

Практична робота №14

Розрахунок комплексним методом параметрів електричного кола однофазного синусоїдального струму

Мета: навчитися виконувати розрахунок параметрів електричного кола однофазного синусоїдального струму комплексним методом.

Теоретичні відомості:

Комплексний (символічний) метод застосовують при розрахунках ustalених режимів у лінійних електричних колах змінного струму, коли ЕРС, напруги і струми є синусоїдними функціями часу. Він дає можливість замінити розв'язування інтегро-диференціальних рівнянь синусоїдних функцій часу розв'язуванням алгебраїчних рівнянь з комплексними значеннями цих функцій.

Так як кожна синусоїдна функція часу, наприклад напруга $u = U_m \sin(\omega t + \psi_U)$ при заданій частоті ω визначається двома величинами – амплітудою U_m і початковою фазою ψ_U , так і кожне комплексне число містить у собі дві величини – модуль U і аргумент ψ_U у показниковій формі запису: $U = U e^{j\psi_U}$ або дійсну $u_1 = U \cos \psi_U$ і уявну $ju_2 = jU \sin \psi_U$ складові при алгебраїчній і тригонометричній формах запису, де $j = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця, причому

$$j^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1; \quad j = e^{j\pi/2};$$
$$\frac{1}{j} = \frac{j \times 1}{j^2 \times 1} = \frac{j}{-1} = -j = e^{-j\pi/2}.$$

При зворотному переході від алгебраїчної форми до показникової: модуль $U = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$; аргумент $\psi_U = \arctg(u_2 / u_1)$.

Дві комплексні величини, які мають рівні модулі і рівні, але протилежні за знаком аргументи, називають спряженими.

Якщо маємо комплексне число

$$U = U e^{j\psi_U} = u_1 + ju_2,$$

то спряжене йому комплексне число

$$U^* = U e^{-j\psi_U} = u_1 - ju_2.$$

Добуток спряжених комплексних чисел рівний квадрату їх модуля:

$$\mathcal{U} \times \mathcal{U}^* = U e^{j\psi_u} \times U e^{-j\psi_u} = U^2 e^{j(\psi_u - \psi_u)} = U^2 \hat{a}^{j0^\circ} = U^2.$$

Для дійсної і уявної частин комплексного числа вживають вирази

$$u_1 = \Re(\mathcal{U}); \quad u_2 = \Im(\mathcal{U}).$$

Для обчислення активної і реактивної потужностей необхідно знати діючі значення напруги U й струму I та зсув фаз φ між ними.

Величина φ рівна різниці початкових фаз напруги й струму ($\varphi = \psi_u - \psi_i$) і тому при визначенні комплексної потужності необхідно перемножувати не комплексні величини \mathcal{U} та \mathcal{I} , так як при цьому $\mathcal{U} \times \mathcal{I} = U e^{j\psi_u} \times I e^{j\psi_i} = UI e^{j(\psi_u + \psi_i)}$, тобто аргумент добутку рівний сумі $\psi_u + \psi_i$ початкових фаз, а взяти добуток комплексної напруги \mathcal{U} на спряжену величину комплексного струму \mathcal{I}^* . В результаті одержимо комплексну потужність:

$$\begin{aligned} \tilde{S} = S^* &= \mathcal{U} \times \mathcal{I}^* = U e^{j\psi_u} \times I e^{-j\psi_i} = UI e^{j(\psi_u - \psi_i)} = \\ &= U e^{j\varphi} = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = \\ &= S \cos \varphi + jS \sin \varphi = P + jQ. \end{aligned} \quad (2.75)$$

Приклад 2.3. Визначимо активний і реактивний опори приймача та споживану ним активну і реактивну потужності, якщо відомі комплексний струм і комплексна напруга в колі:

$$\mathcal{I} = (16 + j12) \text{ A}; \quad \mathcal{U} = j100 \text{ V}.$$

Розв'язання. Комплексний опір визначимо, використовуючи показникову форму запису комплексів струму і напруги:

$$\underline{U} = j100 = 100e^{j90^\circ} \text{ В}; \quad \underline{I} = Ie^{j\psi_i} = 20e^{j36,9^\circ} \text{ А},$$

$$\text{де } I = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20 \text{ А}; \quad \psi_i = \text{arctg}\left(\frac{12}{16}\right) = 36,9^\circ.$$

Отже,

$$\begin{aligned} \underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} &= \frac{100e^{j90^\circ}}{20e^{j36,9^\circ}} = 5e^{j53,1^\circ} = 5 \cos 53,1^\circ + j5 \sin 53,1^\circ = \\ &= (3 + j4) \text{ Ом} = R + jX. \end{aligned}$$

Таким чином, активний опір приймача $R = 3 \text{ Ом}$, а індуктивний $X_L = 4 \text{ Ом}$.

Для визначення комплексної потужності помножимо комплексну напругу на спряжену величину комплексного струму:

$$\begin{aligned} \tilde{S} = \underline{U} \underline{I}^* &= 100e^{j90^\circ} \times 20e^{-j36,9^\circ} = 2000e^{j53,1^\circ} = \\ &= 2000(\cos 53,1^\circ + j \sin 53,1^\circ) = (1200 + j1600) \text{ ВА}. \end{aligned}$$

А так як: $\tilde{S} = P + jQ$, то з останнього виразу одержимо величини повної, активної та реактивної потужностей приймача:

$$S = 2000 \text{ ВА}; \quad P = 1200 \text{ Вт}; \quad Q = 1600 \text{ ВАр}.$$

Практичне завдання:

Визначити активний і реактивний опори приймача та споживану ним активну і реактивну потужності, якщо відомі комплексний струм \underline{I} і комплексна напруга \underline{U} в електричному колі. Вихідні дані до задачі наведені у таблиці 14.1. Вибір варіанту виконується за списком студента у групі.

Таблиця 14.1 - Вихідні дані до задачі 1

Цифри номера залікової книжки											
десятки	одиниці	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$U, \text{ В}$	100	$j110$	$-j120$	130	$j140$	$-j150$	160	170	$j180$	190
	$I_a, \text{ А}$	5	8	10	14	6	12	15	4	16	18
	$I_p, \text{ А}$	$j10$	$-j6$	$j8$	$-j10$	$j14$	$-j8$	$j15$	$-j4$	$j20$	$-j16$

Приклад виконання

Дано: $\dot{U} = j100\text{В}; I_a = 16\text{А}; I_p = j12\text{А}$.

Розв'язання. Комплексний опір визначимо, використовуючи показникову форму запису комплексів струму і напруги:

$$\dot{U} = j100 = 100e^{j90^\circ} \text{В};$$

$$\dot{I} = (16 + j12)\text{А}; \quad \dot{I} = Ie^{j\psi_i} = 20e^{j36,9^\circ} \text{А},$$

де $I = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20\text{А}; \quad \psi_i = \arctg(12/16) = 36,9^\circ$.

Отже,

$$\begin{aligned} \underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} &= \frac{100e^{j90^\circ}}{20e^{j36,9^\circ}} = 5e^{j53,1^\circ} = 5 \cos 53,1^\circ + j5 \sin 53,1^\circ = \\ &= (3 + j4)\text{Ом} = R + jX. \end{aligned}$$

Таким чином, активний опір приймача $R = 3\text{Ом}$, а індуктивний $X_L = 4\text{Ом}$.

Для визначення комплексної потужності помножимо комплексну напругу на спряжену величину комплексного струму:

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= \dot{U} \dot{I}^* = 100e^{j90^\circ} \times 20e^{-j36,9^\circ} = 2000e^{j53,1^\circ} = \\ &= 2000(\cos 53,1^\circ + j \sin 53,1^\circ) = (1200 + j1600)\text{ВА}. \end{aligned}$$

А так як: $\tilde{S} = P + jQ$, то з останнього виразу одержимо величини повної, активної та реактивної потужностей приймача:

$$S = 2000\text{ВА}; \quad P = 1200\text{Вт}; \quad Q = 1600\text{ВАр}.$$