РОЗДІЛ VI. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ

Похідна функції. Основні правила диференціювання

Теоретичні відомості

За означенням *похідна функції* $y = f(x)$ *в точці* x_0 обчислюється за формулою

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x},$$

якщо границя існує і скінченна. Тут $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) -$ *приріст функції*, $\Delta x -$ *приріст аргументу* ($\Delta x \neq 0$).

Операція знаходження похідної називається *диференціюванням* цієї функції.

Механічний зміст похідної

Якщо матеріальна точка рухається прямолінійно і її координата змінюється за законом $s = s(t)$, то швидкість її руху $v(t)$ в момент часу t дорівнює похідній $s'(t)$: $v(t) = s'(t)$.

Геометричний зміст похідної

Значення похідної функції $y = f(x)$ в точці x_0 дорівнює кутовому коефіцієнту дотичної до графіка функції в точці з абсцисою x_0:

$$f'(x_0) = k = tg\alpha.$$

Рівняння дотичної до кривої $y = f(x)$ в точці x_0 має вигляд

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0).$$

Рівняння нормалі до кривої $y = f(x)$ в точці x_0 має вигляд

$$y - f(x_0) = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0).$$

Правила диференціювання

1. $\mathrm{C}' = 0$ $(\mathrm{C} = const)$;
2. $(Cu)' = Cu'$;
3. $\big(u(x) \pm v(x)\big)' = u'(x) \pm v'(x)$;
4. $(uv)' = u'v + v'u$;

5. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$.

Таблиця основних елементарних функцій

1. $(x^n)' = nx^{n-1}$ ($n -$ будь-яке дійсне число)
2. $(a^x)' = a^x lna \quad (a > 0, a \neq 1)$
3. $(e^x)' = e^x$
4. $(\log_a x)' = \frac{1}{xlna} \ (a > 0, a \neq 1)$
5. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
6. $(\sin x)' = \cos x$
7. $(\cos x)' = -\sin x$
8. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
9. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
10. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
11. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
12. $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$
13. $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$

Приклади розв'язування вправ

Приклад 1. Обчислити похідну функції $f(x) = x^2$ за означенням.

Розв'язання. Знайдемо приріст функції: $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$. Для даної функції

$$\Delta f(x) = (x + \Delta x)^2 - x^2 = x^2 + 2x\Delta x + \Delta x^2 - x^2 =$$

$$= 2x\Delta x + \Delta x^2 = \Delta x(2x + \Delta x).$$

Знаходимо похідну функції за формулою:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x(2x + \Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} (2x + \Delta x) = 2x.$$

Приклад 2. Обчислити похідну функції $y = -4 \sin x$.

Розв'язання. $y' = (-4 \sin x)' = -4(\sin x)' = -4 \cos x$.

Приклад 3. Обчислити похідну функції $y = \sin\frac{\pi}{8}$.

Розв'язання. $y' = \left(\sin\frac{\pi}{8}\right)' = 0$.

Приклад 4. Обчислити похідну функції $y = x^3 - \frac{1}{x^4} + 6\sqrt[3]{x^2}$.

Розв'язання. $y = x^3 - \frac{1}{x^4} + 6\sqrt[3]{x^2} = x^3 - x^{-4} + 6x^{2/3}$. Знайдемо похідну

$$y' = 3x^2 + 4x^{-5} + 6 \cdot \frac{2x^{-\frac{1}{3}}}{3} = 3x^2 + \frac{4}{x^5} + \frac{4}{\sqrt[3]{x}}.$$

Приклад 5. Знайти похідну від добутку $y = (x^2 - 1)tg\, x$.

Розв'язання.

$$y' = (x^2 - 1)'tg\, x + (x^2 - 1)(tg\, x)' = 2x tg\, x + (x^2 - 1)\frac{1}{\cos^2 x}.$$

Приклад 6. Знайти похідну функції $y = \frac{\arccos x}{x^2 + e^x}$.

Розв'язання.

$$y' = \frac{(\arccos x)'(x^2 + e^x) - \arccos x (x^2 + e^x)'}{(x^2 + e^x)^2} =$$

$$= \frac{-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}(x^2 + e^x) - \arccos x (2x + e^x)}{(x^2 + e^x)^2} =$$

$$= -\frac{x^2 + e^x + \arccos x (2x + e^x)\sqrt{1 - x^2}}{\sqrt{1 - x^2}(x^2 + e^x)^2}.$$

Приклад 7. Знайти похідну функції $y = \frac{x^5 + 3^x}{\log_3 5}$.

Розв'язання. $y' = \frac{(x^5 + 3^x)'}{\log_3 5} = \frac{5x^4 + 3^x \ln x}{\log_3 5}$.

Приклад 8. Який кут утворює з віссю абсцис дотична до кривої $y = \frac{4}{15}x^5 - \frac{1}{9}x^3$, проведена в точці з абсцисою $x = 1$.

Розв'язання. Знаходимо похідну $y' = \frac{4}{3}x^4 - \frac{1}{3}x^2$. При $x = 1$ $y'(1) = 1$,

тобто $tg\alpha = 1$, звідки $\alpha = 45^{\circ}$.

Питання для самоперевірки

1. Що називається приростом аргументу і приростом функції?
2. Дайте означення похідної функції.
3. У чому полягає геометричне тлумачення похідної?
4. Яке механічне тлумачення має похідна?
5. Запишіть рівняння дотичної та нормалі до кривої.
6. Сформулюйте основні правила диференціювання функції.
7. Напишіть таблицю похідних основних елементарних функцій.

Вправи

1. Обчислити за означенням похідні функцій:

а) $y = \sqrt{x}$; б) $y = \frac{1}{x}$; в) $y = \frac{1}{x^2}$.

Відповідь: а) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$; б) $y' = -\frac{1}{x^2}$; в) $y' = -\frac{2}{x^3}$.

2. Знайти похідні функцій:

а) $y = \cos\frac{\pi}{10}$; б) $y = \arcsin\frac{1}{6} + \operatorname{arctg} 2$; в) $y = -\frac{2}{3}\operatorname{tg} x$.

Відповідь: а) $y' = 0$; б) $y' = 0$; в) $y' = -\frac{2}{3\cos^3 x}$.

3. Знайти похідні функцій:

а) $y = \arcsin \mathrm{x} + \log_3 x$; б) $y = \operatorname{ctg} x - 6\cos x$; в) $y = x^3 + 3\sin x + 2e^x$.

Відповідь: а) $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{xln3}$; б) $y' = -\frac{1}{\sin^3 x} + 6\sin x$;

в) $y' = 3x^2 + +3\cos x + 2e^x$.

4. Обчислити похідні функцій:

а) $y = x\ln x$; б) $y = \frac{x-1}{\log_2 x}$; в) $y = \frac{1-e^x}{1+e^x}$.

Відповідь: а) $y' = 1 + \ln x$; б) $y' = \frac{x\ln x - x + 1}{x\ln^2 x}\ln 2$; в) $y' = -\frac{2e^x}{(1+e^x)^2}$.

Диференціювання функцій: складної, заданої неявно та параметрично

Теоретичні відомості

Нехай $y = f[u(x)] -$ *складна функція*, тобто $y = f(u)$, де $u = u(x)$. Тут $u -$ проміжний аргумент, $x -$ незалежна змінні. Тоді $y' = f'(u)u'(x)$.

Правило. Похідна складеної функції дорівнює добутку похідної зовнішньої функції $f(u)$ по проміжному аргументу u і похідної внутрішньої функції $u(x)$ по незалежній змінній x.

Якщо кожному числу x множини X ставиться у відповідність єдине число y так, що пара чисел $(x; y)$ задовольняє рівняння $F(x, y) = 0$, то кажуть, що функцію $y = f(x)$, $x \epsilon X$, *задано неявно.*

Незважаючи на те, що рівняння $F(x, y) = 0$ не розв'язане відносно y, можна знайти похідну $y' = y'(x)$. Для цього потрібно:

1. обидві частини рівняння $F(x, y) = 0$ продиференціювати по x, вважаючи, що y є функцією від x;

2. одержане рівняння розв'язати відносно y'.

Нехай функція $y = f(x)$ задана *параметрично*

$$\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \omega(t)' \end{cases} \qquad t - \text{параметр.}$$

Її похідна обчислюється

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}.$$

Приклади розв'язування вправ

Приклад 1. Знайти похідну складеної функції $y = \sqrt{x^2 + 5}$.

Розв'язання. Поклавши $u = x^2 + 5$, маємо $y = \sqrt{u}$. Тому

$$y' = \left(\sqrt{u}\right)' u' = \frac{1}{2\sqrt{u}} u' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 5}} (x^2 + 5)' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 5}} 2x = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 5}}.$$

Можна було б відразу продиференціювати функцію, не вводячи проміжний аргумент:

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2+5}} 2x = \frac{x}{\sqrt{x^2+5}}.$$

Приклад 2. Знайти похідну складеної функції $y = (5x^2 + 7x + 2)^3$.

Розв'язання. Поклавши $u = 5x^2 + 7x + 2$, одержимо $y = u^3$. Надалі будемо писати так: $y = u^3, u = 5x^2 + 7x + 2$.

$$y' = (u^3)' \cdot u' = 3(5x^2 + 7x + 2)^2 (5x^2 + 7x + 2)'$$
$$= 3(5x^2 + 7x + 2)^2 (10x + 7).$$

Приклад 3. Знайти похідну складеної функції $y = \sin 15x$.

Розв'язання. $y = \sin u,\ u = 15x$.

$$y' = (\sin u)' \cdot u' = \cos u \cdot u' = \cos 15x (15x)' = \cos 15x \cdot 15 = 15 \cos x.$$

Приклад 4. Знайти похідну складеної функції $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}, (x > 0)$.

Розв'язання. $y = \operatorname{arctg} u , u = \sqrt{x}$.

$$y' = (\operatorname{arctg} u)' \cdot u' = \frac{1}{1+u^2} \cdot u' = \frac{1}{1+x} \cdot (\sqrt{x})' = \frac{1}{1+x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}(1+x)}.$$

Приклад 5. Знайти похідну складеної функції $y = \log_5(x^2 + 4)$.

Розв'язання. Після деякого числа вправ зручно відмовитись від введення проміжного аргументу u, розуміючи його в тих місцях, де він потрібен.

$$y' = \frac{1}{(x^2+4)\ln 5}(x^2+4)' = \frac{1}{(x^2+4)\ln 5} 2x = \frac{2x}{(x^2+4)\ln 5}.$$

Приклад 6. Знайти похідну неявної функції $5x + 3y - 7 = 0$.

Розв'язання. Продиференціюємо по x обидві частини рівняння, враховуючи, що y є функцією від x: $5 + 3y' = 0$.

Розвяжемо рівняння відносно y': $3y' = -5; y' = -\frac{5}{3}$.

Приклад 7. Знайти похідну неявної функції $y = tg(x + y)$.

Розв'язання. Знайдемо похідну

$$y' = \frac{1}{\cos^2(x+y)} \cdot (1 + y').$$

Виразимо y':

$$y' = \frac{1}{\cos^2(x+y)} + \frac{y'}{\cos^2(x+y)}, \quad y'\left(1 - \frac{1}{\cos^2(x+y)}\right) = \frac{1}{\cos^2(x+y)},$$

$$y'\frac{\cos^2(x+y)-1}{\cos^2(x+y)}=\frac{1}{\cos^2(x+y)},\quad y'=\frac{1}{\cos^2(x+y)-1}.$$

Приклад 8. Знайти похідну параметричної функції

$$\begin{cases} x=\operatorname{tg} t \\ y=\sin t \end{cases}.$$

Розв'язання. Маємо

$$x'_t=\frac{1}{\cos^2 t},\quad y'_t=cost,\quad y'=\frac{y'_t}{x'_t}=\frac{cost}{\frac{1}{\cos^2 t}}=\cos^3 t.$$

Приклад 9. Знайти похідну параметричної функції

$$\begin{cases} x=\ln(1+t^2) \\ y=t-\operatorname{arctg} t \end{cases}.$$

Розв'язання.

$$x'_t=\frac{2t}{1+t^2},\quad y'_t=1-\frac{1}{1+t^2}=\frac{t^2}{1+t^2}.$$

$$y'=\frac{y'_t}{x'_t}=\frac{\frac{2t}{1+t^2}}{\frac{t^2}{1+t^2}}=\frac{t^2(1+t^2)}{(1+t^2)2t}=\frac{t}{2}.$$

Питання для самоперевірки

1. Яку функцію називають складною?

2. Згадайте правило диференціювання складної функції.

3. Яку функцію називають заданою неявно? Навести приклади.

4. У чому полягає правило диференціювання функції, заданої неявно?

5. Яка функція називається заданою параметрично?

4 Пригадайте формулу для знаходження похідної від функції, заданої параметрично.

Вправи

Обчислити похідні складених функцій:

1. $y=\sqrt{x^2+2}$. **Відповідь:** $\frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$.

2. $y=\sqrt[3]{x^2+\cos x}$. **Відповідь:** $\frac{2x-\sin x}{3\sqrt[3]{(x^2+\cos x)^2}}$.

3. $y=\cos 9x$. **Відповідь:** $-9\sin 9x$.

4. $y = \arccos\frac{3x-1}{\sqrt{5}}$. **Відповідь:** $-\frac{3}{\sqrt{4+6x-9x^2}}$.

Обчислити похідні неявних функцій:

5. $5x^2 + 3xy - 2y^2 + 2 = 0$. **Відповідь:** $\frac{10x+3y}{4y-3x}$.

6. $y^5 - 5axy + x^5 = 0$. **Відповідь:** $\frac{ay-x^4}{y^4-ax}$.

7. $y = \cos(x+y)$. **Відповідь:** $-\frac{\sin(x+y)}{1+\sin(x+y)}$.

8. $y = x + \operatorname{arctg} y$. **Відповідь:** $\frac{1+y^2}{y^2}$.

Обчислити похідні параметричних функцій:

9. $\begin{cases} x = a(1-t) \\ y = a\,t \end{cases}$. **Відповідь:** -1.

10. $\begin{cases} x = \cos t + t\sin t \\ y = \sin t - t\cos t \end{cases}$. **Відповідь:** $\operatorname{tg} t$.

11. $\begin{cases} x = \frac{1-t}{1+t} \\ y = \frac{2t}{1+t} \end{cases}$. **Відповідь:** -1.

Диференціал. Похідні вищих порядків.

Обчислення границь функцій за правилом Лопіталя

Теоретичні відомості

Якщо функція $y = f(x)$ має похідну в точці x, то приріст функції $\Delta f(x)$ можна подати у вигляді

$$\Delta f(x) = f'(x)\Delta x + o(\Delta x), \qquad \Delta x \to 0.$$

Диференціалом функції $y = f(x)$ в точці x називається вираз $f'(x)\Delta x$ і позначається $df(x)$ або dy. *Диференціалом незалежної змінної* x вважають її приріст Δx і позначають dx . Отже, диференціал функції обчислюють за формулою

$$dy = f'(x)dx.$$

При досить малих значеннях Δx

$$\Delta y \approx dy \text{ або } f(x + \Delta x) - f(x) \approx f'(x)\Delta x.$$

Оскільки в цій формулі точка $x -$ фіксована, а Δx набуває будь-яких досить малих значень, то її можна переписати у вигляді

$$f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x, \Delta x = x - x_0.$$

Даною формулою зручно користуватись тоді, коли відомо значення функції $f(x)$ в точці x_0 і треба знайти її значення в точці $x_0 + \Delta x$, де Δx досить мале.

Якщо функція $y = f(x)$ *диференційовна на* деякому *інтервалі* (тобто має похідну в кожній точці інтервалу), то за означенням *похідна другого порядку (друга похідна)* цієї функції знаходиться за формулою $y'' = (y')'$. Аналогічно *похідна третього порядку (третя похідна)* $y''' = (y'')'$ і т.д.

<u>Правило Лопіталя</u>

Правило Лопіталя використовують для знаходження границь диференційованих функцій, якщо є невизначеність типу $\left[\frac{0}{0}\right]$ або $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$.

Нехай виконується співвідношення

$$\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} g(x) = 0 \text{ або } \lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} g(x) = \infty,$$

де $a -$ число або один із символів $\pm\infty$. Тоді

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\lim\limits_{x\to a}f'(x)}{\lim\limits_{x\to a}g'(x)},$$

якщо границя справа існує.

Правило Лопіталя можна застосовувати кілька разів. Аналогічне правило має місце і для односторонніх границь.

Приклади розв'язування вправ

Приклад 1. Обчислити диференціали функцій:

а) $y=x^2$; б) $y=\sin x$.

Розв'язання.

а) $dy=(x^2)'dx=2xdx$;

б) $dy=(\sin x)'dx=\cos xdx$.

Приклад 2. Замінюючи приріст функції диференціалом, наближено знайти $\operatorname{arctg} 0{,}97$.

Розв'язання. Нехай $\operatorname{arctg} 0{,}97$ є частинне значення функції $f(x)=\operatorname{arctg} x$ при $x=0{,}97$.

Нехай $x_0=1$. Тоді $\Delta x=x-x_0=0{,}97-1=-0{,}03$;

$$f(x_0)=f(1)=\operatorname{arctg} 1=\frac{\pi}{4}.$$

Диференціюючи $f(x)=\operatorname{arctg} x$, знаходимо $f'(x)=\frac{1}{1+x^2}$.

При $x_0=1$ $f'(1)=\frac{1}{1+1^2}=\frac{1}{2}$. Застосовуючи формулу наближеного обчислення, одержимо

$$\operatorname{arctg} 0{,}97\approx\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}(-0{,}03)\approx 0{,}785-0{,}015=0{,}77.$$

Приклад 3. $y=x^5-7x^3+2$; $y'''-?$

Розв'язання. Знайдемо спочатку y':

$$y'=5x^4-21x^2;$$

$$y''=(y')'=(5x^4-21x^2)'=20x^3-42x;$$

$$y'''=(y'')'=(20x^3-42x)'=60x^2-42.$$

Приклад 4. Знайти границі функцій використовуючи правило Лопіталя:

а) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{2\ln x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 3x}{x^2}$.

Розв'язання.

а) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{2\ln x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to 1}\frac{\left(x^2-1\right)'}{(2\ln x)'}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x}{2\cdot\frac{1}{x}}=\lim\limits_{x\to 1}x^2=1.$

б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 3x}{x^2}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to 0}\frac{(1-\cos 3x)'}{(x^2)'}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{3\sin 3x}{2x}=\left[\frac{0}{0}\right]=$

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{(3\sin 3x)'}{(2x)'}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{9\cos 3x}{2}=\frac{9}{2}=4{,}5.$

Приклад 5. Знайти $\lim\limits_{x\to 0}(x^3\ln x)$.

Розв'язання. Тут маємо невизначеність вигляду $[0\cdot\infty]$. Зобразимо добуток функції у вигляді частки, а потім, отримавши невизначеність $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$, застосуємо правило Лопіталя:

$$\lim_{x\to 0}(x^3\ln x)=\lim_{x\to 0}\frac{\ln x}{\frac{1}{x^3}}=\lim_{x\to 0}\frac{(\ln x)'}{(x^{-3})'}=\frac{\frac{1}{x}}{-\frac{3}{x^4}}=-\frac{1}{3}\lim_{x\to 0}x^3=0.$$

Приклад 6. Знайти границю $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{x}\right)$.

Розв'язання. Маємо невизначеність виду $[\infty-\infty]$. Алгебраїчним перетворенням приведемо цю невизначеність до невизначеності $\left[\frac{0}{0}\right]$, а потім двічі застосуємо правило Лопіталя:

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{x}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{x-\sin x}{x\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{\sin x+x\cos x}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{\cos x+\cos x-x\sin x}=\frac{0}{2}=0.$$

Питання для самоперевірки

1. Що називається диференціалом функції?

2. Пригадайте формулу для знаходження диференціала функції.

3. Запишіть формулу, яку використовують для наближених обчислень за допомогою диференціала.

4. Що називається другою похідною або похідною другого порядку функції $y = f(x)$?

5. Як знаходиться похідна n −го порядку функції $y = f(x)$?

6. Сформулюйте правило Лопіталя.

Вправи

1. Обчислити диференціали функцій:

а) $y = x$; б) $y = \ln x$.

Відповідь: а) dx; б) $\frac{dx}{x}$.

2. Обчислити похідні вищих порядків:

а) $y = (1 + x^2)\operatorname{arctg} x$; y'''−?

Відповідь: $\frac{2x}{1+x^2} + 2\operatorname{arctg} x$.

б) $y = \cos^2 x$; y'''−?

Відповідь: $4\sin 2x$.

в) $y = \frac{1}{1-x}$; $y^{(5)}$−?

Відповідь: $y = \frac{5!}{(1-x)^6}$.

3. Знайти границі функцій, використовуючи правило Лопіталя:

а) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^3-4x^2+4x}{x^3-12x+16}$.

Відповідь: $\frac{1}{3}$.

б) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^3}{\ln x}$.

Відповідь: ∞.

в) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$.

Відповідь: 2.

г) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x+e^{-x}-2}{1-\cos 2x}$.

Відповідь: $\frac{1}{2}$.

4. Замінюючи приріст функції диференціалом, наближено знайти:

а) $\operatorname{arctg} 1{,}02$.

Відповідь: $0{,}795$.

б) $\arcsin 0{,}4983$.

Відповідь: $0{,}52164$.

в) $e^{0{,}2}$.

Відповідь: $1{,}2$.

г) $\ln 0{,}97$.

Відповідь: $-0{,}03$.