72°.

■ $S = \frac{\pi R^2 n°}{360°}$, $S = \frac{\pi \cdot 25 \cdot 72°}{360°} = 5\pi$ (см^2).

Відповідь. 5π см^2. ■

Приклад 10. Площа кругового сектора становить $\frac{5}{9}$ площі круга. Знайти площу цього сектора, якщо довжина дуги, на яку він спирається, дорівнює 20π см.



■ Площу сектора визначають за формулою $S_{\text{сект.}} = \frac{\pi R^2 n°}{360°}$. $S_{\text{кр.}} = \pi R^2$. Маємо:

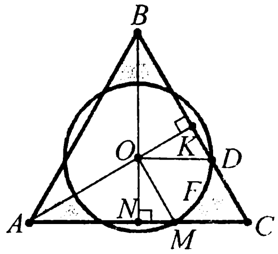
$$\frac{\pi R^2 n°}{360°} = \frac{5}{9}\pi R^2, \quad \frac{n°}{360°} = \frac{5}{9}, \quad n° = \frac{360° \cdot 5}{9} = 200°.$$

Довжину дуги визначають за формулою $l = \frac{\pi R n°}{180°}$. Маємо: $\frac{\pi R \cdot 200°}{180°} = 20\pi$. Звідси $R = 18$.

$$S_{\text{сект.}} = \frac{\pi \cdot 18^2 \cdot 200°}{360°} = 180\pi \text{ (см}^2\text{)}.$$

Відповідь. 180π см^2. ■

Приклад 11. Сторона правильного трикутника дорівнює a. З його центра радіусом, утричі меншим від сторони, проведено коло. Знайти площу частини трикутника, розміщеної поза кругом. У відповідь записати значення $\frac{3\sqrt{3}-\pi}{S}$, якщо $a = 3$.



■ Нехай ABC — рівносторонній трикутник зі стороною $AB = a$ і центром O. Знайдемо площу фігури $MFDC$.

У прямокутному трикутнику ONM ($\angle N = 90°$) $ON = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. $OM = \frac{1}{3}a$, звідки $\sin\angle OMN = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\angle OMN = 60°$. Аналогічно $\angle ODK = 60°$. $\angle MCD = 60°$ як кут рівностороннього трикутника. Маємо: $\angle ODK = \angle MCD = 60°$, а вони є відповідними при прямих OD і MC та січній DC. Отже, $OD \| MC$, аналогічно $OM \| DC$. $OM = OD = r$. Тому $MODC$ — ромб. $\angle MOD = \angle MCD = 60°$. $S_{MFDC} = S_{OMCD} - S_{сект.\ MOD}$. $S_{OMCD} = MC \cdot DC \cdot \sin\angle C =$ $= \frac{a}{3}\cdot\frac{a}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{18}$. $S_{сект.\ MOD} = \frac{\pi\cdot a^2\cdot 60}{9\cdot 360} = \frac{\pi a^2}{54}$. $S_{MFDC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{18} - \frac{\pi a^2}{54} = \frac{3a^2\sqrt{3}-\pi a^2}{54}$.

$S = 3\cdot\frac{3a^2\sqrt{3}-\pi a^2}{54} = \frac{a^2}{18}\left(3\sqrt{3}-\pi\right)$. У відповідь необхідно записати $\frac{3\sqrt{3}-\pi}{S}$. Тоді одержимо:

$\frac{3\sqrt{3}-\pi}{\frac{a^2\left(3\sqrt{3}-\pi\right)}{18}} = \frac{18}{a^2}$. Якщо $a = 3$, то $\frac{18}{a^2} = \frac{18}{9} = 2$.

Відповідь. 2. ■

Завдання 34.1–34.20 мають по п'ять варіантів відповідей, з яких тільки ОДНА ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь.

34.1. Знайти довжину кола, якщо його діаметр дорівнює 20 см.

А	Б	В	Г	Д
10π см	40π см	20π см	100π см	50π см

34.2. Знайти радіус кола, якщо довжина кола дорівнює 24π см.

А	Б	В	Г	Д
4π см	12 см	24 см	48 см	96 см

34.3. Знайти довжину дуги кола, радіус якого дорівнює 10 см, якщо її кутова величина дорівнює 30°.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{10}{3}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	$\frac{6}{5}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$

34.4. Знайти радіус кола, в якого кутова величина дуги завдовжки π см дорівнює 45°.

А	Б	В	Г	Д
6 см	3 см	8 см	2 см	4 см

34.5. Яка кутова величина дуги завдовжки $\frac{\pi}{2}$ см у колі радіуса 3 см?

А	Б	В	Г	Д
15°	30°	45°	60°	75°

34.6. Знайти площу круга, у який вписано трикутник зі сторонами 6 см, 8 см і 10 см.

А	Б	В	Г	Д
10π см^2	36π см^2	64π см^2	25π см^2	480π см^2

34.7. Знайти діаметр круга, площа якого дорівнює π см^2.

А	Б	В	Г	Д
2 см	4 см	3 см	5 см	6 см

34.8. Знайти площу кругового сектора радіуса 3 см з центральним кутом 120°.

А	Б	В	Г	Д
2π см^2	3π см^2	4π см^2	5π см^2	6π см^2

34.9. Площа кругового сектора радіуса 6 см дорівнює 5 π см^2. Знайти кутову величину дуги.

А	Б	В	Г	Д
30°	50°	60°	80°	100°

34.10. При збільшенні круга його площа збільшилась у 9 разів. У скільки разів збільшилась довжина кола цього круга?

А	Б	В	Г	Д
1,5	27	9	2	3

34.11. З точки кола проведено дві перпендикулярні хорди, довжини яких дорівнюють 12 і 16. Знайти довжину кола.

А	Б	В	Г	Д
20π	40π	50π	60π	35π

34.12. Площа кругового сектора становить 15% площі круга. Яка величина центрального кута сектора?

А	Б	В	Г	Д
30°	45°	54°	15°	20°

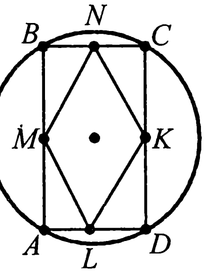
34.13. Коло, радіус якого дорівнює 9, розігнуто в дугу, радіус кола якої дорівнює 24. Знайти центральний кут, який стягує утворену дугу.

А	Б	В	Г	Д
100°	120°	135°	150°	180°

34.14. Точки A, B і C ділять коло на дуги у відношенні 2 : 3 : 4. Знайти найбільший кут трикутника ABC.

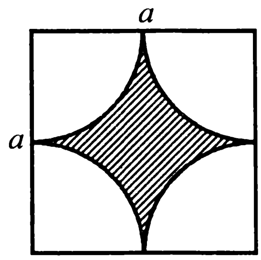
А	Б	В	Г	Д
160°	80°	120°	100°	70°

34.15. У коло, довжина якого дорівнює 6π см, вписано прямокутник $ABCD$. M, N, K і L — середини сторін прямокутника. Чому дорівнює периметр чотирикутника $MNKL$?



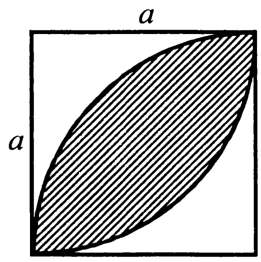
А	Б	В	Г	Д
6 см	9 см	12 см	14 см	18 см

34.16. Знайти площу заштрихованої на рисунку частини квадрата зі стороною a.



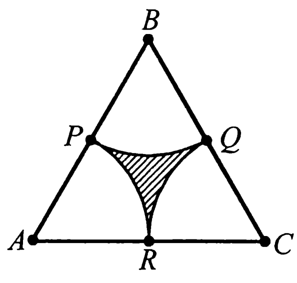
А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi-2}{2}a^2$	$\frac{\pi-3}{3}a^2$	$\frac{3-\pi}{3}a^2$	$\frac{4-\pi}{4}a^2$	$\frac{8-\pi}{8}a^2$

34.17. На рисунку зображено квадрат зі стороною 1 і дуги кіл радіуса 1. Знайти площу заштрихованої частини.



А	Б	В	Г	Д
$\pi+1$	$\pi-2$	$\frac{\pi}{2}+1$	$\pi-1$	$\frac{\pi}{2}-1$

34.18. Довжина сторони правильного трикутника ABC дорівнює 6. Точки P, Q і R — середини його сторін. PR, PQ і QR — дуги кіл з центрами відповідно у точках A, B і C. Знайти площу криволінійного трикутника PQR.

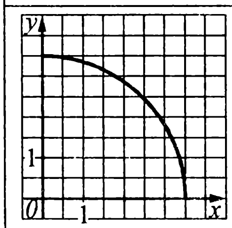
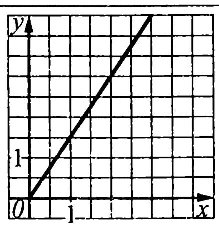
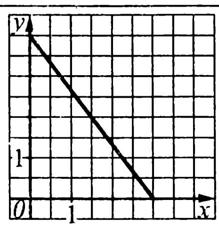
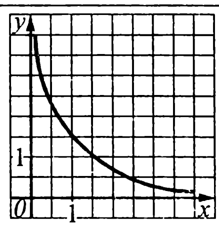
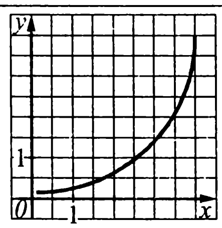


А	Б	В	Г	Д
1	2	$\frac{\pi}{2}-1$	$6(\pi-3)$	$9\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}\right)$

34.19. Три кола, радіуси яких дорівнюють 2, 3 і 10, попарно дотикаються зовні. Знайти радіус кола, яке вписане в трикутник, утворений центрами цих кіл.

А	Б	В	Г	Д
3,5	3	2,5	2	1,5

34.20. $l(x)$ — довжина хорди, проведеної на відстані x від центра кола. Який із наведених графіків може бути графіком функції $l = l(x)$?

А	Б	В	Г	Д
				

Завдання 34.21–34.23 передбачають установлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви).

34.21. З точки кола проведено дві перпендикулярні хорди a та b. Установити відповідність між довжинами цих хорд (1–4) та довжиною кола (А–Д).

1 12 см, 16 см
2 5 см, 12 см
3 3 см, 4 см
4 6 см, 8 см

А 5π см
Б 20π см
В 10π см
Г 13π см
Д 12π см

34.22. Установити відповідність між довжинами сторін квадрата (1–4) та радіусами вписаних у квадрати кіл (А–Д).

1 2 см
2 6 см
3 10 см
4 30 см

А 3 см
Б 15 см
В 1 см
Г 4 см
Д 5 см

34.23. Установити відповідність між заданими відношеннями радіусів двох концентричних кругів (1–4) та відношенням площі першого круга до площі кільця (А–Д).

1 2 : 1
2 3 : 2
3 5 : 3
4 4 : 3

А 9 : 5
Б 16 : 7
В 4 : 3
Г 16 : 5
Д 25 : 16

Розв'яжіть завдання 34.24–34.34. Відповідь запишіть десятковим дробом.

34.24. Знайти довжину кола l, вписаного в ромб, діагоналі якого дорівнюють 15 і 20. У відповідь записати $\frac{l}{\pi}$.

34.25. У рівнобедрену трапецію вписано коло. Основи трапеції дорівнюють 9 і 25, а бічна сторона — 17. Знайти довжину l вписаного кола. У відповідь записати $\frac{l}{\pi}$.

34.26. Периметр правильного трикутника дорівнює 36. На стороні трикутника як на діаметрі, побудовано коло. Знайти довжину l дуги, розміщену у внутрішній області трикутника. У відповідь записати $\frac{l}{\pi}$.

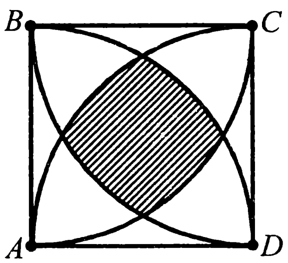
34.27. Знайти площу S круга, описаного навколо правильного трикутника зі стороною 9 см. У відповідь записати $\frac{S}{\pi}$.

34.28. Знайти площу S круга, вписаного в правильний шестикутник зі стороною 6 см. У відповідь записати $\frac{S}{\pi}$.

34.29. Дано два круги зі спільним центром. Радіус меншого круга дорівнює $\frac{1}{2}$ радіуса більшого. Знайти відношення площі утвореного кільця до площі круга більшого радіуса.

34.30. Знайти відношення площ кругів, вписаного й описаного навколо квадрата.

34.31. На рисунку сторона квадрата дорівнює 5. Кожна його вершина є центром кола радіуса 5. Знайти периметр P замальованого криволінійного чотирикутника обмеженого цими колами. У відповідь записати $\frac{3P}{\pi}$.



34.32. У прямокутну трапецію з основами 1 і 3 вписано коло. Знайти радіус вписаного кола.

34.33. На висоті рівностороннього трикутника як на діаметрі побудовано круг. Довжина сторони трикутника дорівнює 1. Знайти з точністю до 0,01 площу тієї частини трикутника, яка лежить поза даним кругом.

34.34. Клумбу діаметром 6 м потрібно розбити на 6 рівних секторів для квітів різних видів. Скільки квітів одного виду можна посадити, якщо для кожної квітки необхідно 1 дм^2 землі?