

*І.М.Кучерук, І.Т.Горбачук*

# ЗАГАЛЬНИЙ КУРС ФІЗИКИ

У трьох томах

ТОМ  
**3**

**Оптика  
Квантова фізика**

За редакцією  
проф. І.М.Кучерука

*Допущено Міністерством освіти України  
як навчальний посібник для студентів  
вищих технічних і педагогічних  
закладів освіти*

Київ  
"ТЕХНІКА"  
1999

Рецензенти: Д. М. Фреїк, д-р хім. наук, проф.; І. П. Гаркуша, канд. фіз.-мат. наук, проф.

У навчальному посібнику систематично викладено основи оптики та квантової фізики. Головну увагу приділено розкриттю фізичного змісту і сучасного розуміння основних законів і понять оптики та квантової фізики.

Для студентів вищих технічних і педагогічних закладів освіти.

К 1604030000-032 Без оголош.  
202-99

ISBN 966-575-196-4

ISBN 966-575-172-7

© Кучерук І. М., Горбачук І. Т., 1999

## ЧАСТИНА 1. ОПТИКА

Оптика – розділ фізики, в якому вивчаються властивості, фізична природа світла та його взаємодія з речовиною. Поняття “світло” охоплює не тільки видиме світло, але й прилеглі до нього широкі ділянки спектра електромагнітних хвиль – інфрачервоне та ультрафіолетове випромінювання. Сучасна оптика вивчає ділянку спектра від м’якого рентгенівського випромінювання до радіохвиль міліметрового діапазону.

Питання про природу світла та закони його поширення зацікавили грецьких філософів ще до нашої ери. Так, у трактатах Евкліда “Оптика” і “Катоптрика” (III ст. до н. е.) на основі уявлень про світло як промені, що виходять з ока, сформульовано закони прямолінійного поширення світла та рівності кутів падіння і відбивання.

Протилежну думку на природу світла висловив Лукрецій (бл. 96–55 до н. е.) у поемі “Про природу речей”. Він вважав, що світло випускається світними тілами у вигляді досить малих зліпків. Птолемей (II ст. н. е.) встановив, що для малих кутів падіння відношення кута падіння до кута заломлення є величина стала. Але сформулювати закон заломлення світла вони так і не змогли.

На початку XVII ст. було винайдено мікроскоп і зорову трубу, які широко застосовуються і зараз. Для вдосконалення цих приладів треба було знати не тільки закони відбивання, а й заломлення світла. У 1621 р. В. Снелліус (1580–1626) встановив кількісно закон заломлення світла, що проходить плоску межу двох середовищ, а Р. Декарт (1596–1650) математично записав цей закон у вигляді відношення синусів кутів падіння і заломлення.

Саме в той час перед фізиками постав ряд питань: що являє собою світло; що саме поширюється по прямій лінії, відбивається, заломлюється; що надає тілам колір, несе із собою тепло; що утворює, пройшовши через лінзу, зображення; що діє на сітківку ока?

Р. Декарт при виведенні законів відбивання і заломлення вважав, що світло являє собою потік частинок. Р. Гук (1635–1703) вважав, що світло – це процес поширення імпульсів деформацій стиску раптово або з досить великою швидкістю. Й. Марці (1595–1667) і Ф. Грімальді (1618–1663) також вважали, що світло являє собою процес поширення хвиль із великою швидкістю.

Розрізнені відомості про природу світла було систематизовано, на основі чого створено теорію про корпускулярну природу світла, основоположником якої є І. Ньютон (1643–1727).

Властивість світла поширюватись прямолінійно, мабуть, спричинила те, що І. Ньютон віддав перевагу корпускулярній теорії. Згідно з цією теорією світло складається з дрібних частинок (корпускул), які випромінюються світними тілами. Для опису руху корпускул І. Ньютон застосував закони механіки. За законом інерції в однорідному середовищі ці частинки мають летіти прямолінійно.

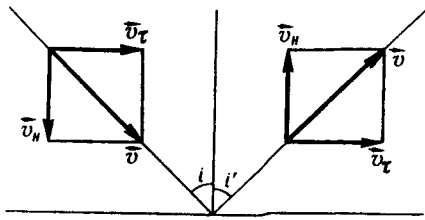


Рис. 1

Закон рівності кутів при відбиванні світла пояснювався на основі пружного удару корпускул. Для пояснення закону незалежності поширення світлових пучків І. Ньютон припустив, що середні відстані між корпускулами в світлових пучках досить великі і взаємодія між ними настільки мала, що експериментально виявити її неможливо.

Відбивання і заломлення світла І. Ньютон пояснював дією сил притягання і відштовхування на корпускули в досить тонкому шарі на межі поділу двох середовищ, на яку падає світло. У середині цього шару корпускула відхиляється, а далі знову рухається прямолинійно й рівномірно. При відбиванні корпускула повертається у перше середовище і рухається в ньому з такою самою швидкістю. Якщо корпускула переходить у друге середовище, то швидкість змінюється. Оскільки вважається, що шар, в якому діють сили на корпускули, досить тонкий, то явища відбивання і заломлення сприймаються як різкий перелом траєкторії.

Для доведення законів відбивання і заломлення світла І. Ньютон припустив, що сили, які діють на корпускули в граничному шарі, спрямовані вздовж нормалі до межі середовищ. При відбиванні світла внаслідок пружного зіткнення корпускули з поверхнею поділу нормальна складова змінює свій напрям на протилежний, тангенціальна складова залишається без змін, тобто швидкість корпускули при відбиванні

$v = \sqrt{v_n^2 + v_t^2}$  не зазнає змін (рис. 1). Оскільки  $\text{tg } i = \frac{v_t}{v_n} = \text{tg } i'$ , то  $i = i'$ .

При заломленні світла змінюються нормальні складові  $v_n$  швидкості корпускул, а тангенціальні складові  $v_t$  залишаються без змін (рис. 2).

Розглянемо випадок, коли світло переходить із вакууму (де швидкість корпускул  $c$ ) у певне середовище, швидкість поширення світла в якому  $v$ . Дослід показує, що при переході у більш густе середовище світловий промінь відхиляється в бік нормалі, проведеної в точку падіння. Тоді кут заломлення  $r$  менший від кута падіння  $i$ , тобто  $\sin r < \sin i$ . Умова рівності тангенціальних складових швидкостей (рис. 2) запишеться так:

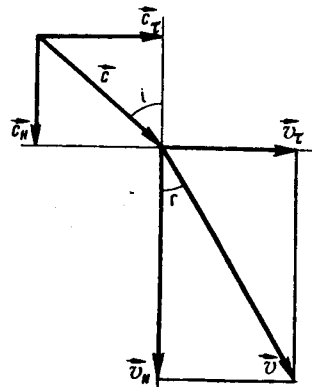


Рис. 2

$$c \sin i = v \sin r, \text{ або } \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v}{c}, \quad (1)$$

звідки випливає, що швидкість світла в будь-якому середовищі більша за швидкість світла у вакуумі. Проте такий висновок не відповідає дійсності, оскільки швидкість світла в будь-якому середовищі завжди менша від швидкості світла у вакуумі.

В однорідному середовищі на корпускули ніякі сили не діють, їхня потенціальна енергія залишається без змін, і тому вони рухаються рівномірно і прямолинійно.

У 1666 р. І. Ньютон відкрив явище дисперсії, тобто розкладання білого світла призмою на ряд кольорів. Виявилось, що фіолетові промені заломлюються більше, ніж червоні.

І. Ньютон вперше виявив явище, яке пізніше було названо інтерференцією. Розмістивши опуклу лінзу з радіусом кривизни близько 14 м на плоскій скляній пластині, він спостерігав у відбитому світлі систему темних і світлих кілець, які було названо *кільцями Ньютона*. Видатний вчений дійшов висновку, що кільця вказують на періодичність, яка наводить на думку про хвильову природу світла. Однак І. Ньютон вважав, що закон прямолинійного поширення світла несумісний із хвильовою теорією. Для пояснення періодичності кілець він припустив, що або корпускулам притаманна внутрішня частота коливань, або на їхній рух впливають хвилі чи коливання середовища, в якому вони поширюються.

Поряд із корпускулярною теорією Ньютона розвивалась протилежна за своїм змістом теорія про хвильову природу світла, основоположником якої був Х. Гюйгенс (1629–1695). Він вважав, що світло являє собою процес поширення поздовжніх хвиль у певному світлоносному середовищі – ефірі, який заповнює весь простір і проміжки між частинками тіл. Якщо коливаннями частинок ефіру знехтувати, то рівняння, що описують поширення хвиль, будуть лінійними. У цьому випадку справджується принцип суперпозиції хвиль, який у хвильовій теорії є математичним виразом закону незалежності поширення світлових пучків.

Для пояснення закону прямолинійного поширення світла Х. Гюйгенс застосував принцип, який було названо *принципом Гюйгенса*. Він вважав, що кожна точка хвильового фронту є джерелом сферичних хвиль (ці хвилі було названо вторинними хвилями Гюйгенса). Результуюче хвильове збурення можна розглядати як накладання вторинних хвиль. Розміщення хвильового фронту через деякий проміжок часу визначається як огинаюча поверхня до сферичних поверхонь вторинних хвиль (рис. 3). Промені являють собою прямі, нормальні до хвильових поверхонь. За допомогою цього принципу Х. Гюйгенс пояснив прямолинійність поширення світла, вивів закони відбивання і заломлення світла.

Прямолинійність поширення світла він пояснював так. Нехай точкове джерело світла  $S$  (рис. 4) розміщено перед непрозорим екраном з

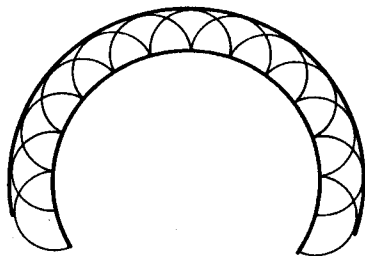


Рис. 3

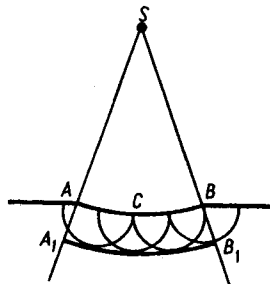


Рис. 4

круглим отвором, діаметр якого  $AB$ . Оскільки точкове джерело в однорідному середовищі випромінює сферичні хвилі, то в момент, коли хвиля досягне отвору  $AB$ , він “виріже” з хвильового фронту частину сферичної поверхні  $ACB$ . Кожну точку цієї частини поверхні, за принципом Гюйгенса, вважатимемо точковим джерелом вторинних сферичних хвиль. Побудуємо з кожної точки, як із центру, вторинні сферичні поверхні, які за час  $dt$  поширяться на відстань  $cdt$ . Обвідна поверхня вторинних хвиль  $A_1B_1$  відсікатиметься конусом  $A_1SB_1$ . За його межі проникнуть деякі вторинні хвилі, дією яких можна знехтувати. Тим самим доводиться прямолінійність поширення світла. Як буде показано пізніше, проблема прямолінійності поширення світла являє собою окремий випадок теорії дифракції світла і може бути вирішена саме за допомогою цієї теорії.

Розглянемо закони відбивання і заломлення світла у хвильовій теорії Гюйгенса. Нехай плоска хвиля падає на плоску межу поділу двох середовищ і в момент часу  $t$  точка  $A$  хвильового фронту  $AB$  досягає межі поділу середовищ (рис. 5). При цьому з точки  $A$ , за принципом Гюйгенса, почнуть поширюватися вторинні сферичні хвилі у перше і друге середовища. Коли другий край фронту  $B$  досягне межі поділу в точці  $C$ , біля точки  $A$  утворяться сферичні хвилі у першому середовищі з радіусом  $AD$ , а в другому – з радіусом  $v_2(BC)/v_1$ , де  $(BC)/v_1$  – проміжок часу, за який хвиля поширюється від точки  $B$  до точки  $C$ . Між точками  $A$  і  $C$

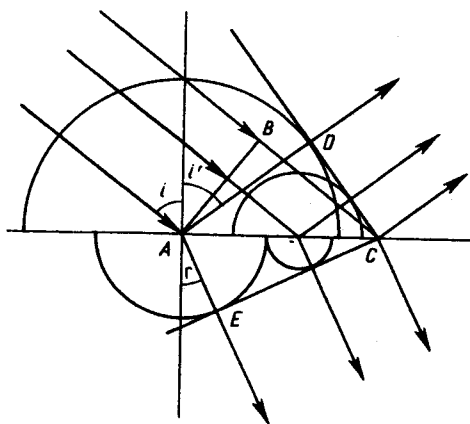


Рис. 5

виникнуть півсферичні хвилі як у першому, так і в другому середовищах відповідно менших радіусів, ніж  $AD$  і  $AE$ . Дотичні до цих півхвиль площини  $CD$  і  $CE$  вказують на розміщення хвильових фронтів відбитих і заломлених променів через проміжок часу  $(BC)/v_1 = \Delta t$ . Прямокутні трикутники  $ABC$  і  $ADC$ , які мають спільну гіпотенузу  $AC$ , рівні між собою. Оскільки  $\angle BAC = i$ , а  $\angle DCA = i'$ , як кути із взаємно перпендикулярними сторонами, то  $i = i'$ . Цим самим доведено закон відбивання світла.

Прямокутні трикутники  $ABC$  і  $ACE$  також мають спільну гіпотенузу  $AC$ :

$$AC = \frac{BC}{\sin i} = \frac{AE}{\sin r}, \text{ тобто } \frac{v_1 \Delta t}{\sin i} = \frac{v_2 \Delta t}{\sin r}.$$

Тоді

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = n = \text{const.} \quad (2)$$

Відношення швидкостей світла  $v_1/v_2$  для двох середовищ є величина стала і співвідношення (2) виражає закон заломлення світла.

Вважаючи перше середовище вакуумом ( $v_1 = c$ ) і опустивши індекс “2”, одержимо співвідношення

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{c}{v} = n, \quad (3)$$

яке обернене до співвідношення (1).

На відміну від корпускулярної теорії світла, з хвильової теорії випливає, що в середовищах, в яких світло заломлюється більше, швидкість його поширення менша.

У 1851 р. Ж. Фуко (1819–1868) виміряв швидкість світла у воді і одержав величину, яка узгоджується з формулою (3).

Як бачимо, у хвильовій теорії світла не виникають утруднення в поясненні явищ відбивання і заломлення світла.

Проте Х. Гюйгенс не зміг пояснити фізичної причини наявності різних кольорів та ряд інших питань.

На початку XIX ст. інтенсивно розвивається математична теорія коливань і хвиль, яка широко застосовується для пояснення ряду оптичних явищ. Результати роботи Т. Юнга (1773–1829) і особливо О. Френеля (1788–1827) з вивчення явищ інтерференції і дифракції світла свідчили на користь хвильової теорії. На основі уявлень про хвильову природу світла була розроблена теорія дифракції й інтерференції світла. Висновки цієї теорії підтверджуються експериментально, а пояснення прямолінійності поширення світла розглядається в ній як окремий випадок. Були відкриті і досліджені такі оптичні явища: поляризація світла при відбиванні і заломленні, інтерференція поляризованих променів, подвійне променезаломлення при деформації скла, поширення світла у двовісних кристалах, повертання площини коливань у кварці.



Т. Юнг дослідним шляхом виміряв довжину світлової хвилі. Було встановлено, що фіолетовим променям відповідають менші довжини хвиль, ніж червоним. Проводячи дослідження інтерференції поляризованого світла, О. Френель і Д. Араго (1786–1853) не виявили інтерференційної картини для лінійно поляризованих променів, площини яких взаємно перпендикулярні. Аналізуючи результати цих дослідів, Т. Юнг дійшов висновку, що світлові хвилі поперечні.

Отже, експериментальні і теоретичні дослідження XIX ст. з вивчення оптичних явищ давали всі підстави для висновку, що світло являє собою хвильовий процес. Для завершення хвильової теорії світла слід було встановити природу світлових хвиль.

У 60-х роках XIX ст. Дж. Максвелл (1831–1879), аналізуючи експериментальні дані з вивчення електричних і магнітних явищ, встановив загальні закони електромагнітного поля, які в математичній формі виражались у вигляді класичних рівнянь Максвелла. Він теоретично передбачав існування електромагнітних хвиль, які поширюються із скінченною швидкістю, а також дійшов висновку, що вчення про світло є окремим випадком його теорії електромагнітного поля. Об'єднавши електромагнетизм та оптику, Дж. Максвелл досяг синтезу, подібного якому історія фізики не знає.

Важливим експериментальним доведенням електромагнітної теорії світла були досліди А. Фізо (1819–1896) і Ж. Фуко. Експериментально визначені швидкості поширення світла збігалися з результатом, який одержали на основі електромагнітної теорії Максвелла. Досліди А. Майкельсона (1852–1931) дали підстави А. Ейнштейну (1879–1955) зробити висновок про відсутність світлоносного ефіру. Результати вимірювання світлового тиску на тверді тіла, отримані П. М. Лебедевим (1866–1912), збігалися з розрахунками в теорії Максвелла.

Дальшим розвитком теорії Максвелла стало введення атомістичних уявлень, які було започатковано в електронній теорії Х. Лоренца (1853–1928). Розвиток електромагнітної теорії світла та електронної теорії дав змогу пояснити ряд оптичних явищ.

Незважаючи на значні успіхи електромагнітної теорії світла, наприкінці XIX ст. було відкрито ряд явищ, які неможливо пояснити в її межах. Виявилось, що хвильова електромагнітна теорія випромінювання не здатна пояснити розподіл енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла. Зовсім незрозумілими у цій теорії були закономірності фотоэффекту, відкриті О. Г. Столетовим (1839–1896) у 1890 р.

Для виходу з цих утруднень М. Планк (1858–1947) у 1900 р. висунув гіпотезу, що світло випромінюється не безперервно, а певними порціями, або квантами енергії. На основі цього припущення він одержав формулу, яка виражала розподіл енергії у спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла. Розрахунки за цією формулою повністю узгоджуються з експериментом. Розвиваючи ідеї Планка, А. Ейнштейн припустив,

що світло не тільки випромінюється, а й поглинається і поширюється в просторі у вигляді певних порцій енергії – квантів світла, які мають певну енергію та імпульс. Так знову відродилось уявлення про світлові частинки, які пізніше назвали фотонами. Гіпотеза фотонів дала змогу А. Ейнштейну пояснити закономірності фотоэффекту. Існування імпульсу у фотонів було доведене відкриттям явища зміни довжини хвилі при розсіянні рентгенівських променів (ефект Комптона). Гіпотеза світлових квантів сприяла усвідомленню хімічної дії світла.

Квантовий характер випромінювання і поглинання світла використав Н. Бор (1885–1962) для пояснення спектральних закономірностей атомарного водню. Отже, на початку XX ст. виникла нова теорія про природу світла – квантова, яка певною мірою була відродженням корпускулярної теорії Ньютона. Проте фотон істотно відрізняється від корпускул як матеріальних частинок у ньютонівському розумінні.

Інтерференція, дифракція, поляризація світла доводять, що світло в цих явищах поводить себе як хвилі. Фотоэффект, фотохімічні реакції, комптонівське розсіяння рентгенівських променів та ряд інших явищ переконливо доводять, що тут світло діє як частинки. Таким чином, явища поширення світла правильно описані хвильовою теорією, а взаємодія світла з речовиною – корпускулярною. Цей дуалізм хвиль і частинок треба розглядати як експериментальний факт, і тому повна теорія про природу світла має бути не корпускулярною і не хвильовою, а корпускулярно-хвильовою.

Хвильова електромагнітна і корпускулярна квантова теорії не заперечують одна одну, а навпаки, взаємно доповнюють, відображаючи цим самим двоїстий характер властивостей світла. Фотонна теорія не заперечує старих уявлень про світло, а вимагає поєднання концепції фотонів з концепцією електромагнітних хвиль. Фотонна теорія являє собою одну із складових атомної фізики.

З розвитком уявлень про фотони розвивались і поглиблювались уявлення про будову атомів та процеси взаємодії атомів з електромагнітним випромінюванням. Результатом такого розвитку стало створення лазерів (1960 р.). Це досягнення, пов'язане з іменами М. Г. Басова (н. 1922 р.), О. М. Прохорова (н. 1916 р.) і Ч. Таунса (н. 1915 р.), дало поштовх якісно новому розвитку оптики. Завдяки тому, що випромінювання лазерів високомонохроматичне, когерентне, має малу розбіжність пучка і велику густину потоку енергії, почали розвиватись голографія та нелінійна оптика, основи якої були закладені ще в тридцятих роках С. І. Вавиловим (1891–1951). Голографія дала можливість одержати об'ємне кольорове зображення об'єктів макроскопічних розмірів, створила нову гілку оптики. Здатність лазерного випромінювання поширюватися у дуже тонких прозорих плівках сприяла розвитку інтегральної оптики. Модульоване випромінювання лазера уможливило обробку сигналів в оптичних лініях зв'язку. Наприкінці 70-х років XX ст. набула розвитку

адаптивна оптика, в якій параметри оптичної системи можна змінювати неперервно подібно до акомодатії ока.

Із короткого огляду історії вчення про світло видно, наскільки складним був шлях пізнання природи світла та його взаємодії з речовиною. Оптика і нині продовжує розвиватись.

Дальший розвиток фізики показав, що корпускулярно-хвильовий дуалізм властивий не тільки для світла, але й для мікрочастинок речовини.

## Розділ 1. Основні властивості світла та його характеристики

### § 1.1. Електромагнітна теорія світла. Природне і поляризоване світло

У другій половині XIX ст. Дж. Максвелл на основі узагальнень експериментально встановлених законів електромагнетизму розробив теорію електромагнітного поля, яка описується рівняннями Максвелла. Вони безпосередньо приводять до гіпотези про існування електромагнітних хвиль, які поширюються із скінченною швидкістю. Теоретичні дослідження властивостей цих хвиль привели Дж. Максвелла до створення електромагнітної теорії світла. Ця теорія не тільки встановлює співвідношення між кутами падіння, відбивання і заломлення, а й уможливує одержання співвідношень для визначення інтенсивності світла, що зазнає відбивання і заломлення, та надає інформацію про його поляризацію. Теоретичні розрахунки добре узгоджуються з експериментом. Електромагнітна теорія також дає змогу описати явища подвійного заломлення променів в анізотропних кристалах. Виходячи з рівнянь Максвелла, можна зробити такі висновки:

електромагнітні хвилі поперечні, тобто вектори напруженості  $\vec{E}$  електричного і  $\vec{H}$  магнітного полів перпендикулярні до напрямку поширення хвилі;

у плоскій електромагнітній хвилі вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  взаємно перпендикулярні і трійка векторів  $(\vec{E}, \vec{H}, \vec{v})$  утворює правовинтову систему, тобто якщо дивитись уздовж вектора швидкості  $\vec{v}$ , то вектор  $\vec{E}$  повертається до  $\vec{H}$  за найменшим кутом у напрямі за рухом стрілки годинника, або, що те саме, напрям вектора  $[\vec{E}\vec{H}]$  збігається з напрямом вектора  $\vec{v}$ ;

електромагнітне поле поширюється у вигляді електромагнітної хвилі зі швидкістю  $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ , де  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = 3 \cdot 10^8$  м/с – швидкість світла у вакуумі; вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  у біжучій плоскій монохроматичній хвилі

змінюються синфазно, тобто вони одночасно і в тих самих точках простору досягають максимального і мінімального значень.

У загальному випадку рівняння Максвелла записуються так: векторні

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \quad (1.1)$$

скалярні

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad (1.2)$$

де  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  – відповідно напруженості електричного і магнітного полів;  $\vec{D}$  і  $\vec{B}$  – індукції електричного і магнітного полів;  $\vec{J}$  і  $\rho$  – густина струму і об'ємна густина заряду. Щоб одержати розв'язок задач, пов'язаних із властивостями електромагнітного поля в різних середовищах, слід врахувати електричні і магнітні властивості середовищ. Для цього до рівнянь (1.1) і (1.2) треба додати ще рівняння

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad \vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad (1.3)$$

де  $\sigma$  – питома електропровідність речовини;  $\epsilon$  і  $\mu$  – відповідно діелектрична і магнітна проникності;  $\epsilon_0$  і  $\mu_0$  – електрична і магнітна сталі.

У загальному випадку плоска хвиля, що поширюється у додатному напрямі осі  $x$ , описується функцією вигляду  $f(t - x/v)$ . Найпростішою, але досить важливою є хвиля, що виникає внаслідок гармонічного коливання

$$E = E_0 \cos \omega(t - x/v), \quad H = H_0 \cos \omega(t - x/v), \quad (1.4)$$

де  $E_0$  і  $H_0$  – амплітудні значення напруженостей відповідно електричного і магнітного полів. Оскільки циклічна частота  $\omega = 2\pi/T$  (де  $T$  – період коливань), то одне з рівнянь можна записати так:

$$E = E_0 \cos \left( \omega t - \frac{2\pi x}{vT} \right) = E_0 \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) = E_0 \cos(\omega t - kx), \quad (1.5)$$

де  $\lambda = vT$  – довжина хвилі;  $k = 2\pi/\lambda$  – хвильове число. Аргумент  $\omega(t - x/v)$  називається *фазою*. Значення  $E$  і  $H$  залежать від початку відліку часу  $t$  і координати  $x$ . Для кількох хвиль, що мають однакові періоди й амплітуди, значення  $E$  або  $H$  у даній точці і в даний момент часу можуть бути різними. Щоб врахувати це, рівняння хвилі записують так:

$$E = E_0 \cos[\omega(t - x/v) + \phi_0], \quad (1.6)$$

де  $\phi_0$  – початкова фаза.

Замість тригонометричних функцій часто зручно користуватись показниковими. В основу цього покладено формулу Ейлера

$$\exp[i\varphi] = e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi. \quad (1.7)$$

Дійсна частина  $\operatorname{Re} \exp[i\varphi]$  являє собою тригонометричну функцію  $\cos \varphi$ . Так, якщо  $\varphi = \omega t - kx$ , то

$$E = E_0 \exp[i(\omega t - kx)] = E_0 e^{-ikx} e^{i\omega t}. \quad (1.8)$$

Для переходу від амплітуди  $E_0 e^{-ikx}$  коливань до інтенсивності необхідно знайти квадрат амплітуди. Для цього потрібно  $E_0 e^{-ikx}$  помножити на спряжений вираз  $E_0 e^{ikx}$ :

$$E_0 e^{-ikx} E_0 e^{ikx} = E_0^2,$$

тобто інтенсивність пропорційна квадрату дійсної частини амплітуди.

Взагалі амплітуда  $E_0$  у виразі (1.8) може бути комплексною. Співвідношення (1.7) або (1.8) є рівняннями монохроматичної хвилі і являють собою можливі розв'язки хвильового рівняння.

Поширення хвилі графічно описують за допомогою хвильової поверхні, в усіх точках якої світлові коливання відбуваються в однакових фазах. Геометричне місце точок, до яких у даний момент часу досягають світлові збурення, де коливання здійснюються в тій самій фазі, називається *фронтом світлової хвилі*. Залежно від форми хвильового фронту хвилі можуть бути плоскі, сферичні, циліндричні, еліпсоїдальні та ін.

Світлові хвилі випромінюються атомами, молекулами, іонами, електронами. Макроскопічні джерела світла складаються з великої кількості елементарних випромінювачів, кожний з яких випромінює світло незалежно від іншого, за винятком лазерів. Час, протягом якого елементарний випромінювач випромінює світлові хвилі, досить малий. Так, атом випромінює протягом часу  $\tau \sim 10^{-8}$  с. Сукупність хвиль, які випромінює за цей час атом, називають *цугом хвиль*.

## § 1.2. Оптичний спектр. Монохроматичність світла

В оптику слово “спектр” ввів І. Ньютон у 1666 р. для назви кольорової смужки на екрані, яку він одержав із сонячного променя після проходження ним скляної тригранної призми. Було встановлено, що до основи призми найбільше відхиляються фіолетові промені, а найменше – червоні. Ці кольори визначають межі видимого спектра. Якщо джерело випромінює світло всіх довжин хвиль, то спектр має вигляд неперервної різнокольорової смужки і його називають *суцільним*. Якщо джерело випромінює світло певних довжин хвиль, то спектр складається з окремих кольорових ліній і називається *лінійчастим*. Графічно спектр випромінювання зображають як залежність інтенсивності випромінювання від довжини хвилі або частоти.

Характер спектра значною мірою визначається агрегатним станом речовини. У середині XIX ст. Г. Кірхгоф (1824–1887) і Р. Бунзен (1811–

1899) та інші дослідники встановили, що пара та газів хімічних елементів за низьких тисків дають лінійчастий спектр. Було виявлено, що лінії розширюються і переходять у смуги внаслідок взаємодії між частинками при підвищенні тиску і температури, а також при зміні агрегатного стану. При переході від пари і газу до конденсованого стану речовини замість ліній з'являються смуги, яких не було в газах при підвищених тисках. У твердих тілах внаслідок значної міжмолекулярної взаємодії смуги зливаються, утворюючи суцільний спектр.

В оптиці користуються поняттям “монохроматичне світло”, яке в дослівному перекладі означає світло одного кольору, тобто однієї довжини хвилі. Проте такого світла не існує. Насправді монохроматичне світло являє собою сукупність випромінювань, частоти яких змінюються неперервно у вузькому інтервалі. З погляду класичної теорії випромінювання електромагнітних хвиль це зумовлено затуханням коливань осцилятора. Коливання напруженості електричного поля відбувається за законом

$$E(t) = E_0 e^{-\frac{\gamma}{2}t} \cos(\omega t + \varphi), \quad (1.9)$$

де  $\gamma = \frac{\omega_0^2 q^2}{6\pi c^3 \epsilon_0}$  – стала згасання;  $m$  і  $q$  – маса і заряд електрона;  $\omega_0$  – циклічна частота для незгасаючих коливань;  $c$  – швидкість світла у вакуумі;  $\varphi$  – початкова фаза;  $\omega^2 = \omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}$ .

Якщо хвилю, що описується рівнянням (1.9), спрямувати в спектрограф, в якому відбувається розкладання складного світлового імпульсу на монохроматичні складові, тобто відбувається розкладання в спектр, то прилад зареєструє спектральну лінію певної ширини, оскільки ця хвиля немонохроматична. Їй відповідає певний розподіл інтенсивності  $I$  за довжинами хвиль  $\lambda$  або частотами  $\omega$ . Графік залежності інтенсивності випромінювання від  $\omega$  (рис. 1.1) називається *контуром спектральної лінії*. Контур спектральної лінії називають природним, коли він зумовлений тільки затуханням коливань осцилятора внаслідок випромінювання. Відповідну ширину спектральної лінії називають природною шириною. Вона характеризується шириною контура для значень ординати, що дорівнює половині максимальної інтенсивності. Ширина спектральної лінії за шкалою частот дорівнює

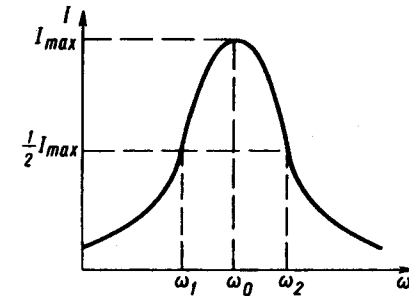


Рис. 1.1

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{q^2\omega^2}{6\pi\epsilon_0 mc^3}. \quad (1.10)$$

За шкалою довжин хвиль ширина спектральної лінії дорівнює

$$\Delta\lambda = \frac{2\pi c\Delta\omega}{\omega^2} = \frac{q^2}{3\epsilon_0 mc^2} = 1,18 \cdot 10^{-8} \text{ мкм}. \quad (1.11)$$

З (1.10) і (1.11) випливає, що ширина лінії за шкалою частот пропорційна  $\omega^2$ , а  $\Delta\omega$  і  $\Delta\lambda$  обернено пропорційні масам частинок, які коливаються. З цієї причини ширина спектральної лінії для іонів буде на три порядки менша, ніж ширина спектральної лінії, що відповідає електрону.

Розширення спектральних ліній відбувається також внаслідок співударяння частинок та зумовлене ефектом Доплера, оскільки частинки перебувають у тепловому русі.

Наявність природної ширини спектральної лінії впливає також із квантової теорії випромінювання і визначається співвідношенням невідносностей Гейзенберга.

Оптичне випромінювання, довжини хвиль якого розташовані в діапазоні від 0,4 мкм до 0,76 мкм, називається *видимим*. Випромінювання, довжини хвиль якого розташовані в діапазоні від 5 нм до 400 нм (0,4 мкм), називають *ультрафіолетовим*, а випромінювання, довжини хвиль якого розташовані в діапазоні від 0,76 мкм до 1 см, — *інфрачервоним*.

### § 1.3. Енергія, потужність, імпульс і момент імпульсу світлових хвиль

Світлові хвилі поширюються зі скінченною швидкістю, переносять імпульс та енергію. Процес перенесення ними енергії характеризується густиною потоку енергії, що чисельно дорівнює енергії, яка переноситься за одиницю часу через одиницю площі поверхні, перпендикулярної до напрямку поширення енергії.

У § 14.2 (т. 2) показано, що густина потоку енергії, яка переноситься електромагнітною хвилею, виражається модулем вектора Умова — Пойнтінга, величина якого  $|\vec{P}| = |[\vec{E}\vec{H}]|$ .

Вектори  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  і  $\vec{P}$  становлять правої вгвинтової трійки векторів. Напрямок вектора  $\vec{P}$  вказує напрям випромінювання електромагнітної (світлової) енергії.

На основі (1.4) миттєве значення густини потоку енергії

$$P = E_0 H_0 \cos^2(\omega t - kx). \quad (1.12)$$

Середнє у часі значення величини  $\cos^2(\omega t - kx) = 1/2$ ; середнє значення густини потоку світлової енергії, або інтенсивність,

$$I = \frac{1}{2} E_0 H_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} H_0^2, \quad (1.13)$$

звідки випливає, що інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди напруженості електричного або магнітного поля.

Для випадку поширення сферичної хвилі у вакуумі

$$I = \frac{1}{2} \frac{E_0 H_0}{r^2}, \quad (1.14)$$

де  $r$  — відстань від джерела світла.

Легко довести, що напрям імпульсу електромагнітної хвилі збігається з напрямом її поширення. Нехай промені світла падають на поверхню тіла перпендикулярно. Електричне поле хвилі спричинює появу струмів зміщення або струмів провідності, напрям яких перпендикулярний до напрямку напруженості магнітного поля хвилі. Магнітне поле хвилі діє на струм із силою, величина якої визначається за формулою Ампера. Оскільки електричне і магнітне поля хвилі змінюються синфазно, то напрям дії сили не змінюється — він збігається з напрямом поширення хвилі. Електромагнітна хвиля, досягаючи поверхні тіла, викликає механічну дію, звідки випливає, що хвиля має імпульс.

Розрахунки показують, що імпульс одиниці об'єму електромагнітного поля у вакуумі

$$\vec{K} = \frac{1}{c^2} \vec{P} = \frac{1}{c^2} [\vec{E}\vec{H}]. \quad (1.15)$$

Оскільки електромагнітне поле має імпульс, то можна припустити, що поле має масу, тобто  $K = mc$ .

Із виразу (1.15) одержимо

$$m = EH/c^3. \quad (1.16)$$

Об'ємна густина енергії  $w = EH/c$  і маса

$$m = w/c^2, \quad (1.17)$$

звідки

$$w = mc^2. \quad (1.18)$$

У сучасній фізиці співвідношення (1.18) відіграє важливу роль. Наявність імпульсу світлової хвилі зумовлює тиск світла.

Крім імпульсу, світловому випромінюванню може бути притаманний момент імпульсу, який обумовлений коловою або еліптичною поляризацією світлових хвиль. Лінійно поляризовані світлові хвилі можуть надавати момент імпульсу кристалічним тілам, якщо при проходженні через них відбувається перетворення лінійно поляризованого світла у

циркуляційне або еліптично поляризоване. Обмін моментом імпульсу між кристалічним тілом і світловою хвилею також відбувається, коли циркуляційне або еліптично поляризоване світло при проходженні кристалічної пластинки перетворюється в лінійно поляризоване.

Теоретичне обґрунтування наявності моменту імпульсу в світлі, поляризованому по колу або еліптично, дав у 1889 р. О. І. Садовський (1859–1921). На основі уявлень класичної фізики було одержано, що будь-яка поляризована по колу плоска електромагнітна хвиля, циклічна частота якої  $\omega$ , переносить момент імпульсу, який зв'язаний з енергією, що переноситься хвилею. Для плоскої монохроматичної хвилі, поляризованої по колу, вектор густини потоку моменту імпульсу  $\vec{M}$  визначається формулою

$$\vec{M} = \vec{S} / \omega, \quad (1.19)$$

де  $\vec{S}$  – вектор Умова – Пойнтінга.

Щоб мати уявлення про величину цього ефекту, припустимо, що густина потоку енергії в поляризованій по колу плоскій монохроматичній світловій хвилі ( $\lambda = 0,5$  мкм) дорівнює густині потоку у видимій ділянці спектра сонячного випромінювання біля поверхні Землі за межами її атмосфери, тобто  $S = 0,6$  кВт/м<sup>2</sup>. Тоді на основі (1.19)

$$M = S / \omega = \lambda S / 2\pi c \approx 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Н/м.}$$

Для хвилі  $\lambda = 1$  см при тій же густині потоку  $M = 3 \cdot 10^{-9}$  Н/м. Експериментально цей ефект виявив у 1935 р. Х. Бете (н. 1906 р.).

Отже, світлові хвилі мають енергію, імпульс та момент імпульсу.

#### § 1.4. Квантові властивості світла. Поняття про фотони. Хвильові і корпускулярні властивості світла

Незважаючи на значні успіхи електромагнітної теорії світла, наприкінці XIX ст. виявилось все більше явищ, які неможливо було пояснити на основі теорії про хвильову природу світла: розподіл енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла, фотоелектричний ефект, явища фотохімії, ефект Комптона, характеристичне рентгенівське випромінювання.

Ці та інші явища могли бути пояснені тільки на основі уявлень про світло як процес поширення частинок – квантів світла – фотонів. Припущення М. Планка, що світло випромінюється не безперервно, а дискретно, дало змогу одержати формулу, яка повністю описує розподіл енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла. При цьому М. Планк вважав, що енергія кванта світла зв'язана з частотою  $\nu$  співвідношенням

$$\epsilon = h\nu, \quad (1.20)$$

де  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – стала Планка.

На підставі квантових уявлень про природу світла А. Ейнштейн дав пояснення закономірностей фотоелектру.

В основі квантової теорії світла лежить формула (1.20). Із співвідношення між енергією і масою ( $w = mc^2$ ) можна визначити масу фотона

$$m_\phi = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c}. \quad (1.21)$$

Наявність маси фотона дає підставу припустити, що фотон має імпульс

$$p_\phi = m_\phi c = \frac{h\nu}{c}. \quad (1.22)$$

Користуючись формулою (1.19) вектора густини потоку моменту імпульсу  $\vec{M}$ , можна одержати вираз для визначення величини моменту імпульсу одного фотона. Нехай величина моменту імпульсу фотона  $l$ , об'ємна концентрація фотонів  $n$ , а енергія фотона  $\epsilon = h\nu$ . Тоді густина потоку фотонів буде  $nc$ , а густина потоку енергії  $S = wc = nh\nu c$  ( $w$  – об'ємна густина світлової енергії). Густина потоку моменту імпульсу  $M = nlc$ . Тоді формулу (1.19) запишемо

$$nlc = \frac{S}{\omega} = \frac{wc}{\omega} = \frac{nh\nu c}{2\pi\nu}. \quad (1.23)$$

Із виразу (1.23) маємо

$$l = \frac{h}{2\pi}. \quad (1.24)$$

Одержання формули моменту імпульсу фотона (спіну фотона) і його обґрунтування дається у квантовій теорії випромінювання.

Оскільки чисто хвильовою характеристикою є частота світлових коливань  $\nu$  і довжина хвилі  $\lambda$ , то з формул (1.20), (1.21) і (1.22) випливає, що енергія, маса і імпульс фотона поєднують як хвильові, так і корпускулярні характеристики світла.

Спін фотона – чисто корпускулярна характеристика, оскільки у формулу (1.24) частота не входить. Із (1.24) також випливає, що фотони будь-яких енергій мають однаковий момент імпульсу. Отже, момент імпульсу характеризує атомістичну або корпускулярну природу світла. Тобто фотону як частинці притаманні енергія, імпульс та момент імпульсу.

#### § 1.5. Основні фотометричні величини

Основною величиною, що характеризує випромінювання, є його енергія. Світлове випромінювання в однорідному прозорому середовищі характеризується інтенсивністю, спектральним складом, ступенем поляризації.

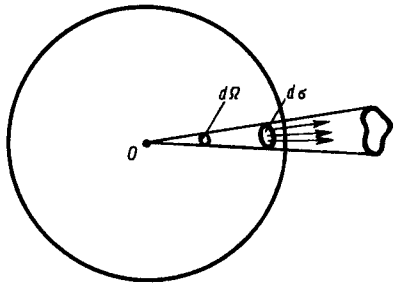


Рис. 1.2

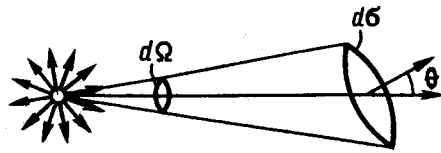


Рис. 1.3

Світлові пучки, промені яких заповнюють тілесні кути певних розмірів, мають певну енергію  $\Phi$ . Проведемо через елементарну поверхню  $d\sigma$  промені, які заповнюють тілесний кут  $d\Omega$  (рис. 1.2). Енергія, що переноситься цими променями за одиницю часу через поверхню  $d\sigma$  у тілесному куті  $d\Omega$ , називається *поток*м (потужністю) випромінювання  $\Phi$ . Якщо нормаль до поверхні  $d\sigma$  утворює з напрямом поширення світла кут  $\theta$  (рис. 1.3), то потік випромінювання

$$d\Phi = I d\sigma d\Omega \cos \theta, \quad (1.25)$$

звідки видно, що величина  $I$  чисельно дорівнює потоку випромінювання, який поширюється через одиницю поверхні в нормальному до неї напрямі в одиниці тілесного кута. Цю величину називають *енергетичною інтенсивністю випромінювання*. Величину  $d\sigma \cos \theta$  називають *видимою величиною поверхні*  $d\sigma$ . Енергія, що припадає на одиницю об'єму простору, в якому поширюється випромінювання, називається *об'ємною густиною світлової енергії*. Потік випромінювання, інтенсивність випромінювання та об'ємна густина світлової енергії являють собою енергетичні характеристики випромінювання і вимірюються відповідно ватами (Вт), ватами на стерадіан і на квадратний метр (Вт/(ср·м<sup>2</sup>)) і джоулями на кубічний метр (Дж/м<sup>3</sup>).

У видимій частині спектра випромінювання характеризується цими ж величинами, але у більшості випадків – величинами, яким відповідають зорові або світлові відчуття людського ока. Відповідні величини і їх одиниці називаються світловими, або фотометричними. Світлові вимірювання мають значний елемент суб'єктивності, оскільки чутливість у різних людей до одного і того самого світлового потоку різна. Особливо ця чутливість залежить від спектрального складу випромінювання. Найбільш чутливе людське око до світла зеленого кольору, якому відповідає довжина хвилі  $\lambda = 0,555$  мкм. Для довших і коротших світлових хвиль чутливість ока різко знижується і досягає нуля для інфрачервоних і ультрафіолетових променів. Монохроматичне світло однакових потужностей, але різного кольору за інших однакових

умов сприймається оком неоднаково. З цього випливає, що між зоровим відчуттям і величиною енергії електромагнітної хвилі, яка потрапляє в око, немає прямої залежності. Тому візуальні оцінки світла неможливо давати у величинах, які характеризують інтенсивність електромагнітних хвиль.

Так, щоб світло червоного кольору ( $\lambda = 0,76$  мкм) викликало таку саму дію, як зеленого ( $\lambda = 0,555$  мкм), необхідно, щоб його потік у 20 000 разів перевищував потік світла зеленого кольору. Спектральна чутливість ока характеризується коефіцієнтом видності або функцією видності. *Коефіцієнт видності*  $V_\lambda$  – це відношення потужності  $P_m$  монохроматичного випромінювання ( $\lambda = 0,555$  мкм) до потужності монохроматичного випромінювання  $P_\lambda$  певної довжини хвилі  $\lambda$ , яке викликає таку саму дію на око, тобто

$$V_\lambda = P_m / P_\lambda. \quad (1.26)$$

Значення *функції видності* обернено пропорційні величинам енергетичних потоків, які викликають зорові відчуття, тобто

$$\frac{V(\lambda_1)}{V(\lambda_2)} = \frac{(d\Phi_e)_2}{(d\Phi_e)_1}. \quad (1.27)$$

Коефіцієнти видності були визначені як середні значення результатів численних вимірювань і затверджені відповідною міжнародною комісією. Залежність функції видності від довжини хвилі зображена графічно на рис. 1.4.

Однією з основних світлових величин є *світловий потік*. Це поняття аналогічне до енергетичного потоку випромінювання. Світловий потік виражається як добуток функції видності на енергетичний потік випромінювання:

$$\Phi_\lambda = \Phi_e(\lambda) V_\lambda. \quad (1.28)$$

Числові значення світлового потоку часто необхідні для розрахунків оптичних приладів, оскільки принцип дії переважної більшості з них (ока, фотоапарата, фотоелемента) ґрунтується на реєструванні світлових потоків.

Введемо поняття точкового джерела світла. Під ним розуміють джерело, розмірами якого можна нехтувати порівняно з відстанню від нього до приймача енергії. Світлова енергія в цьому випадку поширюватиметься від джерела вздовж прямих ліній, що виходять із точкового джерела, а хвильовий фронт для ізотропного середовища буде сферичним. Кількість світлової енергії, що переноситься через деяку поверхню  $d\sigma$ ,

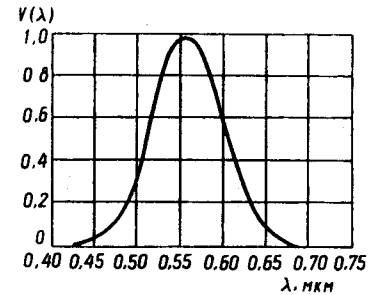


Рис. 1.4

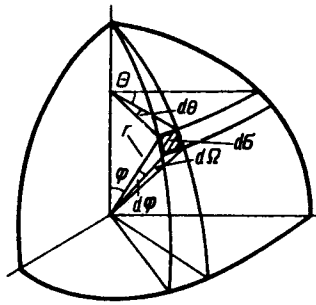


Рис. 1.5

визначається розміром тілесного кута, у вершині якого знаходиться точкове джерело. Величина тілесного кута

$$d\Omega = \frac{d\sigma}{r^2} \cos \theta,$$

де  $\theta$  – кут між віссю конуса і зовнішньою нормаллю до поверхні  $d\sigma$ ;  $r$  – відстань від точкового джерела до поверхні  $d\sigma$  (рис. 1.3).

Для характеристики точкового джерела вводиться поняття сили світла джерела. Під силою світла розуміють фізичну величину, яка чисельно дорівнює світловому потоку,

що випромінюється точковим джерелом світла через одиничний тілесний кут. Якщо через тілесний кут  $d\Omega$  випромінюється світловий потік  $d\Phi$ , то сила світла в даному напрямі

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}. \quad (1.29)$$

Сила світла може залежати або не залежати від напрямку його поширення. Джерела, сила світла яких не залежить від напрямку поширення, називаються ізотропними, і їхня сила світла на основі (1.29) дорівнює

$$I = \frac{\Phi}{4\pi}. \quad (1.30)$$

Розглянемо загальний випадок, коли сила світла джерела залежить від напрямку поширення світла. Для визначення сили світла в певному напрямі виділяють елементарний тілесний кут  $d\Omega$  у цьому напрямі й вимірюють світловий потік  $d\Phi$  (рис. 1.5). Точкове джерело світла розмістимо у вершині сферичної системи координат. Напрямок поширення променів характеризуватимемо широтою  $\varphi$ , яка змінюється від нуля до  $\pi$ , і довготою  $\theta$ , яка змінюється від нуля до  $2\pi$ . Тоді сила світла джерела світла буде функцією  $\varphi$  і  $\theta$ , тобто  $I = I(\varphi, \theta)$ .

Із рис. 1.5 видно, що тілесний кут

$$d\Omega = \frac{d\sigma}{r^2} = \frac{r \sin \varphi d\theta r d\varphi}{r^2} = \sin \varphi d\varphi d\theta.$$

Оскільки  $d\Phi = I(\varphi, \theta)d\Omega$ , то повний потік

$$\Phi = \int I(\varphi, \theta)d\Omega = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi} I(\varphi, \theta) \sin \varphi d\varphi. \quad (1.31)$$

Якщо  $I(\varphi, \theta)$  не залежить від  $\varphi$  і  $\theta$ , то з виразу (1.31) одержуємо вираз (1.30), тобто

$$\Phi = 4\pi I.$$

Відповідно до закону збереження енергії, оптичні системи не можуть збільшувати величину повного світлового потоку джерела світла, але з їхньою допомогою можна перерозподіляти світлові потоки в різних напрямках і цим самим збільшувати силу світла в певному напрямі. Прикладом є прожектор, в якому використання сферичних дзеркал для перерозподілу світлового потоку значно збільшує силу світла в напрямі осі прожектора і зводить її до нуля в інших напрямках.

Одиницею сили світла джерела у СІ є кандела (кд). Кандела дорівнює силі світла в заданому напрямі джерела, що дає монохроматичне випромінювання частотою  $540 \cdot 10^{12}$  Гц, енергетична сила світла якого в цьому напрямі складає  $1/683$  Вт/ср. Це основна фотометрична одиниця. Вона реалізується за допомогою світлового еталону.

Одиницею світлового потоку є люмен (лм). Один люмен – це фізична величина, яка чисельно дорівнює світловому потоку, що випромінюється ізотропним джерелом із силою світла в одну канделу всередині тілесного кута в один стерадіан.

Оскільки променевий потік вимірюється у ватах, а світловий потік у люменах, то доцільно встановити між ними зв'язок. Світлова ефективність променевого потоку, або просто світлова ефективність  $\eta$ , показує, яка кількість люменів відповідає променевому потоку в один ват (лм/Вт). Обернена величина (Вт/лм) називається механічним еквівалентом світла  $K$ . У зв'язку з тим, що чутливість ока в різних частинах спектра різна, світлова ефективність і механічний еквівалент світла залежать від довжини світлової хвилі  $\lambda$ .

Для довжини хвилі, при якій чутливість ока максимальна ( $\lambda = 0,555$  мкм), ці величини такі:  $\eta_0 = 625$  лм/Вт,  $K_0 = 1,60 \cdot 10^{-3}$  Вт/лм. Користуючись значеннями функції видності (рис. 1.4) та формулою (1.28), можна одержати значення  $\eta$  і  $K$  для будь-якої довжини хвилі. Наприклад, механічний еквівалент світла  $K$  для довжини хвилі  $\lambda$ , для якої значення функції видності знаходять із графіка,  $K = K_0/V(\lambda)$ . Тоді енергетичний потік  $\Phi_e$  через світловий потік  $\Phi$  виражається так:

$$\Phi_e = K\Phi = \frac{K_0}{V(\lambda)} \Phi.$$

Для джерел скінченних розмірів сила світла є недостатньою характеристикою. У цьому випадку треба говорити про силу світла елемента площею його поверхні  $d\sigma$ . Тоді під величиною  $d\Phi$  у формулі (1.29) розуміють світловий потік, що випромінюється елементом поверхні  $d\sigma$  у межах тілесного кута  $d\Omega$ . Дійсно, із двох джерел, які випромінюють світло однакової сили, але мають різні розміри, джерело менших розмірів здається яскравішим, оскільки воно забезпечує більшу силу світла з одиниці площі. Тому для таких джерел світла вводиться додаткова характеристика, яка називається яскравістю джерела або просто яскравістю. Розглянемо випромінювання деякої поверхні площею

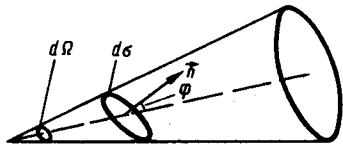


Рис. 1.6

$d\sigma$  у межах тілесного кута  $d\Omega$ , вісь якого з нормаллю до поверхні  $d\sigma$  утворює кут  $\varphi$  (рис. 1.6). Істотною тут є не сама величина площі поверхні  $d\sigma$ , а її видима величина  $d\sigma \cos \varphi$ . Світловий потік, що поширюється в межах цього тілесного кута, пропорційний величині  $d\Omega$  і площі видимої поверхні

$$d\Phi = B_\varphi d\sigma d\Omega \cos \varphi, \quad (1.32)$$

де  $B_\varphi$  – коефіцієнт пропорційності, який характеризує випромінювальну поверхню і залежить від кута  $\varphi$ . Його називають яскравістю поверхні джерела у напрямі  $\varphi$  і визначають за формулою

$$B_\varphi = \frac{d\Phi}{d\Omega d\sigma \cos \varphi}, \quad (1.33)$$

звідки видно, що яскравість у даному напрямі є фізична величина, яка чисельно дорівнює світловому потоку, що випромінюється одиницею

площі видимої поверхні в одиничному тілесному куті. Оскільки  $\frac{d\Phi}{d\Omega} = I$ ,

то яскравість можна означити як величину, яка чисельно дорівнює силі світла в даному напрямі, що створюється одиницею площі видимої поверхні.

У загальному випадку яскравість залежить від напрямку поширення світла. Проте існують джерела світла, для яких яскравість не залежить від напрямку поширення світла, тобто яскравість таких джерел стала. Такі джерела називаються ламбертовими або косинусними. Для них виконується закон Ламберта: сила світла  $I_\varphi$  пропорційна косинусу кута  $\varphi$  між нормаллю та певним напрямом і найбільша в напрямі нормалі до поверхні, тобто  $I_\varphi = I_0 \cos \varphi$ , де  $I_0$  – сила світла в напрямі нормалі до поверхні. До ламбертових джерел належать Сонце, абсолютно чорне тіло, матове та молочне скло.

Одиницею яскравості в СІ є кандела на квадратний метр ( $\text{кд}/\text{м}^2$ ). Це яскравість плоскої поверхні, сила світла якої в нормальному напрямі дорівнює одній канделі з квадратного метра.

Людське око здатне реагувати на дуже малу яскравість близько  $10^{-6}$   $\text{кд}/\text{м}^2$  (яскравість Сонця в безхмарний день дорівнює  $1,5 \cdot 10^9$   $\text{кд}/\text{м}^2$ ).

Джерела світла скінченних розмірів характеризуються, крім яскравості, ще й величиною, яку називають світністю. Світністю джерела є фізична величина, яка чисельно дорівнює повному світловому потоку, що випромінюється одиницею площі його поверхні в один бік, тобто у середину тілесного кута  $2\pi$ :

$$S = \frac{d\Phi}{d\varphi}. \quad (1.34)$$

Одиницею світності в СІ є люмен на квадратний метр ( $\text{лм}/\text{м}^2$ ).

Оскільки яскравість  $B$  і світність  $S$  є різними світловими характеристиками одного й того самого джерела світла, то між ними повинен існувати взаємозв'язок. Для його встановлення за формулою (1.32) знайдемо світловий потік, що випромінюється площею  $d\sigma$  в усіх напрямках. Зінтегрувавши  $\varphi$  у межах від нуля до  $\pi/2$ , а  $\theta$  – від нуля до  $2\pi$ , одержимо

$$\Delta\Phi = \Delta\sigma \int_0^{\pi/2} B_\varphi \sin \varphi \cos \varphi d\varphi \int_0^{2\pi} d\theta = 2\pi \Delta\sigma \int_0^{\pi/2} B_\varphi \sin \varphi \cos \varphi d\varphi. \quad (1.35)$$

З другого боку

$$\Delta\Phi = S \Delta\sigma. \quad (1.36)$$

Порівнявши вирази (1.35) і (1.36), одержимо

$$S = 2\pi \int_0^{\pi/2} B_\varphi \sin \varphi \cos \varphi d\varphi.$$

Для ламбертового джерела світла ( $B_\varphi = B = \text{const}$ )

$$S = \pi B. \quad (1.37)$$

Таким чином, сила світла, світність і яскравість характеризують джерело світла.

Для кількісної оцінки освітлення поверхні, на яку падає світловий потік, вводиться поняття освітленості. Освітленість – це фізична величина, яка чисельно дорівнює світловому потоку, що падає на одиницю площі поверхні, тобто

$$E = \frac{d\Phi}{d\sigma}. \quad (1.38)$$

Визначимо освітленість, що створюється точковим джерелом. Вважатимемо, що світловий потік від точкового джерела з силою світла  $I$  поширюється рівномірно в усіх напрямках. Оскільки світловий потік

$d\Phi = I d\Omega$ , а тілесний кут за означенням  $d\Omega = \frac{d\sigma \cos \varphi}{r^2}$ , то

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \varphi, \quad (1.39)$$

де  $\varphi$  – кут між зовнішньою нормаллю до освітлюваної поверхні і напрямом світлового потоку (кут падіння), що визначається віссю конуса, у межах якого поширюється світловий потік;  $r$  – відстань від джерела до площадки.



Із формули (1.39) випливає, що освітленість поверхні прямо пропорційна косинусу кута падіння і обернено пропорційна квадрату відстані від точкового джерела, сила світла якого  $I$ .

Освітленість являє собою фотометричну величину, яка характеризує тільки освітлювальну поверхню, тобто вона не є характеристикою джерела світла. Одиницею освітленості в СІ є люкс (лк). Освітленість в один люкс – це освітленість, створена світловим потоком в один люмен, який рівномірно розподілений на площі в один квадратний метр. Інструкціями з охорони праці встановлено, що в класах і студентських аудиторіях на столах і чорних дошках освітленість має бути не менше за 75 лк.

Крім наведених величин, введено ще величину, яку називають світловою експозицією  $H$ . Вона являє собою відношення світлової енергії, що падає на елемент поверхні  $\sigma$ , до площі цього елемента. Світлова експозиція визначається як добуток освітленості  $E$  на час освітлення, тобто

$$H = \frac{\int \Phi dt}{\sigma} = \int E dt.$$

Розділ прикладної оптики, в якому вивчаються способи вимірювання світлових величин, розробляються нові методи їхнього вимірювання, називається *фотометрією*. Світлові величини вимірюють спеціальними оптичними приладами, які називаються фотометрами. За принципом реєстрування вони поділяються на візуальні (суб'єктивні) і об'єктивні. У візуальних фотометрах використовується здатність ока порівнювати яскравість двох суміжних поверхонь. Світлові промені, що випромінюються двома різними джерелами світла однакового спектрального складу, викликають в оці однакові відчуття яскравості тоді, коли в око від цих джерел переноситься однакова енергія. Саме цей факт і лежить в основі так званих візуальних фотометрів однакової яскравості. У таких фотометрах кожна із суміжних площин освітлюється окремим джерелом світла. Змінюючи відстань від одного із джерел до освітлюваної площини, досягають однакової освітленості цих площин, тобто кожне із джерел посилає на одиницю площі поверхонь однакові світлові потоки. На основі цього можна визначити силу світла певного джерела в даному напрямі, якщо відома сила світла другого джерела, яке беруть за еталон.

Аналогічно визначають світловий потік, який випромінюється джерелом у різних напрямках. Повні світлові потоки визначають за допомогою так званих сферичних фотометрів.

Серед візуальних фотометрів для вимірювання у білому світлі найдосконалішим є фотометр Люммера – Бродхуна.

В об'єктивних фотометрах приймачем випромінювання є фотоелементи, фотопомножувачі, термоелементи, болометри та ін. Вимірювальні оптичні прилади в об'єктивній фотометрії розділяють на прилади для вимірювань у білому світлі і в монохроматичному. Прилади, які

застосовуються для вимірювань у монохроматичному світлі, називаються спектрофотометрами. В об'єктивній фотометрії використовуються також фотографічні методи, суть яких полягає в тому, що почорніння фоточутливого шару пропорційне величині світлової енергії, що падає на фотопластинку. Об'єктивні фотометри дають змогу вимірювати інтенсивність випромінювання за межами видимої ділянки спектра. Так, фотопластинки і фотоелементи широко застосовуються для світлових вимірювань в ультрафіолетовій ділянці спектра, термоелементи і болометри – для вимірювань в інфрачервоній. Щоб фотоелемент міг замінити око, його спектральна чутливість повинна бути такою самою. Серед різних фотокатодів найбільше відповідає цій вимозі селеновий із спеціальним набором світлофільтрів.

Для вимірювань освітленості широко застосовуються об'єктивні фотометри з фотоелементом, які градуують за допомогою еталонних ламп. Основною частиною цих приладів є фотоелементи, з'єднані з чутливими гальванометрами магнітоелектричної системи. Такі прилади називаються люксметрами.

Останнім часом дедалі більшого розвитку набувають автоматизовані комплекси для фотометричних цілей, перевага яких – у здійсненні автоматичної реєстрації та обробки вимірювань, аж до застосування електронно-обчислювальної техніки. Цим досягається вища точність вимірювання та можливість керування різними виробничими процесами і науковим експериментом без втручання людини.

**Приклад 1.1.** Визначити середню яскравість кратера вугільної дуги, якщо діаметр кратера  $d = 12$  мм, а сила світла у напрямі, перпендикулярному до площини кратера, дорівнює  $I = 18\,000$  кд.

Розв'язання. Для джерел світла скінченних розмірів яскравість визначається за формулою (1.33), тобто

$$B_{\varphi} = \frac{d\Phi}{d\Omega d\sigma \cos\varphi}.$$

Оскільки  $\frac{d\Phi}{d\Omega} = I$ , а  $\varphi = 0$ , то  $\cos\varphi = 1$  і

$$B = \frac{4I}{\pi d^2} = 1,59 \cdot 10^8 \frac{\text{кд}}{\text{м}^2} = 1,59 \cdot 10^8 \frac{\text{лм}}{\text{м}^2 \text{ср}}.$$

## § 1.6. Джерела світла

Джерелами світла є прилади та пристрої, а також природні і космічні об'єкти, в яких різні види енергії перетворюються в енергію оптичного випромінювання в діапазоні довжин хвиль  $\lambda \approx 10^{-8} - 10^{-3}$  м. Джерела світла поділяють на природні і штучні. До природних належать Сонце, зірки, атмосферні розряди, а також люмінесцюючі об'єкти тваринного і рослинного світу.

За видом випромінювання, що визначається термодинамічним станом світлого тіла, джерела світла поділяють на теплові з рівноважно нагрітим тілом у конденсованому стані і люмінесцентні з нерівноважно збудженим тілом у будь-якому агрегатному стані. Особливий клас становлять плазмові джерела світла, випромінювання яких залежно від параметрів плазми і спектрального інтервалу довжин хвиль може бути рівноважним і нерівноважним, тепловим або люмінесцентним. Широкого застосування набувають оптичні квантові генератори (лазери), про які неодноразово йтиме мова далі.

Основними характеристиками джерел світла є спектральний склад випромінювання, тобто розподіл енергії випромінювання за довжинами хвиль, і світлова віддача, під якою розуміють відношення величини світлового потоку, що випромінюється джерелом світла, до потужності, яку воно споживає. З усіх теплових джерел світла найпоширеніші випромінювачі, нагрівання яких здійснюється електричним струмом. Такі джерела світла застосовуються як зразкові випромінювачі, що працюють у певному діапазоні температур, як джерела з еталонним розподілом енергії в спектрі його випромінювання і як джерела для освітлення.

Всі відомі джерела світла, крім лазерів, здатні забезпечити інтенсивність світла близько  $10 \text{ Вт/см}^2$ . Значення напруженості електричного поля електромагнітної хвилі для таких джерел становить  $0,1\text{--}10 \text{ В/см}$ , що на кілька порядків менше від напруженості електричного поля, в якому рухається валентний електрон атома.

За допомогою лазерів можна одержати світлове випромінювання інтенсивністю  $10^{10} \text{ Вт/см}^2$  і більше. За такої інтенсивності напруженість електричного поля світлової хвилі досягає  $10^9\text{--}10^{11} \text{ В/см}$ .

Очевидно, що поля звичайних джерел світла порівняно з полями лазерних джерел будуть слабкими.

Джерела оптичного випромінювання все ширше застосовуються в сучасній техніці та в наукових дослідженнях. Розвиток таких передових галузей, які визначають науково-технічний прогрес, як квантова електроніка, керований термоядерний синтез, оптичний зв'язок, спектральний аналіз та інших, вимагають створення більш досконалих джерел оптичного випромінювання.

## Розділ 2. Геометрична оптика

### § 2.1. Основні поняття й означення. Принцип Ферма. Правило знаків

Геометрична оптика розглядає закони поширення світла в прозорих середовищах на основі уявлення про світловий промінь як лінію, вздовж якої переноситься світлова енергія. Часто користуються також поняттям “світловий пучок”, під яким розуміють сукупність світлових променів,

обмежених конічною, циліндричною чи іншою формою поверхнею. Інколи під виразом “світловий промінь” розуміють вузький конус, в якому поширюється світло від точкового джерела, що знаходиться у вершині конуса з кутом при вершині  $\delta\phi$ . Чим менший цей кут, тим краще такий конус зображатиме світловий промінь в його геометричному розумінні. Як зазначалось, світло – це хвильовий процес, якому притаманне явище дифракції. Внаслідок дифракції неможливо виділити як завгодно вузький пучок променів, який не зазнавав би розширення. У розд. 4 буде показано, що розширення пучка усувається лише за умови, коли довжина світлової хвилі  $\lambda \rightarrow 0$ . Тому світловий промінь є абстрактним поняттям, а геометрична оптика – граничним (окремим) випадком хвильової оптики. Геометрична оптика являє собою простий наближений метод побудови зображень в оптичних системах.

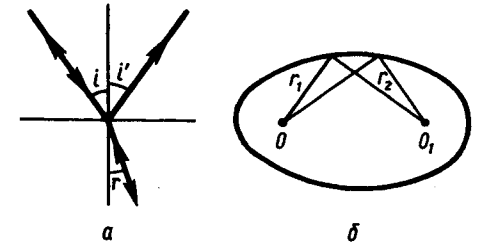


Рис. 2.1

В основі геометричної оптики лежать такі закони.

1. *Закон прямолінійного поширення світла.* В однорідних середовищах світло поширюється прямолінійно.

2. *Закон відбивання світла.* Промінь падаючий, промінь відбитий і нормаль, поставлена в точку падіння, лежать в одній площині, а кут падіння  $i$  дорівнює куту відбивання  $i'$  (рис. 2.1, а).

3. *Закон заломлення світла.* Промінь падаючий, промінь заломлений і перпендикуляр, поставлений у точку падіння, лежать в одній площині. При будь-якому куті падіння відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення є величиною, сталою для двох певних середовищ, і називається відносним показником заломлення другого середовища відносно першого.

4. *Закон незалежності поширення світлових променів.* Світлові промені, поширюючись у просторі, при перетині не впливають один на одного.

5. *Закон оборотності (принцип оборотності) світлових променів.* Якщо промінь падає з першого середовища на межу другого під кутом  $i$ , заломлюється на межі і переходить у друге середовище під кутом  $r$ , то промінь, пущений у зворотному напрямі з другого середовища під кутом  $r$ , вийде в першому середовищі під кутом  $i$  (рис. 2.1, а). Аналогічно буде і при відбиванні. Принцип оборотності виконується при будь-якій кількості заломлень і відбивань на межах оптичних систем.

Ряд задач з оптики зручно вирішувати, користуючись принципом, сформульованим французьким математиком П. Ферма (1601–1665) у 1660 р. Цей принцип називають принципом найменшого часу, згідно з

яким промінь, що поширюється між двома точками, вибирає шлях, якому відповідає найменший час поширення. У початковому формулюванні принцип Ферма мав зміст найбільш загального закону поширення світла, з якого випливали всі на той час відомі закони геометричної оптики: для однорідного середовища – закон прямолінійного поширення світла. Для випадку падіння світла на межу розділу двох середовищ з різними показниками заломлення з принципу Ферма легко одержати закони відбивання і заломлення світла. Після глибокого аналізу *принцип Ферма* формулюється так: з однієї точки в іншу світло поширюється таким шляхом, щоб час поширення був екстремальним. Інше формулювання цього принципу таке: для справжнього шляху перша варіація довжини шляху (виміряна в довжинах хвиль) дорівнює нулю. Щоб виразити його мовою варіаційного числення, скористаємося поняттям *оптичної довжини шляху*, під яким розуміють добуток геометричної довжини шляху променя  $l$  в однорідному середовищі на показник його заломлення  $n$ , тобто  $nl$ . Якщо світло поширюється в неоднорідному середовищі, то в граничному випадку оптична довжина шляху визначається

інтегралом  $\int_A^B n dl$ . Під оптично однорідним середовищем розуміють середовище, в якому показник заломлення не залежить від координат, а під неоднорідним – таке, в якому показник заломлення залежить від координат.

Час для подолання світлом шляху між точками  $A$  і  $B$

$$t = \int_A^B \frac{dl}{v} = \int_A^B \frac{ndl}{c} \quad (2.1)$$

Відповідно до формулювання цього принципу варіація\* інтеграла має перетворюватись на нуль, тобто

$$\delta t = \delta \int_A^B \frac{ndl}{c} = 0 \quad (2.2)$$

Умова  $\delta t = 0$  не є умовою лише мінімуму, це умова екстремуму, тобто мінімуму, максимуму або стаціонарності. Отже, між двома точками світло поширюється по такому шляху, для подолання якого витрачатиметься не тільки мінімальний час, але й максимальний, або такий, коли різні шляхи між двома точками долаються за однаковий час. Оскільки мінімальною відстанню між двома точками є пряма лінія, що сполучає ці точки, то закон прямолінійного поширення світла в од-

норідному середовищі являє собою наслідок принципу Ферма. Як відомо, в рамках хвильової теорії закони відбивання і заломлення світла теоретично обґрунтовані. Ці закони можна також вивести, користуючись принципом Ферма.

Про стаціонарне значення часу як один із доказів висновків математичного запису принципу Ферма може свідчити такий приклад. Якщо точкове джерело світла розмістити в одному з фокусів еліптичного дзеркала, то світло після відбивання від еліптичної поверхні незалежно від знаходження точки падіння завжди потраплятиме в другий фокус (рис. 2.1, б).

У фізиці і техніці великого значення надається одержанню оптичних зображень. Їх отримують за допомогою оптичних систем. Під оптичною системою розуміють сукупність оптичних лінз, призм, дзеркал, діафрагм та інших елементів, які формують пучок світлових променів. Якщо промені чи їх продовження перетинаються в одній точці, то такий пучок називається *гомоцентричним*. Йому відповідає сферична хвильова поверхня. На рис. 2.2,  $a$  і  $b$  наведено відповідно розбіжний і збіжний гомоцентричні пучки. Зображення, утворене гомоцентричним пучком, називається точковим, або стигматичним. Зображенням точки  $P$ , яке дає система заломлюючих та відбиваючих поверхонь, буде точка  $P'$ . У ній перетинаються промені, що вийшли з точки  $P$  після проходження цих поверхонь. Якщо в точці  $P'$  перетинаються самі промені, то зображення називають дійсним (рис. 2.2, б), якщо перетинаються їх продовження – уявним (рис. 2.2, а). Якщо внаслідок відбивання і заломлення світловий пучок перестає бути гомоцентричним, то хвильова поверхня перестає бути сферичною і стигматичність зображення втрачається. У реальних оптичних системах зображення точкового предмета не є точковим. Найважливішим питанням геометричної (або променевої) оптики є з'ясування умов збереження гомоцентричності пучків.

Розглянемо деяку ділянку хвильової поверхні, перерізи якої у різних напрямках мають неоднакову кривизну. У диференціальній геометрії доводиться, що нормальні перерізи поверхні максимальної і мінімальної кривизни взаємно перпендикулярні. Їх називають головними нормальними перерізами поверхні. Нехай  $AB$  і  $CD$  (рис. 2.3) – головні перерізи деякої ділянки хвильової поверхні. Перерізу  $AB$  відповідає мінімальний радіус кривизни, а  $CD$  – максимальний. Промені, нормальні до перерізу  $AB$ , перетинаються в точці  $P_1$ , а промені, нормальні до перерізів  $A'B'$  і

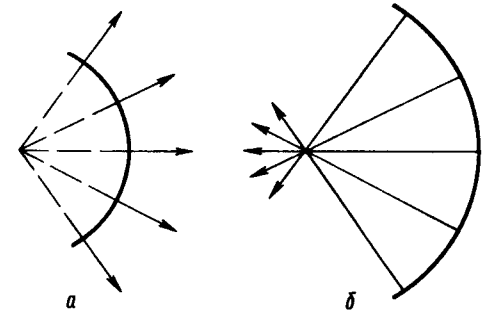


Рис. 2.2

\* Варіація  $\delta u$  функції  $u(x)$  змінного аргументу  $x$  являє собою функцію від  $x$ , що визначається для кожного значення  $x$  як різниця  $\delta u = Y(x) - u(x)$  нової функції  $Y(x)$  і функції  $u(x)$ . Варіацію  $\delta u$ , що привела до зміни функціонального відношення між  $u$  і  $x$ , не слід змішувати з приростом  $\Delta u$  значення даної функції  $u(x)$ , викликаного приростом  $\Delta x$  незалежної змінної  $x$ .

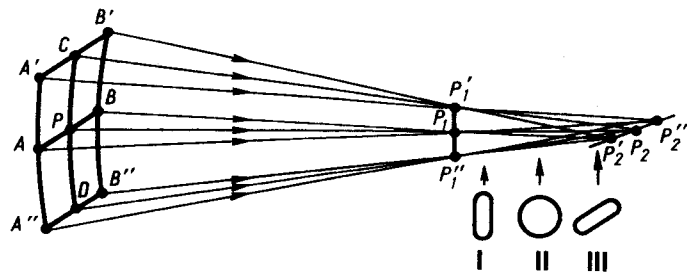


Рис. 2.3

$A''B''$ , які знаходяться поблизу перерізу  $AB$  і паралельні йому, перетнуться в точках  $P_1'$  і  $P_1''$ , які лежать майже на одній прямій з точкою  $P_1$ . Аналогічно промені, нормальні до перерізів  $CD$ ,  $B'B''$  і  $A'A''$ , перетинатимуться в точках  $P_2$ ,  $P_2'$  і  $P_2''$ , які також лежатимуть на одній прямій. Отже, у випадку, коли пучку відповідає хвильова поверхня двоякої кривизни, промені перетинатимуться не в одній точці, а в точках, сукупність яких утворює дві взаємно перпендикулярні лінії. Такий пучок променів називається *астигматичним*. Промінь, що проходить через точки  $P$ ,  $P_1$  і  $P_2$ , називається головним променем астигматичного пучка, а відстань між відрізками  $P_1'P_1''$  і  $P_2'P_2''$  – астигматичною різницею. При переміщенні площини, нормальної до осі астигматичного пучка, зображення перерізу пучка на ній переходить від відрізка  $P_1'P_1''$  до еліпса I, кола II, еліпса III і відрізка  $P_2'P_2''$  (рис. 2.3).

Реальні зображення астигматичні. При цьому точка предмета зображається у вигляді кружка, який називається кружком розсіяння. Чим менші кружки розсіяння, тим вища якість оптичної системи.

Сукупність точок, зображення яких одержують за допомогою оптичних систем, називається простором предметів, а сукупність точок, що є їх зображенням, – простором зображень. Одна й та сама точка може належати як до простору предметів, так і до простору зображень залежно від того, розглядається вона як предмет чи як зображення.

Показник заломлення простору предметів позначатимемо через  $n$ , а простору зображень – через  $n'$ . Коли зображення дійсне, то під  $n'$  слід розуміти показник заломлення середовища в тій точці, де одержано це зображення. Для випадку уявних зображень  $n'$  не завжди збігається з показником заломлення середовища того місця, де знаходиться точка  $P'$ . Значення  $n'$  стосується середовища, де проходять дійсні промені, продовження яких перетинаються в точці  $P'$ .

Переважає більшість оптичних приладів або їх складові частини належать до так званих центрованих оптичних систем. Вони являють собою оптично однорідні заломні або відбиваючі середовища, які

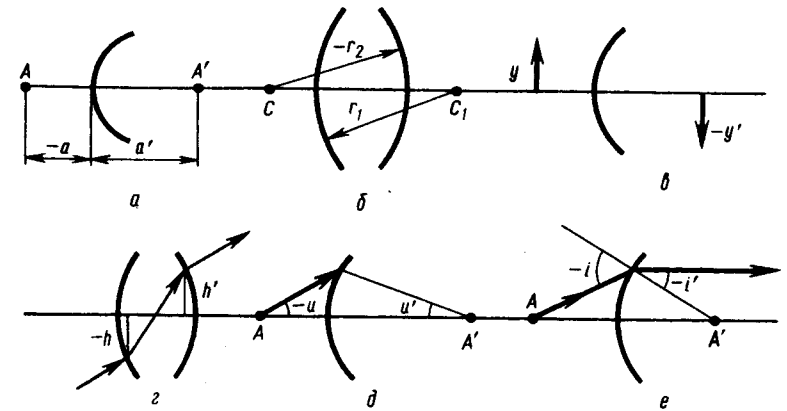


Рис. 2.4

відокремлені одне від одного сферичними поверхнями, вершини і центри кривизни яких розміщуються на одній прямій лінії. Ця лінія називається *головною оптичною віссю системи*. Промінь, спрямований вздовж оптичної осі системи, проходить усі її елементи без заломлення.

Для спрощення розрахунків у геометричній оптиці широко користуються приосьовими, або *параксіальними*, променями. Під ними розуміють такі промені, які проходять близько до оптичної осі або під малими кутами до неї. Для таких кутів

$$\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha, \quad (2.3)$$

де  $\alpha$  – кут між променем і оптичною віссю.

У геометричній оптиці для відліку відрізків і кутів прийнято певні *правила знаків*. За додатний напрям поширення світла беруть напрям зліва направо. Тому прийнято оптичну систему завжди зображати так, щоб її перша вхідна поверхня на рисунку знаходилась ліворуч. Лінійні відрізки вздовж осі вважаються додатними, якщо напрям відліку їх від оптичної системи збігається з напрямом поширення світла, і від'ємними, якщо вони спрямовані в протилежний бік (рис. 2.4, а). Радіус кривизни поверхні вважається додатним, якщо центр кривизни знаходиться праворуч від поверхні, і від'ємним – якщо ліворуч (рис. 2.4, б). Значення товщин і повітряних проміжків між заломлюючими поверхнями завжди вважаються додатними. Розміри предметів і зображень  $y$  і  $y'$  та висоти перетину променів заломлюючих поверхонь  $h$  і  $h'$  вважаються додатними, якщо вони розміщені вище оптичної осі, і від'ємними – якщо нижче неї (рис. 2.4, в, г). Кут між променем і оптичною віссю буде додатним, якщо для суміщення осі з променем її треба повертати за рухом годинникової стрілки, і від'ємним – якщо проти руху стрілки (рис. 2.4, д). Кут між променями і перпендикулярами до поверхонь у точках падіння

променів  $i$  та  $i'$  вважаються додатними, якщо для суміщення нормалі з променем її треба повертати за рухом стрілки годинника, і від'ємними – якщо проти руху стрілки (рис. 2.4, *e*).

Щоб одержати аналітичні співвідношення, зображення в оптичних системах будують за допомогою параксіальних променів, для яких крім співвідношення (2.3), закон заломлення наближено записується так:

$$ni = n'i'. \quad (2.4)$$

Користуючись правилом знаків, відбивання формально математично можна розглядати як заломлення у зворотному напрямі в перше середовище, і хід променів визначається підстановкою у закон заломлення  $n' = -n$ .

## § 2.2. Відбивання і заломлення світла на плоскій межі поділу середовищ. Повне відбивання

При падінні пучка променів на межу поділу прозорих середовищ пучок поділяється на два: відбитий і заломлений, напрями поширення яких визначаються законами відбивання і заломлення світла. При заломленні світла на межі поділу середовищ, показники заломлення яких  $n_1$  і  $n_2$  (рис. 2.5, *a*), має місце співвідношення

$$\frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}.$$

Величина  $n_{21}$  називається відносним показником заломлення другого середовища відносно першого. Відносний показник заломлення двох середовищ  $n_{21}$  визначається відношенням швидкості поширення світла в першому середовищі до швидкості в другому середовищі. Показник заломлення речовини відносно вакууму носить назву абсолютного показника заломлення або просто показника заломлення речовини. Речовини з більшим показником заломлення називаються оптично густішими.

Коли світло переходить в оптично густіше середовище, то співвідношення між відбитим і заломленим потоками залежить від показників заломлення середовищ і кута падіння. Величина відбитого світлового потоку зростає зі збільшенням кута падіння, однак навіть при

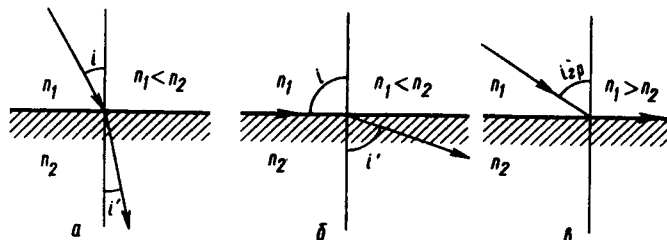


Рис. 2.5

кутах, близьких до  $90^\circ$ , коли світловий промінь майже ковзає вздовж поверхні поділу, частина світлового потоку проникає в інше середовище. Так, при куті падіння  $89^\circ$  близько 10 % світлового потоку проникає з повітря у воду і близько 9 % – у скло. Для цього випадку, тобто коли  $n_1 < n_2$  і  $i = 90^\circ$ , максимальне значення кута заломлення  $i'$  (рис. 2.5, *b*) визначається співвідношенням

$$\sin i' = \frac{n_1}{n_2}. \quad (2.5)$$

Коли світло поширюється з оптично густішого в оптично рідше середовище, то на межі їхнього поділу також відбувається поділ світлового потоку, проте залежність величин цих потоків від кута падіння має інший характер. Починаючи з деякого кута падіння, світловий потік повністю відбивається від межі поділу. Це явище має назву *повного відбивання*.

Кут падіння, починаючи з якого весь світловий потік відбивається від межі поділу, називається граничним кутом повного відбивання (рис. 2.5, *в*). Застосувавши закон заломлення світла, маємо

$$\sin i_{\text{гп}} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (2.6)$$

Якщо  $n_1 = n$ ,  $n_2 = 1$ , то  $\sin i_{\text{гп}} = 1/n$ . Для кутів падіння, більших за  $i_{\text{гп}}$ , заломленого променя не існує. Повне відбивання можна спостерігати на межі повітряних бульбашок у воді. Вони у воді блищать, бо світло, що падає на них, повністю відбивається. Повне відбивання застосовується при виготовленні оптичних приладів, елементами яких є поворотні та оборотні призми, у світлопроводах та ін.

Розглянемо заломлення променів у плоскопаралельній пластинці та хід променів крізь призму.

**Заломлення променя у плоскопаралельній пластинці.** Плоскопаралельною пластинкою називається оптична деталь круглої або прямокутної форми, обмежена з протилежних боків шліфованими плоскими паралельними поверхнями. Нехай промінь  $AB$  падає на таку пластинку завтовшки  $d$  з показником заломлення  $n$ , яка знаходиться в повітрі:  $n_1 = n_2 = 1$  (рис. 2.6). Промінь у ній піде в напрямі  $BC$  і в точці  $C$  знову відбувається заломлення, внаслідок чого він вийде з пластинки у напрямі  $CD$ . Для точок  $B$  і  $C$  застосуємо закон заломлення

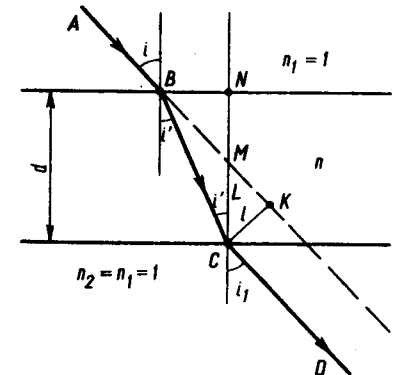


Рис. 2.6

$$\frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{n}{n_1}, \quad \frac{\sin i'}{\sin i_1} = \frac{n_2}{n}.$$

Оскільки  $n_1 = n_2 = 1$ , то  $i = i_1$ , тобто промінь  $CD$  поширюється в тому самому напрямі, що й промінь  $AB$ , але зміщується на певну величину. Відрізок  $CM$  визначає зміщення променя, а  $CK$  – величину його поперечного зміщення:

$$CM = d - MN = d - BN \operatorname{ctg} i = d - d \frac{\operatorname{tg} i'}{\operatorname{tg} i} = d \left( 1 - \frac{\operatorname{tg} i'}{\operatorname{tg} i} \right).$$

Коли  $i \rightarrow 0$ , то  $\lim_{i \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} i'}{\operatorname{tg} i} = \frac{1}{n}$ . Тоді

$$L = CM = \frac{n-1}{n} d. \quad (2.7)$$

Вираз (2.7) – це рівняння зміщення нульового променя плоскопаралельною пластинкою вздовж оптичної осі. Будь-яка з нормалей до поверхні може бути її оптичною віссю. З рис. 2.6 видно, що поперечне зміщення  $l = CK = CB \sin(i - i')$ . Оскільки  $CB = d / \cos i'$ , то

$$l = \frac{d \sin(i - i')}{\cos i'}. \quad (2.8)$$

Якщо плоскопаралельна пластинка розміщена в паралельному пучку променів, то викликане нею зміщення променів у поперечному напрямі та вздовж оптичної осі не має особливого впливу на оптичну систему. Якщо вона введена в розбіжний або збіжний пучок, то це призводить до зміщення зображення і порушує раніше виконане юстирування оптичних елементів приладу.

**Хід променів крізь призму.** Розглянемо хід променів через тригранну оптичну призму, показник заломлення якої  $n$ . Вважатимемо, що світло монохроматичне. Нехай  $\alpha$  – кут між двома робочими гранями (рис. 2.7), який називається заломним кутом призми;  $B_1$  і  $B_2$  – точки перетину падаючого променя з гранями призми;  $i_1$  і  $i_1'$  – кути падіння і заломлення в точці  $B_1$ ;  $i_2'$ ,  $i_2$  – кути падіння і заломлення в точці  $B_2$ ;  $C$  – точка перетину перпендикулярів до граней призми в точки  $B_1$  і  $B_2$ ;  $D$  – точка, в якій перетинаються продовження падаючого променя і променя, що вийшов. Після дворазового заломлення промінь відхиляється від попереднього напрямку на деякий кут  $\delta$ . Знайдемо умови найменшого відхилення. З рис. 2.7 видно, що

$$\delta = (i_1 - i_1') + (i_2 - i_2') = (i_1 + i_2) - (i_1' + i_2').$$

Оскільки  $i_1' + i_2' = \alpha$ , то

$$\delta = i_1 + i_2 - \alpha. \quad (2.9)$$

При дослідженні співвідношення (2.9) для встановлення умови мінімуму відхилення доведено, що така умова виконується тоді, коли промінь проходить призму симетрично, тобто поширюється в ній паралельно її основі. За такої умови  $i_1' = i_2'$ ;  $i_1 = i_2 = i$ . Тоді

$$i = \frac{\delta_{\min}}{2} + \frac{\alpha}{2}, \quad \text{а } i' = \alpha/2. \quad (2.10)$$

Згідно із законом заломлення

$$n = \frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{\sin(\delta_{\min}/2 + \alpha/2)}{\sin(\alpha/2)}. \quad (2.11)$$

Якщо кут  $\alpha$  малий, то кут  $\delta$  також буде малий і співвідношення (2.11) можна записати так:

$$\delta = (n-1)\alpha. \quad (2.12)$$

Така призма називається клином. Оптичний клин застосовується для вимірювання кутів (далекоміри). Призми широко застосовуються в спектральних приладах для розкладання світла в спектр.

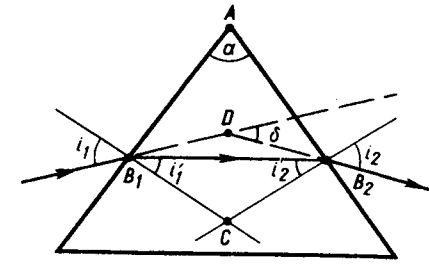


Рис. 2.7

### § 2.3. Заломлення і відбивання променів сферичною поверхнею. Теорема Лагранжа – Гельмгольца

Припустимо, що сферична поверхня, радіус кривизни якої  $r$ , поділяє два оптичні середовища з показниками заломлення  $n$  і  $n'$  (рис. 2.8). Головною оптичною віссю називають пряму, що проходить через точкове джерело світла  $P$  і центр кривизни поверхні  $C$ . Нехай параксильний промінь  $PM$  після заломлення на сферичній поверхні перетинається з променем, що поширюється вздовж головної оптичної осі в

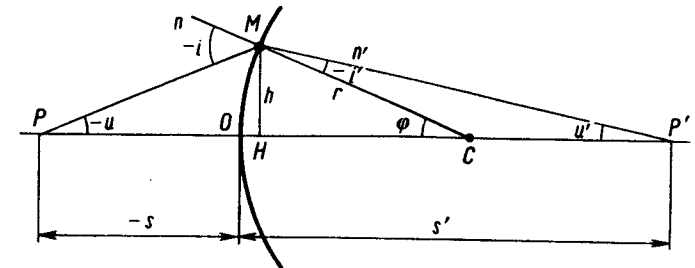


Рис. 2.8

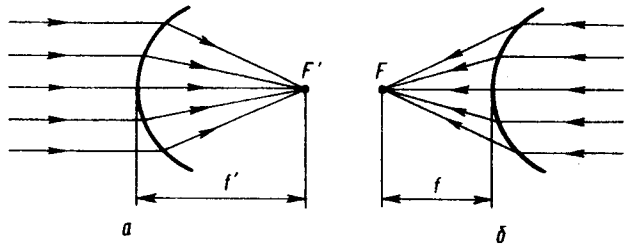


Рис. 2.9

точці  $P'$ , яка є зображенням точки  $P$ . Параметрами системи є радіус сферичної поверхні і показники заломлення середовищ, розділених цією поверхнею. Завдання полягає в тому, щоб встановити співвідношення між величинами  $s, s', r, n, n'$ . Оскільки промінь  $PM$  параксіальний, то можна записати

$$n(-i) = n'(-i'). \quad (2.13)$$

Із трикутників  $PMC$  і  $MP'C$  знайдемо  $-i = \varphi - u$  і  $-i' = \varphi - u'$  і співвідношення (2.13) переписемо так:

$$n(\varphi - u) = n'(\varphi - u'). \quad (2.14)$$

З рис. 2.8 наближено маємо

$$-u = \frac{h}{-s}; \quad u' = \frac{h}{s'}; \quad \varphi = \frac{h}{r}.$$

Тоді (2.14) набуває вигляду

$$n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s}\right) = n'\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'}\right), \quad (2.15)$$

або

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}. \quad (2.16)$$

Рівняння (2.15) називається рівнянням нульового інваріанта Аббе. Права частина рівняння (2.16) залежить тільки від параметрів системи і називається оптичною силою заломлюючої поверхні

$$\Phi = \frac{n' - n}{r}. \quad (2.17)$$

Розглянемо два крайніх випадки. Нехай джерело  $P$  знаходиться на нескінченності ліворуч від сферичної поверхні (рис. 2.9, а).

Якщо  $s \rightarrow -\infty$ , то із співвідношення (2.16) маємо

$$f' = s' = \frac{n'}{n' - n} r = \frac{n'}{\Phi}, \quad (2.18)$$

тобто паралельні промені, що поширюються з нескінченності, після заломлення на сферичній поверхні перетинаються в одній точці, яка називається заднім фокусом. Відстань  $f'$  називається задньою фокусною відстанню сферичної заломлюючої поверхні.

Другий випадок, коли  $s' \rightarrow \infty$ , тобто джерело розміщене на нескінченності праворуч від сферичної поверхні (рис. 2.9, б). Тоді зображення знаходиться на відстані

$$f = -\frac{n}{n' - n} r = -\frac{n}{\Phi}. \quad (2.19)$$

Знак мінус вказує на те, що точка  $F$  розміщена ліворуч від сферичної поверхні. Точка, в якій перетинаються паралельні промені в другому випадку, називається переднім фокусом заломлюючої поверхні. З виразів (2.18) і (2.19) одержимо

$$f' / f = -n' / n. \quad (2.20)$$

Враховуючи (2.18) і (2.19), співвідношення (2.16) можна переписати так:

$$\frac{1}{s'} \frac{n'}{n' - n} r - \frac{1}{s} \frac{n}{n' - n} r = 1,$$

або

$$f' / s' + f / s = 1. \quad (2.21)$$

Якщо сферична поверхня дзеркальна, то формальна заміна у співвідношенні (2.16)  $n'$  на  $-n$  приводить до формули сферичного дзеркала

$$1/s + 1/s' = 2/r. \quad (2.22)$$

Якщо  $s \rightarrow -\infty$ , то  $s' = f = r/2$ , тобто фокусна відстань сферичного дзеркала дорівнює половині радіуса його кривизни. Формула такого дзеркала матиме вигляд

$$1/s + 1/s' = 1/f. \quad (2.23)$$

З рис. 2.10, а, б видно, що вгнуте дзеркало має дійсний фокус, а опукле – уявний. Відповідно до правила знаків радіус кривизни і фокусна відстань угнутого дзеркала – від'ємні, а опуклого дзеркала – додатні.

Для побудови зображень використовують промені побудови, хід яких заздалегідь відомий. Таких променів є чотири. Промінь 1 (рис. 2.11, а, б), паралельний до головної оптичної осі, після відбивання (промінь 1') проходить через фокус. Промінь 2, який проходить через фокус, після відбивання (промінь 2') поширюється паралельно до головної оптичної осі. Промінь 3, який проходить через центр кривизни, після відбивання (промінь 3') поширюватиметься у зворотному напрямі. Промінь 4, який падає в полюс (точка  $O$ ), відбивається під таким же кутом (промінь 4'), оскільки головна оптична вісь являє собою нормаль. Для побудови

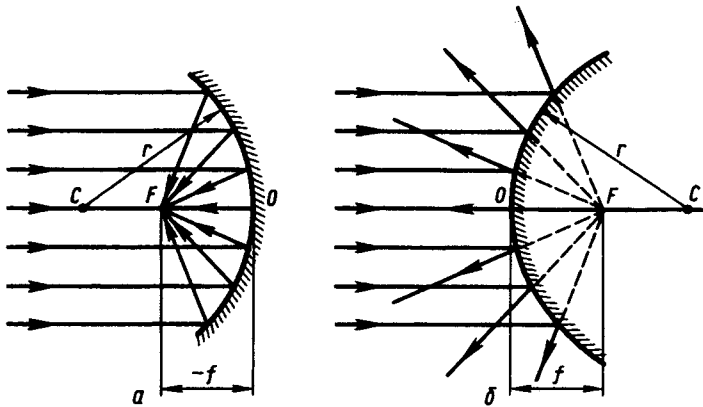


Рис. 2.10

зображень досить взяти будь-яких два з чотирьох променів побудови. Пропонуємо самостійно виконати побудову зображень точки, яка знаходиться на головній оптичній осі вгнутого та опуклого дзеркал, для випадків, коли  $|2f| < |s| < \infty$ ;  $s = 2f$ ;  $|f| < |s| < |2f|$ ;  $s = f$ ;  $|s| < |f|$ .

Якщо радіус кривизни дзеркала  $r \rightarrow \infty$ , то дзеркало плоске і для нього з виразу (2.22) випливає:  $s = -s'$ , тоді  $f \rightarrow \infty$ .

З усіх можливих дзеркал особливо важливе практичне значення мають сферичні вгнуті дзеркала. На відміну від плоских вони змінюють не тільки напрям поширення гомоцентричного пучка променів, а й кут розходження пучка. Крім цього, вгнуті сферичні дзеркала здатні перетворювати розбіжні гомоцентричні пучки у збіжні, тобто давати оптичні зображення предметів.

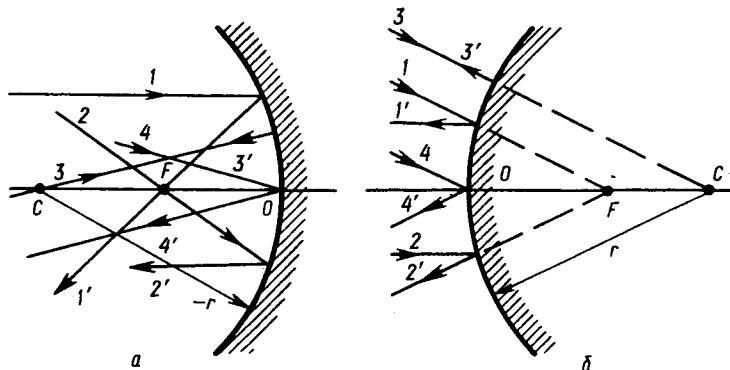


Рис. 2.11

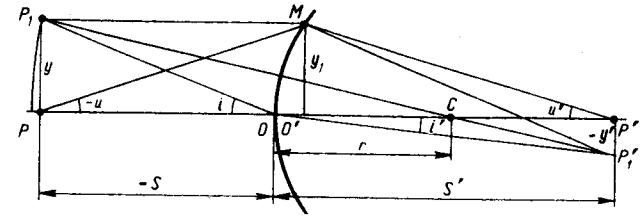


Рис. 2.12

А тепер побудуємо зображення світлого предмета у вигляді відрізка, перпендикулярного до оптичної осі. У загальному випадку плоска поверхня предметів не може відобразитись плоскою поверхнею зображень. Для доведення цього уявно повернемо вісь PC навколо центра кривизни заломлюючої поверхні на малий кут (рис. 2.12). Точка P займе положення  $P_1$ , а її зображення  $P'$  – положення  $P'_1$ . Всі точки дуги  $PP_1$  відобразяться відповідними точками дуги  $P'P'_1$ . Коли дуги  $PP_1$ ,  $P'P'_1$  малі, то їх можна замінити прямолінійними відрізками  $y$  і  $y'$ , перпендикулярними до оптичної осі  $POP'$ , що має місце для параксіальних променів. Позначимо показники заломлення середовищ ліворуч і праворуч від заломлюючої поверхні через  $n$  і  $n'$ ; довжину відрізка  $PP_1$  – через  $y$ ; довжину зображення  $P'P'_1$  – через  $y'$ ; відстані від  $PP_1$  і  $P'P'_1$  до заломлюючої поверхні відповідно  $s$  і  $s'$ ; кути падіння і заломлення – через  $i$  та  $i'$ ; кути, що визначають максимальне розкриття (апертуру) відповідно падаючих на заломлюючу поверхню і спряжених їм пучків, – через  $u$  і  $u'$ .

З  $\Delta PP_1O$  і  $\Delta OP'_1P'$  маємо

$$\operatorname{tg} i = \frac{y}{-s}; \operatorname{tg} i' = \frac{-y'}{s'}$$

Оскільки промені параксіальні, то можна записати відношення

$$\frac{\operatorname{tg} i}{\operatorname{tg} i'} = \frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{y}{s} \cdot \frac{y'}{s'} = \frac{ys'}{y's} = \frac{n'}{n}; \text{ або } \frac{ys'}{y's} = \frac{n'}{n} \quad (2.24)$$

З  $\Delta PMO$  і  $\Delta P'O'M$  одержуємо

$$\operatorname{tg}(-u) = \frac{y_1}{-s}; u = \frac{y}{s}; \operatorname{tg} u' = \frac{y_1}{s'}; u' = \frac{y}{s'}$$

звідки

$$u/u' = s'/s \quad (2.25)$$

Підставивши вираз (2.25) у формулу (2.24), одержимо

$$ynu = y'n'u' \quad (2.26)$$

Це рівняння є ще одним інваріантом і виражає теорему Лагранжа – Гельмгольца. Якщо апертура пучка велика, тобто умови параксіальності



порушуються, тоді замість теореми Лагранжа – Гельмгольца користуються умовою синусів Аббе:

$$yn \sin u = y'n' \sin u'. \quad (2.27)$$

Інваріант (2.26) залишається незмінним не тільки для однієї заломлюючої поверхні, а й для будь-якої їх кількості, бо в нього не входять конструктивні елементи системи.

З теореми Лагранжа – Гельмгольца можна одержати ряд важливих висновків. Введемо поняття лінійного або поперечного збільшення  $\beta$ , під яким розуміють відношення лінійного розміру зображення  $y'$  до лінійного розміру предмета  $y$ , перпендикулярного до головної оптичної осі, тобто

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{nu}{n'u'} = \frac{n}{n'} \frac{s'}{s}. \quad (2.28)$$

Оскільки лінійне збільшення залишається сталим для всіх значень кутів  $u$  і  $u'$  параксіальних променів, це означає, що зображення предмета, одержане параксіальними променями, передається без змін. Знак лінійного збільшення  $\beta$  визначається знаком відношення  $s'/s$ , бо показники заломлення  $n$  і  $n'$  додатні величини. На підставі правила знаків лінійне збільшення для дійсного зображення буде від'ємним, а для уявного – додатним. Площину предметів і площину зображень називають спряженими. Їх також називають головними, якщо для них  $\beta = 1$ . Для сферичної заломлюючої поверхні головні площини зливаються в одну, дотичну до сферичної поверхні у точці  $O$ , що називається її вершиною або полюсом. Точка перетину головної площини з оптичною віссю називається головною точкою сферичної поверхні. Зображення, одержане за допомогою сферичної поверхні, характеризується також кутовим збільшенням  $\gamma$  – відношенням тангенса кута  $u'$  до тангенса кута  $u$ , тобто

$$\gamma = \frac{\text{tg } u'}{\text{tg } u}. \quad (2.29)$$

На основі теореми Лагранжа – Гельмгольца маємо

$$\gamma = \frac{u'}{u} = \frac{yn}{y'n'} = \frac{n}{n'} \frac{1}{\beta}. \quad (2.30)$$

Отже, кутове збільшення обернено пропорційне лінійному збільшенню при заданих показниках заломлення першого і другого середовищ.

#### § 2.4. Тонка лінза

Оптичною лінзою називається тіло з прозорої речовини (скло, прозорі кристали, пластмаси та ін.), обмежене двома сферичними або іншою форми поверхнями. Лінзи бувають тонкими і товстими. Лінзу вважають

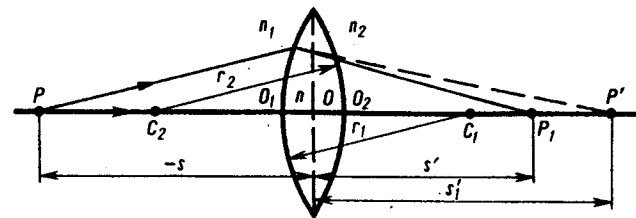


Рис. 2.13

тонкою, якщо її товщиною можна знехтувати порівняно з радіусами кривизни поверхонь.

Розглянемо двоопуклу лінзу, радіуси кривизни якої  $r_1$  і  $r_2$  (рис. 2.13). Точка  $O$ , що лежить між вершинами сферичних поверхонь  $O_1$  і  $O_2$ , називається центром лінзи. Будь-яка пряма лінія, проведена через центр лінзи, називається оптичною віссю лінзи, а вісь, що проходить через центри кривизни  $C_1$  і  $C_2$  – головною оптичною віссю лінзи. Будь-який промінь, що проходить через оптичний центр тонкої лінзи, практично не заломлюється, оскільки центральна частина лінзи діє як плоскопаралельна пластинка.

Виведемо формулу тонкої лінзи. Вважатимемо, що показник заломлення матеріалу лінзи  $n$ , а середовища, в якому розміщена лінза,  $n_1 = n_2 = 1$ . Всі відстані відраховуємо від точки  $O$ , яка практично збігається з точками  $O_1$  і  $O_2$ . Заломлення на першій сферичній поверхні при відсутності другої створило б у суцільній масі речовини з показником заломлення  $n$  зображення  $P'$  на відстані  $s'_1$ , яка визначається формулою (2.21). Для другої сферичної поверхні точка  $P'$  є начебто уявним джерелом, зображенням якої є точка  $P_1$  на відстані  $s'$  від оптичного центра. Застосуємо нульовий інваріант Аббе для кожної із заломлюючих поверхонь:

для першої поверхні

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{s} = n \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{s'_1} \right), \quad (2.31)$$

для другої поверхні

$$\frac{1}{r_2} - \frac{1}{s'} = n \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{s'_1} \right). \quad (2.32)$$

Віднімаючи вираз (2.32) від виразу (2.31), одержуємо

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (2.33)$$

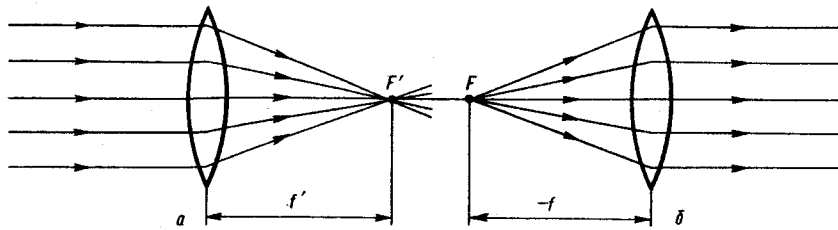


Рис. 2.14

Співвідношення (2.33) виражає формулу тонкої лінзи, яка знаходиться в повітрі. Для конкретного випадку права частина формули (2.33) є величиною сталою і називається *оптичною силою лінзи*, тобто

$$\Phi = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (2.34)$$

Легко показати, що оптична сила тонкої лінзи дорівнює сумі оптичних сил заломлюючих її поверхонь, тобто  $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$ . Одиницею оптичної сили є діоптрія (дптр). *Діоптрія* – це оптична сила лінзи в повітрі, фокусна відстань якої дорівнює 1 м.

Якщо  $s \rightarrow -\infty$ , тобто промені падають на лінзу паралельним пучком, то вони збираються у фокусі лінзи, який називають другим, або заднім, фокусом  $F'$  (рис. 2.14, а), причому  $s' = f'$ , тоді

$$\frac{1}{f'} = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (2.35)$$

Якщо  $r_1 > 0$ , а  $r_2 < 0$  (двоопукла лінза), то  $f' > 0$ , тобто задній фокус знаходиться праворуч від лінзи.

Якщо  $s \rightarrow -\infty$ , тобто зображення знаходиться на нескінченності, і промені, пройшовши крізь лінзу, поширюються паралельним пучком (рис. 2.14, б), то  $s = t$ , тобто

$$\frac{1}{t} = -(n-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (2.36)$$

Точка  $F$  називається першим, або переднім, фокусом лінзи. Площини, що проходять через фокуси лінзи і перпендикулярні до головної оптичної осі, називаються фокальними. Тонкі лінзи називають додатними, якщо  $f' > 0$ , і від'ємними, якщо  $f' < 0$ . Додатні лінзи збирають світлові промені і називаються збиральними, а від'ємні розсіюють промені і називаються розсіювальними.

З виразів (2.35) і (2.36) випливає, що

$$f' = -t. \quad (2.37)$$

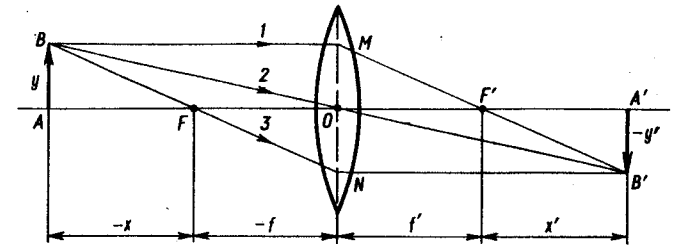


Рис. 2.15

Враховуючи вираз (2.35), формулу лінзи можна записати так:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}. \quad (2.38)$$

При користуванні формулою (2.38) і виконанні побудов зображень треба мати на увазі, що промені мають входити в оптичну систему ліворуч від лінзи. Для побудови зображень точки в тонкій лінзі (рис. 2.15) достатньо використати два промені з трьох, а саме: промінь 1, що падає паралельно оптичній осі лінзи, після заломлення перетинає цю вісь у точках, які належать фокальній площині; промінь 2, що проходить через оптичний центр лінзи, напряму поширення не змінює; промінь 3, що падає на лінзу і проходить через її фокус, виходить із лінзи паралельно її головній оптичній осі.

Побудуємо зображення предмета  $AB$  у тонкій лінзі. Для цього треба знайти зображення кожної його точки. Достатньо знайти точку перетину будь-яких двох променів із трьох (1, 2, 3), що виходять із точки  $B$  предмета  $AB$ . Позначимо через  $x$  і  $x'$  відповідно відстані предмета  $AB$  і його зображення  $A'B'$  від фокусів  $F$  і  $F'$  (рис. 2.15). Користуючись введеним поняттям лінійного поперечного збільшення (2.28), з подібності двох пар трикутників  $ABF$  і  $FON$  та  $MOF'$  і  $F'A'B'$  маємо

$$\beta = -\frac{ON}{AB} = -\frac{y'}{y} = \frac{-t}{-x} \quad \text{і} \quad \beta = -\frac{A'B'}{OM} = -\frac{y'}{y} = \frac{x'}{t'}, \quad (2.39)$$

звідки одержуємо

$$\frac{f}{x} = \frac{x'}{f'}. \quad \text{Тоді} \quad xx' = ff'. \quad (2.40)$$

Формула у вигляді (2.40) називається *формулою Ньютона*.

Для лінзи має місце лінійне поздовжнє і кутове збільшення. Поздовжнє збільшення  $\alpha$  визначається відношенням лінійних розмірів зображення до відповідних розмірів предмета, взятих у напрямі, паралельному головній оптичній осі, тобто

$$\alpha = \frac{dx'}{dx}.$$

Здиференціювавши співвідношення (2.40), одержуємо

$$x dx' + x' dx = 0,$$

звідки

$$\alpha = \frac{dx'}{dx} = -\frac{x'}{x}. \quad (2.41)$$

Встановимо зв'язок між поздовжнім, поперечним та кутовим збільшенням. Для цього вираз (2.41) помножимо і поділимо на  $f'$  і на основі формули (2.39) одержимо

$$\alpha = -\frac{x'}{f'} \frac{f}{x} \frac{f'}{f} = -\frac{f'}{f} \beta^2. \quad (2.42)$$

З виразу (2.42) випливає, що поздовжнє збільшення пропорційне квадрату поперечного, тобто жодна ідеальна оптична система не дає геометрично подібного просторового зображення об'ємного предмета.

Поздовжнє збільшення характеризує різкість зображення просторового предмета на плоскому екрані або глибину різкого зображення простору. Глибина різкості являє собою виміряну вздовж оптичної осі найбільшу відстань між точками простору зображень, що визначають границю різкого зображення оптичною системою площини простору предметів.

На основі виразу (2.20) співвідношення (2.42) набуває вигляду

$$\alpha = \frac{n'}{n} \beta^2. \quad (2.43)$$

З виразів (2.30), (2.43) одержимо зв'язок між поздовжнім, лінійним і кутовим збільшенням:

$$\beta = \gamma \alpha. \quad (2.44)$$

## § 2.5. Товста лінза

У товстій лінзі відстань між вершинами сферичних поверхонь сумірна з їх радіусами кривизни. У тонкій лінзі ця відстань приймається рівною нулю і тому всі відстані відраховуються від її оптичного центра. У товстій лінзі відсутній оптичний центр, тому для неї необхідно ввести певні характеристики, які називають кардинальними точками та площинами. Їх можна ввести на основі теорії ідеальної оптичної центрованої системи, яку розробив К. Гаусс (1777–1855) у 1841 р. Оскільки товста лінза має дві поверхні, то вона є центрованою системою. У теорії розглядаються приосьові пучки променів, для яких не порушується гомоцентричність.

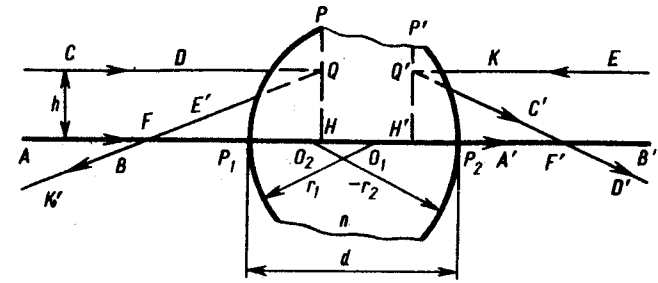


Рис. 2.16

Розглянемо товсту лінзу з радіусами кривизни  $r_1$  і  $r_2$  завтовшки  $d$  (рис. 2.16). Нехай показник заломлення матеріалу лінзи  $n$ , а середовища, в якому вона знаходиться,  $n_0$ . Пряму, яка проходить через центри кривизни сферичних поверхонь (точки  $O_1$  і  $O_2$ ), називають головною оптичною віссю. Спрямуємо промінь  $AB$  вздовж головної оптичної осі. Оскільки кут падіння його дорівнює нулю, то кут заломлення також дорівнює нулю, а промінь  $A'B'$  після лінзи поширюватиметься вздовж цієї осі. Промені  $AB$  і  $A'B'$  спряжені. Нехай промінь  $CD$  поширюється паралельно до головної оптичної осі на відстані  $h$  від неї. Лінза відобразить його в промінь  $C'D'$ , який перетинається з головною оптичною віссю в точці  $F'$ . Будь-який промінь, паралельний до головної оптичної осі, після лінзи пройде через точку  $F'$ , оскільки для параксимального пучка не порушується гомоцентричність. Тому точка  $F'$  визначає правий, або задній, фокус товстої лінзи, а площину, яка проходить через нього перпендикулярно до головної оптичної осі, називають правою, або задньою, фокальною площиною.

З простору зображень спрямуємо паралельно до головної оптичної осі промінь  $EK$ , який також знаходиться на відстані  $h$  від неї. Спряжений з ним промінь  $E'K'$  перетинає головну оптичну вісь у точці  $F$ . Завдяки оборотності ходу світлових променів промінь, спрямований по  $K'E'$ , дасть спряжений йому промінь по  $KE$  на відстані  $h$  від головної оптичної осі. Тому точка  $F$  визначає передній, або лівий, фокус товстої лінзи. Проведемо вздовж променів  $CD$  і  $K'E'$  прями лінії. Вони перетнуться у точці  $Q$ . Аналогічно прями  $KE$  і  $C'D'$  перетнуться у точці  $Q'$ . Точки  $Q$  і  $Q'$  спряжені, оскільки вони являють собою перетин спряжених прямих. Особливістю цих точок є те, що вони знаходяться на однаковій відстані від головної оптичної осі. Опустимо з них перпендикуляри на головну оптичну вісь. Відрізки  $QH$  і  $Q'H'$  також спряжені. Площини, які проходять через точки  $H$  і  $H'$  і перпендикулярні до головної оптичної осі, теж будуть спряженими. Для цих площин спряжені точки лежать на однаковій відстані від головної оптичної осі, тобто вони відображуються

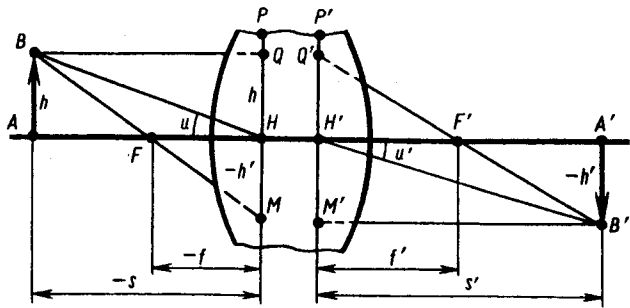


Рис. 2.17

лінзою одна в одну з лінійним (поперечним) збільшенням  $\beta = +1$ . Ці площини і точки їх перетину  $H$  і  $H'$  з головною оптичною віссю називають відповідно головними площинами і точками.

У товстій лінзі всі відстані відраховуються від головних точок. Виведемо формулу товстої лінзи. Для цього побудуємо зображення предмета  $AB$ , розміщеного перпендикулярно до головної оптичної осі (рис. 2.17). Оскільки точка  $A$  лежить на головній оптичній осі, то спряжена їй точка  $A'$  також знаходиться на ній. Знайдемо зображення точки  $B$ . З точки  $B$  проведемо промінь, паралельний до головної оптичної осі. Його хід у лінзі нас не цікавить.

На головних площинах  $PH$  і  $P'H'$  на відстані  $h$  від головної оптичної осі знаходимо точки  $Q$  і  $Q'$ . Після лінзи з точки  $Q'$  промінь піде через правий фокус  $F'$ . Проведемо промінь з точки  $B$  через передній фокус до передньої головної площини (точка  $M$ ). Із спряженої точки  $M'$  після лінзи він піде паралельно головній оптичній осі. Перетин цього променя з променем  $Q'F'$  відбудеться у точці  $B'$ , яка спряжена з точкою  $B$ . Відрізок  $A'B'$  величиною  $-h'$  буде спряжений з відрізком  $AB$ . З подібності трикутників зі спільними вершинами  $F$  і  $F'$  випливає

$$\frac{-h'}{h} = \frac{-f}{-s+f}; \quad \frac{-h'}{h} = \frac{s'-f'}{f'}$$

З цих співвідношень одержимо

$$\frac{1}{s-f} = \frac{s'-f'}{f'} \quad \text{або} \quad sf' + s'f = ss' \quad (2.45)$$

Поділивши вираз (2.45) на  $ss'f'$ , маємо  $1/s' + f/sf' = 1/f'$ . Оскільки  $f' = -f$ , то

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad (2.46)$$

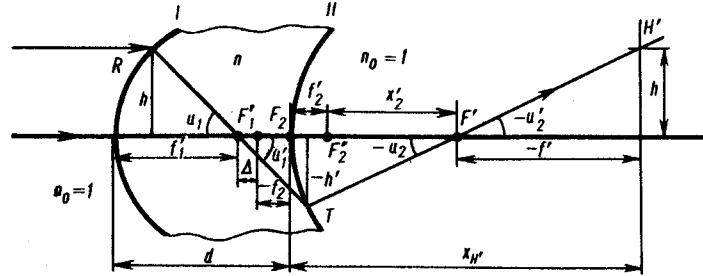


Рис. 2.18

Співвідношення (2.46) виражає формулу товстої лінзи.

Формула (2.46) має такий же вигляд, як і формула тонкої лінзи. Проте відстані, що входять у формулу (2.46), відраховуються від головних точок.

З'єднаємо точки  $B$  і  $H$  та  $H'$  і  $B'$ . Можна довести, що кути  $u$  і  $u'$ , які утворюють ці прями з головною оптичною віссю, рівні, якщо з обох боків лінзи оптичне середовище одне і те ж. Такі точки називають вузловими. У даному випадку вони збігаються з основними. Вузлові точки замінюють оптичний центр тонкої лінзи.

Визначимо фокусну відстань та положення головних площин товстої лінзи. Нехай на товсту лінзу падає промінь паралельно до головної оптичної осі на відстані  $h$  від неї. На першій заломлюючій поверхні він заломиться в точці  $R$ , досягне другої заломлюючої поверхні і, заломившись на ній у точці  $T$ , вийде з лінзи і перетне головну оптичну вісь у точці  $F'$ , яка є заднім фокусом. Проведемо перпендикулярно до головної оптичної осі площину  $H'$ , яка перетинає промінь на відстані  $h$  від осі. Це задня головна площина. Відстань від неї до точки  $F'$  визначає задню фокусну відстань  $f'$ . Встановимо її. На рис. 2.18  $\Delta$  – відстань між правим фокусом заломлюючої поверхні I і переднім фокусом заломлюючої поверхні II;  $x_2'$  – відстань від правого фокуса заломлюючої поверхні II до заднього фокуса лінзи. Оскільки пучок паралельний, то можна вважати, що основи відрізків  $h$  і  $-h'$  збігаються із вершинами заломлюючих поверхонь. Кути  $u_1 = u_1'$  та  $-u_2 = -u_2'$  як вертикальні. Оскільки промені параксильні, то з подібності прямокутних трикутників, які мають спільні вершини  $F_1'$  і  $F'$ , можна записати

$$\frac{h}{f_1'} = \frac{-h'}{\Delta - f_2} \quad \text{та} \quad \frac{h}{-f_1'} = \frac{-h'}{f_2' + x_2'}, \quad \text{звідки} \quad \frac{f_1'}{\Delta - f_2} = -\frac{f_1'}{f_2' + x_2'}$$

Тоді

$$f' = \frac{f_1'(f_2' + x_2')}{\Delta - f_2}$$

Застосувавши формулу тонкої лінзи до заломлюючої поверхні II, можна записати  $x'_2 \Delta = -f_2 f'_2$ . Знайдемо звідси  $x'_2$  і підставимо у вираз для  $f'$ . Тоді одержимо

$$f' = \frac{f'_1 \left( f'_2 - \frac{f_2 f'_2}{\Delta} \right)}{\Delta - f_2}. \quad (2.47)$$

З рис. 2.18 можна записати  $d = f'_1 + \Delta - f_2$ . Тоді  $\Delta = d - f'_1 + f_2$ . Підставимо  $\Delta$  у вираз (2.47) і, врахувавши, що оптична сила  $\Phi = 1/f'$ , одержимо

$$\Phi = -\frac{d - f'_1 + f_2}{f'_1 f'_2} = -\frac{d}{f'_1 f'_2} + \frac{1}{f'_2} - \frac{f_2}{f'_1 f'_2}. \quad (2.48)$$

Оптична сила I та II заломлюючих поверхонь

$$\Phi_1 = \frac{n}{t'_1} = \frac{1}{-t_1}; \quad \Phi_2 = \frac{1}{t'_2} = \frac{n}{-t_2}. \quad (2.49)$$

Враховуючи формулу (2.49), вираз (2.48) набере вигляду

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - \frac{d}{n} \Phi_1 \Phi_2. \quad (2.50)$$

З виразу (2.50) видно, що оптична сила товстої лінзи не дорівнює алгебричній сумі оптичних сил заломлюючих поверхонь і залежить від товщини лінзи  $d$ . Якщо лінза тонка ( $d = 0$ ), то  $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$ .

Визначивши оптичну силу товстої лінзи, знаходять її фокусну відстань  $f' = 1/\Phi$ .

Знайдемо відстань  $x_{H'}$ , яка визначає положення задньої головної площини від II заломлюючої поверхні лінзи.

З рис. 2.18 видно, що  $x_{H'} = f'_2 + x'_2 - f'$ . Тоді

$$\begin{aligned} x_{H'} &= t'_2 - \frac{t_2 t'_2}{\Delta} + \frac{t'_1 t'_2}{\Delta} = \frac{t'_2}{\Delta} (\Delta - t_2 + t'_1) = \\ &= \frac{d t'_2}{\Delta} = \frac{d}{t'_1} \frac{t'_1 t'_2}{\Delta} = -\frac{d}{t'_1} f' = \frac{d}{n} \Phi_1, \end{aligned}$$

тобто

$$x_{H'} = -\frac{d}{n} \frac{\Phi_1}{\Phi}. \quad (2.51)$$

Спрямувавши промінь у зворотному напрямі, аналогічними міркуваннями знайдемо розміщення передньої головної площини відносно заломлюючої поверхні I:

$$x_H = \frac{d}{n} \frac{\Phi_2}{\Phi}. \quad (2.52)$$

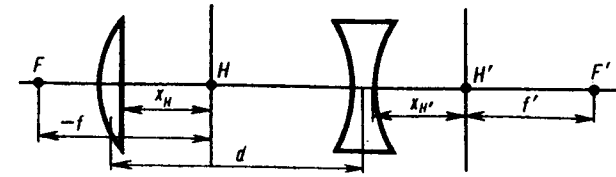


Рис. 2.19

Систему тонких лінз можна розглядати як товсту лінзу (рис. 2.19). Оптична сила системи  $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d\Phi_1\Phi_2$ . Задня фокусна відстань системи  $f' = 1/\Phi$ . Розташування головних площин (передньої і задньої)

знаходять за допомогою виразів  $x_H = d \frac{\Phi_2}{\Phi}$ ;  $x_{H'} = -d \frac{\Phi_1}{\Phi}$ . Головні площини таких систем не збігаються з лінзами.

Для центрованої системи, яка складається з двох товстих лінз (для кожної з них відомі оптичні сили і місцезнаходження головних площин), аналогічним шляхом визначають оптичну силу системи і розміщення її головних площин.

## § 2.6. Обмеження світлових пучків. Діафрагми

Оптичне зображення можна одержати лише за допомогою обмежених світлових пучків. В оптичній системі світлові пучки обмежують діафрагми. Роль діафрагм не менша, ніж лінз, оскільки зображення можна одержати в деяких випадках без лінз. Дає можливість це зробити камера-обскура, в якій отвір малих розмірів відіграє роль діафрагми.

В оптичну систему діафрагми вводять як конструктивні елементи. Вони являють собою непрозорі екрани з отворами, частіше круглими, які утворюють центровану систему. За призначенням діафрагми поділяють на апертурні і польові. Апертурні діафрагми змінюють освітленість зображення, не змінюючи його розмірів, а польові змінюють розміри зображення, не змінюючи його освітленості.

Оправи оптичних деталей системи також виконують роль діафрагм. Якщо через перший елемент оптичної системи проходить світловий пучок, виділений її оправою, то це ще не означає, що весь цей пучок пройде через оптичну систему. Всередині оптичної системи можуть існувати оправи інших її елементів, які також будуть обмежувати світлові пучки і виконувати роль діафрагм.

Для визначення місця розташування апертурної діафрагми в реальній оптичній системі необхідно знати шлях і розміри пучка променів, що проходять через оптичну систему в меридіональній площині. Знайдемо розташування такої діафрагми для оптичної системи, що складається з двох лінз (рис. 2.20). На неї з точки B падає пучок LBN, а

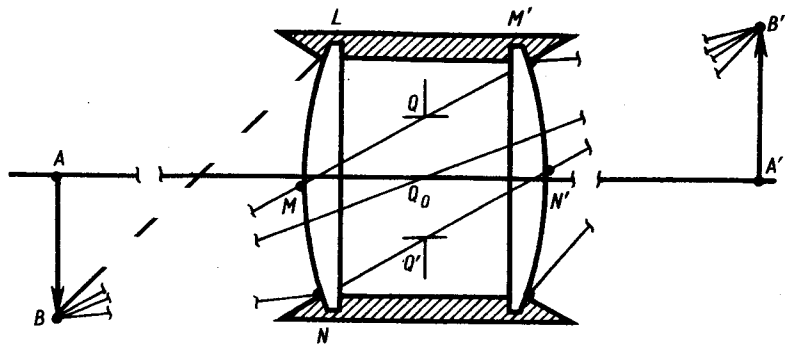


Рис. 2.20

проходить пучок  $M'BN'$ . З точки  $B$  промені входять в оптичну систему і вище точки  $M$ , але не проходять, оскільки затримуються задньою частиною оправ системи. З системи могли б вийти промені нижче точки  $N'$ , але їх немає, оскільки їх не пропускає передня частина оправ. Середній промінь пучка  $M'BN'$ , який перетинає оптичну вісь, називають головним променем. Місце його перетину  $Q_0$  з оптичною віссю визначає розташування апертурної діючої діафрагми. Відстань  $QQ'$  у напрямі нормалі до оптичної осі, проведеної через точку  $Q_0$  між діаметрально протилежними променями  $MM'$  і  $NN'$ , є діаметром діючої діафрагми. Якщо зменшувати її діаметр, то пучок променів, що проходить через оптичну систему, буде теж симетрично зменшуватися в діаметрі. Апертурна діафрагма обмежує не тільки нахилений пучок променів, але й осьовий пучок. Причому в оптичній системі існує тільки одне місце, де діафрагма одночасно і симетрично впливає на нахилений і осьовий пучки. Цією точкою є  $Q_0$ . Розмірами діафрагм і їх розташуванням визначаються такі важливі характеристики оптичної системи, як кількість світлової енергії, що проходить через оптичну систему і частину простору, яка може бути зображена оптичною системою, або величину поля зору. Крім цього, наявність діафрагм, які зменшують ширину пучків променів, поліпшує якість зображення і затримує бокові промені, які створюють відблиски і знижують контрастність зображення.

Знайдемо зображення апертурної діафрагми в параксіальних променях системою лінз, що знаходяться перед діафрагмою і за нею. На рис. 2.21 показана оптична система, в якій під  $L_1$  необхідно розуміти всі лінзи, розташовані перед діафрагмою  $S_0$  (зліва), а під  $L_2$  – сукупність лінз, розташованих за нею. Нехай  $S$  і  $S'$  – зображення апертурної діафрагми  $S_0$ , отримані відповідно системами  $L_1$  і  $L_2$ . Якщо діафрагму

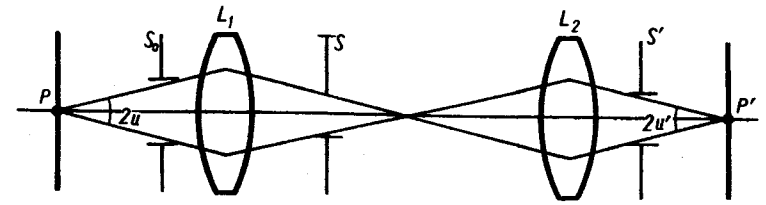


Рис. 2.21

$S_0$  замінити діафрагмою  $S$ , то  $S$  буде обмежувати світловий пучок так само, як  $S_0$ . Зображення  $S$  називають вхідною, а зображення  $S'$  – вихідною зіницями. Зображення  $S$  і  $S'$  спряжені відносно всієї системи в цілому. Якщо апертурна діафрагма знаходиться перед системою лінз  $L_1$ , то вона збігається з вхідною зіницею.

Припустимо, що зображення всіх діафрагм і оправ лінз системи  $L_1$  знаходяться в просторі предметів. Серед них буде також вхідна зіниця, тобто зображення апертурної діафрагми. Кут  $2u$ , під яким видно вхідну зіницю з точки предмета  $P$ , називається вхідним апертурним кутом, або *апertureю системи*. Якщо промені попадають на зіницю під кутом, більшим за апертуру системи, то вони будуть обмежуватись апертурною діафрагмою. Кут  $2u'$  з вершиною в центрі зображення  $P'$ , що опирається на вихідну зіницю, називається апертурним кутом у просторі зображень. Апертурна діафрагма, а отже, вхідна і вихідна зіниці визначають ширину пучка променів, які беруть участь в утворенні зображення, тобто впливають на різкість зображення. Однак не від кожної точки предмета промені, які пройшли через вхідну зіницю, пройдуть через оптичну систему. Будь-яка оптична система відображає певну частину простору, розташованого навколо оптичної осі. Ми вже припускали, що в просторі предметів розташовані зображення всіх діафрагм і оправ лінз системи. Виникає питання, яка частина цього простору може бути відображена, якщо в оптичній системі, крім апертурної діафрагми, є ще інші діафрагми, які також обмежують світлові пучки, що пройшли крізь апертурну діафрагму. Для того, щоб знайти цю діафрагму, необхідно знайти таке зображення діафрагм у просторі предметів, яке видно під найменшим кутом не з осьової точки предмета, а з центра зіниці входу, оскільки нас цікавить питання про обмеження пучка променів, що виходять саме з цієї точки.

На рис. 2.22 показана складна оптична система, передня і задня заломлюючі поверхні якої – відповідно I і II. Нехай вхідна і вихідна зіниці, тобто зображення апертурної діафрагми, будуть  $S$  і  $S'$ , центри яких  $P$  і  $P'$ . У просторі предметів наведено для прикладу зображення двох діафрагм  $M_1M_2$  і  $N_1N_2$ . З рис. 2.22 видно, що діафрагма  $M_1M_2$  обмежує

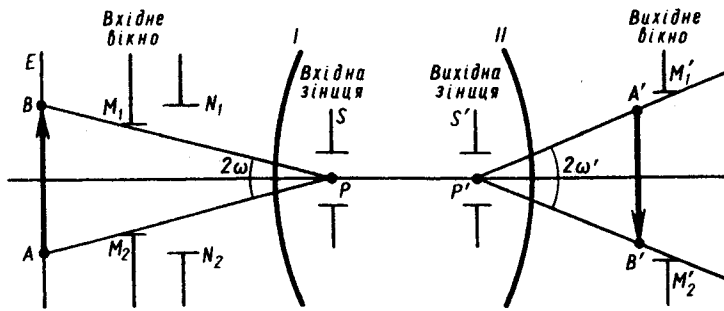


Рис. 2.22

ту частину простору або частину предмета  $AB$  у площині  $E$ , яка може бути зображена  $A'B'$  оптичною системою. Діафрагму, зображення якої видно з центра вхідної зіниці системи під найменшим кутом, називають польовою діафрагмою, а її зображення в просторі предметів – вікном входу. Зображення польової діафрагми в просторі зображень називають вікном виходу оптичної системи, яке є зображенням вікна входу системи, оскільки вони є зображенням однієї й тієї самої діафрагми. Кут  $2\omega$  називається кутом зору, а кут  $2\omega'$  – кутом поля зору оптичної системи в просторі зображень.

**Віньєтування.** Розглянемо сумісну дію вхідної зіниці  $S$  і вікна входу  $M_1M_2$  (рис. 2.23). Вікно входу  $M_1M_2$  не обмежує пучки променів, що виходять з центральної частини предмета  $AB_1$ . Пучки променів, що виходять із точок, які знаходяться між  $B_1$  і  $B_3$ , не заповнюють повністю вхідну зіницю, оскільки частина їх перекривається вікном входу. Пучок, що виходить із точки  $B_2$ , майже наполовину заповнює вхідну зіницю, а з точки  $B_3$  через вхідну зіницю проходить нескінченно вузький пучок.

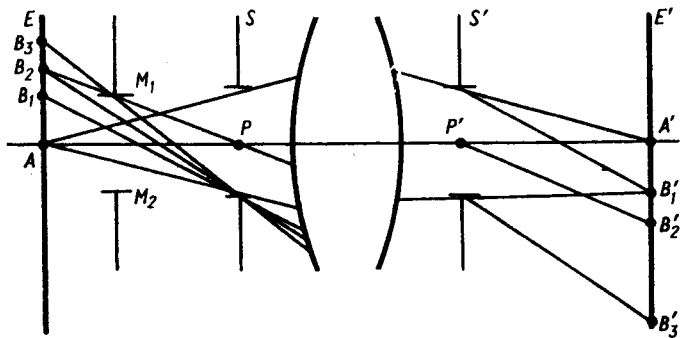


Рис. 2.23

Отже, зображення точок предмета, що знаходяться на різних відстанях від оптичної осі системи, будуть мати різну освітленість. Найбільша освітленість буде в центральній частині, радіус якої  $A'B'_1$ ; у місцях, радіус яких близько  $A'B'_2$ , освітленість майже у два рази менша, а в точці  $B'_3$  освітленість практично дорівнює нулю.

Явище часткового діафрамування світлових пучків, що поширюються від точок предмета, які розташовані не на оптичній осі, називається віньєтуванням. З рис. 2.23 видно, що віньєтування відсутнє, коли вікно входу  $M_1M_2$  збігається з площиною предметів. Оскільки не завжди можливе розташування вікна входу в площині предметів, то має місце віньєтування.

## § 2.7. Освітленість зображення. Світлосила

Якість оптичних приладів визначається освітленістю зображень, одержаних за їх допомогою. Знайдемо освітленість зображення, отриманого за допомогою найпростішої оптичної системи, яка складається з однієї лінзи (рис. 2.24). Нехай предмет і його зображення знаходяться в площинах, перпендикулярних до оптичної осі. Елемент площі предмета  $\Delta\sigma$  відображається оптичною системою у вигляді елемента площі  $\Delta\sigma'$ . Щоб визначити освітленість зображення  $\Delta\sigma'$ , необхідно знайти величину світлового потоку, який проходить через оптичну систему. Нехай  $B$  – яскравість площадки  $\Delta\sigma$ , тоді світловий потік, що поширюється в межах тілесного кута, який опирається на вхідну зіницю (у даному випадку вхідною зіницею є оправа лінзи діаметром  $D$ ),

$$\Delta\Phi = B\Delta\omega\Delta\sigma \cos \varphi. \quad (2.53)$$

Оскільки площадка перпендикулярна до осі, то  $\varphi = 0$ . Враховуючи, що при проходженні світлового потоку через оптичну систему відбувається його послаблення, величина світлового потоку, що проходить оптичну систему,

$$\Delta\Phi' = k\Delta\Phi = kB\Delta\omega\Delta\sigma, \quad (2.54)$$

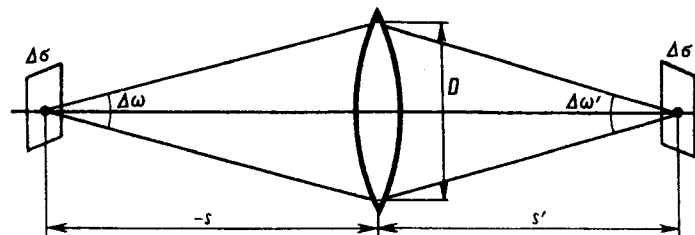


Рис. 2.24

де  $k$  – коефіцієнт, що характеризує втрати, зумовлені відбиванням, поглинанням та розсіюванням світлового потоку при проходженні оптичної системи.

Освітленість зображення

$$E = \frac{\Delta\Phi'}{\Delta\sigma'} = kB\Delta\omega \frac{\Delta\sigma}{\Delta\sigma'}. \quad (2.55)$$

Оскільки відношення площ  $\Delta\sigma'/\Delta\sigma = \beta^2$  дорівнює квадрату величини лінійного збільшення, а  $\Delta\omega = \pi D^2/4s^2$ , то вираз (2.55) буде таким:

$$E = \frac{kB \pi D^2}{4} \frac{1}{s^2 \beta^2}. \quad (2.56)$$

Враховуючи, що  $\beta = s'/s$ , маємо

$$E = \frac{kB \pi D^2}{4} \frac{s^2}{s^2 s'^2} = kB \left( \frac{\pi D^2}{4s'^2} \right). \quad (2.57)$$

Величина  $\pi D^2/4s'^2 = \Delta\omega'$  є апертурним кутом простору зображень і

$$E = kB\Delta\omega'. \quad (2.58)$$

Для фотографічного апарата  $s \gg s'$ ,  $s' = f'$ ,  $\Delta\omega' = \pi D^2/4f'^2$ , тоді

$$E = \frac{\pi}{4} kB \left( \frac{D}{f'} \right)^2. \quad (2.59)$$

Для проєкційного апарата, коли практично  $s = f$ , з виразу (2.56) маємо

$$E = \frac{\pi kB}{4} \left( \frac{D}{f} \right)^2 \frac{1}{\beta^2}. \quad (2.60)$$

З формул (2.59) і (2.60) випливає, що освітленість зображень тим більша, чим більші яскравість предмета та діаметр лінзи і чим менша її фокусна відстань. Для складних оптичних систем замість  $D$  необхідно брати діаметр вихідної зіниці.

Величина  $(D/f')^2$ , що входить у формулу (2.59), називається геометричною світлосилою або просто світлосилою об'єктива. Добуток коефіцієнта  $k$  на геометричну світлосилу називають фізичною світлосилою. Величину  $D/f'$  називають відносним отвором. На оправах об'єктивів фотографічних апаратів наносяться величини, обернені до  $D/f'$ .

## § 2.8. Аберации оптичних систем

Розглянуті питання теорії побудови зображень в оптичних системах дійсні лише для параксіальних пучків променів. Якщо через оптичну систему проходить не параксіальний пучок або коли в самій системі відсутня осьова симетрія (асферичні поверхні), то спостерігаються різні відхилення від одержаних співвідношень, виникають спотворення зображень, які називаються *абераціями*. Основи теорії аберацій викладено в спеціальній літературі (М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики. – М.: Наука, 1970; Б. Н. Бегунов. Геометрическая оптика. – М.: Изд-во МГУ, 1961; М. И. Апенко, А. С. Дубовик. Прикладная оптика. – М.: Наука, 1971).

Аберації оптичних систем поділяють на монохроматичні і хроматичні. *Монохроматичні аберації* характеризують відхилення реальних оптичних систем від ідеальних для монохроматичних променів. При проходженні білого світла через межі прозорих середовищ оптичної системи воно розкладається в спектр. Внаслідок цього зображення являтиме сукупність монохроматичних зображень, які не збігаються між собою як за розміщенням, так і за величиною, при цьому воно буде забарвлене. Цей недолік оптичної системи називається *хроматичною аберацією*.

До монохроматичних аберацій належать: сферична аберація, астигматизм, кривизна поля зображення, кома та дисторсія.

Процес усунення як монохроматичних, так і хроматичних аберацій називається коригуванням оптичної системи. Повністю усунути їх в оптичних системах неможливо, але зменшити, щоб око або будь-який інший приймач світлової енергії через обмеженість своєї роздільної здатності їх не сприймали, можливо.

**Сферична аберація.** Нехай на оптичній осі двоопуклої лінзи знаходиться світна точка. Сферична аберація полягає в тому, що світлові промені, які виходять із цієї точки, попадають у різні місця заломлюючої поверхні і зазнають таких відхилень, що після проходження оптичної системи не перетинаються в одній точці (рис. 2.25, а). З променів, що падають на лінзу, зазнаватимуть більшого заломлення ті, які проходять через неї на більшій відстані від оптичної осі. Це можна пояснити залежністю кута відхилення променя від заломного кута призми (формула (2.12)). Внаслідок цього замість одного утвориться нескінченна множина зображень точки  $A$ , розміщених між  $A'$  і  $A'_1$ . Точка  $A'_1$  – це зображення точки  $A$  в параксіальних променях, а  $A'$  – зображення в променях, що проходять на максимальній відстані від оптичної осі. У площині зображень параксіальними променями утвориться світна пляма у вигляді кружка. Якщо площину, перпендикулярну до оптичної осі, переміщати вздовж осі між точками  $A'$  і  $A'_1$ , то неможливо знайти таке місце, де зображення мало б вигляд точки – воно буде у вигляді розмитого кружка. Радіус кружка розсіювання в площині параксіального



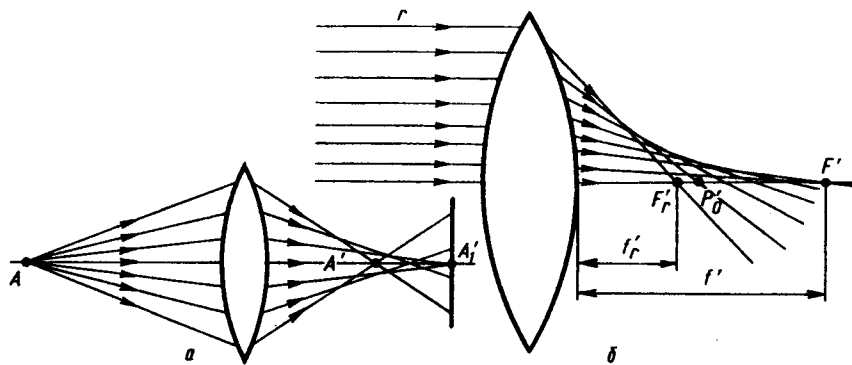


Рис. 2.25

зображення характеризує поперечну сферичну аберацію. Подібна картина спостерігається і тоді, коли промені падають на лінзу паралельно її оптичній осі (рис. 2.25, б), де  $F'$  і  $F_r'$  – відповідно фокуси для параксіальних і крайніх променів. Відстань між цими фокусами  $\delta s' = f_r' - f'$  називається поздовжньою сферичною аберацією або просто сферичною аберацією. Поверхня, яка огинає сукупність променів заломленого пучка, називається каустичною поверхнею.

Сферична аберація різних ділянок лінзи залежить від їхньої відстані до оптичної осі  $h$ , тобто  $\delta s' = f(h)$ . Всі аберації, у тому числі й сферичні, зображають графічно у вигляді так званих характеристичних кривих. На рис. 2.26 показано графік залежності поздовжньої сферичної аберації додатної (рис. 2.26, а) і від'ємної (рис. 2.26, б)  $\delta s'$  лінз. Графічна залежність  $\delta s' = f(h)$  вказує на те, що комбінуванням додатних і від'ємних лінз можна одержати складні оптичні системи з досить малими сферичними абераціями. Сферична аберація, на відміну від інших монохроматичних, не залежить від розміщення точки в площині предметів.

**Астигматизм і кривизна поля зображення.** Астигматизм являє собою абераційне спотворення, яке виникає при відображенні позаосьових точок предмета. Сферична хвиля, що виходить із світної позаосьової точки предмета, після проходження через оптичну систему перестає бути сферичною; гомоцентричний пучок перетворюється в астигматичний. Як уже відзначалось, перетин променів астигматичного пучка відбувається

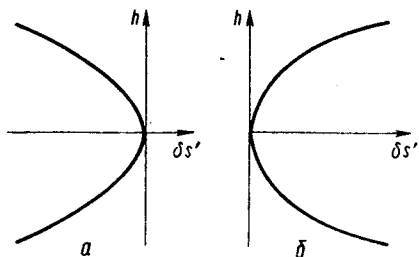


Рис. 2.26

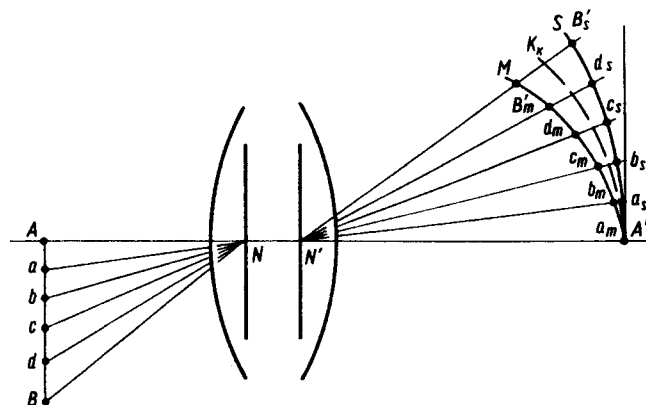


Рис. 2.27

не в одній точці, а в точках, сукупність яких утворює два взаємно перпендикулярних відрізка (рис. 2.3).

Площину, яка проходить через головний промінь і оптичну вісь, називають *меридіональною*, а ту, що проходить через головний промінь перпендикулярно до меридіональної площини, – *сагітальною*. У зв'язку з тим, що промені астигматичного пучка перетинаються в точках, розміщених на двох взаємно перпендикулярних лініях, одне із зображень лежатиме в сагітальній, а друге – в меридіональній площинах. Якщо предмет знаходиться на нескінченності, то точки  $P_1$  і  $P_2$  визначатимуть положення фокусів у сагітальній і меридіональній площинах. Фокуси в цьому випадку матимуть вигляд ліній  $P_1' P_1 P_1''$  і  $P_2' P_2 P_2''$  (рис. 2.3). Відстані осей  $x_m$  від меридіонального фокуса і  $x_s$  від сагітального до фокуса  $F_m$ , що визначаються параксіальними променями, для певних елементарних пучків променів залежать від кута входу променя в систему, тобто

$$x_m = \varphi_m(\omega); \quad x_s = \varphi_s(\omega),$$

де  $\omega$  – кут входу променя в систему, або кут поля зору.

Мірою астигматизму є астигматична різниця  $\delta = x_m - x_s$ . При відображенні предметів скінченних розмірів, наприклад площини, їх слід розглядати як сукупність точок, кожна з яких зображатиметься астигматичними пучками променів. Якщо предмет у вигляді відрізка  $AB$  (рис. 2.27) знаходиться в меридіональній площині, то кожній його точці  $a, b, c, \dots$  у просторі зображень відповідатимуть сукупність меридіональних ( $a_m, b_m, c_m, \dots$ ) і сагітальних ( $a_s, b_s, c_s, \dots$ ) зображень, які знаходитимуться на відповідних головних променях. Сукупність цих

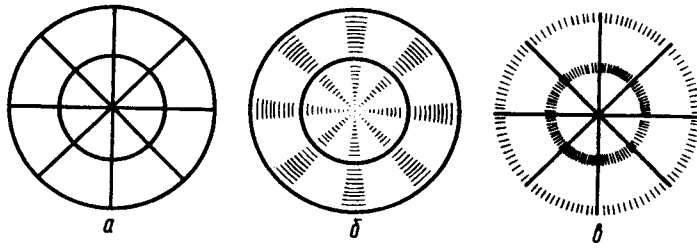


Рис. 2.28

точок дає меридіональне  $A'M$  і сагітальне  $A'S$  зображення відрізка  $AB$ . Обертанням кривих  $A'M$  і  $A'S$  навколо оптичної осі одержимо поверхні обертання. Отже, при відображенні плоского предмета утворюються два його зображення у вигляді поверхонь обертання: одне меридіональне, друге сагітальне. Між меридіональною і сагітальною поверхнями знаходиться поверхня  $K_x$  (рис. 2.27), в якій точки предмета зображатимуться у вигляді кружків розсіювання. Ця поверхня визначає поверхню зображення, вона неплоска і називається *кривизною поля зображення*.

Наявність астигматизму і кривизни поля зображення за умови, коли зображення має проектуватись на площину, зумовлює нечіткість зображення, що збільшується з віддаленням від його центра. На рис. 2.28 наведено зображення радіусів і кіл: коли в оптичній системі немає кривизни поля зображення (рис. 2.28, а); коли екран збігається з площиною, в якій знаходяться фокальні лінії елементарних меридіональних (рис. 2.28, б) та сагітальних (рис. 2.28, в) пучків.

Незважаючи на те, що астигматизм і кривизна поля зображення мають спільну фізичну природу, ці аберации за своїми величинами не залежать одна від одної. Оптичні системи, в яких усунено астигматизм і поле зображення плоске, називаються *анастигматичними*, або *анастигматами*. Виправлення астигматизму і кривизни поля зображення має особливо важливе значення для фотографічних і проєкційних апаратів.

**Кома** – це аберация широкого пучка променів, нахилених до оптичної осі. Основною причиною цієї аберации є кривизна заломлюючої поверхні. Для осевого пучка при його заломленні існує повна симетрія відносно оптичної осі, а для нахиленого до оптичної осі пучка такої симетрії немає. Внаслідок цього верхні і нижні його промені заломлюватимуться по-різному (рис. 2.29): нижні – більше, ніж верхні. Крім того, пучки, які більш віддалені від оптичної осі, дають зображення, розміщені далі від оптичної осі й більших розмірів. Зображення точки являтиме собою безперервну сукупність кружечків, радіуси яких збільшуються із збільшенням відстані від оптичної осі. Ці кружечки мають дві прямолінійні обвідні, що перетинаються в параксіальному фокусі лінзи і утворюють між собою кут  $\alpha$ . Зображення точки  $A$  матиме

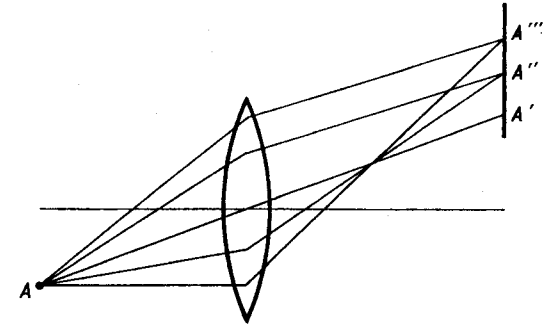


Рис. 2.29

вигляд заштрихованої фігури (рис. 2.30), що нагадує комету. Звідси і походження назви аберации – кома.

**Дисторсія** – це вид аберации, що виявляється в порушенні подібності зображення і предмета. Причина виникнення її полягає в тому, що поперечне збільшення для різних ділянок площини зображень неоднакове, тобто в цьому випадку відношення тангенсів кутів поля зору і поля зображень не зберігають свого постійного значення для точок усього поля зображень. При наявності такого виду аберации зображення будь-якої прямої в площині предмета, що проходить через оптичну вісь, буде прямою лінією, а зображення інших прямих буде викривленим. Так, якщо лінійне збільшення з віддаленням від оптичної осі зростає, то зображення прямокутної сітки (рис. 2.31, а) – подушкоподібне (рис. 2.31, б), якщо ж спадає, то бочкоподібне (рис. 2.31, в). Дисторсію особливо слід враховувати в оптичних вимірювальних приладах, а також в об'єктивах фотографічних та картографічних приладів. Послаблення прояву наведених вище монохроматичних абераций на практиці досягається добром різних лінз. Повне усунення всіх абераций неможливе.

Найшкідливішими з усіх наведених є сферична аберация та кома.

В оптичних системах є дві спряжені площини, відображення яких відбувається без абераций навіть для непараксіальних пучків променів. Для таких площин виконується умова синусів

$$y \sin u = y' n' \sin u',$$

де  $y$  і  $y'$  – величина предмета і його зображення;  $n$  і  $n'$  – показники за-

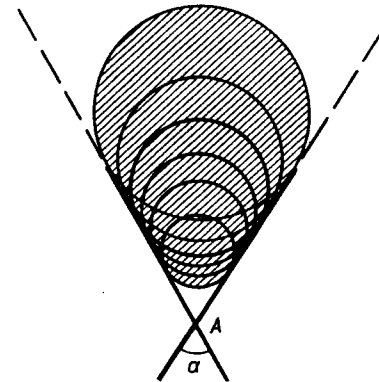


Рис. 2.30

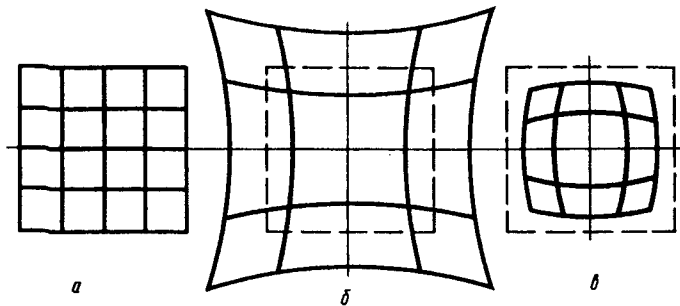


Рис. 2.31

ломлення середовищ у просторі предметів і зображень;  $u$  і  $u'$  – апертурні кути з боку предмета і його зображення.

Для усунення монохроматичних аберацій насамперед слід домогтись виконання умови синусів. Оптичні системи, в яких усунено сферичну аберацію і виконується умова синусів, називають *апланатичними*, або *апланатами*. До таких систем належать об'єктиви мікроскопів.

**Хроматична аберація.** При падінні немонохроматичного світла на заломлюючу поверхню промені різних довжин хвиль заломлюються по-різному, що зумовлюється дисперсією світла, тобто залежністю показника заломлення від довжини хвилі. У спектральній області, для якої речовина прозора, із збільшенням довжини хвилі показник заломлення зменшується. Для видимого спектра він є найбільшим для фіолетового світла і найменшим – для червоного.

При одержанні зображення точки в білому світлі фіолетові промені заломлюються на лінзі більше і тому вони перетинаються ближче до неї, а червоні – менше і перетинаються далі від лінзи. Зображення, утворені ними, зміщені одне відносно одного.

На рис. 2.32 схематично показано виникнення хроматичної аберації. Зображення точки  $P$ , одержане за допомогою збиральної лінзи  $L$ , знаходиться між точками  $P'$  і  $P''$ . Зображення  $P'$  одержане фіолетовими променями, а  $P''$  – червоними. Між  $P'$  і  $P''$  утворюються зображення, одержані променями інших кольорів. Отже, зображення точки  $P$  буде нечітким і забарвленим.

Хроматична аберація до певної міри усувається комбінуванням лінз, виготовлених із різних сортів скла. При цьому беруть такі лінзи, щоб їхні фокуси і головні площини збіглися для яких-небудь двох довжин хвиль.

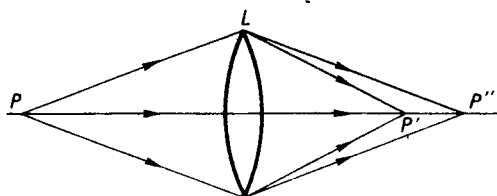


Рис. 2.32

Тоді кажуть, що оптична система ахроматизована або виправлена в хроматичному відношенні. Вибір довжин хвиль, для яких має бути ахроматизована оптична система, зумовлюється її призначенням. Так, у візуальних приладах ахроматизацію треба здійснювати для довжин хвиль, розміщених з обох боків поблизу жовто-зеленої ділянки спектра, до якої чутливість людського ока максимальна. Ахроматизацію таких приладів проводять для фраунгоферових ліній, яким відповідають довжини хвиль  $\lambda_C = 0,6563$  мкм (червона лінія атомів водню) і  $\lambda_F = 0,4861$  мкм (синя лінія атомів водню). У фотографічних апаратах ахроматизацію виконують для довжин хвиль поблизу синьої ділянки спектра, оскільки фотографічна пластинка чутливіша до цих променів. Ахроматизацію тут виконують для фраунгоферових ліній, яким відповідають довжини хвиль  $\lambda_D = 0,5893$  мкм (жовта лінія натрію) і  $\lambda_G = 0,4340$  мкм. Її часто здійснюють також склеюванням оптичної системи із збиральних і розсіювальних лінз, показники заломлення яких різні.

Рівняння (2.35) дає змогу визначити зміну фокусної відстані лінзи при зміні показника заломлення:

$$-\frac{df'}{f'} = \frac{dn}{n-1}. \quad (2.61)$$

Для практичних розрахунків у співвідношенні (2.61) диференціали величин записують через їхні кінцеві різниці. Для візуальних приладів праву частину рівняння записують через показники заломлення  $n_F$ ,  $n_C$  і  $n_D$  для спектральних ліній  $\lambda_F$ ,  $\lambda_C$  і  $\lambda_D$

$$\frac{n_F - n_C}{n_D - 1} = \frac{1}{v}. \quad (2.62)$$

Тоді співвідношення (2.61) з урахуванням (2.62) набуває вигляду

$$-\frac{\Delta f'}{f'} = \frac{1}{v}. \quad (2.63)$$

Величина  $v$  називається *коефіцієнтом дисперсії*, або *числом Аббе*. Для оптичного скла він знаходиться у межах від  $1/60$  до  $1/30$ . Якщо  $f'_1$  і  $f'_2$  – фокусні відстані двох тонких лінз, то фокусна відстань системи цих склеєних лінз визначається співвідношенням

$$\frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} = \frac{1}{f'}. \quad (2.64)$$

Оптична система буде ахроматизована, коли її оптична сила не залежить від зміни фокусних відстаней  $f'_1$  і  $f'_2$ , викликаних зміною спектрального складу світла, що падає на систему. Це означає, що

$$d\left(\frac{1}{f'}\right) = 0.$$

Із виразу (2.64) маємо

$$\frac{df_1'}{(f_1')^2} + \frac{df_2'}{(f_2')^2} = 0, \quad (2.65)$$

а з урахуванням залежності (2.63)

$$-\frac{1}{v_1 f_1'} = \frac{1}{v_2 f_2'} \quad \text{або} \quad v_1 f_1' = -v_2 f_2'. \quad (2.66)$$

Рівняння (2.66), що виражає умову ахроматизації складної лінзи, називається *рівнянням Петцваля*. Оскільки коефіцієнти дисперсії додатні, то з нього випливає, що ахроматизована складна лінза повинна складатись із додатної і від'ємної лінз. Ахроматичні пари склеєних тонких лінз широко застосовуються в об'єктивах мікроскопів. Об'єктиви, в яких ахроматизація виконана для двох кольорів спектра, називаються *ахроматами*. Е. Аббе (1840–1905) ввів у мікроскопію апохромати. Це об'єктиви, в яких ахроматизація виконана для трьох довжин хвиль.

## § 2.9. Око як оптична система

Око людини являє собою своєрідну оптичну систему (рис. 2.33). Очне яблуко наближено має сферичну форму діаметром близько 25 мм. Ззовні воно покрите твердою непрозорою оболонкою 4, яка називається склерою. У передній частині склера переходить у прозору дещо більшу опуклу оболонку 1, яка називається рогівкою ( $n=1,38$ ). Відділена від склери рогівка має форму сферичної чашечки діаметром близько 12 мм і радіусом кривизни сферичної поверхні 7–8 мм. Під склерою знаходиться судинна оболонка 5, яка в передній частині переходить у забарвлену оболонку 10 з отвором і називається райдужною оболонкою. Отвір у райдужній оболонці практично являє собою зіницю ока. Залежно від інтенсивності світла діаметр зіниці може змінюватись.

Райдужна оболонка – це апертурна діафрагма ока. Простір 11 між райдужною оболонкою і рогівкою називають передньою камерою. Він заповнений прозорою рідиною ( $n=1,33$ ). За зіницею знаходиться кришталік 2, який за формою близький до двопуклої лінзи діаметром 8–10 мм.

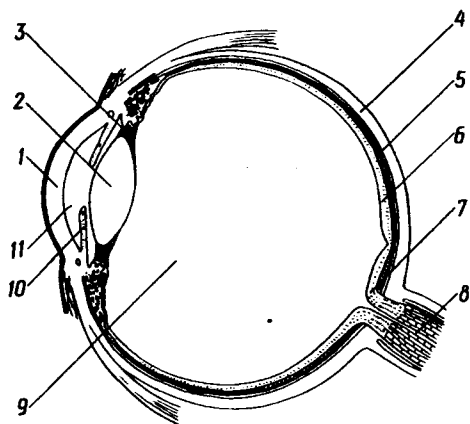


Рис. 2.33

Він складається з шарів різної густини: для зовнішнього шару  $n=1,40$ , а для внутрішнього – 1,44. За кришталіком очне яблуко заповнене драглистим скловидним тілом 9. Через задню стінку очного яблука входить зоровий нерв 8, який розгалужується на дні ока, утворюючи світлочутливий шар, що називається сітківкою 6. Світлочутливими елементами сітківки є палички і колбочки.

Оптичні елементи ока (рогівка, зіниця, кришталік) утворюють центровану оптичну систему. Пряма, на якій лежать їх центри, являє собою головну оптичну вісь. Із усіх заломних середовищ найбільшу оптичну силу має рогівка (близько 40 дптр). Це зумовлено тим, що рогівка межує з повітрям. Оптична сила кришталіка може змінюватись, завдяки чому зображення попадає на сітківку при різних відстанях предметів від ока. Якщо м'язи не напружені, то радіус кривизни передньої поверхні кришталіка дорівнює 10 мм, а задньої – 6 мм. За цих параметрів фокус кришталіка лежить на сітківці, а предмет – на нескінченності. Проте зображення повинно лежати на сітківці для будь-яких відстаней від предмета до ока. При цьому відстань від кришталіка до сітківки залишається постійною. Це забезпечується тим, що м'язи з стискують кришталік, внаслідок чого зменшується радіус кривизни поверхонь і збільшується оптична сила. Зміна оптичної сили завдяки зміні радіусів кривизни поверхонь кришталіка називається *акомодацією ока*. Найбільшою оптичною силою є у випадку, коли радіуси кривизни обох поверхонь кришталіка дорівнюють 5,5 мм. Тоді зображення попадатиме на сітківку для відстані від предмета до ока близько 15 см. Ця відстань називається ближньою точкою. Для нормального зору існує відстань найкращого зору, яка дорівнює 25 см. Завдяки акомодатії оптична сила ока може змінюватись у межах від 58 до 74 дптр. На сітківці оптична система ока утворює дійсне обернене зображення.

Для світлового подразнення людського ока необхідно, щоб у нього потрапив світловий потік  $2,5 \cdot 10^{-10} - 4,2 \cdot 10^{-10}$  Дж/с, що еквівалентно попаданню в око кількох десятків фотонів у секунду, яким відповідає довжина світлової хвилі  $\lambda = 0,55$  мкм. Чутливість ока при зміні освітленості може змінюватись. Ця властивість ока називається *адаптацією*. Завдяки їй око здатне сприймати широкий інтервал освітленостей, відношення меж якого близько  $1:10^{12}$ .

Однією з важливих характеристик ока є гострота зору, або роздільна здатність, під якою розуміють ту найменшу відстань між двома точками предмета, які воно здатне розрізнити окремо. Гострота зору вимірюється кутовою відстанню між цими точками і за одиницю виміру прийнято вважати кут в одну кутову мінуту.

Простір, який спостерігається нерухомим оком, називають полем зору, яке в горизонтальному напрямі має кутовий розмір близько  $150^\circ$ , а у вертикальному –  $125^\circ$ . Поле зору, що відповідає жовтій плямі 7, невелике. Воно дорівнює близько  $6^\circ$  уздовж горизонталі і близько  $4^\circ$  уздовж

вертикалі. Поле зору центральної ямки ще менше і дорівнює близько  $1^\circ$  вздовж горизонталі і вертикалі.

Зір обома очима називають *бінокулярним*. Він має ряд своєрідностей порівняно із зором одним оком. Особливо помітно це виявляється при об'ємному сприйманні предметів, яке називається стереоскопічним баченням, або стереоскопізмом. Для ока притаманні всі аберації оптичних систем. Завдяки особливий його будові геометричні й хроматичні аберації мало помітні. Головними недоліками зору є: а) міопія, або короткозорість, за якої промені від нескінченно віддалених точкових джерел фокусуються перед сітчастою оболонкою; вона коректується за допомогою розсіювальної лінзи; б) гіперметропія, або далекозорість, за якої промені від нескінченно віддалених точкових джерел фокусуються за сітчастою оболонкою; вона коректується за допомогою збиральної лінзи; в) астигматизм, при якому заломлююча здатність ока різна в різних площинах, що проходять через його оптичну вісь. Цей дефект коректується за допомогою циліндричної або тороїдальної лінз.

## § 2.10. Оптичні прилади

У наш час існує величезна кількість оптичних приладів. Їх можна поділити на групи за тими явищами, на яких основана їх дія. До них належать, наприклад, фотометри, інтерферометри, поляриметри, спектрометри, пірометри, гоніометри та ін. Окрему групу становлять оптичні прилади, за допомогою яких одержують зображення предметів. До них відносяться прилади, що озброюють людське око (лупа, мікроскоп, зорова труба) та дають зображення на екрані (фотоапарат, проекційний апарат). Розглянемо останню групу приладів.

*Лупа* є найпростішим оптичним приладом, за допомогою якого розглядають дрібні предмети, і являє собою короткофокусну збиральну лінзу.

Нехай предмет  $AB$  розташований у передній фокальній площині лінзи (рис. 2.34, а). Оскільки точка  $A$  лежить на головній оптичній осі лінзи і ока, то її зображення  $A'$  буде лежати також на головній оптичній осі. Точка  $B$  знаходиться у фокальній площині лінзи, тому між лінзою і оком промені паралельні. Далі їх фокусує оптична система ока, утворюючи зображення  $B'$ . Кут  $\angle A'OB' = \omega$  називають кутом зору. Легко побачити, що в даному випадку  $\angle BCA$  також дорівнює  $\omega$ . Коли б розглядали безпосередньо предмет  $AB$ , то його розмістили б на відстані найкращого зору  $l_0$  (рис. 2.34, б). Тоді кут зору був би  $\omega_0$ . Під збільшенням кута зору  $\Gamma$  розуміють

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg} \omega}{\operatorname{tg} \omega_0}. \quad (2.67)$$

З  $\triangle ABC$   $\operatorname{tg} \omega = AB/l$ , з  $\triangle ABO$  (рис. 2.34, б)  $\operatorname{tg} \omega_0 = AB/l_0$ . Підставивши ці значення в формулу (2.67), одержимо

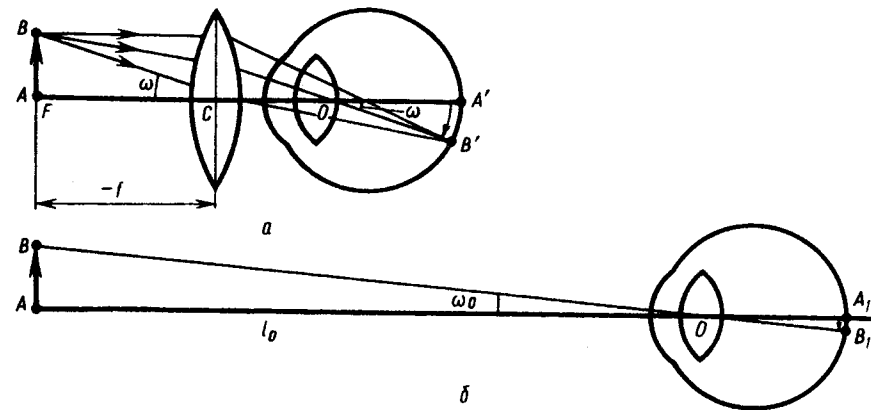


Рис. 2.34

$$\Gamma = l_0 / f, \quad (2.68)$$

де  $f$  – фокусна відстань лінзи. З виразу (2.68) видно, що із зменшенням фокусної відстані лінзи зростає її збільшення. Теоретично значення збільшення лупи нічим не обмежене. Проте їх виготовлення і користування ними складне. Тому на практиці лупи із збільшенням більше 40 не використовують. Для одержання великих збільшень застосовують мікроскоп.

*Мікроскоп* – це оптичний прилад, що дає можливість розглядати та фотографувати малі предмети, які можуть бути невидимі неозброєним оком. В оптичній системі мікроскопа можна виділити освітлювальну та проекційну частини. Освітлювальна система складається із дзеркала, плоского з одного боку і вгнутого з другого, та конденсора. Ірисова діафрагма конденсора визначає знічку входу. Проекційна система мікроскопа складається з об'єктива і окуляра. Об'єктиви сучасних мікроскопів являють собою складну оптичну систему, яка може містити більше десяти лінз. Проте основну роль у збільшенні відіграє перша плоско-опукла лінза, яка називається фронтальною. Інші лінзи визначають необхідну апертуру й усувають сферичну та хроматичну аберації й астигматизм. Об'єктив дає дійсне збільшене зображення предмета. Зображення об'єктива розглядається в окуляр як в лупу.

При розгляданні предмета неозброєним оком кут зору дорівнює  $\omega_0$  (рис. 2.34, б). При використанні мікроскопа предмет видно під кутом  $\omega$  (рис. 2.35). Тоді збільшення кута зору, яке дає мікроскоп,

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg} \omega}{\operatorname{tg} \omega_0}.$$

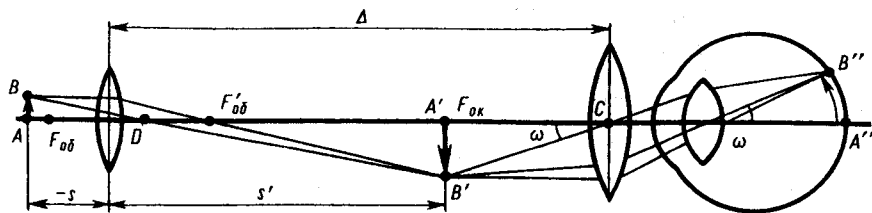


Рис. 2.35

Із трикутника  $A'B'C$  маємо  $\operatorname{tg} \omega = A'B' / f_{\text{ок}}$ , а з подібності трикутників  $ABD$  та  $A'B'D - AB / A'B' = s / s'$ . Оскільки предмет розміщується близько до фокальної площини об'єктива, то наближено  $s \approx f_{\text{об}}$ . Визначивши звідси  $A'B'$ , маємо

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{ABs'}{l_{\text{об}} f_{\text{ок}}}$$

Підставивши значення  $\operatorname{tg} \omega$  і  $\operatorname{tg} \omega_0$  у вираз для визначення збільшення кута зору мікроскопа, одержимо

$$\Gamma = \frac{s' l_0}{f_{\text{ок}}^2 f_{\text{об}}}$$

Відстань від об'єктива до створюваного ним зображення  $s'$  наближено дорівнює довжині тубуса мікроскопа  $\Delta$ . Тоді

$$\Gamma = \frac{l_0 \Delta}{f_{\text{об}} f_{\text{ок}}} = \frac{\Delta}{f_{\text{об}}} \frac{l_0}{f_{\text{ок}}} = \Gamma_{\text{об}} \Gamma_{\text{ок}} \quad (2.69)$$

Отже, збільшення мікроскопа дорівнює добутку збільшення об'єктива на збільшення окуляра. Збільшення оптичного мікроскопа досягає величин, близьких 2000.

Для одержання мікропроецій та мікрофотографій окуляр піднімають так, щоб зображення  $A'B'$  виявилось перед переднім його фокусом  $F_{\text{ок}}$ .

Окуляри складаються, як мінімум, із двох лінз. Лінза, що знаходиться ближче до об'єктива, називається колективною, а та, що з боку ока, — очною. Колективна лінза виконує ту саму роль, що й конденсор у проєкційних апаратах: вона нахилає до оптичної осі всі промені, які створюють зображення, і спрямовує їх у зіницю ока спостерігача.

Предмети, які розглядаємо через мікроскоп, несамоосвітні — їх треба освітлювати різними пристроями. Для розглядання прозорих предметів використовують конденсори, для освітлення непрозорих або напівпрозорих предметів — освітлювачі, які спрямовують світло зверху на предмет.

Для спостереження за великими і досить віддаленими предметами існують спеціальні оптичні системи — *телескопи*. До них належать геодезичні і

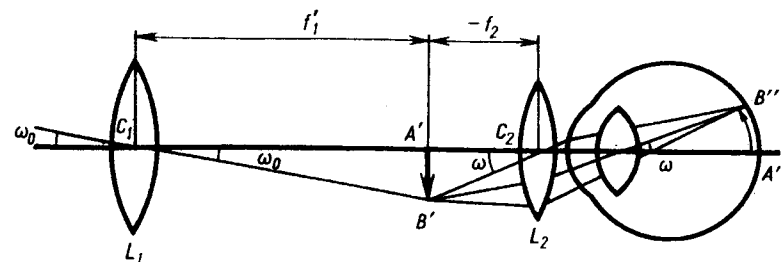


Рис. 2.36

астрономічні зорові труби, біноклі, стереоскопічні труби та ін. Характерним для цих систем є те, що в них входять паралельні пучки променів, які потім виходять також у вигляді паралельних пучків.

Оптична система зорової труби складається з об'єктива  $L_1$  і окуляра  $L_2$  (рис. 2.36), причому задній фокус об'єктива збігається з переднім фокусом окуляра. Така система називається телескопічною. Для одержання чіткого зображення відстань між об'єктивом і окуляром можна змінювати. У фокальній площині об'єктива утворюється дійсне зображення  $A'B'$  віддаленого предмета  $AB$ .

Кут зору при спостереженні предмета неозброєним оком з великою точністю можна вважати таким, що дорівнює  $\omega_0$ . Кут  $A'C_1B'$  як вертикальний також дорівнює  $\omega_0$ . Із трикутника  $A'B'C_1$  можна записати  $\operatorname{tg} \omega_0 = A'B' / f_1'$ . При застосуванні зорової труби кут зору дорівнює  $\omega$ . Із трикутника  $A'B'C_2$  можна записати  $\operatorname{tg} \omega = A'B' / f_2$ .

Тоді збільшення кута зору телескопічної системи

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg} \omega}{\operatorname{tg} \omega_0} = \frac{f_1'}{f_2} \quad (2.70)$$

Із виразу (2.70) видно, що збільшення телескопа знаходиться в прямій залежності від фокусної відстані об'єктива і в оберненій — від фокусної відстані окуляра. Зображення, яке дає об'єктив телескопа, знаходиться в задній фокальній площині, що одночасно є передньою фокальною площиною окуляра. За такої умови зображення буде на нескінченності і для його спостереження око має бути акомодовано на нескінченність.

Телескопічна система, яка складається з об'єктива і додатного окуляра (рис. 2.36), називається зоровою трубою Кеплера. Оскільки за її допомогою одержують перевернуте зображення предмета, то для розгляду наземних предметів вона незручна. Тому в такому випадку часто користуються зоровою трубою Галілея, яка складається з додатного об'єктива та окуляра у вигляді простої двовгнутої лінзи (рис. 2.37).

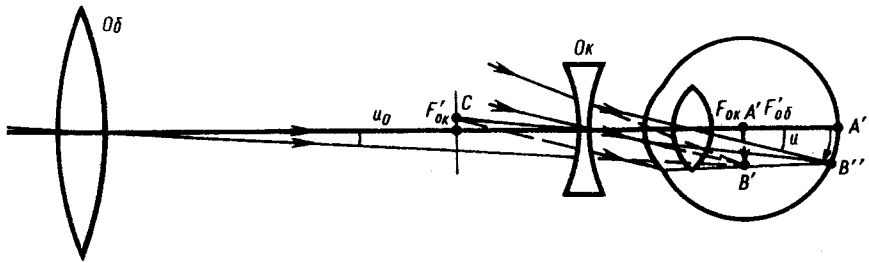


Рис. 2.37

Незважаючи на те, що труба Галілея проста за своїми конструктивними даними (має малу загальну довжину і дає пряме зображення), вона має ряд недоліків. Зокрема, проміжне зображення є уявним, тому система не може бути оснащена візирною сіткою. Для спостереження прямих зображень із візирними сітками користуються так званими наземними трубами. Вони являють собою трубу Кеплера з оптичними системами, здатними повертати зображення на  $180^\circ$ . До них належать польові біноклі, стереотруби та ін.

Поряд з описаними телескопами й зоровими трубами із заломлюючими оптичними системами, які ще називаються рефракторами, існують телескопічні системи, побудовані з відбиваючих поверхонь (дзеркал) – рефлектори. Вперше рефлектор побудував І. Ньютон. Залежно від способу виведення променів із труби і розташування окуляра, через який розглядають зображення, рефлектори є різних систем: системи Ньютона, системи Гершеля – Ломоносова, системи Грегорі, системи Кассегрена та ін. Дзеркальні телескопи не мають хроматичної аберації, але в них є сферична аберація. Зменшити сферичну аберацію можна заміною сферичних дзеркал гіперболічними або параболічними, виготовлення яких технічно значно складніше, ніж сферичних.

Досить ефективною для одержання хороших в оптичному відношенні й порівняно недорогих систем виявилась ідея поєднання дзеркальної оптики з лінзою, запропонована Д. Д. Максуповим (1896–1964).

**Фотографічний апарат** служить для одержання дійсних зображень предметів на світлочутливому шарі. Основним його оптичним елементом є об'єктив з ірисовою діафрагмою, яка плавно змінює вхідний отвір. Об'єктив умонтований у непрозору камеру, перед задньою стінкою якої розміщується фотоплівка чи фотопластинка. Камера устаткована затвором, який регулює час проходження світла через об'єктив. Відстань від об'єктива до плівки можна змінювати певним пристроєм.

Оптична система фотоапарата певною мірою схожа з оптичною системою ока. Об'єктив аналогічний кришталику. Проте на відміну від кришталика об'єктив має сталу фокусну відстань. Ірисова діафрагма є

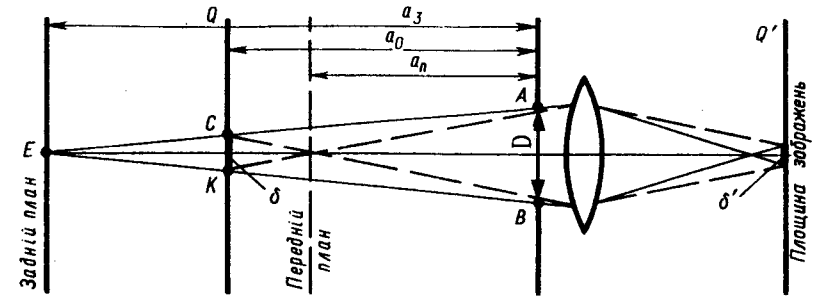


Рис. 2.38

апертурною і подібна до райдужної оболонки ока. Роль сітківки відіграє фотоплівка. Особливостями ж фотоапарата є те, що він повинен тривимірний простір у певних межах відобразити на площину різко. Це можливо тому, що людське око може сприймати деяку пляму як точку, оскільки його роздільна здатність дорівнює близько  $1'$ .

Визначимо глибину різкого зображення простору. Для цього припустимо, що апертурна діафрагма діаметром  $D$  знаходиться біля тонкої лінзи, яка служить об'єктивом. Тоді отвір діафрагми буде визначати вхідну і вихідну зіниці. Нехай точки площини предметів  $Q$  об'єктив відображає в точки площини  $Q'$  (рис. 2.38). Виділимо на предметній площині круг діаметром  $\delta$ , зображення якого діаметром  $\delta'$  у площині зображень сприймається оком як точка. З подібності трикутників  $ABE$  і  $SKE$  можна записати

$$\frac{D}{\delta} = \frac{a_3}{a_3 - a_0}, \text{ звідки } a_3 = a_0 \frac{D}{D - \delta}.$$

Звідси видно, що із зменшенням діаметра отвору вхідної зіниці  $D$  задній план буде віддалятися і при  $D \rightarrow \delta$   $a_3 \rightarrow \infty$ . Це означає, що точки предметів до відстані  $a_3$  будуть сприйматись оком різко. Тому, щоб збільшити глибину різкого зображення простору, діаметр діафрагми необхідно зменшувати.

Якщо взяти промені, які визначають передній план (на рис. 2.38 їх наведено штриховими лініями), то різким зображення буде на відстані від  $a_n$  до  $a_3$ . Легко показати, що  $a_n = a_0 \frac{D}{D + \delta}$ . При  $D = \delta$   $a_n = a_0 / 2$  і простір буде відображатись різко на відстані від  $a_0 / 2$  до  $\infty$ .

**Проекційні прилади** призначені для відтворення на екрані дійсних зображень у збільшеному вигляді з негативів, позитивів, малюнків, креслень, текстів та ін. Оптична система будь-якого проекційного приладу складається

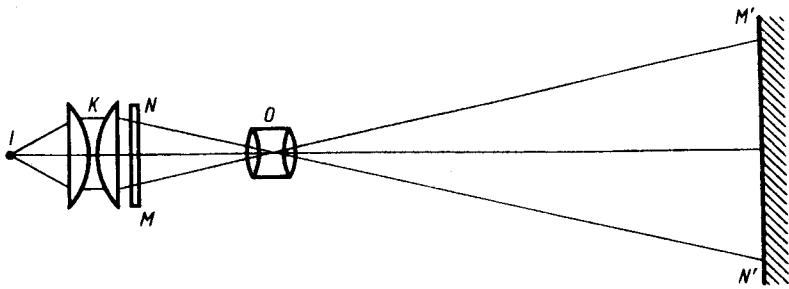


Рис. 2.39

з двох частин: освітлювальної і проєкційної. До освітлювальної частини входять: джерело світла, конденсори і дзеркала. Проєкційна частина включає об'єктив, а також може мати систему плоских дзеркал.

Існує дві групи проєкційних приладів: діаскопічні і епіскопічні. Якщо предмет прозорий, то зображення утворюється променями світла, що пронизують предмет. Такі проєкційні прилади називаються діаскопами (рис. 2.39). Якщо предмет непрозорий, то його зображення утворюють промені світла, відбиті від предмета. Прилади, за допомогою яких одержують зображення таких предметів, називаються епіскопами (рис. 2.40). В обох випадках світло від сильного джерела  $I$  за допомогою системи збиральних лінз конденсора  $K$  спрямовується на предмет  $MN$ . У діаскопторі зображення діапозитива проєктується об'єктивом  $O$

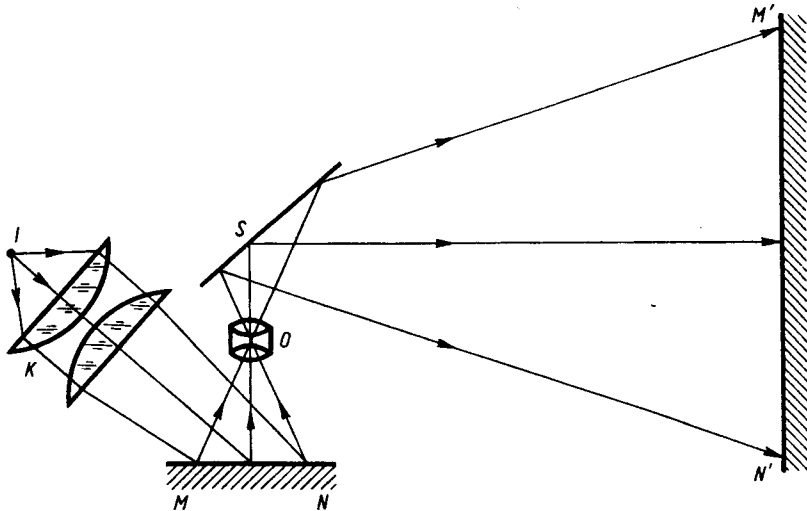


Рис. 2.40

на екран. В епіпроєкторі розсіяний світловий потік від предмета  $MN$  за допомогою об'єктива  $O$  і дзеркала  $S$  проєктується на екран. Часто ці прилади об'єднують в один, який називається епідіаскопом.

Для безперервної проєкції застосовують кінопроєкційні апарати.

**Приклад 2.1.** Показати, що недоцільно виготовляти для широкого користування оптичний мікроскоп із збільшенням більше 1500.

Розв'язання. Роздільна здатність ока дорівнює  $1'$ . Щоб не було значних напружень ока, прийемо цей кут  $\omega = 5' \approx 1,5 \cdot 10^{-3}$  рад. Із формули (2.69) збільшення мікроскопа

$$\Gamma = \frac{l_0 \Delta}{l_{об} l_{ок}} \quad (1)$$

З рис. 2.35 маємо:  $A'B'/l_{ок} = \text{tg } \omega \approx \omega$  та  $A'B'/AB \approx \Delta/l_{об}$ .

З цих рівностей випливає, що

$$\frac{\omega}{AB} = \frac{\Delta}{l_{об} l_{ок}}, \text{ звідси } \Delta = \frac{\omega l_{ок} l_{об}}{AB}.$$

Підставивши  $\Delta$  в формулу (1), одержимо

$$\Gamma = \frac{l_0 \omega}{AB}.$$

З урахуванням роздільної здатності мікроскопа  $y = AB = \lambda/2$ , маємо

$$\Gamma = \frac{2l_0 \omega}{\lambda} = \frac{2 \cdot 0,25 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-7}} = 1500.$$

## § 2.11. Волоконна оптика

Оптичні зображення можна передавати на відстань не тільки за допомогою системи лінз, але й за допомогою світлопроводів. Цей спосіб передавання лежить в основі волоконної оптики. Волоконна оптика – це назва певної галузі науки і техніки, в якій використовуються оптичні явища в прозорих діелектричних світлопроводах – волокнах. Якщо спрямувати світловий промінь на торець тонкого скляного циліндричного стрижня, то внаслідок повного відбивання промінь поширюватиметься вздовж стрижня навіть у випадках, коли він буде непрямолінійним. На цьому принципі працюють світлопроводи, які являють собою тонкі прозорі волокна.

Нехай промінь входить у торець світлопроводу під кутом падіння  $\alpha$  (рис. 2.41). Після заломлення промінь падає на бічну поверхню під кутом  $\gamma = 90^\circ - \beta$ , де  $\beta$  – кут заломлення. Повне відбивання буде за виконання умови

$$\sin \gamma \geq 1/n, \quad (2.71)$$

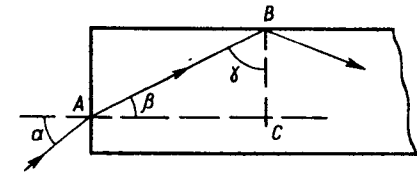


Рис. 2.41



де  $n$  – показник заломлення матеріалу світлопроводу. З прямокутного трикутника  $ABC$  можна записати:

$$\sin \beta = \frac{1}{n} \sin \alpha = \cos \gamma = \sqrt{1 - \sin^2 \gamma}.$$

Враховуючи формулу (2.71), одержимо

$$\sin \alpha \leq n \sqrt{1 - \sin^2 \gamma} = n \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} = \sqrt{n^2 - 1}.$$

Якщо

$$\alpha \rightarrow 90^\circ, \text{ то } n \geq \sqrt{2}. \quad (2.72)$$

Тобто, якщо промінь падає на торець світлопроводу під кутом навіть близьким до  $90^\circ$ , то він також зазнаватиме повного відбивання при виконанні умови (2.72).

Здебільшого світлопроводи виготовляють із прозорих діелектриків у вигляді довгих гнучких циліндрів, показник заломлення яких  $n_1$  відповідає умові (2.72). Часто це скло (жила), покрите тонким шаром речовини (оболонка), показник заломлення якої  $n_2 < n_1$ . Зображення передають за допомогою системи світлопроводів-волокон, які об'єднують у джгути. Якщо один кінець джгута привести в контакт із предметом, що світиться, то на другому кінці утвориться його зображення. Коли волокна однорідні і прозорі, то всі промені, що лежать у межах майже  $180^\circ$ , пройдуть крізь них і утворять на другому кінці зображення, яскравість якого значно перевищуватиме яскравість, якої можна досягти при використанні системи лінз. За допомогою волоконної системи можна передавати і зображення, сфокусоване на один кінець джгута. При цьому волокна можуть бути зігнутими і розміщеними як завгодно одне відносно одного, але необхідно, щоб на кінцях джгута їх розміщення було однакове. Перевагою світлопроводів перед іншими оптичними системами є те, що вони здатні цілеспрямовано передавати світло по криволінійному шляху. Це буває необхідним при освітленні і спостереженні важкодоступних областей (шлунок, підшипник, зазор у механізмі тощо), при передачі світлових сигналів (для забезпечення оптичного зв'язку, що не залежить від погодних умов, а також при створенні нового типу електронних перетворювачів та ін.).

Важливою характеристикою світлопроводу є його числова апертура, яка залежить від показників заломлення матеріалів жили і його оболонки. У свою чергу від її значення залежить ефективне узгодження світлопроводу з джерелом світла, втрати енергії на вигинах, а також спотворення сигналів. Крім того, світлопроводи характеризуються коефіцієнтом поглинання. У кращих світлопроводах інтенсивність захопленого ними світла зменшується вдвоє на відстані 7 км.

Розрізнення деталей зображення залежить від діаметра волокон світлопроводу. У перспективі волоконна оптика знайде широке застосування в кабельному телебаченні, багатоканальному зв'язку, у діагностиці машин, медицині, новому типу бібліотечного і лекційного обслуговування, технологічних процесах, внутрішньому зв'язку на підприємствах і в установах, у створенні окремих приладів і елементів електронних обчислювальних машин тощо.

## § 2.12. Атмосферна рефракція. Міражі

*Атмосферна рефракція* – це явище, яке полягає в позірному зміщенні тіл, спостереження яких ведеться через товщу повітря. Воно зумовлене заломленням світлових променів в атмосфері. За нормальних умов показник заломлення повітря з віддаленням від поверхні Землі зменшується, а це приводить до того, що світловий промінь від будь-якого об'єкта викривляється. Внаслідок цього об'єкт спостерігається зміщеним до zenіту на деякий кут  $\delta$ , тобто неначе піднімається над горизонтом. На рис. 2.42 лінія  $AB$  – горизонт для точки  $C$ . Суцільні лінії – шлях поширення променів від світних тіл, штрихові – позірний напрям знаходження цих тіл.

Внаслідок атмосферної рефракції будь-яке небесне світило з'являється над горизонтом раніше істинного сходу і залишається видимим над горизонтом після істинного заходу його.

Швидкі турбулентні переміщення мас повітря різної густини зумовлюють тремтіння зображення зірок в телескопах і перетворення їх в розмиті світлові плями, що утруднює спостереження за ними в земних умовах. Неозброєним оком це сприймається як мерехтіння зірок.

Як зазначалось, предмети, що знаходяться на горизонті, спостерігаються внаслідок рефракції піднятими над горизонтом.

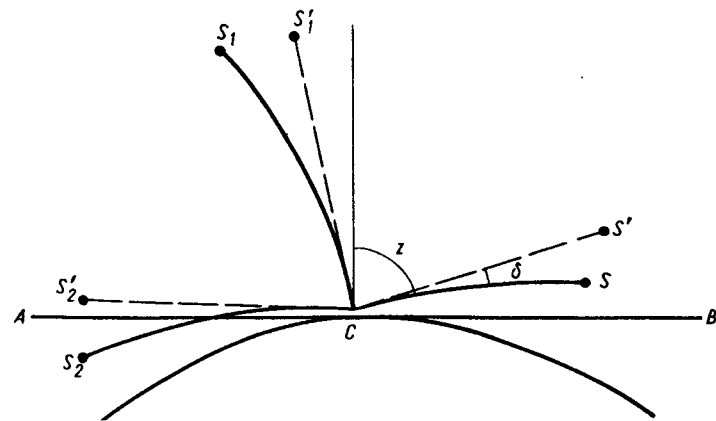


Рис. 2.42

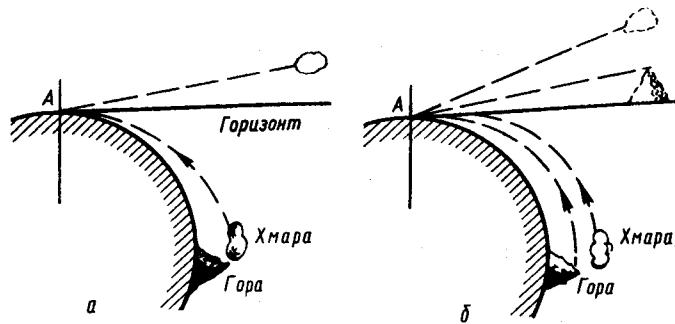


Рис. 2.43

Однак складний, а інколи і аномальний характер будови шарів повітря біля поверхні Землі породжує ряд специфічних явищ, наприклад, аномальне підняття і опускання горизонту, спотворення обрисів земних предметів і дисків світил на горизонті та ін.

З різних причин у верхніх шарах атмосфери можуть виявитись маси повітря, температура яких вища, ніж температура нижніх шарів (наприклад, їх можуть принести вітри з жарких пустель). Якщо в цей час у нижніх шарах знаходиться холодне і підвищеного тиску повітря антициклону, то явище рефракції може привести до того, що промені, які поширюються від земних предметів угору під деяким кутом до горизонту, можуть повернутись на Землю (рис. 2.43). Спостерігач, що знаходиться в точці  $A$ , може спостерігати над горизонтом хмару (рис. 2.43,  $a$ ) або хмару і гору (рис. 2.43,  $b$ ), яких у дійсності там немає.

Інколи повітря біля поверхні Землі настільки прогрівається, що його показник заломлення значно менший від показника заломлення верхніх шарів повітря. За безвітряної погоди такий стан може зберігатись досить довго. При цьому промені, які падають від предмета  $B$  на поверхню Землі під великим кутом, можуть зазнавати значного викривлення. Спостерігач  $A$  (рис. 2.44,  $a$ ) при цьому вважає, що промені виходять з  $B_1$ . Можливий також випадок, показаний на рис. 2.44,  $b$ .

Описані стани в атмосфері пояснюють виникнення явищ, які називаються *атмосферними міражами*. Ці явища поділяють на три класи. До першого відносять найпоширеніші і найпростіші за своїм походженням так звані озерні, або нижні, міражі. Природа їх пояснюється значним прогріванням нижніх шарів повітря (рис. 2.44,  $a, b$ ).

До міражів другого класу належать так звані верхні міражі далекого бачення (рис. 2.43). Вони спостерігаються у випадках, коли верхні шари атмосфери будуть надмірно розріджені (часто на узбережжі Середземного моря). Причиною їх появи, мабуть, є пустиня Сахара, над якою нагріті маси повітря піднімаються і переміщуються на північ.

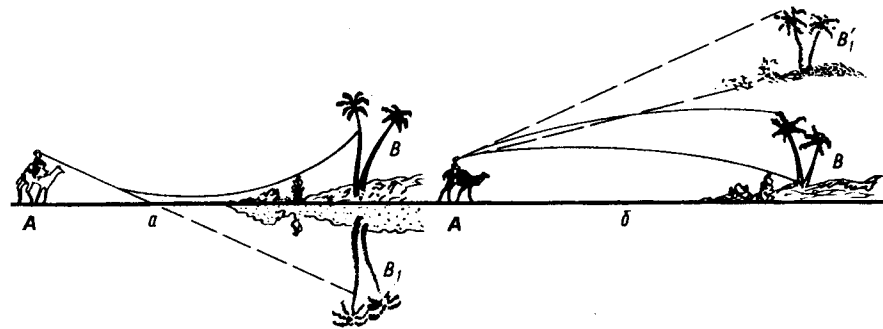


Рис. 2.44

Верхні міражі спостерігаються також у північних країнах, коли дмуть теплі південні вітри і верхні шари атмосфери тепліші, ніж нижні. Іноді спостерігаються одночасно прямі і обернені зображення предметів (рис. 2.45). Це пояснюється наявністю шарів повітря густих і розріджених, які перемежуються. Викривлення променів відбувається так, як показано на рис. 2.45.

До міражів третього класу належать міражі наддалекого бачення. При цьому спостерігаються об'єкти, які знаходяться на відстанях понад 1000 км. Характерною особливістю цього типу міражів є велика чіткість зображення. Єдиної теорії, яка пояснювала б механізм утворення міражів цього класу, поки що немає. Висловлюються припущення, що в атмосфері утворюються гігантські повітряні лінзи; що утворюються міражі від міражів; а, можливо, іоносфера відбиває не тільки радіохвилі, а й світлові.

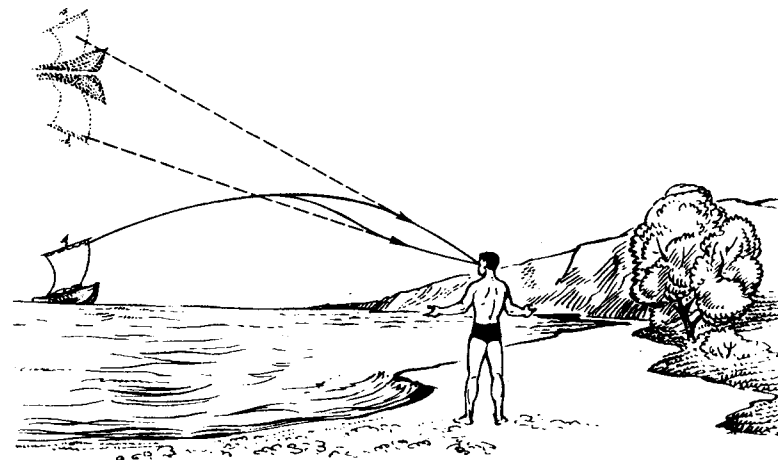


Рис. 2.45

## Розділ 3. Інтерференція світла

### § 3.1. Накладання світлових хвиль. Принцип суперпозиції

Інтерференція світла належить до явищ, дослідження яких відіграло істотну роль у розвитку вчення про природу світла. Завдяки цьому явищу Д. Араго і О. Френель підтвердили не тільки хвильову природу світла, а й довели, що світлові хвилі поперечні.

У просторі одночасно поширюється безмежна кількість не тільки світлових хвиль від різних джерел випромінювання, а також відбитих і розсіяних різними предметами. Взаємне накладання цих хвиль не впливає на їхнє поширення в просторі, оскільки не відбувається спотворення предметів, які ми спостерігаємо. Адже світло, що потрапляє в око, на своєму шляху перетиналось з іншими світловими променями. Така незалежність поширення світлових променів виражає принцип суперпозиції, згідно з яким при накладанні одночасно кількох електромагнітних хвиль відбувається додавання напруженостей їх електричних і магнітних полів.

Нехай  $\vec{E}_1$  і  $\vec{E}_2$  – напруженості електричних полів, що створюються двома пучками, які перетинаються в певній точці. Відповідно до принципу суперпозиції, результуюча напруженість електричного поля в цій точці виражається векторною сумою  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ .

Всім приймачам світла притаманна певна інерційність, яку характеризують часом встановлення або розділення  $t$ . Так, для ока  $t \approx 0,1$  с, тобто протягом такого часу око зберігає зорове враження навіть тоді, коли світло в нього перестало потрапляти. Для фотоматеріалів  $t$  (час експозиції) має порядок  $10^{-2} - 10^{-4}$  с. Сучасні фотоелектричні приймачі мають час розділення  $t \approx 10^{-10}$  с. Оскільки цей час порівняно з періодами оптичних коливань досить великий (для  $\lambda = 0,55$  мкм  $T \approx 4,5 \cdot 10^{-14}$  с), то ніякий приймач світлової енергії неспроможний виміряти миттєве значення напруженості електричного чи магнітного поля у світловій хвилі. Всі приймачі світла можуть вимірювати величини, квадратичні по полю, усереднені за час, не менший часу розділення приймача. Сюди належать енергетичні й фотометричні величини.

В явищах інтерференції, дифракції та інших важливими є не абсолютні, а тільки відносні значення цих величин. Їх називають інтенсивністю світла або інтенсивністю коливань і позначають через  $I$ . Під величиною  $I$  будемо вважати усереднене за часом значення квадрата напруженості електричного поля, тобто  $I = \langle \vec{E}^2 \rangle$ .

Знайдемо інтенсивність світла в точці простору, в якій відбувається накладання двох пучків. Піднесемо до квадрата рівність  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$  і проведемо усереднення за часом. При цьому одержимо

$$I = I_1 + I_2 + I_{12},$$

де  $I_1$  і  $I_2$  – відповідно інтенсивність першого і другого пучків. Доданок  $I_{12} = 2 \langle (\vec{E}_1 \vec{E}_2) \rangle$ , який враховує взаємодію пучків, називається *інтерференційним членом*. Дослід показує, що для незалежних джерел світла  $I = I_1 + I_2$ , тобто результуюча інтенсивність дорівнює сумі інтенсивностей пучків, що зазнають накладання. При цьому інтерференційний член дорівнює нулю і пучки називаються *некогерентними*. Якщо ж зазнають накладання залежні пучки, наприклад, накладання двох пучків, один з яких одержано відбиванням іншого від дзеркала, то в деяких випадках інтерференційний член не перетворюється в нуль, і тоді  $I \neq I_1 + I_2$ . В одних точках простору результуюча інтенсивність  $I$  більша, в інших точках менша від суми інтенсивностей  $I_1$  і  $I_2$ . Це явище називається *інтерференцією хвиль* або *інтерференцією коливань*, а такі джерела світла і відповідні їм пучки – *когерентними* між собою, тобто коливальні і хвильові процеси в них відбуваються узгоджено в часі. Кажуть також, що когерентні пучки інтерферують, а некогерентні не інтерферують між собою.

Розглянемо ідеалізований випадок, коли поширюються дві монохроматичні хвилі, які мають однакові частоти. *Монохроматична хвиля* – це синусоїдальна хвиля із сталими в часі частотою  $\omega$ , амплітудою  $A$  і початковою фазою коливань  $\phi$ . Амплітуда і фаза коливань при переході від однієї точки простору до іншої можуть зазнавати змін, частота коливань залишається сталою величиною в усьому просторі. Монохроматичні коливання в будь-якій точці простору тривають нескінченно довго, не маючи в часі ні початку, ні кінця.

Опишемо процес додавання хвиль детальніше. Нехай хвилі поширюються від точкових джерел  $S_1$  і  $S_2$  і зумовлюють коливання однакової частоти в одному напрямі. Коливання, викликані цими хвилями, в точці  $P$  (рис. 3.1) виражаються рівняннями:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{01} \cos \left( \omega t - \frac{2\pi r_1}{\lambda} + \alpha_1 \right); \\ E_2 &= E_{02} \cos \left( \omega t - \frac{2\pi r_2}{\lambda} + \alpha_2 \right), \end{aligned} \quad (3.1)$$

де  $E_{01}$  і  $E_{02}$  – амплітуди коливань вектора напруженості електричного поля (світлового вектора) в точці  $P$ ;  $r_1$  і  $r_2$  – відстані від джерел  $S_1$  і  $S_2$  до точки  $P$ , в якій відбувається накладання хвиль;  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  – початкові фази коливань у джерелах випромінювання.

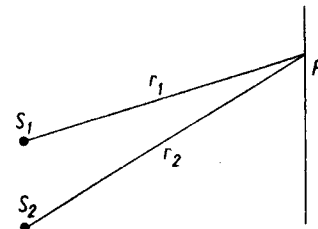


Рис. 3.1

Оскільки в точці  $P$  здійснюється додавання двох гармонічних коливань однакового періоду, що відбуваються в одному напрямі, то результуюче коливання буде також гармонічним із тим самим періодом і в тому самому напрямі, тобто  $E = E_0 \cos(\omega t + \varphi)$ . Як відомо з механіки (т. 1, § 11.5), амплітуду і початкову фазу  $\varphi$  цього коливання визначають за формулами:

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01} E_{02} \cos \left[ 2\pi \frac{r_1 - r_2}{\lambda} + (\alpha_2 - \alpha_1) \right]; \quad (3.2)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{E_{01} \sin \varphi_1 + E_{02} \sin \varphi_2}{E_{01} \cos \varphi_1 + E_{02} \cos \varphi_2}, \quad (3.3)$$

$$\varphi_1 = -\frac{2\pi}{\lambda} r_1 + \alpha_1; \quad \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda} r_2 + \alpha_2.$$

де

Фаза результуючого коливання в точці  $P$  залежить від розміщення цієї точки і початкових фаз коливань у джерелах випромінювання. Величину  $\Delta = r_1 - r_2$  називають *різницею ходу променів*.

Якщо початкові фази  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  не залежать від часу, то їхня різниця буде сталою (в окремих випадках може дорівнювати нулю) і повна різниця фаз у формулі (3.2) також не залежатиме від часу. Позначимо її через  $\Delta\varphi$ , тобто

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{r_1 - r_2}{\lambda} + \alpha_2 - \alpha_1. \quad (3.4)$$

Коливання, для яких різниця фаз з часом не змінюється, називають когерентними.

З урахуванням виразу (3.4) рівняння (3.2) набуває вигляду

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01} E_{02} \cos \Delta\varphi. \quad (3.5)$$

Проаналізуємо це рівняння. З нього видно, що амплітуда сумарного коливання залежить не тільки від амплітуд складових коливань, але й від різниці фаз  $\Delta\varphi$  між ними. Тут можна виділити два граничних випадки.

1. Коли різниця фаз  $\Delta\varphi$  не зберігається в часі. Тоді  $\langle \cos \Delta\varphi \rangle$  за час, значно більший від періоду світлових коливань, дорівнює нулю і  $E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2$ . Оскільки інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди, тобто  $I \sim E_0^2$ , то  $I = I_1 + I_2$ . Ця умова має місце при накладанні світла від звичайних джерел чи різних частин одного й того ж джерела.

2. Коли різниця фаз зберігається в часі і електричні вектори в обох хвилях мають однакову орієнтацію, то  $\cos \Delta\varphi \neq 0$  і  $I \neq I_1 + I_2$ . Тоді

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi. \quad (3.6)$$

Таким чином, явище інтерференції можна інтерпретувати також як явище накладання хвиль, при якому амплітуда результуючих коливань

різних ділянок середовища з часом не змінюється і в загальному випадку не дорівнює сумі амплітуд складових коливань. Характерною ознакою інтерференції хвиль є існування зон з максимальними і мінімальними амплітудами результуючих коливань. Ці зони чергуються, але не переміщуються.

Встановимо умови, за яких результуюча інтенсивність буде максимальною і за яких – мінімальною. Для зручності припустимо, що  $\alpha_1 = \alpha_2$ , тоді вираз (3.4) матиме вигляд

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{r_1 - r_2}{\lambda}. \quad (3.7)$$

Максимум виразу (3.6) одержимо за умови, коли  $\cos \Delta\varphi = 1$ , тобто  $\Delta\varphi = \pm 2k\pi$ , де  $k = 0, 1, 2, \dots$

Підставивши цю умову в формулу (3.7), одержимо

$$r_1 - r_2 = \pm k\lambda = \pm 2k \frac{\lambda}{2}. \quad (3.8)$$

Мінімум виразу (3.6) матимемо за умови, коли  $\cos \Delta\varphi = -1$ , тобто коли  $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$ . Тоді з виразу (3.7) маємо

$$r_1 - r_2 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (3.9)$$

Отже, якщо різниця ходу променів дорівнює парному числу півхвиль, то спостерігається максимум інтенсивності, а якщо непарному, то буде мінімум. Для проміжних значень різниць ходу променів результуюча амплітуда матиме проміжне значення.

Інтерференція спостерігається також при негармонічних коливаннях, коли початкова фаза кожного з них є функцією від часу, але їхня різниця з часом не змінюється, тобто  $\alpha_2(t) - \alpha_1(t) = \text{const}$ . Отже, при накладанні світлових хвиль, в яких початкова різниця фаз не залежить від часу, утворюється стійка інтерференційна картина.

Знайдемо геометричне місце точок максимальної та мінімальної інтенсивностей. Для точок максимальної інтенсивності  $r_1 - r_2 = k\lambda$ , а для точок мінімальної –  $r_1 - r_2 = (2k + 1) \lambda / 2$ , тобто має місце  $r_1 - r_2 = \text{const}$ , що виражає рівняння гіпербол із фокусами  $S_1$  і  $S_2$ . Кожному значенню інтенсивності відповідає поверхня гіперболіоїда обертання. Переріз таких поверхонь показано на рис. 3.2, де суцільними лініями

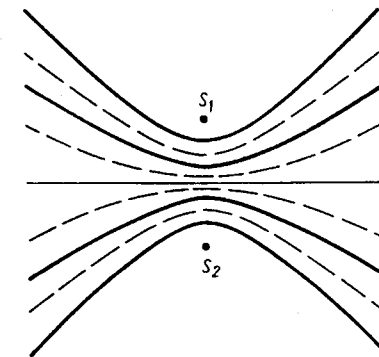


Рис. 3.2

лініями позначено розміщення максимумів інтенсивності, а штриховими – мінімумів інтенсивності.

У розглянутих випадках обидві хвилі поширювались у вакуумі, тобто показник заломлення  $n = 1$ , а довжина світлової хвилі  $\lambda = \lambda_0$ . Якщо одна з хвиль поширюється в середовищі з показником заломлення  $n_1$ , а друга – в середовищі з показником заломлення  $n_2$ , то різниця фаз

$$\Delta\varphi = 2\pi\left(\frac{r_1}{\lambda_1} - \frac{r_2}{\lambda_2}\right) = \frac{2\pi}{\lambda_0}(r_1 n_1 - r_2 n_2), \quad (3.10)$$

де  $\lambda_1$  і  $\lambda_2$  – довжини світлових хвиль відповідно у першому і другому середовищах. Із формули (3.10) видно, що для розрахунків різниці фаз між коливаннями слід брати не геометричну, а оптичну різницю ходу променів.

Із рівнянь Максвелла випливає, що при відбиванні електромагнітних хвиль від оптично густішого середовища на межі двох діелектриків вектор напруженості електричного поля змінює свій напрям на протилежний. Це зумовлює додаткову різницю фаз, яка дорівнює  $\pi$ . Зміна різниці фаз на  $\pi$  рівнозначна зміні різниці ходу променів на півдовжини хвилі. Тому говорять, що при відбиванні світла на межі оптично менш густе – оптично більш густе середовище відбувається втрата півхвилі, що також слід враховувати при розв'язуванні конкретних задач інтерференції.

Численними експериментами підтверджено, що при накладанні світла від двох різних джерел інтерференція не спостерігається. Фотометричні вимірювання показують, що для таких джерел результуюча освітленість у будь-якій точці дорівнює сумі освітленостей, що їх створює кожне джерело окремо. Цей емпіричний закон, який називається законом фотометричного додавання, справедливий також для випромінювання будь-яких ділянок джерела світла скінченних розмірів, що пояснюється некогерентністю хвиль. Випромінювання світла відбувається в процесі переходів атомів із збудженого в нормальний стан (протягом часу близько  $10^{-8}$  с). Неможливість візуального спостереження інтерференційної картини від незалежних джерел світла можна пояснити на прикладі ідеалізованих джерел, що випромінюють світло, в яких амплітуда та початкові фази  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  змінюються з часом хаотично, але повільно. Прикладом може бути випромінювання ізольованих атомів. Атом під час переходу із збудженого стану в нормальний випромінює ряд хвиль, сукупність яких називають *цугом хвиль*. Оскільки цей перехід відбувається протягом часу  $\tau = 10^{-8}$  с, то залежно від довжини світлової хвилі цуг буде вмещати від  $10^6$  до  $10^8$  довжин хвиль, а довжина цугу  $l = c\tau \approx 3$  м ( $c$  – швидкість світла у вакуумі). Внаслідок різних процесів, що відбуваються в джерелах світла, атом знову може перейти в збуджений стан і випромінюватиме наступний цуг. Перехід одного й того самого атома із збудженого в нормальний стан або одно-

часний перехід різних атомів супроводжується випромінюванням цугів хвиль, між фазами коливання яких немає ніякого зв'язку. Таким чином, від джерел світла поширюється множина цугів хвиль, які випромінюються протягом малих і неперіодичних проміжків часу. При накладанні таких незалежних двох цугів хвиль на екрані виникає картина інтерференційних смуг. Розміщення їх визначається різницею фаз коливань, зумовлених хвилями цих цугів. Різниця фаз при переході від однієї пари цугів хвиль до іншої змінюється досить швидко й хаотично, що веде до швидкої зміни інтерференційних смуг (десятки і тисячі мільйонів разів за секунду). Як зазначалось, людське око і будь-який приймач світлової енергії неспроможні стежити за такою швидкою зміною інтерференційної картини і сприймають освітленість екрана як рівномірну. Проте з цього не випливає, що від звичайних джерел випромінювання не можна одержати когерентних пучків світла.

Зміщення інтерференційних смуг під час заміни однієї пари цугів іншою не відбудеться, якщо початкові фази коливань  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  у цих цугів змінюватимуться хаотично, але однаково. Щоб одержати таке випромінювання від одного й того самого джерела за допомогою відбивання або заломлення, необхідно поділити світловий пучок на два або кілька. Якщо спрямувати їх різними шляхами і привести до накладання у певній точці екрана, то можна спостерігати інтерференційну картину. Коли накладатимуться пучки, одержані з одного й того самого цугу, то інтерференційні смуги на екрані не зміщуватимуться і око або приймач світлової енергії зафіксує стійку інтерференційну картину. Таким шляхом одержують когерентні пучки світла.

Контрастність інтерференційної картини характеризують за допомогою параметра  $V$ , який виражається формулою

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

де  $I_{\max}$  і  $I_{\min}$  – інтенсивності світлих і темних смуг. Якщо інтенсивність темної смуги дорівнює нулю, то  $V = 1$ , тобто контрастність максимальна. Для рівномірно освітленого екрана ( $I_{\max} = I_{\min}$ ) контрастність дорівнює нулю.

В оптиці відомо два принципово різні шляхи одержання когерентних світлових пучків з одного. Залежно від способу поділу світлового пучка існує два методи одержання когерентних джерел: поділом хвильового фронту і поділом амплітуди.

### § 3.2. Методи одержання когерентних пучків світла поділом хвильового фронту

За цими методами пучок світла, що випромінюється джерелом, поділяється на два. Поділ здійснюється або проходженням через два

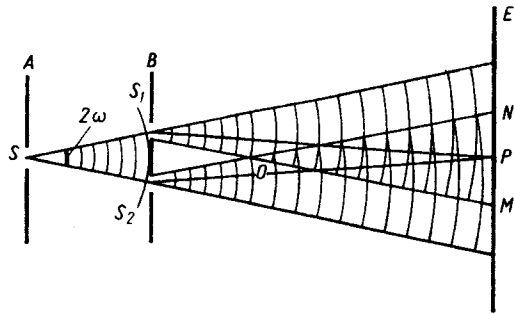


Рис. 3.3

близько розміщуваних отвори в непрозорому екрані, або відбиванням від дзеркальних поверхонь. Цей метод придатний тільки для достатньо малих джерел світла, які наближено можна вважати точковими. Інтерференція, що відбувається при цьому, називається інтерференцією Френеля.

**Метод Юнга.** На початку XIX ст. англійський вчений Т. Юнг вперше одержав інтерференцію світла. Схема його експериментальної установки показана на рис. 3.3. Пучок світла від Сонця падає на екран A з малим отвором або вузькою щілиною S. Внаслідок дифракції світло досягає двох отворів або щілин S<sub>1</sub> і S<sub>2</sub> екрана B, симетрично розміщених відносно S. Отвори або щілини в екранах A і B, згідно з принципом Гюйгенса, відіграють роль вторинних джерел світла, яким відповідають сферичні або циліндричні хвильові фронти. Оскільки хвилі, що поширюються від S<sub>1</sub> і S<sub>2</sub>, одержані шляхом поділу хвильового фронту, який поширюється від S, то вони когерентні. Ділянка перекривання цих пучків NOM називається полем інтерференції. Отвори або щілини S<sub>1</sub> і S<sub>2</sub>, які відіграють роль когерентних джерел світла, називають віртуальними когерентними джерелами. Ними будуть також оптичні зображення одного й того самого джерела. Кути ∠NOM = ∠S<sub>1</sub>SS<sub>2</sub> = 2ω називаються *апертурою інтерференції*. Величина такого кута визначається відношенням відстані між щілинами S<sub>1</sub> і S<sub>2</sub> до відстані від S до екрана B.

Проведемо деякі розрахунки для інтерференційної картини, одержаної методом Юнга. Якщо S<sub>1</sub> і S<sub>2</sub> являють собою вузькі паралельні щілини, то фронт когерентних світлових хвиль буде циліндричним. На екрані, розміщеному в полі інтерференції, спостерігатиметься інтерференційна картина. Розташуємо екран паралельно площині, в якій є щілини S<sub>1</sub> і S<sub>2</sub> (рис. 3.4). Інтерференційна картина при цьому являтиме собою систему світлих і темних прямолінійних смуг. Визначимо ши-

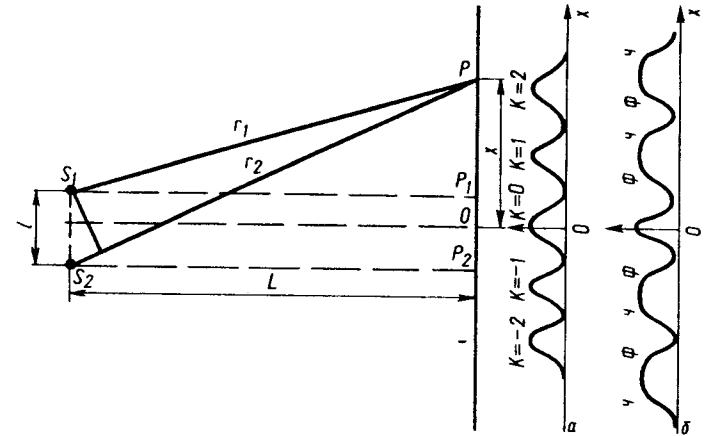


Рис. 3.4

рину цих смуг та відстань між ними. Розміщення інтерференційних смуг на екрані задаватимемо їхньою відстанню від точки O на перпендикулярі до середини відрізка S<sub>1</sub>S<sub>2</sub>. Розглянемо довільну точку P на екрані, яка знаходиться від точки O на відстані x. Інтенсивність у ній визначається різницею ходу променів Δ = r<sub>2</sub> - r<sub>1</sub>. Знайдемо цю величину. Із трикутників S<sub>1</sub>PP<sub>1</sub> і S<sub>2</sub>PP<sub>2</sub> маємо

$$r_2^2 = L^2 + (l/2 + x)^2; \quad r_1^2 = L^2 + (x - l/2)^2;$$

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 - r_1)(r_2 + r_1) = 2lx,$$

де l – відстань між джерелами світла S<sub>1</sub> і S<sub>2</sub>; L – відстань від середини лінії, що з'єднує ці джерела, до екрана.

Для одержання контрастної картини інтерференції треба, щоб відстань між джерелами S<sub>1</sub> і S<sub>2</sub> була значно менша, ніж відстань від них до екрана, тобто при l ≪ L. За такої умови можна вважати, що r<sub>1</sub> + r<sub>2</sub> = 2L. Якщо показник заломлення середовища n = 1, то різниця r<sub>2</sub> - r<sub>1</sub> буде оптичною різницею ходу променів, тобто

$$\Delta = r_2 - r_1 = xl / L. \quad (3.11)$$

Підставивши значення (3.11) у формулу (3.8), одержимо відстані, для яких спостерігатимуться максимуми, тобто

$$x_{\max} = k \frac{L}{l} \lambda_0 \quad (k = 0; \pm 1; \pm 2, \dots). \quad (3.12)$$

Знаки плюс і мінус вказують на симетричне розміщення інтерференційних смуг відносно центрального максимуму, положення якого визначається з умови, що  $\Delta = 0$ .

Координати мінімумів інтенсивності знайдемо підстановкою значення (3.11) у формулу (3.9), тобто

$$x_{\min} = (2k + 1) \frac{L \lambda_0}{l \cdot 2}. \quad (3.13)$$

Шириною інтерференційної смуги називають відстань між двома сусідніми мінімумами інтенсивності, тобто

$$\Delta x = x_{\min}(k + 1) - x_{\min}(k) = \frac{L}{l} \lambda_0. \quad (3.14)$$

Із формули (3.14) випливає, що ширина інтерференційних смуг залежить від довжини хвилі  $\lambda_0$ . Наведені розрахунки проведено для монохроматичного світла. Інтерференція немонохроматичного світла створює картину, що складається із сукупності максимумів і мінімумів, які відповідають різним довжинам світлових хвиль  $\lambda$ . Розглянемо вплив немонохроматичності світла на інтерференційну картину. Оскільки для кожної довжини хвилі, що входить до немонохроматичного світла, виникає своя інтерференційна картина, то загальна її контрастність зменшується. Формула (3.12) показує, що для довших хвиль відстань  $x_{\max}$  від центрального максимуму (максимуму нульового порядку) до максимуму  $k$ -го порядку більша. Внаслідок цього максимуми і мінімуми для різних довжин хвиль накладатимуться, що погіршує контрастність інтерференційної картини. Центральний максимум буде ахроматичним, тобто незабарвленим, бо хвилі різних довжин приходять до цієї ділянки в однакових фазах, оскільки оптична різниця ходу для них дорівнює нулю.

На рис. 3.4 зображено графік залежності інтенсивності на екрані для монохроматичного світла (рис. 3.4, а) і орієнтовний вигляд цієї залежності для білого світла (рис. 3.4, б). Вимірювання відстані між смугами  $\Delta x$  та величин  $l$  і  $L$  дає змогу обчислити довжину світлової хвилі  $\lambda$ .

**Метод бідзеркал Френеля.** У цьому методі для одержання двох оптичних зображень джерела використано плоскі дзеркала  $A_1O$  і  $A_2O$  (рис. 3.5), які утворюють майже розгорнутий кут. Фронт світлової хвилі, що поширюється від джерела  $S$ , у результаті відбивання поділяється на два пучки дзеркалами  $A_1O$  та  $A_2O$  і ними ж спрямовується на екран  $E$ . Світлові пучки  $B_1C_1OD_1$  і  $B_2OC_2D_2$  начебто поширюються від джерел  $S_1$  і  $S_2$ , які є уявними зображеннями джерела  $S$ . Останнє являє собою яскраво освітлену щілину, розміщену паралельно лінії перетину дзеркал. У місці перекривання когерентних пучків  $B_2OD_1$  спостерігається інтерференційна картина. Для розрахунків ширини інтерференційної смуги  $\Delta x$  введемо такі позначення:  $SO = S_1O = S_2O = a$ ;  $OP = L_0$ ;  $MP = L$ . Із трикутника

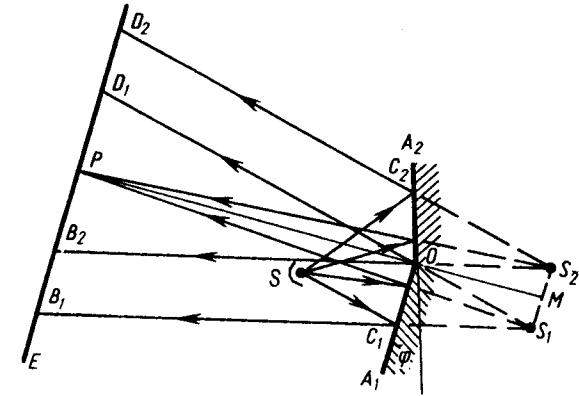


Рис. 3.5

$S_1OS_2$  знаходимо  $S_1S_2 = 2S_1M = 2a \sin \varphi$ . Оскільки кут  $\varphi$  досить малий, то можна записати  $S_1S_2 = l = 2a\varphi$ , а  $L = L_0 + a \cos \varphi$ . З формули (3.14) маємо

$$\Delta x = \frac{L + a \cos \varphi}{2a\varphi} \lambda_0. \quad (3.15)$$

З рис. 3.5 видно, що тілесний кут  $B_2OD_1$ , у межах якого перекриваються інтерферуючі пучки  $B_1C_1OD_1$  і  $B_2OC_2D_2$ , дорівнює  $2\varphi$ . Величина  $2\varphi$  називається апертурою пучків, що перекриваються. Кут  $S_1PS_2$  називається апертурою інтерференції для центральної точки  $P$  екрана  $E$ . Знаючи ширину ділянки перекривання пучків на екрані  $B_2D_1 = L_0 \cdot 2\varphi$ , можна визначити кількість інтерференційних смуг  $k$ , що спостерігатимуться на екрані, тобто

$$k = \frac{B_2D_1}{\Delta x} = \frac{2L_0\varphi}{\Delta x}. \quad (3.16)$$

Середня освітленість залежить від світлового потоку, що поширюється в тілесному куті  $2\varphi$ . Оскільки кут малий (десятки мінут), то за допомогою бідзеркал Френеля не можна одержати достатню освітленість інтерференційної картини.

До методів одержання когерентних пучків поділом хвильового фронту належать методи біпризми Френеля, білінзи Бйє, дзеркала Ллойда та ін.

У всіх цих методах інтерференційні картини виникають у результаті перекривання світлових пучків, які утворюються поділом хвильового фронту. Перекривання цих пучків відбувається в межах між джерелами та екраном. При поступальному переміщенні екрана можна постійно

спостерігати картину інтерференції. Через відсутність певних меж локалізації таку інтерференційну картину називають нелокалізованою. В інтерференційних схемах, за допомогою яких когерентність пучків одержують поділом хвильового фронту, існують значні вимоги до розмірів джерел світла. Навіть у монохроматичному світлі інтерференційна картина спостерігатиметься за досить малих розмірів джерел світла, які вважатимемо за точкові. У випадку джерела світла скінченних розмірів інтерференційна картина стає менш контрастною і може зовсім зникнути. Це пояснюється тим, що кожна точка джерела дає на екрані свою інтерференційну картину, яка не збігається з інтерференційними картинами від інших точок.

### § 3.3. Просторова і часова когерентність. Довжина когерентності

Інтерференцію світла можна одержати лише за певних розмірів джерела та монохроматичності світла. Розглянемо спочатку вплив розміру джерела світла на інтерференцію. Нехай світловий пучок, що поширюється від джерела, всі точки якого випромінюють некогерентні хвилі, з лінійними розмірами  $b$ , поділяється за допомогою однієї з наведених схем на два когерентні пучки, які в результаті перекривання інтерферують (рис. 3.6). Апертура променів, що інтерферують у точці  $P$ , дорівнює  $2\varphi$ . Позначимо шляхи, через які від точки  $A$  проходять промені 1 і 2 до точки  $P$ , як  $l_1$  і  $l_2$ . Для спрощення вважатимемо, що промені поширюються в повітрі ( $n=1$ ). Тоді оптична різниця ходу променів, що поширюються від точки  $A$ ,

$$\Delta_A = l_2 - l_1. \quad (3.17)$$

Для променів, що випромінюються протилежною точкою  $B$  джерела і також сходяться в точці  $P$ , оптична різниця ходу

$$\Delta_B = l_4 - l_3. \quad (3.18)$$

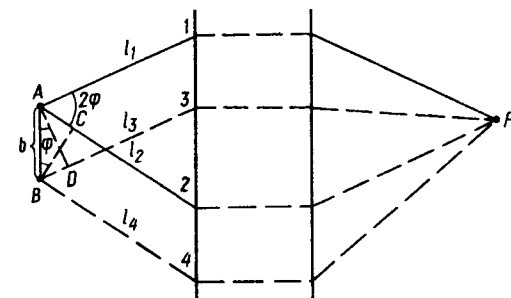


Рис. 3.6

Якщо ці різниці ходу незалежні, то інтерференційні картини, зумовлені дією точок  $A$  і  $B$  та всіх проміжних точок джерела, збігатимуться і на екрані  $E$  спостерігатиметься чітка картина інтерференції. У випадку, коли  $\Delta_A - \Delta_B = \lambda/2$ , максимуми від точки  $A$  перекриваються мінімуми від точки  $B$

або навпаки, то інтерференційні смуги зникнуть. Інтерференційна картина ще буде контрастною, коли

$$\Delta_A - \Delta_B < \lambda/4. \quad (3.19)$$

На основі формул (3.17) і (3.18) маємо

$$\Delta_A - \Delta_B = (l_2 - l_1) - (l_4 - l_3) = (l_2 - l_4) + (l_3 - l_1). \quad (3.20)$$

Якщо припустити, що промені 1 і 3, 2 і 4 паралельні, то

$$l_3 - l_1 = BD = b \sin \varphi; \quad l_2 - l_4 = AC = b \sin \varphi.$$

Підставивши ці значення у формулу (3.20), одержимо

$$\Delta_A - \Delta_B = 2b \sin \varphi.$$

Отже, умова, за якої спостерігається інтерференційна картина,

$$2b \sin \varphi < \frac{\lambda}{4}. \quad (3.21)$$

Таким чином, щоб одержати інтерференцію, розмір джерела повинен задовольняти умову  $2b \leq \frac{\lambda}{4 \sin \varphi}$ . Якщо ця умова виконується, то вважають, що джерело світла когерентне в просторі.

Два джерела світла, розміри і взаємне розташування яких дає можливість спостерігати інтерференційні смуги (за необхідної ступені монохроматичності світла), називають просторово когерентними. Якщо ж інтерференційних смуг (навіть за ідеальної монохроматичності світла) одержати неможливо, то джерела називають просторово некогерентними.

Не для всіх інтерференційних схем, за допомогою яких світловий пучок поділяється на два, промені 1 і 3, 2 і 4 паралельні. У випадку їхньої непаралельності умова (3.21) залишається в силі. Нерівність (3.21) показує, що чим менша апертура інтерференції, тим більші допустимі розміри джерела, від якого спостерігається чітка інтерференційна картина.

Поняття просторової когерентності певною мірою можна з'ясувати на такому прикладі. З віддаленням від джерела світла кут розходження променів, які потрапляють в оптичний прилад, зменшується. При цьому відбувається збільшення просторової когерентності. Так, незважаючи на великі лінійні розміри зірок, завдяки великій відстані світло від них доходить до Землі з високим ступенем просторової когерентності.

Зазначимо, що випромінювання лазера характеризується дуже високим ступенем просторової когерентності. Це дало можливість провести дослід Юнга з двома різними лазерами.

З'ясуємо тепер вплив монохроматичності світла на інтерференційну картину. Визначимо умови, за яких у монохроматичному світлі інтерференційна картина сприймається чітко. Для цього треба, щоб різноманітність довжин хвиль була обмежена і не перевищувала деякою



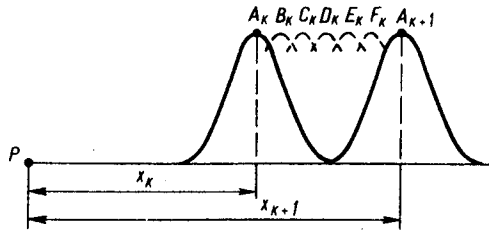


Рис. 3.7

довгих хвиль розміщуватимуться далі від максимуму  $k$ -го порядку для довжини хвилі  $\lambda$  (рис. 3.7).

На рис. 3.7 показано  $k$ -й і  $(k + 1)$ -й максимуми  $A$  для довжини світлової хвилі  $\lambda$  (суцільна лінія), між якими розміщено максимуми  $B_k, C_k, D_k, E_k, F_k$   $k$ -го порядку для довжин хвиль, що належать інтервалу  $\lambda$  і  $\lambda + \Delta\lambda$  (штрихові лінії). Інтерференційна картина розрізнятиметься, якщо провал між сусідніми максимумами для довжини хвилі  $\lambda$  не повністю заповнюватиметься максимумами, яким відповідають хвилі зазначеного інтервалу, тобто коли максимум  $k$ -го порядку  $F_k$  розміщений ліворуч від максимуму  $(k + 1)$ -го порядку  $A_{k+1}$ . Якщо смуга між  $A_k$  і  $A_{k+1}$  повністю заповнена максимумами, що відповідають довжинам хвиль від  $\lambda$  до  $\lambda + \Delta\lambda$ , тобто коли максимум  $F_k$  збігається з  $A_{k+1}$ , тоді інтерференційна картина не спостерігатиметься.

Отже, умовою нерозрізненості інтерференційної картини буде збіг максимуму  $(k + 1)$ -го порядку для довжини хвилі  $\lambda$  з максимумом  $k$ -го порядку для довжини хвилі  $\lambda + \Delta\lambda$ , тобто

$$x_{k+1}(\lambda) = x_k(\lambda + \Delta\lambda).$$

На основі формули (3.12) ця умова буде

$$(k + 1)\lambda = k(\lambda + \Delta\lambda), \quad (3.22)$$

звідки граничне значення інтервалу  $\Delta\lambda_{\text{гр}} = \lambda / k$ , тобто інтерференційну картину для немонохроматичного світла спостерігатимемо тоді, коли ширина інтервалу довжин хвиль не перевищує граничного:

$$\Delta\lambda < \Delta\lambda_{\text{гр}} = \lambda / k. \quad (3.23)$$

Для білого світла, яке охоплює інтервал довжин хвиль 0,38–0,76 мкм,  $\Delta\lambda \sim \lambda$ ,  $k \approx 1$ . Це означає, що в білому світлі інтерференційні смуги не будуть спостерігатись, бо  $k \approx 1$ .

Справді, такі приймачі світла, як фотоелемент, болометр або термовпчик, не виявляють інтерференційних смуг. Це пояснюється тим,

спектрального інтервалу між  $\lambda$  і  $\lambda + \Delta\lambda$ . Знайдемо максимально допустимий інтервал спектра  $\Delta\lambda$ , при якому ще спостерігатиметься інтерференційна картина. Оскільки відстань  $k$ -го максимуму від центра екрана точки  $P$  (рис. 3.4) прямо пропорційна довжині хвилі (формула (3.12)), то максимуми для

що їхня чутливість майже однакова для всього видимого спектра. Людське ж око, чутливість якого має селективний характер, тобто залежить від довжини світлових хвиль, інтерференційні смуги виявить. У реальних умовах користуються джерелами світла, випромінювання яких лежить у достатньо широкому інтервалі довжин хвиль. Ступінь монохроматичності характеризують величиною  $\lambda / \Delta\lambda$ , де  $\Delta\lambda$  – інтервал довжин хвиль від  $\lambda$  до  $\lambda + \Delta\lambda$ , в якому відбувається випромінювання джерела. Максимально допустимий інтервал довжин хвиль немонохроматичного світла  $\Delta\lambda$ , для якого інтерференційна картина контрастна, визначається співвідношенням (3.23), тобто  $\Delta\lambda_{\text{гр}} = \lambda / k$  ( $k$  – порядок максимуму). Людське око здатне розрізняти дві спектральні лінії з різницею довжин хвиль  $\Delta\lambda \approx 0,01$  мкм.

Формула (3.23) застосовується і у випадку довільного розподілу інтенсивності світла за довжинами хвиль в інтервалі  $\Delta\lambda$ . Ця формула дає можливість визначити максимально можливий порядок інтерференції при заданому ступені монохроматичності  $\lambda / \Delta\lambda$  світла.

Максимально можливий порядок інтерференції  $k_{\text{max}}$  також можна знайти із таких міркувань. Нехай світло складається з однакових цугів хвиль, що поширюються один за одним через проміжки часу, які хаотично змінюються. Інтерференційний прилад розділяє пучок світла на два пучки, які до накладання проходять різні шляхи, внаслідок чого між ними виникає оптична різниця ходу. Для когерентності пучків необхідно, щоб різниця ходу між ними не була більшою за довжину цугу  $L = c\tau$ . У протилежному випадку відбуватиметься накладання незалежних цугів хвиль, випущених різними атомами в різні моменти часу, й інтерференція не виникне. Максимальний порядок інтерференції не може бути більшим величини

$$k_{\text{max}} = \frac{L}{\lambda} = \frac{\tau}{T},$$

де  $\tau$  – час переходу атома із збудженого стану в нормальний;  $T$  – період коливань світлової хвилі. Ця умова повинна узгоджуватись з умовою (3.23), тобто повинна мати місце рівність

$$\frac{L}{\lambda} = \frac{\tau}{T} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\omega}{\delta\omega}. \quad (3.24)$$

Враховуючи, що  $\lambda = 2\pi / k$  ( $k$  – хвильове число) і  $T = 2\pi / \omega$ , з формули (3.24) одержуємо

$$\tau d\omega = 2\pi \text{ і } Ldk = 2\pi \text{ та } \tau dv = 1. \quad (3.25)$$

З погляду викладеного порушення когерентності пов'язане із запізненням одного цугу хвиль відносно іншого цугу, які були утворені поділом пучка світла інтерференційним приладом. Тому тут, на відміну

від просторової, говорять про часову когерентність, а час  $\tau$  називають *часом когерентності*. З формули (3.24) запишемо

$$\tau \delta \omega = T \omega \text{ або } \tau \Delta \omega = T \omega. \quad (3.26)$$

Оскільки  $\omega = 2\pi\nu$ ,  $T = 1/\nu$ , то з виразу (3.26) маємо

$$\tau_{\text{ког}} \approx \frac{2\pi}{\Delta\omega} \approx \frac{1}{\Delta\nu}, \quad (3.27)$$

де  $\Delta\nu$  – ширина спектрального інтервалу.

Із співвідношення (3.27) видно, що чим менше  $\Delta\nu$ , тим більший час когерентності і тим вищий порядок інтерференції, який може спостерігатися при заданій частоті  $\nu$ . Максимальна різниця ходу, при якій ще можлива інтерференція, визначається співвідношенням

$$L \approx c \tau_{\text{ког}} = \lambda \frac{\nu}{\delta\nu} = \frac{\lambda^2}{\delta\lambda}. \quad (3.28)$$

Величину  $L$  називають *довжиною когерентності*. Їй відповідає максимальний порядок інтерференції

$$k_{\text{max}} = \frac{\nu}{\delta\nu} = \frac{\lambda}{\delta\lambda}.$$

Значення параметрів  $\delta\nu$ ,  $\tau$  і  $L$  досить різко відрізняються для світла теплових джерел і світла, яке випромінюють газові лазери. Так, ширина спектральної лінії  $\delta\nu$  кращих монохроматичних теплових джерел світла, які можуть бути створені в лабораторіях, мають порядок  $10^8$  Гц, тоді як для газових лазерів  $\delta\nu \sim 10^2$  Гц. Відповідно часи когерентності будуть  $10^{-8}$  і  $10^{-2}$  с, а довжини когерентності 1 і  $10^6$  м. Лазерні джерела світла дають можливість спостерігати інтерференцію при різниці ходу в декілька кілометрів. Максимальний порядок інтерференції, який можна спостерігати при цьому, обмежується не ступенем монохроматичності лазерного випромінювання, а неоднорідністю земної атмосфери і утрудненнями створення стабільної інтерференційної схеми досить великих розмірів.

Інтерференція світла буде мати місце, якщо оптична різниця ходу менша, ніж довжина когерентності.

Час і довжину когерентності визначають за допомогою інтерферометрів Майкельсона та Фабрі – Перо.

### § 3.4. Методи одержання когерентних пучків світла поділом амплітуди

Ці методи полягають у поділі пучка напівпрозорими поверхнями, які частково відбивають і частково пропускають світло. Вони придатні як для точкових джерел, так і для джерел скінченних розмірів і здатні забезпечити значно більшу інтенсивність інтерференційних смуг, ніж у першому методі.

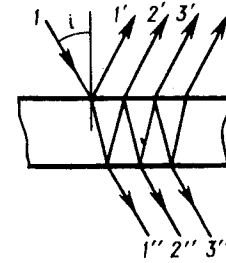


Рис. 3.8

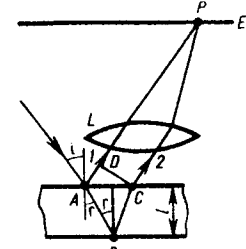


Рис. 3.9

Когерентні пучки можна одержати поділом амплітуди світлової хвилі за допомогою плоскопаралельної прозорої пластинки. Виділимо з пучка промінь  $1$ , який падає на таку пластинку під деяким кутом  $i$  (рис. 3.8). При досягненні поверхні пластинки світло частково відбивається (промінь  $1'$ ), а частково заломлюється й проходить до другої поверхні, де також частково заломлюється і виходить із пластинки (промінь  $1''$ ), а частково відбивається. Відбите світло досягає першої поверхні, де, заломившись, виходить із пластинки (промінь  $2'$ ), частково відбивається і виходить із нижньої грані (промінь  $2''$ ) і т. д. Таким чином плоскопаралельна пластинка розщеплює падаючий пучок на відбиті пучки  $1', 2', 3', \dots$  та прохідні  $1'', 2'', 3'', \dots$

Оскільки вони одержані з однієї хвилі (у всіх пучках є випромінювання одних і тих же атомів), то вони будуть когерентними і при їх накладанні інтерферуватимуть. При кожному заломленні і відбиванні інтенсивність пучка зменшується, тому за звичайних умов для інтерференції можна брати лише два перших промені, а іншими можна знехтувати у зв'язку з малою їх інтенсивністю.

Розглянемо інтерференцію у відбитому світлі. При падінні світла від звичайного джерела будуть інтерферувати пучки  $1$  і  $2$  (рис. 3.9), відбиті від верхньої і нижньої граней пластинки. Для того, щоб вони накладалися, необхідно використати збиральну лінзу  $L$ , тоді промені зйдуться в точці  $P$ , яка знаходиться у фокальній площині лінзи.

Розрахуємо інтерференційну картину для випадку, показаного на рис. 3.9. Нехай пластинка з показником заломлення  $n$  завтовшки  $l$  розміщена в повітрі, показник заломлення якого можна вважати рівним одиниці, тобто  $n_0 = 1$ . Оптична різниця ходу між пучками  $1$  і  $2$

$$\Delta = (AB + BC)n - (AD \pm \lambda/2). \quad (3.29)$$

Додаткова різниця ходу  $\lambda/2$  виникає внаслідок зміни фази коливань світлового вектора на  $\pi$  при відбиванні пучка  $1$  від верхньої поверхні пластинки ( $n_0 < n$ ). Для випадку, коли  $n < n_0$ , зміна фази коливань на  $\pi$  відбулась би при відбиванні пучка  $2$  від нижньої поверхні пластинки, і тоді у формулі (3.29) перед  $\lambda/2$  потрібно ставити знак мінус.

З рис. 3.9 маємо

$$AB = BC = \frac{l}{\cos r}; AD = AC \sin i = 2l \operatorname{tgr} \sin i,$$

де  $i$  і  $r$  – відповідно кути падіння і заломлення.

Враховуючи, що  $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n}{n_0} = n$  ( $n_0 = 1$ ), одержуємо

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{2ln}{\cos r} - 2l \operatorname{tgr} \sin i - \lambda/2 = 2l n \cos r - \lambda/2 = \\ &= 2ln \sqrt{1 - \sin^2 r} - \lambda/2 = 2l \sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \lambda/2. \end{aligned} \quad (3.30)$$

У точці  $P$  буде максимум, якщо  $\Delta = k\lambda$ , тобто

$$2l \sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \lambda/2 = k\lambda. \quad (3.31)$$

Мінімум буде за умови  $\Delta = (2k + 1)\lambda/2$ , тобто

$$2l \sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \lambda/2 = (2k + 1)\lambda/2. \quad (3.32)$$

Розглянемо два граничних випадки інтерференційних смуг, які називаються смугами рівного нахилу і смугами рівної товщини.

З рівнянь (3.31) і (3.32) випливає, що для сталих  $n$ ,  $l$  (пластинка плоскопаралельна) і  $\lambda$  (світло монохроматичне) результат інтерференції залежить від кута падіння  $i$ . Якщо на пластинку падає світло під різними кутами, то для кута, який задовольняє умову максимуму, у фокальній площині лінзи утвориться світле кільце, а для кута, який задовольняє умову мінімуму, – темне. Таким чином, інтерференційна картина являтиме собою систему світлих і темних концентричних кілець, які лежать, або, локалізовані у фокальній площині лінзи. Кожне кільце відповідає певному кутові падіння. Тому їх називають кривими рівного нахилу. Якщо головна оптична вісь лінзи  $L$  перпендикулярна до пластинки, то інтерференційні смуги мають вигляд концентричних кілець із центром у фокусі лінзи. Порядок інтерференції для цього випадку максимальний і його величина визначається із співвідношення ( $i = 0$ )

$$2ln \pm \lambda/2 = k\lambda. \quad (3.33)$$

Для одержання кривих рівного нахилу необхідно, щоб промені падали під різними кутами, тобто потрібне джерело світла скінченних розмірів або пучок розсіяного світла.

Промені 1 і 2 без лінзи перетинаються лише в нескінченності. Тому говорять, що смуги рівного нахилу локалізовані в нескінченності. Їх також можна спостерігати оком, акомодованим на нескінченність.

Інтерференційну картину від плоскопаралельної пластинки можна спостерігати також у прохідному світлі. Інтерференційні картини у відбитому світлі і у світлі, що проходить, доповнюють одна одну, тобто світлим кільцям у відбитому світлі відповідають темні кільця в прохідному світлі.

Вище вважалось, що світло монохроматичне. Якщо світло немонохроматичне, то кожна складова монохроматична хвиля утворює свою систему інтерференційних смуг, зміщених одна відносно іншої. Прикладом цього може бути різнокольорова картина в мильних бульбашках, у тонких плівках масла або гасу (бензину) на поверхні води, у так званих кольорах мінливості, що спостерігаються при загартуванні шліфованих сталених виробів, різнокольорове забарвлення крил комах та ін.

При виникненні інтерференційної картини істотне значення має товщина пластинки, від якої залежить розміщення інтерференційних смуг для монохроматичного світла.

Користуючись співвідношенням (3.23), оцінимо допустиму товщину пластинки, за допомогою якої можна спостерігати інтерференційну картину при її освітленні природним світлом. Якщо  $\lambda_{\text{ср}} = 0,5$  мкм,  $\Delta\lambda = 0,01$  мкм, то максимальний порядок інтерференції  $k = \lambda/\Delta\lambda = 50$  (величина  $\lambda_{\text{ср}}$  являє собою середню довжину хвилі обраного інтервалу від  $\lambda$  до  $\lambda + \Delta\lambda$ ). Це дає змогу визначити допустиму різницю ходу  $\Delta = k\lambda$ , залежність якої від товщини пластинки виражається  $\Delta = 2l \sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \lambda/2$ .

Для  $n \approx 1,5$  і  $\sin i = 0$ , знехтувавши величиною  $\lambda/2$  порівняно з  $k\lambda$ , одержимо

$$l = \frac{k\lambda}{2n} = \frac{50 \cdot 0,5}{3} \approx 8 \text{ мкм}.$$

Розглянемо випадок, коли товщина прозорої пластинки змінна, тобто утворює клин з малим заломним кутом  $\theta$  порядку  $20'' - 40''$ . Нехай на такий клин нормально падає монохроматичне світло. Хід променів, що виникають внаслідок часткового відбивання від верхньої і нижньої граней клина, показано на рис. 3.10. При малому заломному куті клина пучки, відбиті від верхньої і нижньої граней, будуть практично сходиться на верхній грані і, оскільки вони когерентні, інтерферуватимуть. Різницю ходу між ними визначимо за формулою (3.30), прийнявши кут падіння  $i = 0$ . Тоді  $\Delta_1 = 2h_1 n - \lambda/2$ . Залежно від величини оптичної різниці ходу променів виникатимуть темні або світлі смуги в тих місцях, для яких величина  $h_1$  має постійне значення. Такі інтерференційні смуги називають смугами, або лініями, рівної товщини.

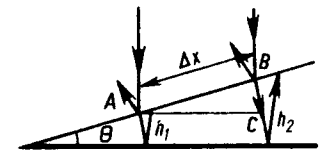


Рис. 3.10

Умовою мінімуму

$$\Delta_1 = 2h_1n - \frac{\lambda}{2} = (2k-1)\frac{\lambda}{2}$$

визначається розташування першої темної інтерференційної смуги, яка паралельна до ребра клина.

Місце розташування наступної темної смуги знаходимо з умови

$$\Delta_2 = 2h_2n - \frac{\lambda}{2} = (2k-1)\frac{\lambda}{2}.$$

Визначивши з цих рівнянь  $h_1$  і  $h_2$ , матимемо

$$h_2 - h_1 = \frac{\lambda}{2n}. \quad (3.34)$$

Із трикутника  $ABC$  одержимо

$$\frac{BC}{AB} = \frac{h_2 - h_1}{\Delta x} = \sin \theta.$$

Підставивши значення  $h_2 - h_1$ , знаходимо ширину інтерференційної смуги  $\Delta x$ :

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2n \sin \theta}. \quad (3.35)$$

Темні смуги будуть розділятися світлими смугами. Таким чином, інтерференційна картина являтиме собою систему світлих і темних смуг, які чергуються між собою і паралельні до ребра клина. Вона буде починатись від ребра клина з темної смуги, оскільки при відбиванні на верхній поверхні промінь  $I$  втрачає півхвилі, а товщина тут  $h \ll \lambda$ . Інтерференційну картину, аналогічно як і для плоскопаралельної пластинки, можна спостерігати і в прохідному світлі. Якщо на клин падає біле світло, то світлі смуги розкладатимуться в спектр.

Число інтерференційних смуг, які буде видно на поверхні клина, залежить від ступеня монохроматичності. Нехай світло включає набір довжин хвиль від  $\lambda$  до  $\lambda + \Delta\lambda$ . Тоді на основі формули (3.23) для  $\Delta\lambda$   $k \leq \lambda / \Delta\lambda$ . Товщина клина  $h$  для темної смуги визначається з умови

$$\Delta = 2hn - \lambda / 2 = (2k-1)\lambda / 2.$$

Враховуючи вираз (3.23), одержимо

$$h = \frac{k\lambda}{2n} = \frac{\lambda^2}{2n\Delta\lambda}. \quad (3.36)$$

За такої й більшої товщини клина смуги на його поверхні починають зникати. Тоді відстань  $l$  від ребра клина, на якій буде видно інтерференційні смуги, визначається так:

$$l = \frac{h}{\sin \theta} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda 2n \sin \theta} = \Delta x \frac{\lambda}{\Delta\lambda}. \quad (3.37)$$

Звідси видно, що чим менший інтервал  $\Delta\lambda$ , тим на більшій відстані від ребра клина будуть спостерігатись інтерференційні смуги.

Окремим випадком кривих рівної товщини є інтерференційні кільця, які можна одержати за допомогою двох плоско-опуклих лінз із радіусами кривизни  $R_1$  і  $R_2$ , складених опуклими поверхнями (рис. 3.11). При нормальному падінні променів на плоску поверхню першої лінзи вони частково заломлюються і проходять до сферичної поверхні, на якій світло частково відбивається (промінь  $1'$ ), а частково заломлюється і проходить до сферичної поверхні другої лінзи, від якої відбивається (промінь  $2'$ ). Якщо радіуси кривизни великі, то промені  $1'$  і  $2'$  будуть сходиться й інтерферувати. Геометричним місцем точок однакової товщини між сферичними поверхнями є коло, тому інтерференційні смуги являтимуть собою кільця. У відбитому світлі в центрі буде темна пляма, обмежена світлими і темними кільцями.

Визначимо радіус  $\rho_k$   $k$ -го темного кільця. Із трикутників  $O_1AD$  і  $O_2CE$  маємо:

$$\rho_k^2 = R_1^2 - (R_1 - d_1)^2 \approx 2R_1d_1;$$

$$\rho_k^2 = R_2^2 - (R_2 - d_2)^2 \approx 2R_2d_2,$$

звідки

$$d_2 = \frac{R_1}{R_2} d_1. \quad (3.38)$$

Різниця ходу  $\Delta$  між променями  $1'$  і  $2'$

$$\Delta = 2(d_1 + d_2) + \lambda / 2.$$

З умови мінімумів  $\Delta = (2k+1)\lambda / 2$  та співвідношення (3.38) одержимо

$$d_1 = \frac{k\lambda R_2}{2(R_1 + R_2)}.$$

Тоді

$$\rho_k^2 = \frac{k\lambda R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (3.39)$$

Якщо замість другої лінзи взяти плоскопаралельну пластинку  $R_2 \rightarrow \infty$ , то радіуси темних кілець визначатимуться формулою

$$\rho_k = \sqrt{k\lambda R_1}. \quad (3.40)$$

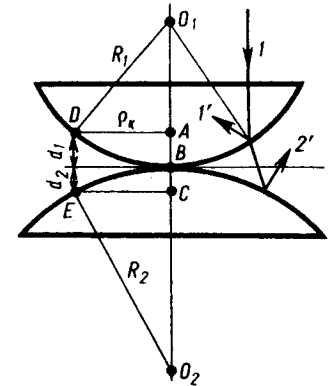


Рис. 3.11

Формулу (3.39) можна виразити так:

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{k\lambda}{\rho_k^2}. \quad (3.41)$$

З формули (3.39) легко зробити висновок, що зі збільшенням радіуса кілець їх ширина зменшується. Дійсно, для темних кілець  $\rho_k^2 = \frac{k\lambda R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ .

Вважаючи, що  $k$  набуває неперервного ряду значень, здиференціюємо цей вираз. Тоді

$$2\rho_k \Delta\rho_k = \Delta k \frac{\lambda R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Оскільки для сусідніх кілець  $\Delta k = 1$ , а  $\frac{\lambda R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \text{const}$ , то

$$\Delta\rho_k = \frac{\text{const}}{\rho_k}. \quad (3.42)$$

Із формули (3.42) випливає, що зі збільшенням  $\rho_k$  ширина кілець зменшується.

Такі кільця спостерігав Р. Гук у XVII ст., а І. Ньютон встановив зв'язок між радіусами кілець і радіусом кривизни сферичної поверхні лінзи. У XIX ст. Т. Юнг пояснив природу цих кілець, які називаються кільцями Ньютона.

Інтерференційні кільця можна одержати і в прохідному світлі. Із закону збереження енергії стає зрозумілим, що на місці темних кілець у відбитому світлі будуть світлі кільця в прохідному світлі і на місці світлих кілець у відбитому світлі будуть темні кільця у прохідному світлі.

Для з'ясування фізичної суті кілець Ньютона Т. Юнг провів експеримент, в якому між лінзою з легкого скла (крон) і пластинкою з важкого скла (флінт) знаходилось масло, показник заломлення якого був підібраний так, що  $n_{кр} < n_m < n_{фл}$ . У цьому випадку світлові вектори обох пучків на межі лінза – масло, масло – пластинка при відбиванні змінюють фази коливань на  $\pi$ , у результаті чого в центрі інтерференційної картини буде максимум.

**Приклад 3.1.** Чи буде спостерігатись інтерференційна картина у відбитому світлі від повітряного шару завтовшки  $h = 0,5$  мм, виділеного паралельними скляними пластинками, коли ступінь монохроматичності світла ( $\lambda/\Delta\lambda$ ) дорівнює: а) 500; б) 5000? На систему нормально падає світло, довжина хвилі якого  $\lambda_0 = 0,6$  мкм.

Розв'язання. Для відповіді на це питання необхідно визначити оптичну різницю ходу променів  $\Delta$  та довжину когерентності  $L_{ког}$  в обох випадках.

Оптична різниця ходу променів у повітряному шарі

$$\Delta = 2h + \frac{\lambda}{2} \approx 1 \text{ мм.}$$

Визначимо за формулою (3.28) довжину когерентності:

$$\text{а) } L_{ког} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} \lambda_0 = 500 \cdot 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ мм} = 0,3 \text{ мм.}$$

У цьому випадку різниця ходу променів більша за довжину когерентності, тому інтерференції не буде, а спостерігатиметься рівномірно освітлене поле.

$$\text{б) } L_{ког} = 5000 \cdot 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ мм} = 3 \text{ мм.}$$

Оскільки різниця ходу променів менша за довжину когерентності, то буде спостерігатись інтерференційна картина у вигляді світлих і темних кілець.

### § 3.5. Багатопротена інтерференція

При падінні світла на прозору пластинку на її поверхнях відбувається багаторазове його відбивання, внаслідок чого з кожного боку пластинки виходить ряд пучків із спадними амплітудами. При розгляді інтерференції, що виникає за допомогою таких пластинок, ми нехтували внеском у результуючу інтерференційну картину пучків, які зазнали два й більше відбивання. Таке припущення справедливе, коли коефіцієнт відбивання поверхонь пластинки незначний, тобто близький до нуля. Якщо ж він порівняно великий (близький до одиниці), то слід враховувати внесок усіх пучків у результуючу інтерференційну картину. Інтерференція в цьому випадку називається *багатопротеновою*. Особливо великого значення вона набула в спектроскопії великої роздільної здатності, метрології, фізиці тонких діелектричних і металевих плівок тощо.

Розглянемо інтерференцію багатьох світлових пучків, що виникають під час багаторазового відбивання при проходженні крізь плоскопаралельну прозору пластинку завтовшки  $l$  з показником заломлення  $n$  (рис. 3.12). Для розрахунків сумарної амплітуди світла, що проходить, необхідно враховувати зміну амплітуди й різницю фаз між двома сусідніми пучками. При переході межі двох середовищ та при відбиванні світла змінюється амплітуда коливань світлового вектора. Коефіцієнти відбивання  $\rho$  і пропускання  $\tau$  (за амплітудою) дорівнюють відношенню амплітуди коливань світлового вектора відповідно відбитого або пропущеного випромінювання до амплітуди коливань світлового вектора падаючого випромінювання. Енергетичні коефіцієнти відбивання і пропускання будуть  $R = \rho^2$  і  $\Gamma = \tau^2$ . Якщо поглинанням світла нехтувати, то  $R + \Gamma = 1$ .

При кожному проходженні через межу пластинка – середовище та при кожному відбиванні на тій самій межі амплітуди хвиль зменшуються, утворюючи спадні геометричні прогресії. Коли кут падіння  $i$  близький до нуля, а довжина пластинки порівняно з її товщиною велика, то кількість пучків  $1', 2', 3', \dots$  та  $1, 2, 3, \dots$  буде такою численною, що її можна вважати нескінченною. За таких умов відношення сумарної

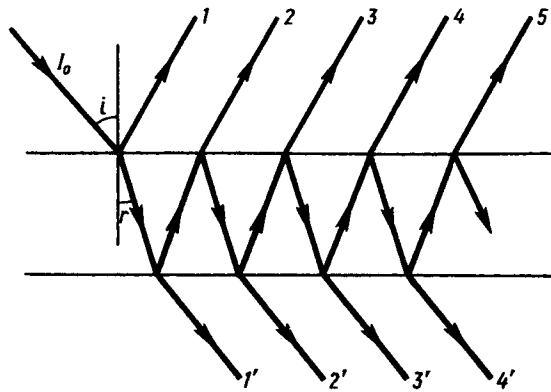


Рис. 3.12

інтенсивності пучків світла, що проходить, до інтенсивності світлового пучка, що падає на пластинку, виражається формулою

$$\frac{I_{\Gamma}}{I_0} = \frac{I_{\text{пр}}}{I_0} = \frac{\Gamma^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2(\delta/2)}. \quad (3.43)$$

Відношення інтенсивностей для відбитого світла визначається за формулою

$$\frac{I_R}{I_0} = \frac{I_{\text{відб}}}{I_0} = \frac{4R \sin^2(\delta/2)}{(1-R)^2 + 4R \sin^2(\delta/2)}. \quad (3.44)$$

Формули (3.43) і (3.44) носять назву *формул Ейрі*. Проведемо їх дослідження. Для спрощення записів різницю фаз між двома сусідніми пучками, що виходять, запишемо так:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2nl \cos r = \frac{4\pi}{\lambda} l \cos r, \quad (3.45)$$

де  $\lambda$  – довжина світлової хвилі в пластинці;  $r$  – кут заломлення.

Інтерферуючі пучки світла, що проходять, підсилюватимуться за умови, що різниця ходу між ними дорівнює цілому числу хвиль, тобто

$$2l \cos r = k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots). \quad (3.46)$$

Мінімальну інтенсивність спостерігатимемо тоді, коли в різниці ходу вміщується непарне число півхвиль, тобто

$$2l \cos r = (2k + 1)\lambda/2. \quad (3.47)$$

Порядок інтерференції визначається через різницю фаз співвідношенням

$$k = \frac{2l \cos r}{\lambda} = \frac{\delta}{2\pi}. \quad (3.48)$$

З формули (3.43) видно, що екстремальних значень відношення  $I_{\text{пр}}/I_0$  набуває для  $\sin(\delta/2) = 0$  і  $\sin(\delta/2) = 1$ , тобто

$$\left(\frac{I_{\text{пр}}}{I_0}\right)_{\text{max}} = \frac{\Gamma^2}{(1-R)^2}; \quad \left(\frac{I_{\text{пр}}}{I_0}\right)_{\text{min}} = \frac{\Gamma^2}{(1+R)^2}, \quad (3.49)$$

звідки

$$\frac{I_{\text{max}}}{I_{\text{min}}} = \left(\frac{1+R}{1-R}\right)^2. \quad (3.50)$$

Аналіз формул Ейрі показує, що залежність  $I_{\text{пр}}/I_0$  та  $I_{\text{відб}}/I_0$  від величини  $\delta/2$  (рис. 3.13) має систему максимумів, форма яких істотно відрізняється від відомих кривих вигляду  $\cos^2 \delta$ , що виражали картину двопроменевої інтерференції пучків.

У світлі, що проходить, утворюються контрастні світлі інтерференційні смуги на широкому майже темному фоні (рис. 3.13, а). У відбитому світлі інтерференційна картина має вигляд чітких темних смуг на широкому світлому фоні (рис. 3.13, б).

Розподіл інтенсивності істотно залежить від коефіцієнта відбивання поверхонь пластинки. На рис. 3.14 показано залежність величини відношення  $I_{\Gamma}/I_0$  світла, що проходить, від різниці фаз  $\delta/2$  для різних коефіцієнтів відбивання. Із рисунка видно, що із збільшенням коефіцієнта відбивання  $R$  гострішими стають максимуми, які розділяються широкими мінімумами.

Для одержання інтерференційної картини потрібно користуватись джерелом світла скінченних розмірів. Смуги інтерференції будуть смугами рівного нахилу, їх спостерігають так само, як і у випадку двопроменевої інтерференції, тобто проєктують лінзою на екран, розміщений у фокальній площині лінзи, або користуються зоровою трубою, встановленою на нескінченність.

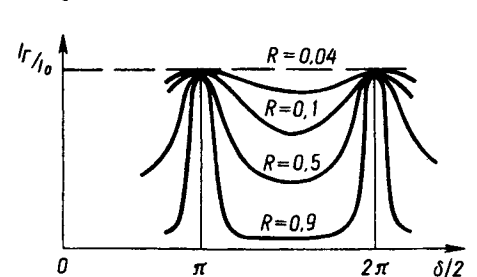


Рис. 3.14

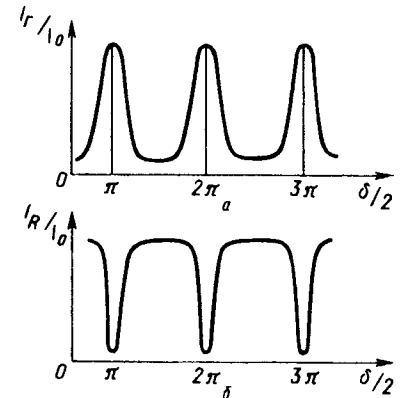


Рис. 3.13

Для характеристики форми контуру інтерференційної смуги введено величину, яка

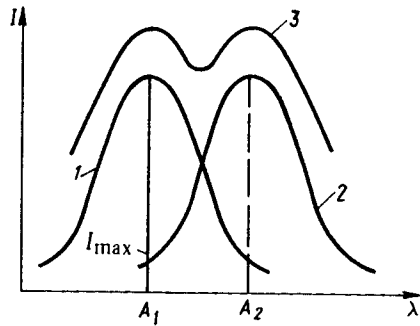


Рис. 3.15

ренційна картина. Вони будуть зміщені одна відносно одної. Вузкість інтерференційних смуг у світлі, що проходить, дає змогу розділяти спектральні лінії. Це явище покладено в основу інтерференційної спектроскопії, за допомогою якої досліджують структуру спектральних ліній. Перевагою її є висока роздільна здатність, яка визначає найменшу відстань між сусідніми спектральними лініями, що зображаються у вигляді окремих спектральних ліній.

Для з'ясування поняття роздільної здатності припустимо, що світло складається з двох спектральних ліній однакової інтенсивності, яким відповідають довжини хвиль  $\lambda_1$  і  $\lambda_2 = \lambda_1 + \delta\lambda$ . Інтерференційна картина складатиметься з двох систем інтерференційних смуг, розміщення яких залежить від довжин хвиль. Система максимумів, що відповідає довжині хвилі  $\lambda_1$ , буде зміщена відносно максимумів для світлових хвиль завдовжки  $\lambda_2$ . При малому зміщенні максимуми накладатимуться один на одного, внаслідок чого утвориться розподіл з одним максимумом, який сприйматиметься оком як максимум від однієї спектральної лінії. У цьому випадку спектральний прилад не розділяє дві спектральні лінії.

Вважатимемо, що зміщення максимумів дорівнює половині ширини інтерференційної смуги. Розподіл інтенсивності при цьому показано на рис. 3.15. Криві 1 і 2 показують розміщення максимумів, які спостерігались би окремо для спектральних ліній  $\lambda_1$  і  $\lambda_2$ . Розрахунками доведено, що в місці перетину ліній, інтенсивність спектральних ліній яких дорівнює половині інтенсивності, тобто  $0,5I_{\max}$  ( $I_{\max}$  – максимум інтенсивності для окремої спектральної лінії), сумарна інтенсивність від обох ліній у цій точці дорівнює  $I_{\max}$ . У точці  $A_1$  інтенсивність першої лінії дорівнює  $I_{\max}$ , а другої  $0,2I_{\max}$ . Сумарна інтенсивність у точці  $A_1$  буде  $1,2I_{\max}$  (крива 3). Така сама інтенсивність і в точці  $A_2$ . Крива результуючої інтенсивності має два максимуми з впадиною між ними.

називається різкістю. Різкість інтерференційної смуги визначається відношенням відстані між двома сусідніми максимумами до відстані між точками, які лежать з обох боків максимуму, в яких інтенсивність дорівнює половині максимальної величини інтенсивності.

Це стосується монохроматичного світла. Якщо ж світловий пучок має дві близькі за спектром довжини хвиль, то для кожної з них утвориться своя інтерфе-

Інтенсивність у місці впадини становить 83 % від інтенсивності одного з максимумів результуючої кривої. Дослід показує, що нормальне око здатне помітити такі відхилення інтенсивностей. Тому відстань між максимумами двох спектральних ліній, яка дорівнює або більша за половину ширини інтерференційної смуги, беруть за критерій спектрального розділення двох ліній.

### § 3.6. Застосування інтерференції в науці і техніці. Інтерферометри

Явище інтерференції світла лежить в основі дії значної кількості оптичних приладів, за допомогою яких з великою точністю вимірюють довжину світлових хвиль, лінійні розміри тіл та їх зміну під впливом різних фізичних процесів, а також показники заломлення речовини та їхню залежність від різних факторів; визначають кутові розміри небесних тіл тощо. Застосування інтерференції в спектроскопії дає змогу вивчати надтонку структуру спектрів. За допомогою явища інтерференції вдається значно зменшити відбивання світла від оптичних систем, а також виготовляти інтерференційні світлофільтри.

Спостереженням смуг рівної товщини визначають якість полірування оптичних поверхонь. Досліджувану оптичну пластинку накладають на еталонну, що має поверхню відомого рельєфу. Між ними утворюють досить малий повітряний клин. Систему освітлюють і спостерігають в ній інтерференційну картину у відбитому світлі. Якщо поверхні обох пластинок ідеально плоскі, то інтерференційна картина являтиме собою систему ліній, паралельних до ребра клина. У місцях дефектів поверхні спостерігатиметься викривлення смуг. Сучасні методи дають змогу оцінити відхилення досліджуваної поверхні від плоскої близько 0,01–0,02 довжини світлової хвилі. Дослідження смуг однакової товщини також можна застосувати для вимірювання малих кутів між оптичними поверхнями і розв'язування завдань метрології.

Сучасні оптичні системи складаються із значного числа лінз, призм, дзеркал. На їх поверхнях світлові пучки відбиваються, внаслідок чого інтенсивність світла, що проходить, значно послаблюється. Так, у найпростішій оптичній системі з чотирма граничними поверхнями скло – повітря близько 20 % світла витрачається на відбивання. Інтерференція дає можливість зменшити до мінімуму інтенсивність відбитого світла, для чого поверхні покривають прозорими плівками із речовин, показник заломлення яких менший, ніж скла. Пучок світла, що відбивається на межі повітря – плівка, інтерферуватиме з пучком світла, що відбивається на межі плівка – скло. Результат інтерференції залежить від різниці фаз коливань світлових векторів цих пучків, яка, в свою чергу, залежить від товщини плівки і значень коефіцієнтів заломлення скла  $n$  та плівки  $n'$ . За належного підбору речовини плівки та її товщини для певного кута

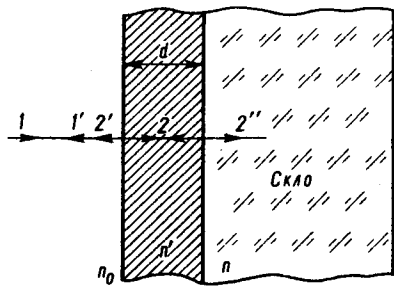


Рис. 3.16

падіння й певної довжини хвилі світлові пучки можуть цілком погасити один одного. Для цього необхідні такі умови: амплітуди коливань світлових векторів в обох відбитих пучках мають бути однаковими, а різниця фаз їхніх коливань дорівнюватиме  $\pi$ . Речовину плівки підбирають так, щоб для показників заломлення повітря  $n_0$ , плівки  $n'$  і скла  $n$  виконувалась така умова:  $n_0 < n' < n$ .

При відбиванні світлові вектори пучків 1 і 2 (рис. 3.16) за цієї умови змінюватимуть фазу коливань на  $\pi$ . Різниця фаз між ними буде  $\pi$ , коли оптична товщина плівки дорівнюватиме  $\lambda/4$ , тобто  $n'd = \lambda/4$ .

Якщо знехтувати поглинанням і багаторазовим відбиванням у плівці і вважати, що світло падає нормально на поверхні, то умову рівності амплітуд двох відбитих хвиль можна виразити рівністю коефіцієнтів відбивання, а саме (формула Френеля):

$$\frac{(n' - n_0)^2}{(n' + n_0)^2} = \frac{(n - n')^2}{(n + n')^2} \quad (3.51)$$

Якщо  $n_0 = 1$ , то з формули (3.51) маємо

$$n' = \sqrt{n} \quad (3.52)$$

Крім цього, речовина просвітленого шару має бути твердою і міцно триматись оптичних поверхонь, а також не бояться вологи. Жодна з відомих речовин не задовольняє ці вимоги. Здебільшого використовують  $MgF_2$  або кріоліт ( $3NaF \cdot AlF_3$ ), показники заломлення яких відповідно 1,38 і 1,36. Їх використовують для покриття поверхонь оптичних елементів із важкого флінту, для якого  $n = 1,7$ . Оскільки чутливість людського ока найбільша для світла, якому відповідає довжина хвилі  $\lambda = 0,55 \mu m$ , то товщину плівки роблять у чверть довжини цієї хвилі. Для зеленого світла коефіцієнт відбивання буде близько 1 %, а для менших та більших довжин світлових хвиль він зростатиме. Відбите від такої поверхні світло матиме синьо-червоний відтінок. Коефіцієнт відбивання для такої поверхні вдається зменшити від 5 до 1 %. Оптичні системи з просвітленими поверхнями називають "голубою" оптикою.

Інтерференція також дає можливість підсилювати відбите світло. Для цього на поверхню наносять послідовно оптичні плівки з більшим і меншим показниками заломлення. На рис. 3.17 зображено систему таких плівок із сульфиду цинку  $ZnS$  і кріоліту, показник заломлення яких

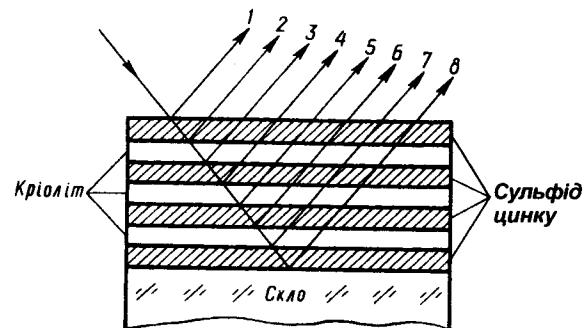


Рис. 3.17

відповідно  $n_1 = 2,3$ ;  $n_2 = 1,32$ ; а оптична товщина  $-\lambda/4$ . На межі поділу плівок пучки зазнають відбивання, що приводить до утворення системи численних пучків 1, 2, 3, ..., які інтерферують між собою. При такому виборі оптичних товщин плівок і їх показників заломлення пучки підсилюють один одного. Так, система із семи плівок має коефіцієнт відбивання  $R = 96\%$ , а з одинадцяти  $- R \approx 100\%$ . Багатшарові інтерференційні системи широко застосовуються для створення резонаторів високої якості в лазерах, для виготовлення напівпрозорих оптичних дзеркал, які 50 % світла пропускають і 50 % відбивають. Оскільки умови, що забезпечують великий коефіцієнт відбивання, виконуються тільки для певної довжини хвилі, плівки багатшарових покриттів у відбитому світлі будуть певного кольору.

В оптичних дослідженнях часто виникає потреба виділення з широкого світлового спектра вузької його ділянки, чого досягають за допомогою інтерференційних світлофільтрів. Звичайні інтерференційні світлофільтри виготовляють у вигляді багатшарових систем, в яких діелектричні шари з більшим і меншим показниками заломлення чергуються.

На явищі інтерференції світла ґрунтується дія вимірювальних приладів, які називаються *інтерферометрами*. Вони дають змогу з високим ступенем точності визначати показники заломлення; вимірювати відношення довжини світлової хвилі, що випромінюється стандартним джерелом світла, до довжини механічного зразка; порівнювати довжини хвиль, тобто досліджувати структуру спектральних ліній; вимірювати кутові розміри зірок тощо.

Інтерферометри, в яких використовуються два просторово розділені пучки, між якими створюється різниця ходу, називаються двопроменевими. До них належать інтерферометри Жамена, Гваймана, Релея, Лінника, Майкельсона та ряд інших. Одним із найбільш поширених і давно відомих приладів є *інтерферометр Майкельсона* (рис. 3.18), який став основою для розробки багатьох інтерферометрів. Світловий



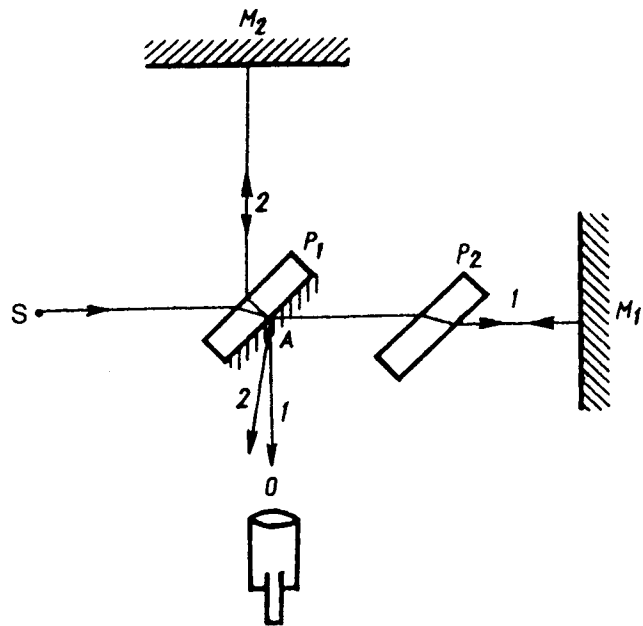


Рис. 3.18

пучок від джерела скінченних розмірів  $S$  падає на плоскопаралельну напівпрозору пластинку  $P_1$ , яка поділяє пучок світла на два. Пучок  $1$  після відбивання від дзеркала  $M_1$  повертається до пластинки  $P_1$ , частково відбивається і поширюється в напрямі  $AO$ . Пучок  $2$  після відбивання від покритої металом поверхні пластинки  $P_1$  поширюється до дзеркала  $M_2$ , після відбивання від нього проходить через пластинку  $P_1$  і поширюється в напрямі  $OA$ . Таким чином, пучок  $2$  тричі проходить пластинку  $P_1$ , а пучок  $1$  – один раз. Для компенсації різниці фаз, що виникає внаслідок цього, на шляху пучка  $1$  розміщують пластинку  $P_2$ , ідентичну пластинці  $P_1$ .

За допомогою інтерферометра Майкельсона вперше проведено систематичне вивчення тонкої структури спектрів, виконано пряме порівняння еталона метра з довжиною світлової хвилі. Його можна застосовувати для експериментального визначення таких важливих характеристик випромінювача, як довжина і час когерентності. Він дає змогу оцінити зміщення інтерференційної картини візуально з точністю до величини близько  $1/20$  смуги, а в деяких випадках вдається виявити зміщення до  $1/100$  смуги, що уможливило проведення лінійних вимірювань з точністю близько  $10^{-7}$  см. За допомогою інтерферометра

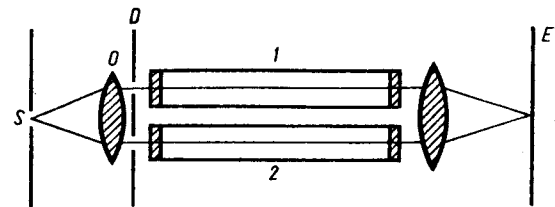


Рис. 3.19

А. Майкельсон вперше довів відсутність “ефірного вітру” і абсолютної швидкості Землі.

Крім двопроменевих інтерферометрів, у наукових дослідженнях широкого застосування набули багатопроменеві інтерферометри (інтерферометр Фабрі – Перо, інтерферометр Люммера – Герке).

**Приклад 3.2.** На рис. 3.19 показана схема інтерферометра Релея, яким вимірюють показники заломлення прозорих речовин. Вузька щілина  $S$ , яка служить джерелом світла, розміщена у фокальній площині об’єктива  $O$ . Щілина освітлюється монохроматичним світлом, довжина хвилі якого  $\lambda = 0,589 \text{ мкм}$ . Паралельний пучок світла, що виходить з об’єктива  $O$ , діафрагмою  $D$  поділяється на два пучки, які проходять через кювети  $1$  і  $2$ . Кювети мають довжину  $l = 10,0 \text{ см}$  і наповнені повітрям. Коли повітря в кюветі  $1$  замінити аміаком, то інтерференційна картина на екрані  $E$  зміститься вгору на  $N = 17$  смуг. Показник заломлення повітря  $n = 1,000277$ . Визначити показник заломлення аміаку.

Розв’язання. Позначимо показник заломлення аміаку через  $n_a$ . Зміщення інтерференційних смуг зумовлене зміною оптичного шляху променів у кюветях  $1$  і  $2$  на величину  $(n_a - n)l$ , в якій вміщається  $N$  довжин хвиль, тобто

$$(n_a - n)l = N\lambda,$$

тоді

$$n_a = n + \frac{N\lambda}{l} = 1,000377.$$

### § 3.7. Стоячі світлові хвилі

Майже в усіх розглянутих інтерференційних схемах інтерферуючі хвилі поширювались в одному напрямі через точки, в яких провадились спостереження. Розглянемо інтерференцію двох хвиль, що поширюються в протилежних напрямках, тобто назустріч одна одній. Прикладом цього може бути інтерференція падаючої і відбитої плоскої монохроматичної хвилі, що падає на плоску поверхню з великим коефіцієнтом відбивання.

Як відомо, для електромагнітних хвиль властиво, що  $\sqrt{\mu_0} H = \sqrt{\epsilon_0} E$ . Вектори  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  і вектор Умова – Пойнтінга  $\vec{P} = [\vec{E}\vec{H}]$  утворюють

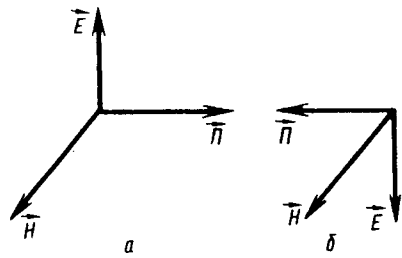


Рис. 3.20

правогвинтову трійку. У відбитій хвилі, що поширюється назустріч падаючій, вектори  $\vec{P}_n$  і  $\vec{P}_v$  будуть антипаралельні. Оскільки вектори  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  та  $\vec{P}$  у відбитій хвилі також утворюють правогвинтову трійку, то на межі відбивання вектор  $\vec{E}$  має змінити фазу коливань на  $\pi$ . На рис. 3.20 показано взаємне розміщення векторів  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  та  $\vec{P}$  у падаючій (рис. 3.20, а) і відбитій

(рис. 3.20, б) хвилях у момент відбивання від межі двох середовищ. За допомогою рівнянь Максвелла можна точно довести, що при відбиванні електромагнітної хвилі від оптично густішого середовища на межі поділу напрям коливань вектора напруженості електричного поля  $\vec{E}$  змінює фазу коливань на  $\pi$ , а вектор  $\vec{H}$  не зазнає такої зміни. Якщо в падаючій хвилі вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  змінюються синфазно (умова  $\sqrt{\mu_0} H = \sqrt{\epsilon_0} E$ ), то у відбитій хвилі між ними виникає зсув фаз  $\pi/2$ .

Внаслідок накладання падаючої і відбитої хвиль утворюється лінійно поляризована *стояча хвиля*, для якої на межі поділу знаходяться вузол для  $\vec{E}$  і пучність для  $\vec{H}$ .

Якщо поглинанням світла знехтувати, то для електричного вектора рівняння падаючої і відбитої хвиль відповідно будуть

$$E_n = E_0 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right); \quad (3.53)$$

$$E_v = E_0 \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x + \pi\right). \quad (3.54)$$

Зміна знака перед  $x$  та поява  $\pi$  в формулі (3.54) зумовлені зміною напрямку поширення хвилі на протилежний і зміною фази коливань на межі поділу. Рівняння результуючої хвилі знайдемо додаванням хвиль (3.53) і (3.54):

$$E = E_n + E_v = 2E_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (3.55)$$

Вираз (3.55) є рівнянням стоячої хвилі. Із цього рівняння можна зробити висновок, що амплітуда коливань для різних точок, розміщення яких визначаються координатою  $x$ , різна і змінюється періодично, тобто вона дорівнює

$$2E_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x + \frac{\pi}{2}\right). \quad (3.56)$$

Оскільки амплітуда завжди величина додатна, то зміна її знака на протилежний у формулі (3.56) при зміні величини  $x$  на  $\lambda/2$  вказує на те, що фаза коливань змінилася на  $\pi$  при переході від однієї півхвилі до іншої.

Координати точок, в яких амплітуда коливань дорівнює нулю, з виразу (3.56) визначаються за умови, коли  $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x + \frac{\pi}{2}\right) = 0$ , тобто

$$\frac{2\pi}{\lambda} x + \frac{\pi}{2} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \quad (k=0, 1, 2, \dots).$$

Такі точки називаються вузлами стоячої хвилі. Їхні координати  $x_{\text{вузл}} = k\lambda/2$ , а відстань між двома сусідніми вузлами дорівнює півхвилі.

Точки, в яких амплітуда максимальна і дорівнює  $2E_0$ , визначаються за умови, коли  $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x + \frac{\pi}{2}\right) = 1$ , тобто

$$\frac{2\pi}{\lambda} x + \frac{\pi}{2} = k\pi \quad (k=1, 2, 3, \dots).$$

Ці точки називаються пучностями. Їх координати  $x_{\text{пучн}} = \frac{\lambda}{2}\left(k - \frac{1}{2}\right)$ .

Перша пучність знаходитиметься на відстані  $\lambda/4$  від відбиваючої поверхні, а наступні – через кожні півхвилі. У стоячій хвилі фаза коливань залишається сталою між двома сусідніми вузлами. Термін “стояча хвиля” зумовлений тим, що в цьому випадку не відбувається перенесення енергії в напрямі поширення хвилі.

Іноколи може створитись уявлення, що в стоячій хвилі повністю відсутній обмін енергією між точками середовища, які коливаються. Насправді це не зовсім так. У стоячій електромагнітній хвилі немає безперервного переносу енергії в напрямі поширення хвилі, як у біжучих хвилях. Енергія стоячої хвилі локалізована і переходить від місця пучності  $\vec{E}$  до місця пучності  $\vec{H}$ , тобто відбувається періодичне перетворення енергії електричного поля в енергію магнітного поля і навпаки.

Вузли та пучності векторів  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  просторово відокремлені. Відстань між вузлом  $\vec{E}$  і вузлом  $\vec{H}$  дорівнює  $\lambda/4$ . Отже, у стоячій хвилі вдається просторово розділити електричне та магнітне поля і провести окремо дослідження їхніх властивостей. Знаючи місця розміщення вузлів та пучностей векторів  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  відносно поверхні відбивання, можна експериментальним шляхом встановити, який із векторів (електричний чи магнітний) спричинює дію на приймач світлової енергії (око, фотопластинку, фотоелементи тощо).

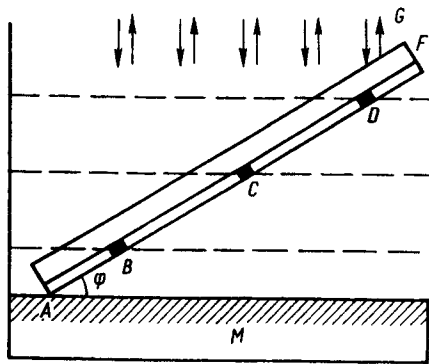


Рис. 3.21

Існування стоячих світлових хвиль вперше довів у 1890 р. О. Вінер (1862–1927). Схему його експериментальної установки показано на рис. 3.21. Паралельний пучок монохроматичного світла падає нормально на поверхню плоского дзеркала *M*. Тонкий шар прозорої фотографічної емульсії *F* (завтовшки менший від  $\frac{1}{20}$  довжини світлової хвилі) нанесено на плоску поверхню скляної пластинки *G*, що розміщена перед дзеркалом *M* під досить малим кутом  $\varphi$  до його поверхні.

Після проявлення фотоемульсії виявлено темні рівновіддалені смуги з прозорими ділянками між ними. Темні смуги виявилися паралельними до ребра повітряного клина, відстань між ними  $BC = CD = \lambda / (2 \sin \varphi)$ . Для  $\varphi \approx 1'$  відстань  $BC \approx 1-2$  мм, що дає змогу побачити смуги. На основі таких даних було визначено довжину світлової хвилі, а також встановлено, що довжина хвилі, яка відповідає світлу червоного кольору, майже у два рази більша за довжину хвилі синього кольору.

Основне значення дослідів Вінера полягає в тому, що їхній аналіз дає відповідь на питання, який із векторів ( $\vec{E}$  чи  $\vec{H}$ ) викликає фотохімічну дію. Досліди показали, що перша темна смуга (смуга *B*) знаходилась на відстані  $\lambda/4$  від поверхні дзеркала *M*, тобто там, де знаходиться перша пучність електричного вектора  $\vec{E}$ . Наступні темні смуги знаходились також у місцях пучностей вектора  $\vec{E}$ . Отже, фотохімічна дія світла здійснюється електричним, а не магнітним полем світлової хвилі.

Аналогічні експерименти провели в 1892 р. П. Друде (1863–1906) і В. Нернст (1864–1941). Вони замінили фотографічний шар тонкою флуоресціюючою плівкою. В 1933 р. Г. Айвс (1882–1953) повторив дослід Вінера з фотоелектричним шаром. В обох випадках максимальний ефект флуоресценції і фотоефекту виявився в місцях пучностей електричного поля. Цього й слід було чекати з точки зору електронної теорії будови речовини. Справді, дія світла на речовину зумовлена дією на вільні і зв'язані електрони сил електричного поля  $e\vec{E}$  і сил магнітного поля  $e[\vec{v}\vec{B}]$  (сила Лоренца). Оскільки швидкість руху електрона  $v$  мала, то силою Лоренца порівняно з силою  $e\vec{E}$  можна знехтувати. Пізніше було доведено також і те, що електричне поле хвилі спричинює світлову дію і на сітківку людського ока. Сукупність результатів описаних дослідів дає мож-

ливість назвати електричний вектор електромагнітної хвилі світловим вектором.

Явище стоячих світлових хвиль покладено в основу методу одержання кольорової фотографії, який розробив Г. Ліпман (1845–1921) у 1891 р. Скляна пластинка *1*, покрита прозорою дрібнозернистою емульсією *2*, виконувала роль однієї із стінок посудини, в якій знаходилась ртуть *3* (рис. 3.22). Шар емульсії контактує з ртуттю. У результаті відбивання світла від поверхні ртуті в шарі фотоемульсії утворюються стоячі хвилі, які й експонують фотопластинку. Після проявлення і фіксування фотоемульсійного шару в місцях пучностей електричного вектора  $\vec{E}$

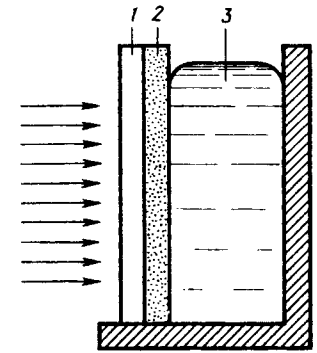


Рис. 3.22

виділялись тонкі шари срібла, що знаходились на відстанях  $\lambda/2$  один від одного, внаслідок чого утворювалась багатошарова пластинка, подібна до багатошарової системи (рис. 3.17), яка забезпечувала великий коефіцієнт відбивання для певних довжин хвиль. При цьому виникає стільки відбитих пучків, скільки утворилось срібних шарів. Для довжин хвиль білого світла, що дорівнюють довжинам хвиль монохроматичного світла (при якому відбувалось експонування фотоемульсії), різниці фаз між відбитими сусідніми пучками дорівнюватиме  $2\pi$ . Завдяки інтерференції пучки підсилюватимуть один одного. Тому при освітленні білим світлом пластинка у відбитому світлі буде забарвлена в колір, що відповідає довжині хвилі світла, при якій відбулось експонування пластинки. Такі кольорові фотографії мають високу якість тільки для вузьких ділянок спектра, тому цей метод не набув широкого застосування. Сучасна кольорова фотографія ґрунтується на використанні спеціальних барвників, що вводяться у фотоемульсії.

## Розділ 4. Дифракція світла

### § 4.1. Означення дифракції. Принцип Гюйгенса – Френеля

*Дифракція світла* – оптичне явище, пов'язане із зміною напрямку поширення світлових хвиль (порівняно з напрямом, передбаченим геометричною оптикою) та з просторовим перерозподілом їх інтенсивності під впливом перешкод і неоднорідностей середовища на їхньому шляху. Під дифракцією розуміють будь-яке відхилення від прямолінійного поширення світла, якщо воно не зумовлене відбиванням, заломленням або викривленням променів у середовищах, в яких показник заломлення безперервно змінюється. Дифракція світла зумовлена його хвильовою природою.

Перші згадки про дифракційні явища знаходимо в працях Леонардо да Вінчі (1452–1519). Явища дифракції в межах хвильової теорії вперше пояснив О. Френель у 1816 р. Пізніше, у 1882 р., Г. Кірхгоф обґрунтував дослідження Френеля аналітично. Кожна задача дифракції зводиться до знаходження розв'язків рівнянь Максвелла для конкретних умов. Проте в такій чіткій постановці задач їх розв'язання поки що знайдено для найпростіших ідеалізованих випадків. Труднощі, що виникають при вивченні дифракційних явищ в оптиці, не завжди мають точне розв'язання. Переважно через математичну складність розв'язування задач дифракції користуються наближеними методами, за допомогою яких вирішують більшість питань у прикладній оптиці. Задача дифракції вважається розв'язаною, якщо визначено розподіл інтенсивності залежно від кута між початковим напрямом поширення і напрямом дифрагованих променів.

Для пояснення закону прямолінійного поширення світла Х. Гюйгенс запропонував принцип, який було названо його іменем. За допомогою цього принципу він не тільки пояснив прямолінійність поширення світла, але й вивів закони відбивання і заломлення світла.

Згідно з цим принципом кожна точку хвильового фронту можна вважати центром вторинних елементарних сферичних хвиль, і хвильовий фронт у будь-який наступний момент часу визначається як огинаюча поверхня цих елементарних фронтів хвиль. Принцип Гюйгенса в такому формулюванні можна вважати за геометричний спосіб для побудови хвильових фронтів. Вторинні хвилі Гюйгенса відіграють роль реальних хвиль, допоміжних частин сфер, за допомогою яких шляхом геометричних побудов знаходять розміщення хвильового фронту. Ці допоміжні сфери, центрами яких є точки хвильового фронту, проявляють свою дію тільки на огинаючій поверхні, яка вказує на нове розміщення хвильового фронту. При цьому не можна пояснити, чому хвиля не поширюється у зворотному напрямі. Принцип Гюйгенса дає змогу знаходити напрям поширення хвиль, але не вирішує основного питання дифракції про амплітуду коливань. Воно розв'язується за допомогою так званого принципу Гюйгенса – Френеля, який також пояснює в межах хвильової теорії прямолінійне поширення світла в однорідному середовищі.

У 1815 р. О. Френель доповнив принцип Гюйгенса твердженням про те, що вторинні хвилі інтерферують між собою. Він показав, що допоміжні вторинні джерела когерентні між собою, оскільки їх фази коливань визначаються збудженням, яке зумовлене дією первинного джерела. Поєднання принципу Гюйгенса з доповненнями О. Френеля про інтерференцію вторинних хвиль називають *принципом Гюйгенса – Френеля*. Визначаючи на його основі результуючу амплітуду коливань (інтенсивність світла) від первинного джерела в будь-якій точці простору як наслідок інтерференції вторинних хвиль, можна одержати

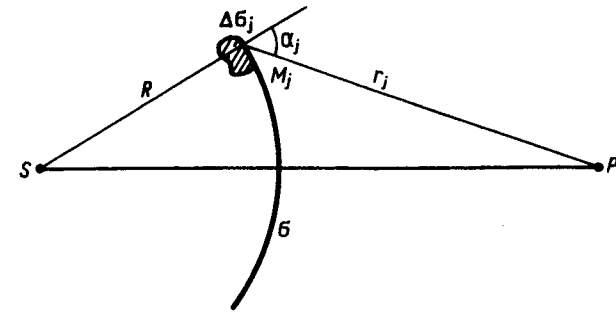


Рис. 4.1

розподіл інтенсивності при поширенні світлових хвиль, на шляху яких наявні перешкоди.

На основі таких уявлень О. Френеля можна з'ясувати причини відсутності поширення хвилі у зворотному напрямі. Вторинні хвилі, що передують хвильовому фронту, поширюються в просторі, де відсутні хвильові збурення. Вони інтерферують одна з одною. Вторинні хвилі, що поширюються у зворотному напрямі, розповсюджуються в просторі, де вже є хвильові збурення, зумовлені прямою хвилею. При інтерференції прямих і вторинних хвиль вони гасять одна одну.

Зазначимо, що вибір хвильової поверхні, яка замінює первинне джерело, цілком довільний. Проте її вибирають так, щоб розв'язок для конкретної задачі був найпростішим. У більшості випадків вона збігається з фронтом хвилі. Тоді всі вторинні джерела мають однакову фазу коливань. Світлове поле, що виникає внаслідок інтерференції вторинних хвиль у просторі за межами поверхні, збігається з полем реальних джерел світла. У цьому й полягає суть принципу Гюйгенса – Френеля, згідно з яким справжні джерела світла замінюють обвідною світлою поверхнею, точки якої являють вторинні точкові джерела світла. Відмінність цієї поверхні від реальної поверхні джерела світла полягає в тому, що вона абсолютно прозора для будь-якого випромінювання. Хвильова поверхня, що поширюється від джерела світла, поводить себе незалежно.

Розглянемо монохроматичну світлову хвилю завдовжки  $\lambda$ , що поширюється в однорідному середовищі від точкового джерела світла  $S$  до деякої точки спостереження  $P$  (рис. 4.1). Виберемо поверхню, яка відповідає миттєвому розміщенню сферичного монохроматичного хвильового фронту радіусом  $R$ , що поширюється від джерела  $S$  до точки  $P$ . Завдання полягає в тому, щоб визначити світлове збурення в точці  $P$ , тобто визначити амплітуду коливань світлового вектора  $\vec{E}$ , відповідно й інтенсивність світла в цій точці, зумовлену дією всієї хвильової поверхні  $\sigma$ .

Відповідно до принципу Гюйгенса – Френеля, кожен ділянку поверхні хвильового фронту  $\sigma$  треба розглядати як елементарне джерело вторинних хвиль. Коливання світлового вектора в точці спостереження  $P$ , зумовлене дією поверхні  $\Delta\sigma_j$ ,

$$E_i = E_{0i} \cos(\omega t - kr_i - \varphi_0), \quad (4.1)$$

де  $E_{0i} = \frac{E_0}{r_i} \Delta\sigma_i f(\alpha_i)$  – амплітуда коливань світлового вектора в точці  $P$ , що зумовлена дією поверхні  $\Delta\sigma_j$  (тут  $E_0$  – амплітуда на відстані одиниці довжини від джерела  $S$ ;  $r_j$  – відстань від точки  $P$  до поверхні  $\Delta\sigma_j$ ;  $f(\alpha_j)$  – коефіцієнт нахилу, який характеризує зміну амплітуди вторинних хвиль залежно від напрямку;  $\alpha_j$  – кут між нормаллю в точку  $M_j$  поверхні  $\Delta\sigma_j$  і напрямом  $M_jP$ );  $k = 2\pi/\lambda$  – хвильове число;  $\varphi_0$  – початкова фаза.

На думку О. Френеля, амплітуда вторинної хвилі пропорційна амплітуді первинної хвилі, яка досягає поверхні  $\Delta\sigma_i$ , та її площі. Він припускав, що коефіцієнт нахилу  $f(\alpha_i)$  набирає максимального значення для  $\alpha_i = 0$ , швидко зменшується зі збільшенням кута дифракції і дорівнює нулю, коли  $\alpha_i = \pi/2$ , тобто коли  $PM_j$  буде дотичною до хвильового фронту. Амплітуду коливань від всього фронту знаходять шляхом інтегрування по всій поверхні  $\sigma$ .

Разом з тим О. Френель показав, що задача значно спрощується і навіть можна обійтись без інтегрування, якщо хвильовий фронт сферичний. Для цього він розробив метод, який називають *методом зон Френеля*.

Нехай на шляху поширення світла від джерела  $S$  до точки  $P$  розміщено непрозорий екран із круглим отвором радіуса  $\rho$  перпендикулярно до прямої  $SP$  (рис. 4.2). Центр отвору лежить на цій прямій. Відкритий фронт хвилі, що виступає з отвору, поділяють на зони Френеля. Поділ здійснюють за допомогою концентричних сфер, описаних з точки  $P$  радіусами

$$r_1 = r_0 + \frac{\lambda}{2}; r_2 = r_0 + 2\left(\frac{\lambda}{2}\right); \dots; r_i = r_0 + i\left(\frac{\lambda}{2}\right); \dots (i = 1; 2; \dots; k),$$

де  $k$  – число зон Френеля, що вміщуються на фронті в отворі екрана. З формули (4.1) можна записати, що амплітуда коливань, зумовлена дією  $j$ -ї зони в точці  $P$ , буде

$$E_{0j} = f(\alpha_j) \frac{E_0}{r_j} \Delta\sigma_j, \quad (4.2)$$

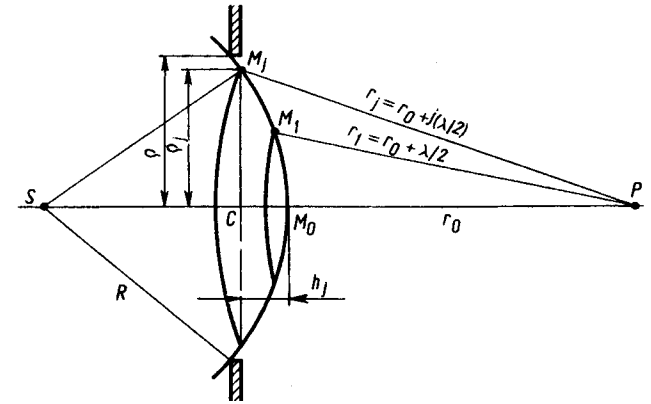


Рис. 4.2

тобто залежить від величини площі  $i$ -ї зони, кута дифракції  $\alpha_i$  і відстані  $i$ -ї зони від точки  $P$ . Площа  $i$ -ї зони дорівнює різниці площ сферичних сегментів, в яких вміщується відповідно  $i$  і  $i-1$  зон Френеля, тобто

$$\Delta\sigma_i = \sigma_i - \sigma_{i-1}.$$

Оскільки площа сферичного сегмента визначається формулою  $2\pi R h$ , то

$$\Delta\sigma_i = 2\pi R (h_i - h_{i-1}), \quad (4.3)$$

де  $h_i$  і  $h_{i-1}$  – відповідно висоти сегментів  $\sigma_i$  і  $\sigma_{i-1}$ .

Визначимо висоту  $h_j$ . Із трикутників  $SM_jC$  і  $SM_jP$  маємо

$$R^2 - (R - h_j)^2 = r_j^2 - (r_0 + h_j)^2,$$

звідки

$$h_j = \frac{r_j^2 - r_0^2}{2(R + r_0)}. \quad (4.4)$$

Оскільки  $r_j = r_0 + j\lambda/2$ , то  $r_j^2 = r_0^2 + jr_0\lambda + j^2\lambda^2/4$ . Якщо  $\lambda \ll r_0$  і  $\lambda \ll R$ , то членом  $j^2\lambda^2/4$  можна знехтувати, і тоді  $r_j^2 - r_0^2 = jr_0\lambda$ . Підставивши цей вираз у формулу (4.4), одержимо

$$h_j = \frac{jr_0\lambda}{2(R + r_0)}. \quad (4.5)$$

Підставивши вираз (4.5) у формулу (4.3), матимемо

$$\Delta\sigma_i = 2\pi R \frac{r_0 \lambda}{2(R+r_0)} [i - (i-1)] = \frac{\pi r_0 R}{R+r_0} \lambda, \quad (4.6)$$

звідки видно, що площа  $i$ -ї зони не залежить від її номера, тобто площі зон Френеля приблизно однакові. Оскільки різниця ходу променів, що поширюються в точку  $P$  від сусідніх зон, дорівнює  $\lambda/2$ , то коливання, зумовлені дією цих зон, матимуть протилежні фази. Результуюча амплітуда в точці  $P$  буде

$$E_{0P} = E_{01} - E_{02} + E_{03} - E_{04} + \dots \pm E_{0k}. \quad (4.7)$$

З формули (4.2) видно, що зі збільшенням номера зони амплітуда  $E_{0j}$  зменшується, оскільки з ростом  $r_j$  коефіцієнт нахилу  $t(\alpha_j)$  зменшується. Це дає змогу зробити висновок, що зі збільшенням номера зон відповідні їм амплітуди в точці  $P$  монотонно зменшуватимуться, тобто  $E_{01} > E_{02} > E_{03} > \dots$ . Тому амплітуду середньої зони можна наближено виразити через амплітуди сусідніх зон

$$E_{0i} = \frac{1}{2}(E_{0,i-1} + E_{0,i+1}). \quad (4.8)$$

Тоді амплітуду коливань у точці  $P$  можна записати в такому вигляді:

$$E_{0P} = \frac{1}{2} E_{01} + \left( \frac{E_{01}}{2} - E_{02} + \frac{E_{03}}{2} \right) + \dots \pm \frac{1}{2} E_{0k}. \quad (4.9)$$

Якщо  $k$  – непарне, то коливання від останньої і від першої зон Френеля відбуватимуться в однаковій фазі, тому вони будуть підсилюватись і слід брати знак плюс. Якщо  $k$  – парне, то коливання будуть приходити в протилежних фазах і при цьому послаблюватимуться, тому при  $k$  парному слід брати знак мінус.

Якщо фронт відкритий, то  $k \rightarrow \infty$  і  $E_{0k} \rightarrow 0$ . У цьому випадку амплітуда коливань у точці  $P$  дорівнюватиме  $E_{01}/2$ .

Оскільки інтенсивність випромінювання пропорційна квадрату амплітуди коливань, то результуюча інтенсивність дорівнює одній четвертій інтенсивності, яка створюється першою зоною Френеля. Дамо оцінку площі першої зони. Якщо  $r_0 = R = 1$  м і  $\lambda = 0,5$  мкм, то за допомогою формули (4.6) одержуємо  $\Delta\sigma = 1$  мм<sup>2</sup>. Отже, при вільному поширенні світла внаслідок інтерференції вторинних хвиль дія всіх зон, крім першої, зводиться до нуля, і поширення світла від  $S$  до  $R$  відбувається так, наче світловий потік поширюється всередині каналу, площа перерізу якого має такий самий порядок, як і площа першої зони Френеля. Цей висновок інколи вважають за доказ прямолінійного поширення світла. Однак слід пам'ятати, що він стосується вільного поширення світлової хвилі, де проблеми прямолінійного поширення світла як такої не існує.

Якщо на відкритій ділянці хвильового фронту з точки  $P$  вміщується лише одна зона Френеля, то з формули (4.7) маємо, що  $E_{0P} = E_{01}$ , тобто інтенсивність у точці  $P$  у чотири рази більша, ніж за відсутності екрана. Із збільшенням радіуса отвору в екрані збільшуватиметься і кількість зон Френеля, що вміщуються на відкритій ділянці хвильового фронту. Їх кількість змінюватиметься з парного числа на непарне і навпаки, внаслідок чого інтенсивність світла в точці  $P$  на основі виразу (4.9) періодично то зменшуватиметься, то збільшуватиметься. Така зміна інтенсивності також спостерігається, якщо точку  $P$  переміщати вздовж лінії  $SP$ . Періодичність зміни інтенсивності в точці спостереження  $P$ , коли на шляху поширення світла знаходяться перешкоди, вказує на відхилення світла від прямолінійного поширення, тобто на дифракцію.

Визначимо кількість зон Френеля  $k$ , що вміщуються в отворі екрана. З рис. 4.2 маємо

$$\rho_j^2 = r_j^2 - (r_0 + h_j)^2 = r_j^2 - r_0^2 - 2r_0 h_j - h_j^2. \quad (4.10)$$

Оскільки  $h_j \ll r_0$ , то величиною  $h_j^2$  можна знехтувати. Враховуючи, що  $r_j^2 - r_0^2 = jr_0 \lambda$  та формулу (4.5), одержимо

$$\rho_j = \sqrt{j \frac{r_0 R}{R+r_0} \lambda}. \quad (4.11)$$

Радіус останньої зони Френеля збігається з радіусом отвору, тобто  $\rho_k = \rho$ . Тоді

$$k = \frac{\rho^2}{\lambda} \frac{R+r_0}{Rr_0}. \quad (4.12)$$

Для випадку, коли світлова хвиля плоска ( $R \rightarrow \infty$ ), формули (4.11) і (4.12) відповідно будуть

$$\rho_j = \sqrt{jr_0 \lambda}, \quad (4.13)$$

$$k = \frac{\rho^2}{\lambda r_0}. \quad (4.14)$$

З формул (4.11)–(4.14) видно, що кількість зон Френеля залежить не тільки від розмірів отвору екрана і довжини світлової хвилі, а також від розміщення джерела світла  $S$  і точки спостереження  $P$  відносно екрана.

З формули (4.12) випливає, що число зон  $k$  симетричне відносно  $R$  і  $r_0$ . Це означає, що точкове джерело викликає в точці  $P$  таку дію, яку воно викликало б у точці  $S$ , якщо його розмістити в точці  $P$ .

Залежно від загальної кількості зон  $k$  вплив останньої може бути помітним або незначним. Так, для  $k \gg 1$  дією останньої зони можна знехтувати. Встановимо умови, за яких це має місце.

Як видно з формули (4.14),  $k \gg 1$  у випадку, коли радіус отвору екрана  $\rho \gg \sqrt{\lambda r_0}$ . За такої умови при переміщенні вздовж лінії  $SP$  періодична зміна інтенсивності не відбувається. Це буде тоді, коли світло поширюється прямолінійно, тобто за умови  $\rho \gg \sqrt{\lambda r_0}$  виконуються закони геометричної оптики.

З формули (4.14) також випливає, що для будь-якого значення  $r_0$  при певній величині  $\rho \gg 0$ , якщо  $\lambda \rightarrow 0$ . Це означає, що умова  $\lambda \rightarrow 0$  є однією з основних умов переходу від хвильової до геометричної оптики. Проте це не означає, що при великих  $\lambda$  не виконуються закони геометричної оптики. Для будь-яких значень  $\lambda$  завжди можна розмістити точку  $P$  на відстані  $r_0$  від екрана так, що виконуватиметься умова  $\rho \gg \sqrt{r_0 \lambda}$ , тобто  $k \gg 1$ . При цьому закони геометричної оптики для великих довжин хвиль виконуються тільки для таких значень  $r_0$ , коли  $\rho \gg \sqrt{r_0 \lambda}$ .

З формули (4.14) бачимо, що зі зміною  $r_0$  в  $m$  разів, а  $\rho$  – в  $\sqrt{m}$  картина дифракції не повинна зазнати змін. На цьому ґрунтується правило “подібності дифракції”, яке експериментально доведено В. К. Аркадьєвим (1884–1953). Він встановив, що на відстані 7 км від непрозорого круглого екрана діаметром 20 см спостерігатиметься така сама дифракційна картина, як на відстані 40 м від непрозорого екрана, діаметр якого в 13 разів менший  $\left( \sqrt{\frac{7000}{40}} \approx 13 \right)$ .

Як видно з виразу (4.7), інтенсивність світла в точці  $P$  можна значно збільшити, якщо закрити всі парні або непарні зони Френеля. Тоді результуюча амплітуда коливань відповідно дорівнюватиме

$$E_{0P} = E_{01} + E_{03} + E_{05} + \dots \text{ або } E_{0P} = E_{02} + E_{04} + E_{06} + \dots \quad (4.15)$$

Екран, який перебиває всі зони Френеля однакової парності, називається *зонною пластинкою*. Для її виготовлення вибирають певні значення  $r_0$ ,  $R$  та  $\lambda$ . Пластинка має складатися з прозорих і непрозорих кілець, радіуси яких визначаються формулою (4.11). Радіуси прозорих кілець підраховуються для  $i = 2, 4, 6, \dots$ , а непрозорих – для  $i = 1, 3, 5, \dots$  Таку пластинку також можна одержати фотографуванням кілець Ньютона, оскільки їх радіуси визначаються подібною формулою (3.39). Формулу (4.11) можна записати у вигляді, подібному до формули (3.41), а саме

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{r_0} = \frac{j\lambda}{\rho_j^2} \quad (4.16)$$

Як бачимо, зони Френеля і кільця Ньютона описуються однаковими рівняннями. Більше того, вони аналогічні до формули лінзи (2.38)

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad (4.17)$$

Порівнявши формули (4.16) і (4.17), одержимо

$$f' = \frac{\rho_j^2}{i\lambda} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, k) \quad (4.18)$$

Це означає, що зонна пластинка поводить себе як збиральна лінза з великою кількістю фокусів.

З формули (4.7) також видно, що інтенсивність світла в точці  $P$  можна ще збільшити, якщо фази коливань, зумовлені дією парних або непарних зон у цій точці, змінити на  $\pi$ . Таку пластинку називають *фазовою зонною пластинкою*, її вперше виготовив Р. Вуд (1868–1955).

Амплітуди і фази коливань у задачах дифракції можна одержати не лише методом зон Френеля, а й графічно. Гармонічне коливання зображають вектором, довжина якого дорівнює амплітуді коливань, а кут між вектором і деякою віссю – фазі коливань. Вважають, що вектор обертається проти стрілки годинника навколо осі, яка проходить через його початок. Кутова швидкість обертання дорівнює циклічній частоті коливань. Цей метод дає змогу визначити результуючу амплітуду і фазу коливань. Поділимо кожну зону Френеля на  $N$  кільцевих підзон. Коливання, зумовлені дією кожної з цих підзон у точці  $P$ , будуть зображені векторами на векторній діаграмі (рис. 4.3). Оскільки різниця фаз між коливаннями на внутрішній і зовнішній частинах кожної зони Френеля дорівнює  $\pi$ , то різниця фаз між двома сусідніми підзонами  $\Delta\varphi = \pi/8$ , тобто кут між двома векторами дорівнює  $\Delta\varphi$ . На рис. 4.3 зображено взаємне розміщення цих векторів для трьох зон Френеля. Кожна з них розділена на вісім ( $N = 8$ ) підзон. З рисунка видно, що при дії лише однієї зони амплітуда коливань у точці  $P$   $OA = E_{01}$ , а при дії двох зон –  $OB = E_{01} - E_{02}$ , трьох –  $OC$ .

Якщо кожну зону Френеля поділити на нескінченну кількість підзон, то у випадку, коли  $N \rightarrow \infty$ , ламана лінія перетвориться в дугу, і кожній зоні Френеля відповідатиме піввитка.

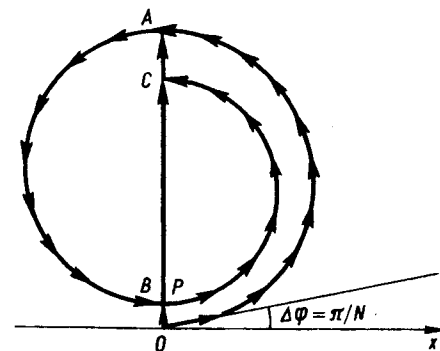


Рис. 4.3

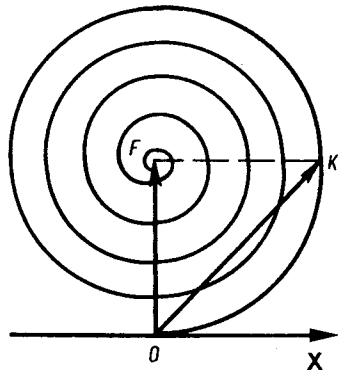


Рис. 4.4

Для нескінченно великої кількості зон одержано спіраль з полюсом у точці  $F$  (рис. 4.4). Результована амплітуда коливань у цьому випадку  $OF = E_{01}/2$  ( $j \rightarrow \infty$ ). З рисунка також видно, що результована амплітуда зумовлена дією половини першої зони Френеля,  $OK = E_{01}/\sqrt{2}$ , тобто дія половини першої зони більша за половину її дії.

Побудована таким чином векторна діаграма дає змогу визначити амплітуду і фазу результованого коливання для будь-якої кількості діючих зон Френеля.

Оскільки вектор  $\vec{OF}$  спрямований не вздовж осі  $OX$ , а утворює з нею кут  $\pi/2$ , то фаза результованого коливання для повністю відкритого хвильового фронту більша за справжнє її значення на  $\pi/2$ .

Застосування принципу Гюйгенса – Френеля до явищ дифракції дає змогу відшукати значення результованої амплітуди коливань, зумовленої дією певної ділянки хвильового фронту. Однак він не позбавлений недоліків. Так, при визначенні результованої амплітуди коливань у точці  $P$  не враховується дія протилежної частини хвильового фронту, що поширюється від джерела  $S$ . О. Френель вважав, що дія елементів поверхні  $\Delta\sigma$ , хвильового фронту для  $\alpha = \pi/2$  (рис. 4.1) дорівнює нулю.

Але Г. Кірхгоф аналітично довів, що коефіцієнт нахилу  $\iota(\alpha) = (1 + \cos \alpha)/\lambda$  дорівнює нулю для  $\alpha = \pi$ , а не для  $\alpha = \pi/2$ . Та обставина, що О. Френель одержав правильний результат при неправильному припущенні, пояснюється неточністю його методу обчислення. Відмітимо, що й теорія Кірхгофа має деякі математичні й фізичні припущення. Так, у методі Кірхгофа не береться до уваги вплив речовини екрана на світлове поле поблизу нього, що призводить до незначних похибок тоді, коли розміри отворів порівняно з довжиною хвилі великі. Незважаючи на це обмеження, метод Френеля – Кірхгофа широко застосовується як єдиний практичний спосіб розв'язання значної кількості задач дифракції.

Дифракційні явища за своїм характером поділяються на два великих класи, а саме: дифракційні явища Френеля і дифракційні явища Фраунгофера.

## § 4.2. Дифракційні явища Френеля

Явища дифракції прийнято розрізняти залежно від відстані від перешкоди, встановленої на шляху поширення світла, до джерела і екрана, на якому спостерігається дифракційна картина. Якщо ці відстані чи одна з них не дуже великі, то дифракційні явища називають *дифракцією Френеля*, або дифракцією в непаралельних променях.

Розглянемо дифракційні явища Френеля для деяких випадків.

**Дифракція на круглому отворі.** Нехай світло від точкового джерела  $S$  проходить крізь круглий отвір непрозорого екрана в напрямі  $SP$  (рис. 4.5). Виділимо допоміжну поверхню так, щоб вона збігалася з частиною хвильової поверхні, яка виділяється отвором екрана. Для визначення інтенсивності в точці  $P$  розіб'ємо відкриту частину хвильової поверхні на зони Френеля. Якщо отвір в екрані відкриває лише одну центральну зону, то в точці  $P$  інтенсивність буде в чотири рази більша, ніж за відсутності екрана  $A$ . Найменша інтенсивність відповідає двом зонам. Розрахунок дифракційної картини в точках, що лежать у площині, перпендикулярній до  $SP$ , але не знаходяться на цій лінії, значно складніший. Щоб знайти результову інтенсивність у точці  $P_1$ , треба з неї розбити фронт хвилі на зони Френеля, центр яких  $O_1$  лежатиме на прямій  $SP_1$ . У цьому випадку не всі зони будуть повністю відкриті, деякі з них частково перекриватимуться екраном. Інтенсивність у точці  $P_1$  визначається не лише кількістю зон Френеля, що вміщуються в ній, але й ступенем перекривання їх екраном. Внаслідок симетрії навколо лінії  $SP$  розподіл інтенсивності в зазначеній площині являтиме собою систему концентричних максимумів і мінімумів із центром у точці  $P$ . У центрі дифракційних кілець буде світла чи темна пляма (залежно від парності  $k$ ).

**Дифракція на круглому екрані.** Розмістимо між джерелом  $S$  і точкою  $P$  непрозорий круглий екран  $AB$ , площина якого перпендикулярна до лінії  $SP$ , а центр лежить на прямій  $SP$  (рис. 4.6). Починаючи від межі екрана з точки  $P$ , поділимо відкриту частину хвильового фронту на зони Френеля. Міркуючи так само, як і в § 4.1, дійдемо висновку, що результована амплітуда вектора напруженості електричного поля зумовлена дією відкритої ділянки хвильового фронту

у точці  $P$ :  $E_{0P} = \frac{1}{2} E_{0,m+1}$ , де

$E_{0,m+1}$  – амплітуда коливань, зумовлена дією першої відкритої зони Френеля;  $m$  – кількість зон, що перекриваються круглим екраном. Звідси випливає, що в точці  $P$ , яка

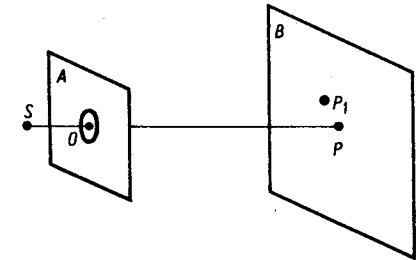


Рис. 4.5



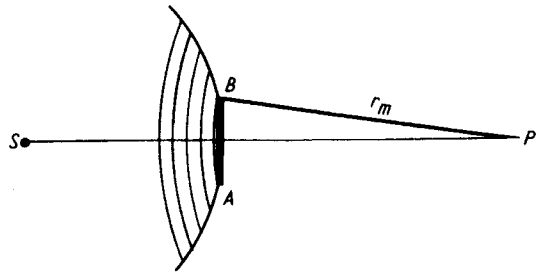


Рис. 4.6

знаходиться в геометричній тіні круглого екрана, спостерігатиметься світла пляма. До такого висновку дійшов у 1818 р. С. Пуассон (1781–1840), проте висновок здався йому абсурдним, оскільки заперечував справедливість хвильової теорії світла Френеля. Експериментально Д. Араго виявив світлу пляму, яка одержала назву плями Араго – Пуассона.

**Дифракція на краю напівобмеженого плоского екрана.** Джерелом світла в цьому випадку доцільно взяти не точкове, а у вигляді нитки чи рівномірно освітленої вузької щілини, розміщеної паралельно краю екрана  $A$ . Тоді можна вважати, що світло поширюється у вигляді циліндричної хвилі, віссю якої є джерело (рис. 4.7). Проведемо циліндричні коаксіальні поверхні, вісь яких проходить через точку  $P$  перпендикулярно до площини рисунка, а радіуси сусідніх поверхонь відрізняються один від одного на  $\lambda/2$ , тобто  $M_1P - M_0P = M_2P - M_1P = \dots = M'_1P - M_0P = M'_2P - M'_1P = \dots = \lambda/2$ .

Хвильовий фронт розбіється при цьому на смугасті зони, які називають *зонами Шустера*. Доведено, що площі таких зон нерівні між собою і відношення їх площі до площі першої зони ( $M_0M_1$ ) виражається так:  $1 : 0,41 : 0,32 : 0,27 : 0,23 : 0,22$  і т.д. Це вказує на те, що амплітуди коливань вектора  $\vec{E}$ , зумовлені дією в точці  $P$  відповідних зон, значно зменшуватимуться зі збільшенням номера зони.

Для знаходження розподілу інтенсивності на екрані  $B$  застосуємо графічний спосіб додавання амплітуд. Для дифракції світла від круглого отвору, коли площі зон Френеля були однаковими,

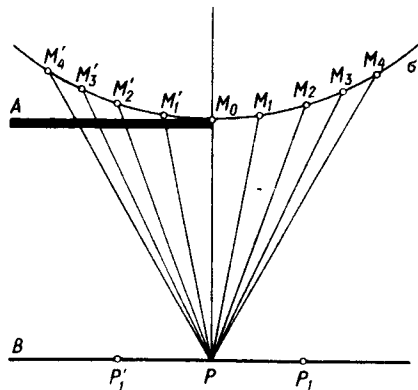


Рис. 4.7

графічний спосіб додавання амплітуд давав криву у вигляді спіралі (рис. 4.4). Оскільки в нашому випадку площі зон неоднакові, то метод векторних діаграм призводить до кривої складнішого вигляду. На початку вона полого, а потім, коли площі сусідніх зон стають майже однаковими, переходить у спіраль (рис. 4.8, права частина). Аналогічно одержимо ліву частину спіралі, яка симетрична до правої. Точки  $F_+$  і  $F_-$ , до яких спіраль асимптотично наближається, називають полюсами.

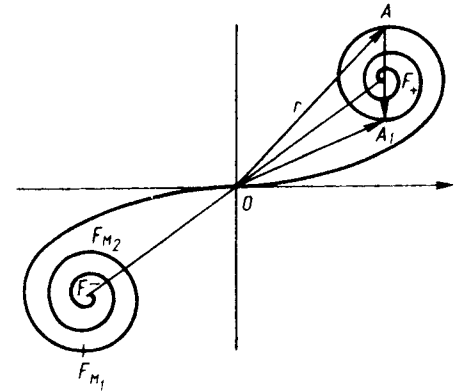


Рис. 4.8

Одержана таким способом кротоїда називається *спіраллю Корню*. Верхня спіральна гілка відповідає дії правої половини хвильового фронту, нижня – лівої половини. Коливання, зумовлені дією першої правої зони  $M_0M_1$ , зображаються вектором  $\vec{OA}$ , другої правої зони  $M_1M_2$  – вектором  $\vec{AA_1}$ , двома першими правими зонами разом – вектором  $\vec{OA_1}$  і т.д. Застосуємо спіраль Корню для аналізу розподілу інтенсивності в перехідній області від світла до тіні при дифракції циліндричного фронту хвилі на межі непрозорого прямолінійного екрана.

Довжина лінії  $F_+F_-$  відповідає величині амплітуди в точці  $P$  у тому випадку, коли хвильовий фронт повністю відкритий. За наявності екрана довжина відрізка  $OF_+ = \frac{1}{2} F_+F_-$ , тобто інтенсивність у точці  $P$  буде в чотири рази менша від інтенсивності  $I_0$ , коли хвильовий фронт відкритий. Для знаходження інтенсивності в точках, що лежать праворуч від точки  $P$ , треба враховувати повністю спіральну гілку і частину лівої. Якщо ліворуч від точки  $P_1$  розміщується одна зона, то результуюча амплітуда коливань у цій точці буде  $F_{M_1}F_+$ . З рис. 4.8 видно, що  $F_{M_1}F_+ > F_+F_+$ , тому в точці  $P_1$  максимум інтенсивності  $I_{P_1} > I_0$ . Якщо точка  $P_2$  розміщена так, що ліворуч від неї знаходяться дві відкриті зони, то результуюча амплітуда коливань  $F_{M_2}F_+$  буде в точці  $P_2$ . Вона менша від величини  $F_{M_1}F_+$ , а також  $F_+F_+$ , тобто в точці

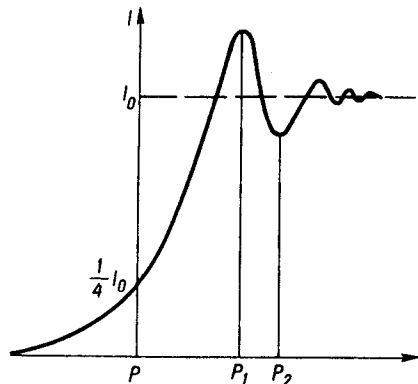


Рис. 4.9

$P_2$  – мінімум інтенсивності, причому  $I_{P_2} < I_0 < I_{P_1}$ . При наступному переміщенні праворуч від точки  $P$ , тобто в освітлену область екрана, інтенсивність періодично змінюється і асимптотично наближається до  $I_0$ . При переміщенні точки ліворуч від  $P$ , тобто в область геометричної тіні, інтенсивність світла монотонно зменшуватиметься і асимптотично наближатиметься до нуля. Розподіл інтенсивності показано на рис. 4.9. Отже, немає різкої межі між світлом і тінню; в області

геометричної тіні інтенсивність світла зменшується безперервно і монотонно, а в освітленій спостерігаються дифракційні смуги.

### § 4.3. Дифракція Фраунгофера

*Дифракція Фраунгофера* – дифракція світла, що спостерігається на таких відстанях, для яких кутові розміри оптичних неоднорідностей набагато менші ніж відношення довжини світлової хвилі до лінійних розмірів цих неоднорідностей. Дифракція Фраунгофера називається дифракцією в паралельних променях. Між дифракціями Фраунгофера і Френеля не існує принципової різниці і різкої межі.

Дифракційні явища Фраунгофера мають в оптиці більш практичне значення, ніж дифракційні явища Френеля. Основне завдання у вивченні дифракції Фраунгофера, як і в інших випадках, полягає в знаходженні розподілу інтенсивності на екрані спостереження дифракційної картини залежно від кута дифракції. Найбільше практичне застосування мають дифракції плоскої хвилі від прямокутного та круглого отворів.

**Дифракція Фраунгофера від щілини.** Щілиною називають прямокутний отвір, шириною якого порівняно з його довжиною можна знехтувати. Розглянемо дифракцію плоскої монохроматичної світлової хвилі, довжина якої  $\lambda$ . Вважатимемо, що світлова хвиля поширюється перпендикулярно до щілини, ширина якої  $b$ . Паралельний пучок світла, пройшовши крізь щілину екрана, дифрагує під різними кутами від початкового напрямку. Лінза  $L$  (рис. 4.10) збирає паралельні пучки дифрагованих променів у певних точках екрана, розміщеного у фокальній площині лінзи.

Спрямуємо вісь  $Ox$  перпендикулярно до країв щілини. Поділимо відкриту частину хвильової поверхні на елементарні зони завширшки

$dx$ , паралельні межі щілини. Вторинні хвилі, що поширюються від цих зон під кутом  $\varphi$ , зберуться лінзою  $L$  у точці  $P$ . Дія кожної зони зумовлює в точці  $P$  коливання  $E$ . Збурення, викликані дією кожної зони в площині щілини, описуються рівнянням  $dE_0 = C dx \cos \omega t$ , де  $C$  – стала величина. Очевидно, сумарна амплітуда хвилі, що відповідає всій ширині щілини, буде

$$E_0 = \int_0^b C dx = Cb. \quad \text{Тоді} \quad C = E_0 / b.$$

Отже,

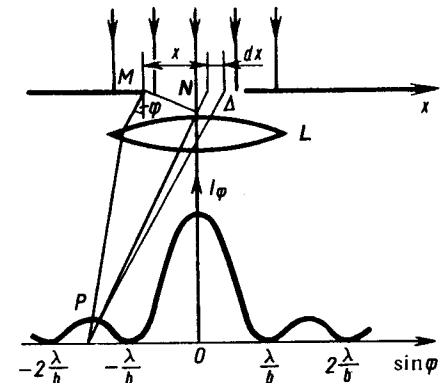


Рис. 4.10

$$dE_0 = \frac{E_0}{b} dx \cos \omega t. \quad (4.19)$$

Для визначення результуючої амплітуди в будь-якій точці екрана знайдемо розподіл фаз між коливаннями, що викликані дією всіх зон щілини в точці  $P$ . Як відомо, лінза не змінює різниці ходу променів. Розподіл фаз променів, що дифрагують під кутом  $\varphi$  і збираються лінзою в точці  $P$ , такий самий, як у площині  $MN$ . Знайдемо його для площини  $MN$ , яка перпендикулярна до цих променів.

Розглянемо елементарну зону, розміщену на відстані  $x$  від лівого краю щілини. Різниця ходу між променями, що поширюються від цієї зони і краю щілини  $M$ , для кута дифракції  $\varphi$  становитиме  $\Delta = x \sin \varphi$ . Різниця фаз між коливаннями в точці  $P$ , викликана дією цих променів, буде  $\delta = kx \sin \varphi$  ( $k = 2\pi / \lambda$  – хвильове число). Це означає, що збурення, зумовлені дією будь-якої смуги завширшки  $dx$  у точці  $P$ , виражаються рівнянням

$$dE = \frac{E_0}{b} dx \cos(\omega t - kx \sin \varphi). \quad (4.20)$$

Результуюче коливання в точці  $P$ , створене дією хвильової поверхні, що виділяється щілиною,

$$\begin{aligned} E &= \int_0^b \frac{E_0}{b} \cos(\omega t - kx \sin \varphi) dx = \\ &= E_0 \frac{\sin \left[ \frac{(kb/2) \sin \varphi}{(kb/2) \sin \varphi} \right] \cos \left( \omega t - \frac{kb}{2} \sin \varphi \right), \end{aligned} \quad (4.21)$$

звідки видно, що амплітуда результуючого коливання в точці  $P$

$$E_{\varphi} = E_0 \frac{\sin[(kb/2)\sin\varphi]}{(kb/2)\sin\varphi} = E_0 \frac{\sin(\pi b\lambda^{-1}\sin\varphi)}{\pi b\lambda^{-1}\sin\varphi}. \quad (4.22)$$

Оскільки інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди, то її розподіл на екрані спостереження залежно від кута дифракції  $\varphi$  можна записати у вигляді

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2(\pi b\lambda^{-1}\sin\varphi)}{(\pi b\lambda^{-1}\sin\varphi)^2}. \quad (4.23)$$

З формули (4.23) випливає, що  $I_{-\varphi} = I_{\varphi}$ , тобто дифракційна картина симетрична відносно головної оптичної осі лінзи.

Відмітимо, що при зміщенні щілини паралельно екрану вздовж осі  $Ox$  розміщення дифракційної картини на екрані не змінюється. Якщо щілина нерухома, то зміщення лінзи викликає зміщення дифракційної картини на екрані.

Проведемо дослідження формули (4.23) на екстремуми. На основі відомої границі  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  можна записати, що для  $\varphi = 0$ , тобто в середині дифракційної картини буде головний максимум. Оскільки умова для нього не залежить від довжини хвилі  $\lambda$ , то він не розкладається в спектр. Мінімуми інтенсивності спостерігаються для кутів дифракції, коли  $\pi b\lambda^{-1}\sin\varphi = \pm m\pi$ , тобто коли

$$b\sin\varphi = \pm m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (4.24)$$

Формула (4.24) виражає умову розміщення цих мінімумів на екрані. Між ними розміщені вторинні максимуми інтенсивності, кути дифракції яких  $\varphi$  знаходять при розв'язуванні трансцендентного рівняння  $\text{tg } u = u$ , де  $u = \pi b\lambda^{-1}\sin\varphi$ , тобто для кутів

$$\sin\varphi_1 = 1,43\lambda/b; \sin\varphi_2 = \pm 2,46\lambda/b. \quad (4.25)$$

Зі збільшенням кута дифракції, для якого мають місце екстремальні значення виразу (4.23), величина вторинних максимумів швидко спадає. Числові значення інтенсивностей головного і наступних максимумів відносяться як  $I_0 : I_1 : I_2 : I_3 : \dots = 1 : 0,045 : 0,016 : 0,008 : \dots$ . Отже, основна частина світлової енергії зосереджується в головному максимумі, тобто в області між першими лівими і правими мінімумами, розміщення яких знаходимо з умови (4.24):  $b\sin\varphi = \pm \lambda$  ( $m = 1$ ). Близько 5% світлової

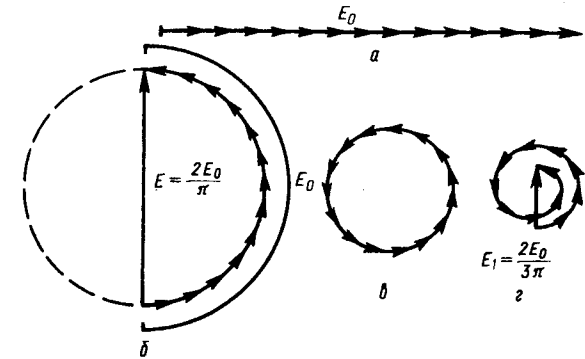


Рис. 4.11

енергії припадає на перші і близько 2% – на другі максимуми. На рис. 4.10 показано залежність  $I_{\varphi}$  від  $\sin\varphi$ .

Визначити розподіл інтенсивності при дифракції плоскої хвилі на щілині можна також методом графічного додавання амплітуд. Для цього поділимо відкриту частину хвильової поверхні на однакові елементарні вузькі зони завширшки  $\Delta x$ . Амплітуди коливань, зумовлені дією однієї з цих зон, позначимо  $\Delta E_0$ . Зсув фаз між коливаннями, викликаними дією сусідніх зон, залежить від ширини цих зон, а також від кута дифракції  $\varphi$ , тобто  $\delta = k\Delta x \sin\varphi$ . Для випадку, коли  $\varphi = 0$ , різниця фаз  $\delta = 0$  і сумарна амплітуда коливань на векторній діаграмі буде  $E_0$  (рис. 4.11, а).

Нехай різниця фаз між коливаннями в точці спостереження, викликаними дією смуг, що межують із протилежними краями щілини, дорівнює  $\pi$ . Тоді різниця ходу променів  $\Delta = b\sin\varphi = \lambda/2$  і вектори  $\Delta E$  розмістяться по дотичній до півкола завдовжки  $E_0$  (рис. 4.11, б), а результуюча амплітуда  $E = 2E_0/\pi$ . Мінімум інтенсивності маємо для тих значень кута дифракції  $\varphi$ , коли результуюча амплітуда дорівнює нулю. Це означає, що на векторній діаграмі кінець вектора  $\Delta E_n$  замикає

початок вектора  $\Delta E_1$  ( $\Delta E_1$  і  $\Delta E_n$  – амплітуди коливань, зумовлені крайніми зонами). Різниця фаз між цими коливаннями дорівнює  $2\pi$  (рис. 4.11, в) за умови, коли різниця ходу променів  $\Delta = b\sin\varphi = \lambda$ . Наступні мінімуми матимуть місце, коли  $b\sin\varphi = m\lambda$ , що повністю погоджується з умовою (4.24). Перший побічний максимум одержимо, коли різниця фаз між коливаннями, викликаними крайніми смугами

щілини, дорівнює  $3\pi$ , тобто коли різниця ходу променів  $\Delta = b \sin \varphi = \frac{3}{2} \lambda$ .

У такому випадку сумарна амплітуда  $E = \frac{2 E_0}{3 \pi}$  (рис. 4.11, з).

Інтенсивність першого максимуму  $I_1 = \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2 I_0 \approx 0,045 I_0$ , що також добре погоджується з наведеними даними:  $I_0 : I_1 = 1 : 0,045$ . Аналогічно можна знайти інтенсивність інших максимумів.

Результати графічні збігаються з аналітичними і описують дифракцію Фраунгофера монохроматичних хвиль. Як відзначалось, строго монохроматичних хвиль не існує, тому на практиці маємо справу з немонохроматичним світлом. З формул (4.23), (4.25) випливає, що при дифракції немонохроматичного світла максимуми і мінімуми для різних довжин хвиль, крім головного максимуму, зміщені один відносно одного. Зміщення від головного максимуму по обидва боки буде тим більшим, чим більша довжина хвилі. З виразу (4.25) приходимо до висновку, що при освітленні щілини білим світлом головний максимум буде білим, а побічні – кольорові. Фіолетова частина розміщена ближче до головного максимуму, а червона – далі від нього.

З виразів (4.23), (4.25) також випливає, що дифракційна картина залежить від ширини щілини. Так, із зменшенням ширини щілини кутова відстань між двома першими мінімумами зростає. Для  $b = \lambda$  ( $\sin \varphi = 1$ ,  $\varphi = \pi/2$ ) головний максимум охоплює всю область екрана. Із збільшенням ширини щілини ( $b > \lambda$ ) кутова відстань між першими мінімумами зменшується (рис. 4.12), а головний максимум стає більш різким. З виразу (4.23) приходимо до висновку, що відносна інтенсивність максимумів не змінюється, але абсолютна величина їх зростає, оскільки через ширшу щілину проходить більший світловий потік. Коли щілина досить широка ( $b \gg \lambda$ ), то в центрі дифракційної картини буде чітке зображення джерела світла, що відповідає прямолінійному поширенню світла.

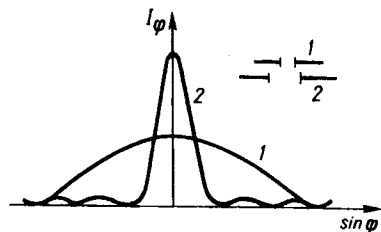


Рис. 4.12

**Дифракція світла від круглого отвору.** Оскільки оправи лінз і об'єктивів, як правило, круглої форми, дифракція від круглого отвору має важливе практичне значення. Дифракція плоскої світлової хвилі від круглого отвору якісно не відрізняється від дифракційної картини сферичної хвилі від круглого отвору. Вона має

вигляд концентричних світлих і темних кілець (рис. 4.13). У центрі картини – світла пляма у вигляді круга. При визначенні сумарної амплітуди від круглого хвильового фронту доцільно користуватись полярною системою координат.

Для малих кутів дифракції сумарна амплітуда виражається через спеціальну функцію Бесселя першого порядку. Задача зводиться до визначення коренів функції Бесселя  $J_1(u)$ , де  $u = 2\pi\lambda^{-1}r \sin \varphi$ ;  $r$  – радіус отвору;  $\varphi$  – кут дифракції. Корінь, що відповідає першому мінімуму інтенсивності, тобто визначає кутові розміри центральної світної плями, визначається з умови

$$\sin \varphi = 0,61 \lambda / r. \quad (4.26)$$

Ця формула відіграє першорядну роль у дифракційній теорії оптичних приладів. Кутові радіуси темних кілець наближено визначаються формулою

$$\varphi_{\min} = \left[ 0,61 + \frac{m-1}{2} \right] \frac{\lambda}{r} \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (4.27)$$

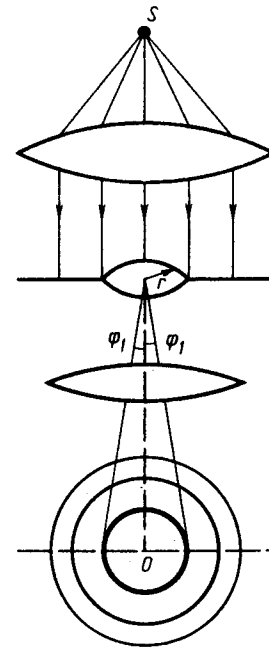


Рис. 4.13

#### § 4.4. Дифракційні ґратки

Дифракційна ґратка – це пристрій, що має  $N$  однакових паралельних щілин, розміщених на рівних відстанях одна від одної в одній або різних площинах. Якщо вони розміщені в одній площині, то така ґратка називається плоскою. Здебільшого дифракційна ґратка може бути у вигляді плоскої скляної або металеві поверхні, на якій за допомогою спеціальної машини нанесено досить багато (інколи сотні тисяч) прямих рівновіддалених штрихів. На скляних дифракційних ґратках спостереження можна проводити в прохідному та у відбитому, а на металевих – тільки у відбитому світлі. Знаходять застосування вгнуті дифракційні ґратки.

Дифракційна ґратка в загальному вигляді – це будь-яка структура, що має просторову періодичність. Коли періодичність структури проявляється в одному напрямі, то ґратка називається лінійною або одновимірною, якщо ж у двох або в трьох напрямках – відповідно двовимірними, тривимірними або об'ємними.

Розглянемо плоску дифракційну ґратку, що складається з однакових рівновіддалених щілин, вирізаних у непрозорому екрані (рис. 4.14).

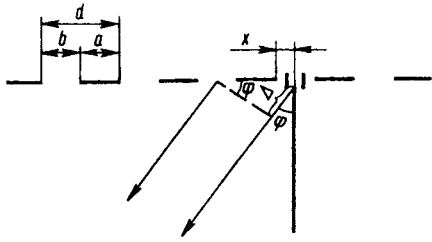


Рис. 4.14

Ширину щілини позначимо через  $b$ , відстань між щілинами – через  $a$ . Величину  $d = a + b$  називають сталою, або періодом ґратки.

Дифракційна картина, що виникає від ґратки, спостерігається на нескінченності або у фокальній площині лінзи.

Нехай на дифракційну ґратку падає нормально до її поверхні плоска монохроматична хвиля

завдовжки  $\lambda$ . Завдання полягає в тому, щоб знайти розподіл інтенсивності світла  $I_\phi$  залежно від кута дифракції  $\phi$  ( $\phi$  – кут між напрямом поширення дифрагованих променів і нормаллю до площини ґратки). При цьому, крім розподілу інтенсивностей, зумовленого дифракцією від кожної щілини, слід враховувати інтерференцію між всіма  $N$  пучками. Якщо довжина щілин значно більша за їхню ширину, задача може бути зведена до одновимірної. Спрямуємо вісь  $Ox$  перпендикулярно до твірної лінії щілини.

Від елементарної зони  $dx$ , розміщеної з лівого краю  $n$ -ї щілини в напрямі під кутом  $\phi$ , поширюватиметься хвиля, рівняння якої аналогічно до формули (4.20) можна записати так:

$$dE = \frac{E_0}{b} dx \cos\{\omega t - k[(n-1)d + x] \sin \phi\}. \quad (4.28)$$

Для знаходження сумарної амплітуди коливань при інтерференції  $N$  пучків доцільно перейти від тригонометричних функцій до комплексних за відомою формулою Ейлера (1.7). Тоді рівняння хвилі (4.28) можна записати так:

$$dE = \frac{E_0}{b} \exp\{i[\omega t - k[(n-1)d + x] \sin \phi]\}. \quad (4.29)$$

Від всієї  $n$ -ї щілини в заданому напрямі під кутом  $\phi$  поширюється хвиля

$$E_n = \frac{E_0}{b} e^{i[\omega t - k(n-1)d \sin \phi]} \int_0^b e^{-ikx \sin \phi} dx.$$

Хвилі, що поширюються під кутом  $\phi$  від усіх щілин ґратки, когерентні й їхня сумарна дія виражається формулою

$$E = \frac{E_0}{b} e^{i\omega t} \sum_{n=1}^N e^{-ik(n-1)d \sin \phi} \int_0^b e^{-ikx \sin \phi} dx. \quad (4.30)$$

Оскільки процес інтегрування виразу (4.30) громіздкий, то наведемо кінцевий результат, який має вигляд\*

$$\frac{E_0}{b} \int_0^b e^{-ikx \sin \phi} dx = E_0 \frac{\sin u}{u}, \quad (4.31)$$

де  $u = \pi b \lambda^{-1} \sin \phi$ . Вираз (4.31) не залежить від  $n$  і його можна винести за знак суми. Тоді формулу (4.30) запишемо так:

$$E = E_0 \frac{\sin u}{u} e^{i\omega t} \sum_{n=1}^N e^{-ik(n-1)d \sin \phi}. \quad (4.32)$$

Для визначення амплітуди результуючого коливання, зумовленого інтерференцією  $N$  пучків, необхідно знати суму формули (4.32), тобто

$$\sum_{n=1}^N \exp[-ik(n-1)d \sin \phi] = \sum_{n=1}^N \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda} d(n-1) \sin \phi\right].$$

Позначимо  $\pi d \lambda^{-1} \sin \phi$  через  $\theta$ . Тоді

$$\sum_{n=1}^N \exp[-2i\theta(n-1)] = 1 + e^{-2i\theta} + e^{-4i\theta} + \dots + e^{-2i\theta(N-1)} \quad (4.33)$$

З формули (4.33) видно, що цей вираз являє собою геометричну прогресію, знаменник якої  $q = e^{-2i\theta}$ . Сума її членів дорівнює  $\frac{1-q^N}{1-q}$ . На основі цього маємо

$$\sum_{n=1}^N e^{-2i\theta(n-1)} = \frac{1 - e^{-2i\theta N}}{1 - e^{-2i\theta}} e^{i\omega t}.$$

Тоді вираз (4.32) набуває вигляду

$$E = E_0 \frac{\sin u}{u} \frac{1 - e^{-2i\theta N}}{1 - e^{-2i\theta}} e^{i\omega t}. \quad (4.34)$$

Для визначення інтенсивності треба знайти квадрат амплітуди коливання. Для цього вираз (4.34) помножимо на комплексно-спряжену величину

$$EE^* = E_0^2 \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 \frac{(1 - e^{-2i\theta N})(1 - e^{2i\theta N})}{(1 - e^{-2i\theta})(1 - e^{2i\theta})}.$$

Знайдемо добуток

$$(1 - e^{-2i\theta N})(1 - e^{2i\theta N}) = 2 \left(1 - \frac{e^{-2i\theta N} + e^{2i\theta N}}{2}\right).$$

\* Горбань І.С. Оптика. – К.: Вища шк., 1979. – 223 с.

Оскільки  $\cos x = (e^{ix} + e^{-ix})/2$ , то

$$(1 - e^{-2i\theta N})(1 - e^{2i\theta N}) = 2(1 - \cos 2\theta N) = 4 \sin^2 N\theta.$$

Аналогічно одержимо

$$(1 - e^{-2i\theta})(1 - e^{2i\theta}) = 4 \sin^2 \theta,$$

тоді

$$EE^* = E_0^2 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 \left( \frac{\sin N\theta}{\sin \theta} \right)^2.$$

Отже, вираз для інтенсивності світла, що поширюється під кутом  $\varphi$  до нормалі, після дифракції від дифракційної ґратки має вигляд

$$I_\varphi = I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 \left( \frac{\sin N\theta}{\sin \theta} \right)^2, \quad (4.35)$$

де  $u = \pi b \lambda^{-1} \sin \varphi$ ;  $\theta = \pi d \lambda^{-1} \sin \varphi$ ;  $I_0$  – інтенсивність світла, що проходить через одну щілину, коли  $\varphi = 0$ .

Формула (4.35) – основна в теорії дифракційної ґратки. Множник  $\left( \frac{\sin u}{u} \right)^2$  характеризує розподіл інтенсивності при дифракції плоскої

хвилі від кожної щілини. Множник  $\left( \frac{\sin N\theta}{\sin \theta} \right)^2$  враховує інтерференцію між пучками, що дифрагують під кутом  $\varphi$  від  $N$  щілин. Оскільки

залежність множника  $\left( \frac{\sin u}{u} \right)^2$  від кута дифракції  $\varphi$  вивчена під час

дослідження дифракції Фраунгофера від щілини, то розглянемо тільки

залежність множника  $\left( \frac{\sin N\theta}{\sin \theta} \right)^2$  від величини кута дифракції  $\varphi$ .

З рис. 4.14 видно, що величина  $d \sin \varphi$  дорівнює різниці ходу променів  $\Delta$ , які випромінюються з точок, що перебувають на однакових відстанях від лівих (правих) країв сусідніх щілин і поширюються під кутом  $\varphi$  до нормалі. Якщо в різниці ходу цих променів  $\Delta = d \sin \varphi$  вміщається ціле число довжин хвиль  $\lambda$ , то коливання підсилюються. Ця умова така:

$$d \sin \varphi = m \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (4.36)$$

де  $m$  – порядок головного максимуму, або порядок спектра.

Умова (4.36) визначає напрями, по яких випромінювання від усіх щілин ґратки підсилюють одне одного. При виконанні умови (4.36)

легко показати, що  $\left( \frac{\sin N\theta}{\sin \theta} \right)^2 = N^2$ . Справді, коли  $d \sin \varphi = m \lambda$ , то

$$\theta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi = m \pi, \text{ тобто } \sin N\theta = 0 \text{ і } \sin \theta = 0. \text{ Як відомо, } \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin N\theta}{\sin \theta} = N,$$

отже

$$(I_\varphi)_{\max} = I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 N^2. \quad (4.37)$$

З формули (4.37) випливає, що при виконанні умови (4.36) інтенсивність світла, дифрагованого на  $N$  щілинах, зростає не в  $N$  разів порівняно з інтенсивністю, що проходить крізь одну щілину, а збільшується в  $N^2$  разів. Цей висновок є прямим підтвердженням інтерференції дифрагованих пучків. Такого результату не було б, якби щілини ґратки розмішувались не періодично, а хаотично. Для випадку хаотичного розміщення щілин інтенсивність була б пропорційною кількості щілин  $N$ . Максимуми, що виникають за умови (4.36), називаються *головними максимумами*. Вони спостерігаються лише тоді, коли одночасно  $\sin N\theta = 0$  і  $\sin \theta = 0$ .

Вираз (4.35) перетворюється на нуль, коли  $\sin N\theta = 0$ , а  $\sin \theta \neq 0$ , тобто за умови, що  $N\theta = (Nm + p)\pi$ , де  $p$  – цілочисловий параметр, який набирає значення 1, 2, ..., крім  $N-1$ ,  $N-2$ , ... Оскільки  $\theta = \pi d \lambda^{-1} \sin \varphi$ , то з виразу  $N \pi d \lambda^{-1} \sin \varphi = (Nm + p)\pi$  маємо

$$d \sin \varphi = \left( m + \frac{p}{N} \right) \lambda \quad (p = 1, 2, \dots, N-1). \quad (4.38)$$

Умова (4.38) визначає напрями, в яких утворюються дифракційні мінімуми, тобто інтенсивність світла дорівнюватиме нулю. Оскільки  $p$  набирав  $N-1$  значень, то між двома сусідніми головними максимумами знаходиться  $N-1$  мінімум. При  $p = N$  умова (4.38) переходить в умову (4.36). Між двома сусідніми мінімумами утворюються максимуми, які називаються *вторинними*. Отже, між двома сусідніми головними максимумами знаходиться  $N-1$  мінімум і  $N-2$  вторинних максимуми. На них накладатимуться мінімуми, що виникають при дифракції від окремої щілини.

Вторинні максимуми знаходяться майже посередині між двома сусідніми мінімумами. Величину  $\theta$ , яка визначає розташування одного з вторинних максимумів, наближено можна знайти з умови

$$N\theta = \frac{(Nm + p) + (Nm + p + 1)}{2} \pi,$$

тобто

$$\theta = \left( m + \frac{2p+1}{2N} \right) \pi. \quad (4.39)$$

Користуючись формулою (4.39), одержуємо наближений вираз для інтенсивності вторинних максимумів. Так, для вторинних максимумів, що розміщені біля центрального максимуму ( $m=0$ ), величина  $\sin^2(N\theta)=1$  для всіх значень  $\theta$ , які визначаються формулою (4.39). Коли кількість щілин  $N$  велика, а  $p$  мале, то можна записати, що

$$\sin \theta = \sin \frac{2p+1}{2N} \pi \approx \frac{2p+1}{2N} \pi.$$

На підставі цього та виразу (4.37) формулу (4.35) можна записати так:

$$\begin{aligned} I &= I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 \left[ \frac{N}{(2p+1)\pi} \right]^2 = I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 N^2 \frac{4}{(2p+1)^2 \pi^2} = \\ &= \frac{4}{(2p+1)^2 \pi^2} I_{\max}. \end{aligned} \quad (4.40)$$

З формули (4.40) випливає, що інтенсивність головного максимуму і послідовно розміщених вторинних максимумів знаходиться у відношенні

$$1 : \frac{4}{9\pi^2} : \frac{4}{25\pi^2} : \frac{4}{49\pi^2} : \dots = 1 : 0,045 : 0,016 : \dots$$

Інтенсивність світла вторинних максимумів для значної кількості щілин  $N$  досить мала і нею можна нехтувати порівняно з інтенсивністю головних максимумів.

Формулу (4.37) для головних максимумів можна записати в іншій формі. Ми ввели змінну  $u = \pi b \lambda^{-1} \sin \varphi$ . З умови розміщення головних максимумів визначаємо, що  $\sin \varphi = \frac{m\lambda}{d}$ , тоді  $u = \frac{\pi m b}{d}$  і формула (4.37) набуває вигляду

$$I = \frac{I_0 N^2 d^2}{\pi^2 m^2 b^2} \sin^2 \frac{\pi m b}{d}. \quad (4.41)$$

Звідси видно, що із збільшенням порядку дифракції  $m$  інтенсивність відповідного головного максимуму зменшується обернено пропорційно

квадрату  $m$ , тобто  $I_{\max} \sim 1/m^2$ . Крім цього, інтенсивність світла  $m$ -го максимуму істотно залежить від відношення  $b/d$ . Так, коли  $mb/d$  виражається цілим числом, то формула (4.41) перетворюється на нуль, оскільки  $\sin(\pi m b/d) = 0$ , тобто в тих місцях, де має спостерігатись головний максимум, буде мінімум. Легко показати, що величина кута  $\varphi$ , для якого вираз (4.41) перетворюється на нуль, задовольняє умову мінімуму від однієї щілини ( $b \sin \varphi = m\lambda$ ), ширина якої дорівнює  $b$ . Так умова (4.36) появи головного максимуму, порядок якого  $m = 2n$ , для  $d = 2b$  переходить в умову  $b \sin \varphi = n\lambda$ , тобто в умову (4.24) появи мінімуму при дифракції від однієї щілини. Для цієї умови не з'явиться жоден максимум, порядок якого виражається парним числом  $m$ . Якщо  $b/d = 1/4$ , то кожний четвертий максимум у дифракційній картині зникає і перетворюється на мінімум. На рис. 4.15 показано розподіл інтенсивності, зумовленої інтерференцією пучків від  $N=4$  щілин (рис. 4.15, а) та дифракцією на одній щілині (рис. 4.15, б), а також результуючий розподіл інтенсивності, де кожний четвертий максимум кривої зникає і на місці його розміщення буде мінімум (рис. 4.15, в).

Отже, при дифракції плоскої хвилі на дифракційній ґратці, що має  $N$  щілин, інтенсивність максимумів сумарної дифракційної картини залежить як від порядку головного максимуму  $m$ , так і від відношення ширини щілини  $b$  до сталої ґратки  $d$ . Інтенсивність кожного з максимумів (як головних, так і вторинних) пропорційна  $N^2$ .

Відмітимо, що одержані вирази справджуються також у випадку, коли плоска хвиля падає на дифракційну ґратку під деяким кутом.

Щоб одержати дифракцію на дифракційній ґратці, стала якої  $d$  значно більша за довжину світлової хвилі, треба промені спрямовувати на неї під кутом близько  $90^\circ$ . Таке падіння пучків широко застосовується, зокрема, у рентгенівській спектроскопії, де довжини хвиль  $\lambda$  малі.

Розміщення головних максимумів, крім центрального, визначається довжиною хвилі  $\lambda$ . Тому при падінні на ґратку білого світла всі максимуми, крім центрального ( $m=0$ ), розкладаються у спектр. Головні дифракційні максимуми для  $m=1$  утворюють спектр першого порядку, для  $m=2$  – спектр другого порядку і т.д. У кожному з них найбільше відхилення маємо для довжин хвиль, яким відповідає червоний колір, і найменше – фіолетовий. У спектрі будь-якого порядку його фіолетова частина завжди повернута до центрального максимуму, а червона – у протилежний бік. На рис. 4.16 зображено центральний та два головні максимуми і зазначено їхнє забарвлення.

Здатність ґратки розкладати світло у спектр ґрунтується на тому, що максимуми навіть одного й того самого порядку для різних довжин

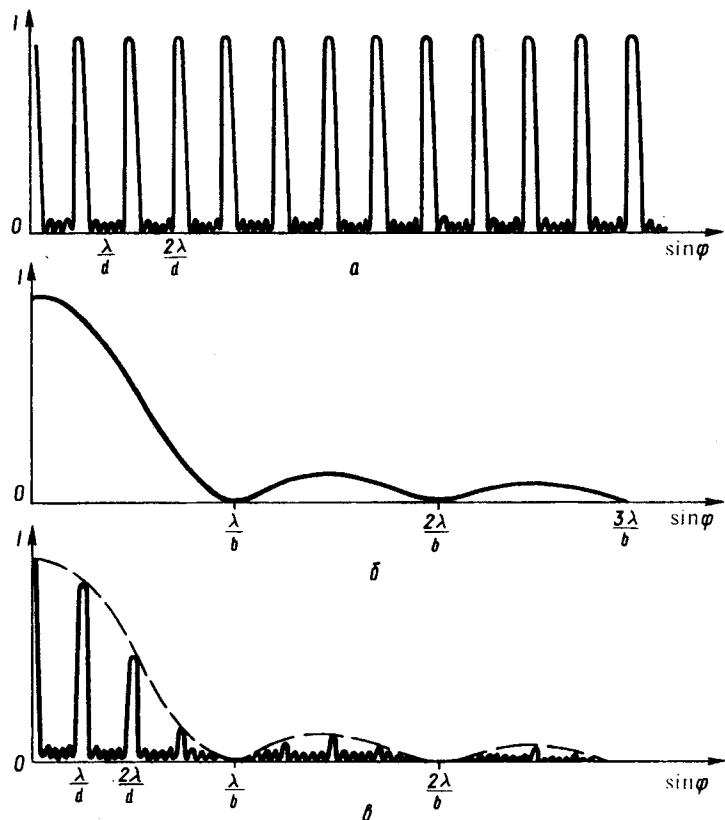


Рис. 4.15

хвиль розміщені в різних місцях. Це безпосередньо впливає з формули (4.36). Отже, дифракційна ґратка може бути використана в спектральних приладах. Зауважимо, що в спектральних приладах, де диспергуючим елементом є скляна призма, значніше відхиляються фіолетові, а де дифракційна ґратка – червоні промені.

**Кутова дисперсія, дисперсійна область, роздільна здатність дифракційної ґратки.** Основними характеристиками дифракційної ґратки, як і будь-якого диспергуючого елемента, є кутова або лінійна дисперсія, дисперсійна область і роздільна здатність.

Кутовою дисперсією називається величина

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda}, \quad (4.42)$$

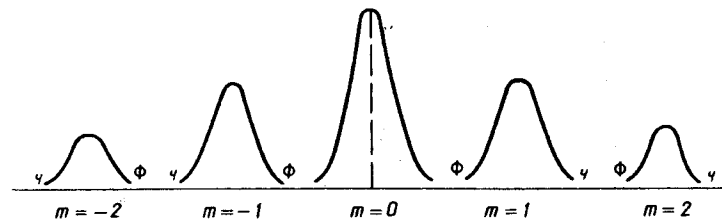


Рис. 4.16

де  $d\varphi$  – кутова відстань між двома спектральними лініями, яким відповідають довжини хвиль  $\lambda$  і  $\lambda + d\lambda$ . Для визначення величини дисперсії  $D$  здиференціюємо формулу (4.36) по  $\lambda$  при сталому  $m$ , тоді  $d \cos \varphi d\varphi = m d\lambda$ , звідки

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}. \quad (4.43)$$

Для малих кутів дифракції  $\varphi$  маємо  $\cos \varphi \approx 1$ :

$$D = \frac{m}{d} = m \frac{N}{l}, \quad (4.44)$$

де  $N$  – загальна кількість щілин;  $l$  – довжина робочої ділянки ґратки. З виразу (4.44) випливає, що кутова дисперсія не залежить від довжини хвилі, тобто дифракційний спектр рівномірний для всіх довжин хвиль. У цьому й полягає перевага дифракційного спектра над спектром, одержаним за допомогою призми.

Лінійною дисперсією називають величину

$$D_{\text{лін}} = \frac{dl}{d\lambda}, \quad (4.45)$$

де  $dl$  – лінійна відстань на екрані між двома максимумами одного й того самого порядку  $m$  для хвиль  $\lambda$  і  $\lambda + d\lambda$ .

Якщо фокусна відстань лінзи, у фокальній площині якої спостерігається дифракційна картина, дорівнює  $f$ , то зв'язок між лінійною і кутовою дисперсіями буде  $D_{\text{лін}} = fD = fm/d$ .

Спектральний прилад непридатний для дослідження певної ділянки спектра, якщо спектри сусідніх порядків перекриваються. Максимальна ширина спектрального інтервалу  $\Delta\lambda$ , в якому спектри не перекриваються, називається *дисперсійною областю спектрального приладу*. Знайдемо її для дифракційної ґратки. Нехай довжини світлових хвиль, що падають на ґратку, знаходяться в інтервалі від  $\lambda$  до  $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$ . Інтервал  $\Delta\lambda$  буде дисперсійною областю ґратки тільки тоді,



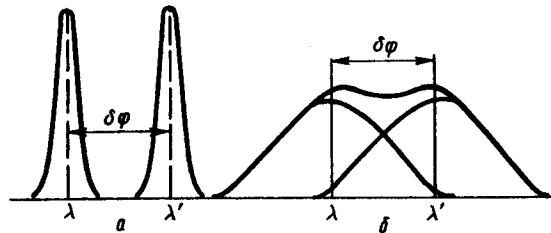


Рис. 4.17

коли правий край спектра  $(m+1)$ -го порядку для довжини хвилі  $\lambda$  збігатиметься з лівим краєм спектра  $m$ -го порядку для довжини хвилі  $\lambda'$ . У загальному випадку для будь-якого кута падіння світла на ґратку ця умова записується так:

$$d \sin \varphi = m\lambda'; \quad d \sin \varphi = (m+1)\lambda,$$

звідки  $m\lambda' = (m+1)\lambda$ , тобто

$$\lambda' - \lambda = \Delta\lambda = \lambda / m. \quad (4.46)$$

З виразу (4.46) видно, що для певної довжини хвилі дисперсійна область залежить від порядку спектра  $m$ . Оскільки в дифракційних спектрографах користуються переважно спектрами другого або третього порядків, дисперсійна область для них охоплює широкий інтервал довжин хвиль.

Кожна спектральна лінія зображається спектральним приладом у вигляді не лінії, а певної дифракційної картини з максимумами і мінімумами інтенсивності. Велика дисперсія ґратки ще не означає, що дві спектральні лінії з близькими довжинами хвиль  $\lambda$  і  $\lambda' = \lambda + \delta\lambda$  розділені так, що їх сприймають окремо. Якщо кожна з цих дифракційних картин буде розмита і матиме значну ширину, то навіть при великій відстані між ними результуюча картина, що виникає при їх накладанні, не відрізнятиметься від тієї, що виникає від однієї спектральної лінії. На рис. 4.17, *a* зображено розділення на кутову відстань  $\delta\varphi$  двох спектральних ліній ґраткою, що дає різкі максимуми, а на рис. 4.17, *б* – розділення цих спектральних ліній ґраткою, що має дифракційні максимуми значної ширини. Хоч в обох випадках ґратки розділяють спектральні лінії  $\lambda$  і  $\lambda'$  на одну й ту саму кутову відстань  $\delta\varphi$ , розділення в першому випадку значно контрастніше, ніж у другому. З цього випливає, що здатність ґратки розділяти спектральні лінії, яким відповідають довжини хвиль  $\lambda$  і  $\lambda' = \lambda + \delta\lambda$ , визначається не лише величиною дисперсії, а й шириною дифракційних максимумів. Чим вони вужчі від двох близьких спектральних ліній, тим на меншу відстань їх

потрібно розвести, щоб одержати як окремі спектральні лінії. Найменша різниця довжин хвиль двох спектральних ліній  $\delta\lambda$ , при яких спектральний прилад розділяє їх окремо, називається *спектральною роздільною відстанню*, а величина  $R = \lambda / \delta\lambda$  – *роздільною здатністю приладу*.

Поняття спектральної роздільної відстані  $\delta\lambda$  не має чіткого означення. Для дифракційної ґратки Дж. Релей (1842–1919) запропонував такий критерій спектрального розділення: спектральні лінії з довжинами хвиль  $\lambda$  і  $\lambda' = \lambda + \delta\lambda$  вважаються розділеними, якщо головний максимум дифракційної картини для однієї довжини хвилі збігається за своїм розміщенням з першим дифракційним мінімумом такого самого порядку для другої довжини хвилі. Нехай головний максимум  $m$ -го порядку для хвиль  $\lambda' = \lambda + \delta\lambda$  знаходиться на місці першого мінімуму ( $p=1$ ) дифракційного спектра такого самого порядку для хвилі  $\lambda$ . Тоді на основі формул (4.36) і (4.38) ця умова буде:

$$d \sin \varphi = \left(m + \frac{1}{N}\right)\lambda; \quad d \sin \varphi = m\lambda'.$$

Звідси  $\left(m + \frac{1}{N}\right)\lambda = m(\lambda + \delta\lambda)$ , тобто  $\delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{\lambda}{mN}$ .

Роздільна здатність ґратки

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN. \quad (4.47)$$

Проаналізуємо співвідношення (4.47). З нього випливає, що роздільна здатність дифракційної ґратки залежить від кількості щілин, тобто числа інтерферуючих пучків. При вивченні явищ інтерференції було показано, що перехід від двопроменевої до багатопроменевої інтерференції приводить до концентрації випромінювання поблизу певного напрямку і до збільшення темних проміжків між максимумами, тобто до збільшення роздільної здатності.

На відміну від кутової дисперсії (формула (4.44)), яка залежить від кількості щілин на одиницю довжини ґратки, роздільна здатність ґратки визначається загальною кількістю щілин  $N$ , тобто залежить від довжини робочої ділянки ґратки  $l$ . Одержимо цю залежність в явній формі. Оскільки  $N = l/d$ , а  $m = (d \sin \varphi) / \lambda$ , то

$$R = mN = \frac{l}{d} \frac{d \sin \varphi}{\lambda} = \frac{l \sin \varphi_{\max}}{\lambda}. \quad (4.48)$$

Величина  $(l \sin \varphi_{\max}) / \lambda$  виражає кількість довжин хвиль, що вміщується в різниці ходу крайніх променів для максимального кута

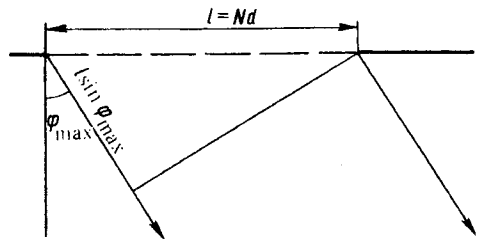


Рис. 4.18

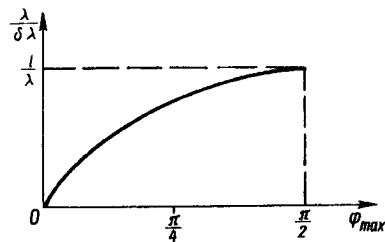


Рис. 4.19

дифракції  $\varphi_{\max}$  (рис. 4.18). Кут  $\varphi_{\max}$  не може бути більшим за  $90^\circ$ . Отже, максимальна роздільна здатність ґратки буде

$$\left(\frac{\lambda}{\delta\lambda}\right)_{\max} < \frac{l}{\lambda}. \quad (4.49)$$

Графік залежності роздільної здатності ґратки від кута дифракції показано на рис. 4.19. Намагання збільшити роздільну здатність ґратки використанням спектрів високих порядків має ряд перешкод. Насамперед порядок спектра  $m$  не може бути більшим за відношення  $d/\lambda$ . Крім цього, інтенсивність  $m$ -го максимуму  $I \sim 1/m^2$ , що істотно обмежує можливості використання спектрів високих порядків.

Роздільна здатність сучасних дифракційних ґраток має порядок 100 000–400 000 і більше.

**Основні типи дифракційних ґраток.** Як уже зазначалось, дифракційні ґратки бувають пропускні і відбивні. Першу найпростішу ґратку виготовив Д. Рітгенхаус (1732—1796) у 1785 р., але в той час це нікого не зацікавило. Через кілька десятиріч Й. Фраунгофер (1787–1826) застосував свою дифракційну ґратку, провів перші дослідження за допомогою дифракційного спектроскопа, відкрив темні лінії в суцільному спектрі Сонця – фраунгоферові лінії. Він виготовляв ґратки з дроту, який намотував на паралельно розміщені гвинти. Роль щілин відігравали просвіти між дротинами. Такі ґратки мали до 136 щілин на 1 см. Виготовляти ґратки з дроту нескладно, тому в деяких випадках ними користуються навіть у наш час, особливо в довгохвильовій (інфрачервоній) області спектра. Пізніше Й. Фраунгофер за допомогою спеціальної машини наносив штрихи на золотій фользі, яка покривала скло, а потім за допомогою алмазного різця – на склі. Так було одержано ґратки з 320 штрихами на 1 мм. Значних успіхів у техніці їх виготовлення досяг у 80-х роках ХІХ ст. Г. Роуланд (1848–1901), який створив спеціальні гравірувальні машини і, крім цього, виготовив так звану вгнуту відбивну ґратку, яка виконує одночасно роль ґратки та збиральної лінзи.

Відмітимо, що вгнуті відбивні дифракційні ґратки і тепер широко використовуються в точних спектральних дослідженнях. Перша

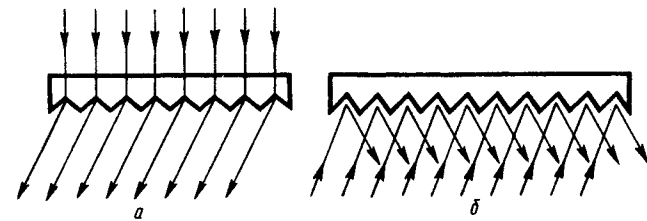


Рис. 4.20

ділительна машина Роуланда давала змогу наносити близько 570 штрихів на 1 мм, а вдосконалена – до 1200 штрихів на 1 мм. Тепер випускаються високоякісні дифракційні ґратки з більшою кількістю штрихів – до 2400 штрихів на 1 мм.

Якщо площини щілин збігаються з площиною ґратки, то вона не створює різниці фаз при проходженні плоскої хвилі. Така ґратка називається *амплітудною*.

У зв'язку з тим, що при дифракції від ґратки основна частина світлової енергії зосереджується в спектрі нульового порядку й при переході до спектрів вищих порядків інтенсивність світла  $I \sim 1/m^2$ , дифракційні спектральні прилади мають малу світлосилу. Для усунення цього недоліку необхідно змінити розподіл енергії в спектрах вищих порядків. Для цього треба змінити фазу коливань при проходженні плоскої хвилі крізь ґратку, що досягається за допомогою ґраток, штрихи яких мають певний профіль. ґратка, принцип дії якої ґрунтується на зміні фази, називається *фазовою*. При проходженні (рис. 4.20, а) або відбиванні (рис. 4.20, б) світла виникає різниця фаз від одного краю борозни до другого. Виготовляють ґратки з таким профілем борозни, який дає змогу значно збільшити інтенсивність спектрів вищого порядку. Такі ґратки застосовуються в інфрачервоній спектроскопії (ешелет). За останні роки створені подібні ґратки для видимої і ультрафіолетової областей спектра (так звані ешельні ґратки).

Фазові ґратки можуть бути як пропускні, так і відбивні. Ідеально відбиваюча ґратка вносить періодичну зміну фази і не змінює амплітуди коливань. Можна створити ґратку, яка здатна одночасно змінювати як амплітуду, так і фазу. Така ґратка називається *амплітудно-фазовою*.

Роздільна здатність ґраток наведених типів досягає близько 400 000 і обмежена практичними труднощами під час їхнього виготовлення. При вивченні надтонкої структури спектрів необхідна значно вища роздільна здатність. Таку високу роздільну здатність мають ґратки, запропоновані Гаррісоном; це ґратка з широкими і неглибокими штрихами, які розраховані так, щоб під час роботи кут падіння світла був більшим за  $45^\circ$ , причому напрям падіння нормальний до вужчої сторони східця. При роботі з ешельними ґратками можна провадити дослідження в спектрах,

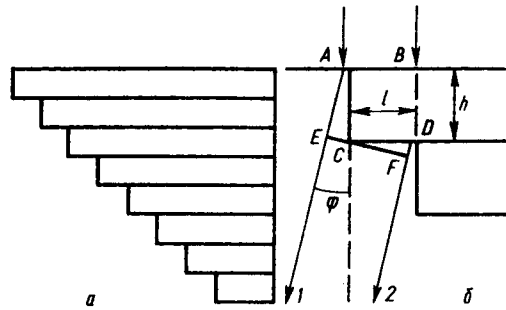


Рис. 4.21

порядок яких  $m = 1\,000$ . Ешелні ґратки з робочою шириною  $l = 25$  см, в яких нанесено 4 штрихи на 1 мм, мають роздільну здатність близько 1 000 000. Оскільки виготовлення ґраток високої якості становить значні технічні труднощі, то часто з високоякісних оригінальних ґраток шляхом відливок роблять матриці. За їх допомогою виготовляють копії, які називають репліками.

Одним із різновидів прозорої фазової ґратки є *ешелон Майкельсона*, що має однакові плоскопаралельні скляні пластинки, складені у вигляді східців (рис. 4.21, а). Різниця ходу між променями 1 і 2, що виходять із двох сусідніх східців і дифрагують під кутом  $\varphi$  (рис. 4.21, б), буде

$$\Delta = BDn + DF - AE = nh + l \sin \varphi - h \cos \varphi.$$

Розміщення головних максимумів визначається умовою

$$nh + l \sin \varphi - h \cos \varphi = m\lambda. \quad (4.50)$$

Кутову дисперсію такої системи визначаємо з формули (4.50)

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{l \cos \varphi + h \sin \varphi}. \quad (4.51)$$

Оскільки кут  $\varphi$  невеликий, то  $\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{l}$ , або

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{h(n-1)}{l\lambda}. \quad (4.52)$$

Роздільна здатність ешелону Майкельсона

$$R = \frac{Nh(n-1)}{\lambda}. \quad (4.53)$$

Так, для  $h = 1$  см;  $N = 40$ ;  $n = 1,5$ ;  $\lambda = 0,5$  мкм маємо  $R = 4,4 \cdot 10^5$ .

Важливе значення мають ешелони, в яких кожний східець покривається шаром металу, що має великий коефіцієнт відбивання, і

спостереження спектрів проводиться у відбитому світлі. При цьому роздільну здатність вдається збільшити в 3–4 рази.

У 70-х роках розроблена технологія виготовлення високоякісних голографічних дифракційних ґраток (6 000 штрихів на 1 мм, їх розміри  $600 \times 400$  мм<sup>2</sup>). Такі дифракційні ґратки використовуються для досліджень у видимій і ультрафіолетовій ділянках спектра.

Якщо звукові хвилі поширюються в деякому прозорому середовищі, то вони утворюють у ньому періодичні стискування і розрідження, що приводять до періодичної зміни показника заломлення середовища. Для світлових хвиль таке середовище з біжучими або стоячими звуковими хвилями являє собою фазову ґратку (рухому або нерухому), оскільки при проходженні світла через таке середовище змінюється не амплітуда, а фаза світлової хвилі. Стала такої ґратки  $d$  дорівнює довжині звукової хвилі  $\lambda_{зв}$ , і для дифракції світла на ній потрібно, щоб довжина звукової хвилі в середовищі була близькою до довжини світлової хвилі. Цього можна досягти тільки на ультразвукових хвилях, частота яких знаходиться в діапазоні  $10^6$ – $10^8$  Гц. Так, у ксеноні швидкість поширення ультразвукових хвиль становить 1 000 м/с. Тоді при частоті  $10^8$  Гц довжина ультразвукової хвилі  $\lambda_{зв} = 10$  мкм. На такій ґратці можна спостерігати дифракцію видимого світла. Можливість дифракції світла на звукових хвилях передбачав Л. Бріллюен (1889–1969) у 1921 р., проте тільки в 1932 р. П. Дебай (1884–1966) та ряд інших вчених експериментально спостерігали дифракцію світла на ультразвукових хвилях.

Вивчення дифракції світла на ультразвукових хвилях дає змогу проводити дослідження розподілу пружних коливань у різних середовищах і їхню взаємодію з речовиною, визначати швидкість поширення ультразвукових хвиль, ступінь поглинання ультразвуку в рідинах, визначати пружні константи прозорих твердих тіл. На явищі дифракції світла на ультразвукових хвилях ґрунтується робота оптичних модулаторів, які застосовуються для оптичного запису і відтворення звуку, а також ультраакустичної дефектоскопії та інших методів.

Існують так звані *синусоїдальні дифракційні ґратки*. У такій одновимірній дифракційній ґратці амплітудний коефіцієнт пропускання  $\tau$  вздовж напрямку  $x$ , нормального до твірних щілин, змінюється за синусоїдальним законом, тобто  $\tau = \sin \frac{2\pi}{d} x$ , де  $d$  – період ґратки (рис. 4.22). Теорія показує, що від синусоїдальної ґратки утворюється

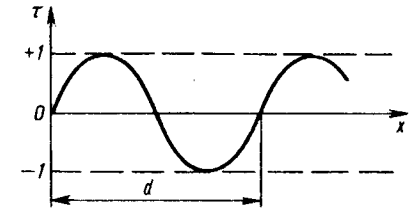


Рис. 4.22

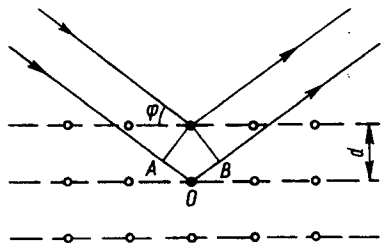


Рис. 4.23

тільки центральний максимум і головні максимуми першого порядку ( $m = \pm 1$ ), а при дифракції від звичайних ґраток утворюється центральний головний максимум ( $m = 0$ ) і головні максимуми вищих порядків ( $m = \pm 1, \pm 2, \dots$ ). Відомості про цей тип ґраток будуть необхідні під час вивчення процесу відтворення зображень з голографічних пластинок.

Розроблена теорія дифракції на двовимірних та тривимірних ґратках. Найбільший науковий інтерес і практичне значення має дифракція електромагнітних хвиль на просторовій структурі, прикладом якої може бути тривимірна ґратка або просторова кристалічна ґратка.

Як відомо, рентгенівське випромінювання являє собою електромагнітні хвилі, довжина яких лежить у інтервалі  $10^{-8}$ – $8 \cdot 10^{-6}$  см. Залежно від умов одержання рентгенівське випромінювання утворює суцільний або лінійчастий (характеристичний) спектри.

Щоб ґратка ефективно розклала випромінювання у спектр, її період  $d$  має бути того самого порядку, що й довжина хвилі падаючого випромінювання. Для спостереження дифракції рентгенівських хвиль слід мати просторову ґратку, період якої близько  $10^{-8}$  см. У природі існують такі просторові структури – кристали, де атоми та іони розміщено на відстанях близько  $10^{-8}$  см. У 1912 р. М. Лауе (1879–1960) дійшов висновку, що існуючі природні кристали – це й є тривимірні ґратки, за допомогою яких можна спостерігати дифракцію рентгенівського випромінювання.

Кристалографічні дослідження показали, що у будь-якому кристалі можна виявити певні площини, де атоми або іони, які утворюють його кристалічну ґратку, розміщені найбільш густо. Такі площини відбиватимуть монохроматичне рентгенівське випромінювання, яке може інтерферувати від різних площин. Очевидно, підсилення хвиль при інтерференції відбудеться для тих значень кута  $\varphi$ , коли в різниці ходу  $\Delta = AO + OB$  (рис. 4.23) вміщується ціле число довжин хвиль:

$$2d \sin \varphi = m\lambda, \quad (4.54)$$

де  $\varphi$  – доповнювальний кут, або кут ковзання;  $m = 1, 2, 3, \dots$ ;  $d$  – відстань між площинами.

Співвідношення (4.54) є формулою Брегга – Вульфа, яка широко застосовується в рентгеноструктурних дослідженнях. Дифракція виникає не в довільному напрямі падіння монохроматичного випромінювання, тому для її спостереження треба повертати кристал

так, щоб кут ковзання задовольняв умову (4.54). Якщо обертати кристал або проводити експеримент з полікристалічною системою, в якій окремі кристалики орієнтовані довільно, то можна одержати певну систему інтерференційних картин від усіх можливих типів атомних площин певного кристала.

Дифракція рентгенівського випромінювання виявилась досить важливим засобом для вивчення структури кристалів, рідин, аморфних твердих тіл тощо. За її допомогою можна визначати міжатомні відстані, робити висновки про будову молекул та інших систем. Розділ фізики і техніки, що використовує рентгенівське випромінювання для вивчення структури твердих тіл, рідин, молекул, називається рентгеноструктурним аналізом. Дифракція рентгенівського випромінювання у кристалах використовується також для вивчення рентгенівських спектрів, що дає змогу визначити хімічний склад речовин. Метод визначення хімічного складу речовин шляхом вивчення їх рентгенівських спектрів називається рентгеноспектральним аналізом. Рентгеноструктурний і рентгеноспектральний аналізи досить широко застосовуються в багатьох галузях народного господарства.

#### § 4.5. Роздільна здатність телескопа і мікроскопа

Під час вивчення дифракційних ґраток було введено поняття про їхню роздільну здатність. Вона вказувала на ту межу між двома спектральними лініями, які спостерігаються окремо. Якщо за допомогою оптичної системи одержано зображення предмета, то для характеристики оптичної системи також вводять поняття роздільної здатності. Під нею розуміють ту найменшу відстань між точками предмета, які розрізняються, тобто які видно окремо. Поняття роздільної здатності оптичних приладів пов'язане з хвильовою природою світла, оскільки в геометричній оптиці вважалось, що за допомогою ідеальної оптичної системи будь-яка точка предмета відображається також точкою в просторі зображень. Однак дифракція світла на оправах лінз та діафрагмах об'єктивів обмежує можливість одержання точкового зображення. При визначенні роздільної здатності оптичних приладів треба враховувати дифракцію хвиль на круглих отворах. Саме тому зображення світної точки матиме вигляд світного кружка з концентричними кільцями. Оскільки будь-який предмет можна розглядати як сукупність точкових джерел, то кожний з них у спряженій площині дає світний кружок з концентричними кільцями. Зображення предмета при цьому є результатом накладання дифракційних картин різних точок.

Для визначення роздільної здатності розглянемо два граничних випадки: коли точкові джерела некогерентні і коли вони когерентні. Перший випадок реалізується для самосвітних предметів, другий – для

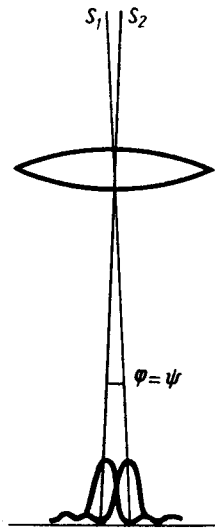


Рис. 4.24

освітлених стороннім джерелом світла. Перший випадок має основне значення в теорії телескопа, другий – в теорії мікроскопа.

Визначимо *роздільну здатність телескопа*. При розгляданні небесних тіл за його допомогою світлові пучки, що виходять із двох точок тіла або від двох тіл, некогерентні, й освітленість у довільній точці зображення дорівнює сумі освітленостей усіх джерел. Оскільки за допомогою телескопа проводять спостереження віддалених небесних тіл, то можна вважати, що на його об'єктив падає плоска хвиля, тобто має місце дифракція Фраунгофера від круглого отвору. Нехай телескоп, діаметр об'єктива якого  $d$ , наведено на зірку. Її зображення має вигляд світлого кружка з концентричними дифракційними кільцями. Кутовий радіус першого темного кільця визначається співвідношенням  $d \sin \varphi = 1,22\lambda$ . Оскільки кут  $\varphi$  малий, то  $\sin \varphi \approx \varphi$  і тоді

$$\varphi = 1,22 \lambda / d. \quad (4.55)$$

Припустимо, що за допомогою телескопа одночасно спостерігаються дві зірки, які видно під кутом  $\psi$ . Кожна з них утворить свою дифракційну картину, і на екрані буде накладання дифракційних картин від двох некогерентних джерел світла (рис. 4.24). Відповідно до умови Релея зірки можна буде розрізнити, коли центральний дифракційний максимум від однієї накладатиметься на перший мінімум дифракційної картини другої. За такої умови маємо

$$\varphi = \psi = 1,22\lambda / d. \quad (4.56)$$

Величина  $R = 1/\varphi = d/1,22\lambda$  називається роздільною здатністю об'єктива. Вона, як видно, прямо пропорційна діаметру об'єктива.

При розгляданні віддалених предметів око діє так само, як і об'єктив телескопа, роль величини  $d$  відіграє діаметр зіниці ока. Якщо  $d = 4$  мм і  $\lambda = 0,55$  мкм, то з умови (4.56) маємо  $\varphi = 1,22\lambda / d = 1,67 \cdot 10^{-4}$  рад  $= 35''$ .

Найбільший у світі телескоп-рефлектор, встановлений біля станиці Зеленчуцької на Північному Кавказі, має діаметр параболічного дзеркала  $d = 6$  м. Роздільна здатність такого телескопа в 1 500 разів більша за роздільну здатність ока і становить  $0,023''$ . Телескоп-рефлектор Маунт-Паломарської обсерваторії (США) має діаметр дзеркала 5 м і його роздільна здатність –  $0,028''$ . Роздільна здатність таких телескопів дає змогу одержати зображення деяких зірок у вигляді дисків, подібних до зображення планет. Найявність атмосфери Землі,

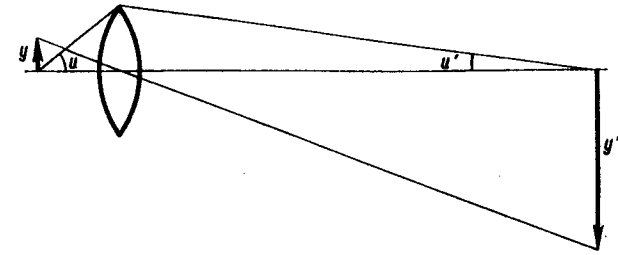


Рис. 4.25

нерегулярні процеси в ній, внаслідок яких зазнає змін показник заломлення повітря на шляху поширення променів, знижують роздільну здатність телескопів до величин близько  $1'' - 0,5''$ . Таку роздільну здатність можна одержати за допомогою телескопів з об'єктивами значно менших розмірів. Розробка телескопів великих розмірів проводиться не тільки з метою збільшення їх роздільної здатності. Важливо, що збільшується світловий потік від небесних тіл, за якими ведуться спостереження. Це дає змогу виявити небесні об'єкти на таких відстанях, які на малих телескопах не спостерігаються. Розвиток космічних досліджень дає можливість виводити телескопи за межі атмосфери.

Значно складніша теорія роздільної здатності мікроскопа, оскільки зображення можна одержати як некогерентними, так і когерентними світловими хвилями. Під *роздільною здатністю мікроскопа* розуміють ті лінійні розміри дрібних деталей або найменшу відстань між двома точками, які роздільно видно з його допомогою. Оскільки предмет розміщується на невеликій відстані від об'єктива, то в цьому випадку не спостерігатиметься точна картина фраунгоферової дифракції. Проте у разі некогерентного освітлення роздільна здатність мікроскопа визначається так само, як і для телескопа. Критерій розрізнення Релея

$$y' = 0,61 \frac{\lambda}{u'}, \quad (4.57)$$

де  $y'$  – відстань між центральними максимумами дифракційних картин від двох точок предмета;  $2u'$  – апертура з боку зображень (рис. 4.25). Використаємо умову синусів, яка виконується для всіх об'єктивів мікроскопів:  $yn \sin u = y'n' \sin u'$ . Для малих кутів  $u' = 1$  і  $n' = 1$  маємо

$$yn \sin u = y'u', \quad (4.58)$$

звідки з урахуванням (4.57) одержимо

$$y = 0,61 \frac{\lambda}{n \sin u}, \quad (4.59)$$

де  $n$  – показник заломлення середовища, в якому знаходиться предмет, що розглядається в мікроскоп. Співвідношення (4.59) виражає ту мінімальну відстань між точками, які видно окремо. Ця межа визначається хвильовою природою світла. З формули (4.59) випливає, що роздільну здатність мікроскопа можна збільшувати двома шляхами: зменшенням довжини хвилі  $\lambda$  (перехід в ультрафіолетову ділянку спектра) і збільшенням числової апертури  $n \sin u$  об'єктива. У сучасних найбільш досконалих мікроскопах  $u = \pi/2$ , тобто  $\sin u = 1$ . Для збільшення числової апертури предмет поміщають у прозору рідину з великим показником заломлення. Такі рідини називаються *імерсіями*. Для них числова апертура  $n \sin u \approx 1,5$ . Застосування імерсій дає змогу збільшити роздільну здатність мікроскопів майже в 1,5 рази.

Теорію роздільної здатності мікроскопа у випадку когерентного освітлення предметів вперше розробив Е. Аббе.

#### § 4.6. Поняття про голографію

Інформацію про різноманітні явища, геометричні параметри тіл (предметів) та інші їхні властивості одержуємо за допомогою випромінюваних або розсіяних ними світлових хвиль. Ці хвилі реєструються приладами або сприймаються органом чуття – оком. Однією з важливих характеристик тіла є зовнішній вигляд, про який можна дізнатись, якщо це тіло випромінює світло або освітлюється сторонніми джерелами. При освітленні предметів від них поширюються розсіяні хвилі, що зберігають незалежність свого існування й містять інформацію про форму та інші властивості предмета. Потрапивши на фотопластинку, такі хвилі дають зображення предмета на ній. Як відомо, при фотографуванні об'ємного предмета його зображення утворюється на площині. Таке плоске зображення практично не містить інформації про те, на яких відстанях знаходяться окремі його частини, бо при фотографуванні отримують інформацію тільки про розподіл квадрата напруженості електричного вектора світлового поля й повністю втрачається інформація про фазу світлової хвилі. Тому говорять, що звичайна оптична система здатна розшифровувати амплітудну модуляцію світлового потоку, але не дає повної інформації, оскільки вона не може розшифрувати просторовий розподіл фаз, в якому приховано додаткову інформацію про предмет. Крім цього, звичайна оптична система має ряд істотних недоліків при утворенні зображень об'ємних предметів. Один із них полягає в тому, що збільшення залежить від положення тієї чи іншої площини предмета на оптичній осі. Це призводить до спотворення зображення об'ємного предмета.

У фізиці відомі також безлінзові методи утворення оптичних зображень. Так, зонна пластинка Френеля, в якій парні або непарні зони Френеля перекриті, діє як оптична лінза. Якщо кризь зонну пластинку

Френеля пропустити паралельний пучок світла, то можна одержати зображення точки. Безлінзове зображення можна також отримати за допомогою дифракційної ґратки. При падінні на неї паралельний пучок світла дає кілька зображень щілини на нескінченності. Цей приклад показує, що за відсутності самої щілини паралельний пучок світла, який проходить через дифракційну ґратку, утворює зображення щілини. Наведені приклади переконують, що зображення можна одержати не тільки за допомогою лінзових систем.

У 1947 р. Д. Габор (1900–1979) обґрунтував новий метод фіксування й наступного відтворення хвильового фронту, який утворився при розсіюванні світлової хвилі будь-яким предметом. Цей метод називається *голографією* (переклад з грецької мови означає “повний запис”). Голографія ґрунтується на основних законах хвильової оптики – законах інтерференції та дифракції. Для реєстрування та відтворення хвилі треба вміти реєструвати й відтворювати амплітуду і фазу коливань хвилі, що поширюється від предмета. Процес одержання зображення в голографії поділяється на такі етапи. Спочатку виготовляють голограму, тобто фотопластинку, з допомогою якої можна відтворити світлову хвилю, розсіяну предметом. Другий етап – це відтворення цієї хвилі та одержання оптичного зображення.

У випадку накладання двох хвиль амплітуда результуючого коливання виражається формулою

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\alpha_2 - \alpha_1). \quad (4.60)$$

Формула (4.60) містить як амплітудну, так і фазову інформацію. Для їх реєстрування треба здійснити накладання хвилі, відбитої предметом, і когерентної з нею хвилі. Хвиля, що поширюється від предмета, називається *предметною* або *сигнальною*, а когерентна до неї – *опорною* хвилею. Тобто потрібно здійснити інтерференцію хвилі, відбитої предметом, з когерентною опорною хвилею, фаза якої відома, а потім за допомогою опорної хвилі з інтерференційної картини відтворити предметну хвилю. Для цього досліджуваний предмет освітлюють розширеним пучком світла лазера (рис. 4.26, а). Частина пучка падає на плоске дзеркало. Розсіяна або відбита від предмета світлова хвиля, яка промодульована як за амплітудою, так і за фазою, а також опорна хвиля, відбита від дзеркала, падають на фотопластинку. На ній відбувається реєстрування інтерференційної картини. Проявлена й фіксована фотопластинка називається *голограмою*. Оскільки хвиля, розсіяна предметом, виникає при відбиванні й дифракції на макроскопічних деталях предмета, то реальна голограма являє собою складну інтерференційну картину з досить дрібними деталями, які неможливо виявити неозброєним оком. Тільки при розгляданні її під мікроскопом можна помітити впорядковану мікроструктуру. Часто на голограмі неозброєним оком можна помітити дифракційні кільця і смуги. Вони

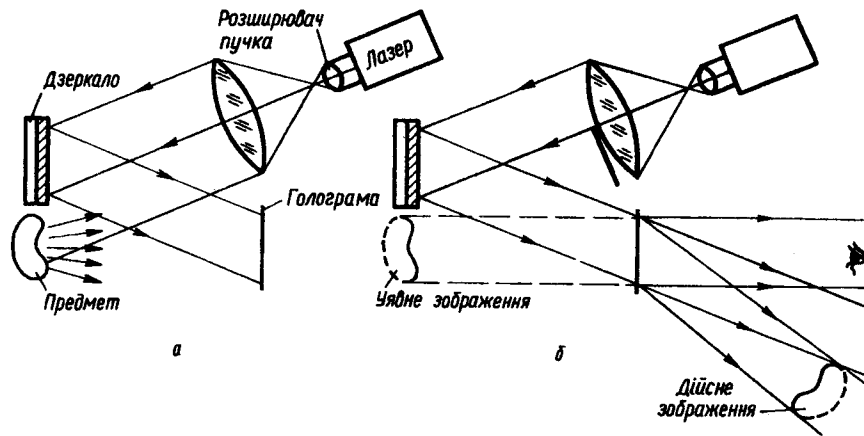


Рис. 4.26

з'являються внаслідок дифракції світла на пилинках і не мають нічого спільного з інформацією про предмет.

Голограма в закодованій формі містить повну інформацію про амплітуди та фази розсіяної хвилі, яка достатня для її відтворення й одержання оптичного зображення. Для відтворення розсіяної хвилі, тобто для одержання об'ємного зображення предмета, голограму розміщують у тому місці, де знаходилась фотопластинка при фотографуванні, освітлюють голограму світловим пучком того ж лазера і під тим кутом, під яким відбувалось експонування фотопластинки. При цьому відбувається дифракція опорної хвилі на голограмі й одержане об'ємне зображення предмета виявляється ідентичним самому предмету. Утворюється два зображення предмета – уявне і дійсне (рис. 4.26, б). Дійсне зображення буде псевдоскопічним, тобто вивернутим.

Покажемо, що голограма відтворює одну з хвиль, яка брала участь в її утворенні, але відсутня при відтворенні хвильового фронту. Нехай на фотопластинці накладаються дві когерентні плоскі хвилі, кути падіння яких  $i_1$  та  $i_2$  (рис. 4.27). Внаслідок інтерференції на пластинці утвориться система інтерференційних смуг. Якщо точки  $A$  і  $B$  відповідають розміщенню двох сусідніх смуг, то різниця ходу пучків  $I$  і  $2$  дорівнюватиме довжині хвилі  $\lambda$ , тобто

$$\Delta d_1 + \Delta d_2 = \lambda; \Delta d_1 = a \sin i_1; \Delta d_2 = a \sin i_2,$$

де  $a$  – відстань між серединами двох сусідніх смуг.

Така голограма буде дифракційною ґраткою, стала якої

$$a = \frac{\lambda}{\sin i_1 + \sin i_2}. \quad (4.61)$$

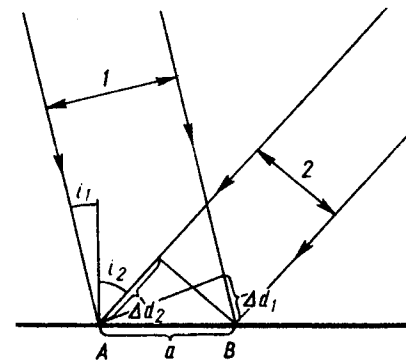


Рис. 4.27

Якщо спрямувати на цю голограму (синусоїдальну дифракційну ґратку) один із пучків, що брав участь в її утворенні, наприклад пучок  $I$ , то для кута падіння  $i$  та кута дифракції  $\varphi$  має місце співвідношення

$$a(\sin i + \sin \varphi) = m\lambda,$$

де  $m$  – порядок спектра. Оскільки для синусоїдальної ґратки  $m = 1$ , то  $\sin \varphi = \lambda/a - \sin i$ . У нашому випадку  $i = i_1$ . Враховуючи формулу (4.61), одержимо

$$\sin \varphi = \sin i_1 + \sin i_2 - \sin i_1 = \sin i_2, \text{ тобто } \varphi = i_2.$$

Отже, при освітленні голограми пучком  $I$  відтворюється пучок  $2$  і, навпаки, при освітленні її пучком  $2$  відтворюватиметься пучок  $I$ .

Описана схема двопроменевого голографування була запропонована в 1962 р. Е. Лейтом і Ю. Упатніксом. Відмітимо, що у двопроменевому голографуванні важливим є те, щоб промені опорного і предметного пучків були когерентними. Оскільки різниця ходу між опорною хвилею і хвилями, розсіяними предметом, може дорівнювати кільком метрам, то при виготовленні голограмми час когерентності світла має бути близько  $10^{-5} - 10^{-7}$  с, а довжина когерентності – у межах від 1 до 10 м. Жодне джерело світла, крім лазерів, не здатне забезпечити такий високий ступінь часової і просторової когерентності.

У 1962 р. Ю. М. Денисюк (н. 1927 р.) запропонував метод утворення об'ємної голограми на фотопластинках з товстим шаром емульсії, що вдало поєднує принципи голографії та кольорової фотографії Г. Ліпмана. Товщина фотоемульсії досягає 15–20 мкм, тобто має порядок 30–40 довжин хвиль, які відповідають зеленому кольору.

Як уже зазначалось, голографічний спосіб запису хвильового фронту порівняно із звичайним фотографуванням має ті переваги, що він дає можливість одержати об'ємне зображення предмета. Голографічний

запис інформації характеризується виключно високою густиною. Так, на пластинці в декілька квадратних сантиметрів можна записати зміст великої книги. Ця властивість особливо цінна, якщо врахувати високу надійність запису, який, крім того, рівномірно розподіляється на всій площі, і кожна ділянка голограми може відтворити практично все зображення. Рівномірний розподіл на голограмі світла, розсіяного предметом, не викликає локальних переэкспозицій реєструвального матеріалу, як це має місце у звичайній фотографії, при значних перебігах яскравостей частин предмета. Внаслідок цього голографічне зображення може передавати інтервали яскравостей предмета на 2–3 порядки більше, ніж звичайна фотографія. Голографічний метод дає змогу записати на одній пластинці різні зображення і потім відтворити їх окремо. Одна з можливостей такого запису полягає у використанні при кожному експонуванні опорних пучків, що падають під різними кутами.

Важливою властивістю голограм є здатність компенсувати спотворення, які могли виникнути при голографуванні предмета. Так, голограма нечутлива до турбулентності атмосфери, якщо предметний і опорний пучки проходять через одну й ту саму неоднорідність.

Голографія – універсальний метод, який може бути використаний для запису будь-яких хвильових процесів незалежно від їхньої природи (електромагнітні хвилі різних довжин, акустичні хвилі), тобто має надзвичайну можливість візуальних спостережень звукових та інших хвиль. Голограми, створені в акустичних або радіохвилях, розглядають у видимому світлі. Акустична голографія застосовується в дефектоскопії, при вивченні рельєфу морського дна, звуколокації, пошуках корисних копалин, дослідженнях структури земної кори тощо.

Останнім часом голографія сформувалась як самостійний науковий напрям і має різноманітні практичні напрями застосування. Коротко спинимось на найважливіших з них.

Немає засобів, які відтворювали б зображення оригіналів з такою точністю, як це досягається за допомогою голографії, тому вона широко застосовується в образотворчому мистецтві. Цей напрям називається образотворчою голографією.

Голографія широко застосовується для дослідження процесів, які протікають з великими швидкостями. Так, вона тепер є єдиним засобом одержання інформації про просторовий розподіл частинок, їхні розміри та швидкості при дослідженні процесів, що відбуваються в парових турбінах, двигунах внутрішнього згорання, форсунках для розпилення рідкого пального тощо.

У процесі наукових досліджень часто треба мати об'ємне уявлення про досліджуваний предмет, якщо про нього існує інформація у вигляді двовимірної фотографії. З таких знімків методом голографії одержують об'ємне зображення предмета. Тривимірні зображення застосовуються

в медицині, рентгенівській та ультразвуковій дефектоскопії. Голографічна інтерферометрія нині найбільш досконала в голографії, оскільки метод голографічної інтерферометрії є диференціальним. Інтерферують між собою хвилі, що пройшли по одному і тому шляху, але в різні моменти часу. Тому інтерференційна картина визначається тільки змінами, які відбулись у досліджуваному предметі. Це дало змогу значно знизити вимоги до якості оптичних систем.

У голографічній інтерферометрії можна порівнювати зображення одного й того самого предмета для різних моментів часу, що неможливо в класичній інтерферометрії. Крім цього, голограма досліджуваного предмета може бути великих розмірів і відтворювати хвилі, розсіяні предметом у різних напрямках. Отже, відтворюючи картину інтерференції хвиль від різних ділянок голограми, можна одержати необхідні відомості про оптичні властивості предметів, що не мають осі симетрії або при деформації предметів складної форми.

Голографічна інтерферометрія застосовується для дослідження вібрацій, деформацій, для контролю якості оптичних поверхонь. Існує також голографічна мікроскопія, яка ґрунтується на утворенні голограм у рентгенівських променях, а відтворення зображень відбувається у видимих променях.

Зображення, що спостерігаються при відтворенні хвильового фронту з голограми, вражають своєю реальністю. Паралакс, яскраві відблиски з відбиваючих поверхонь і їхні переміщення на предметі при зміні місця перебування спостерігача, стереоскопічність зображення, можливість одержати кольорові зображення – все це вказує на великі перспективи голографічного кіно і телебачення. Але тут ще чимало невирішених проблем. Голографія має знайти також своє місце в створенні універсальних обчислювальних машин, розробці нових методів збереження інформації та ін.

## **Розділ 5. Поляризація світла**

### **§ 5.1. Природне і поляризоване світло. Поляризація світла при відбиванні і заломленні на межі поділу однорідних та ізотропних оптичних середовищ**

З точки зору класичної теорії світло є електромагнітними хвилями певного діапазону. Електромагнітна хвиля – це електромагнітне поле, яке поширюється в просторі. У ньому змінюються напруженість електричного поля  $\vec{E}$  та індукція магнітного поля  $\vec{B}$ . Вільні електромагнітні хвилі поперечні, що експериментально підтверджується явищем поляризації. Як зазначалось, у переважній більшості оптичних явищ основну роль відіграє вектор напруженості електричного поля  $\vec{E}$ ,



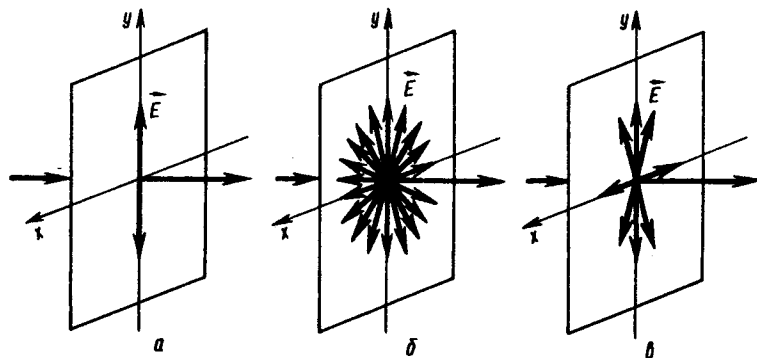


Рис. 5.1

який називають *оптичним*. Тому далі буде вестись мова саме про цей вектор та про його амплітудне значення. Якщо при поширенні світла (напрямок поширення визначає промінь) існує цілком певна орієнтація вектора  $\vec{E}$  в просторі, то таке світло називають *лінійно поляризованим*. Площину, яка проходить через електричний вектор і промінь, називають *площиною коливань*, або *площиною поляризації*. Світло, в якого напрям коливань електричного вектора в будь-якій площині простору з часом не змінюється, називають *лінійно поляризованим* або *плоскополяризованим* (рис. 5.1, а). Світло, в якому за один період кінець електричного вектора в площині, перпендикулярній до напрямку його поширення, описує еліпс, називають *еліптично поляризованим*. Частинним випадком еліптично поляризованого є світло, поляризоване по колу, коли кінець вектора  $\vec{E}$  описує коло. Якщо електричні вектори хаотично змінюють свій напрям і всі напрями рівноймовірні в площині, перпендикулярній до променя, то таке світло називають *природним* (рис. 5.1, б). Якщо для електричного вектора існує переважаючий напрям, то світло називають *частково поляризованим* (рис. 5.1, в).

Кількісною характеристикою поляризації служить ступінь поляризації. Для його визначення необхідно провести у площині, в якій лежать електричні вектори, декартову систему координат (рис. 5.1, б) і спроектувати амплітудні значення векторів  $\vec{E}$  з однієї чверті на ці осі. Потім знайти суми проєкцій  $\sum E_x$  та  $\sum E_y$ . Оскільки інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди, то  $I_x = (\sum E_x)^2$  та  $I_y = (\sum E_y)^2$ . Ступінь поляризації визначається виразом

$$P = \frac{|I_x - I_y|}{I_x + I_y} \quad (5.1)$$

Для лінійно поляризованого світла  $I_x = 0$ . Тоді  $P = 1$ . Для природного світла  $I_x = I_y$ , оскільки суми проєкцій векторів на обидві осі однакові за величиною. Тому  $P = 0$ . Для частково поляризованого світла  $0 < P < 1$ .

Незважаючи на те, що окремі атоми випромінюють поляризоване світло, від звичайних джерел поширюється природне світло. Це зумовлено тим, що світлова хвиля є результатом випромінювання великої сукупності атомів, які випромінюють незалежно один від одного. Тому кожен атом дає свою орієнтацію електричного вектора і всі напрями рівноймовірні.

Одним із способів поляризації світла є відбивання і заломлення його на межі поділу однорідних та ізотропних оптичних середовищ. Нехай плоска природна світлова хвиля падає із середовища з показником заломлення  $n_0$  на межу поділу із середовищем, показник заломлення якого  $n$ . На межі поділу відбувається відбивання і заломлення світла (рис. 5.2). Виберемо осі координат у площині, перпендикулярній до пучка так, щоб вісь  $Oy$  лежала в площині падіння, а  $Ox$  – перпендикулярна до неї. Спроектуємо на них амплітудні значення векторів  $\vec{E}$  з першого квадранта. Як зазначалось, суми проєкцій на ці осі за величинами будуть однаковими. Сума проєкцій на вісь  $Oy$  буде лежати в площині падіння (на рис. 5.2 зображено рисочками), а на вісь  $Ox$  – перпендикулярно до неї (на рис. 5.2 зображено крапками). Коливання, перпендикулярні до площини падіння, є паралельними до межі поділу, а ті, що лежать у площині падіння, утворюють з нею кут. Такі світлові хвилі по-різному відбиваються і заломлюються. Теоретично обґрунтовано, що закони відбивання і заломлення однакові для будь-якої поляризації падаючої хвилі. У той же час амплітуди відбитої і заломленої хвиль залежать від поляризації падаючої хвилі. Кількісні співвідношення для амплітуд відбитого і заломленого світла з коливаннями в площині падіння і перпендикулярній до неї встановив О. Френель. Ці співвідношення називають *формулами Френеля*. Вони мають вигляд

$$I_{\parallel} = \frac{I_0 \operatorname{tg}^2(i-r)}{2 \operatorname{tg}^2(i+r)}, \quad I_{\perp} = \frac{I_0 \sin^2(i-r)}{2 \sin^2(i+r)}, \quad (5.2)$$

де  $I_0$ ,  $I_{\parallel}$  і  $I_{\perp}$  – відповідно інтенсивність падаючого природного світла, інтенсивність відбитого світла, коливання вектора  $\vec{E}$  якого відбувається

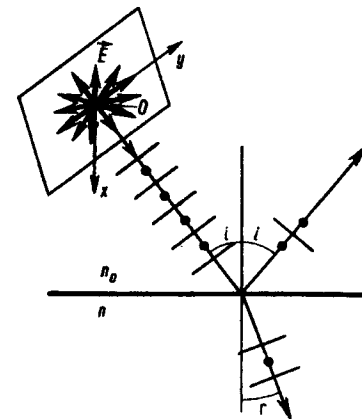


Рис. 5.2

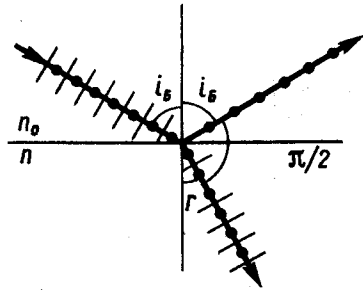


Рис. 5.3

$$\frac{\sin i_B}{\sin r} = \frac{n}{n_0}, \text{ а } r = \frac{\pi}{2} - i_B, \text{ то } \frac{\sin i_B}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - i_B\right)} = \frac{n}{n_0} \text{ або } \operatorname{tg} i_B = n/n_0. \quad (5.3)$$

Співвідношення (5.3) виражає закон Брюстера. Легко показати, що при падінні світла під кутом Брюстера відбитий і заломлений промені взаємно перпендикулярні. Відбивання під кутом Брюстера дає змогу одержати лінійно поляризоване світло, однак його інтенсивність невелика і для скла ( $n = 1,5$ ) дорівнює близько 15 %, тобто основна його частина поширюється в напрямі заломлення хвилі, яка поляризована не повністю. Для збільшення ступеня поляризації заломлених хвиль їх треба пропустити крізь стопу скляних пластинок. Так, для  $i = i_B$  стопа з десяти скляних пластинок дає змогу одержати майже стовідсоткову поляризацію заломлених хвиль.

**Приклад 5.1.** Визначити за допомогою формул Френеля коефіцієнт відбивання світла на межі повітря – скло при майже нормальному його падінні ( $i \approx 0$ ).

Розв'язання. Коефіцієнт відбивання  $\rho$  визначається як відношення інтенсивності відбитого світла до інтенсивності падаючого, тобто

$$\rho = \frac{I_{\parallel} + I_{\perp}}{I_0}.$$

Використовуючи формули Френеля, маємо

$$\rho = \frac{I_0 \frac{\sin^2(i-r)}{2 \sin^2(i+r)} + I_0 \frac{\operatorname{tg}^2(i-r)}{2 \operatorname{tg}^2(i+r)}}{I_0}.$$

Оскільки світло падає майже нормально, то кути падіння і заломлення можна вважати досить малими. За такої умови, замінивши тангенси синусами, одержимо

в площині падіння, та інтенсивність відбитого світла, для якого коливання вектора  $\vec{E}$  перпендикулярні до цієї площини;  $i$  та  $r$  – відповідно кут падіння і заломлення.

З формули (5.2) видно, що коли  $i+r = \pi/2$ , то  $\operatorname{tg}(i+r) = \infty$  і  $I_{\parallel} = 0$ . Кут  $i_B$  (рис. 5.3) називають *кутом Брюстера*, або *кутом повної поляризації*, тобто відбите світло буде повністю поляризованим, а коливання вектора  $\vec{E}$  у відбитій хвилі перпендикулярні до площини падіння. Оскільки

$$\rho = \left(\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}\right)^2 = \left(\frac{\sin i \cos r - \cos i \sin r}{\sin i \cos r + \cos i \sin r}\right)^2 \approx \left(\frac{\sin i - \sin r}{\sin i + \sin r}\right)^2 = \frac{(\sin i / \sin r - 1)^2}{(\sin i / \sin r + 1)^2} = \frac{(n/n_0 - 1)^2}{(n/n_0 + 1)^2} = \frac{(n - n_0)^2}{(n + n_0)^2}, \quad (1)$$

тобто

$$\rho = \left(\frac{n - n_0}{n + n_0}\right)^2 = \left(\frac{1,5 - 1}{1,5 + 1}\right)^2 = 0,04 = 4\%.$$

З формули (1) видно, що відбивання світла має місце на межі двох оптичних середовищ, для яких  $n - n_0 \neq 0$ .

## § 5.2. Подвійне заломлення променів

При проходженні світла крізь деякі кристали світловий промінь поділяється на два. Це явище називається *подвійним заломленням променів*. Вперше його спостерігав у 1669 р. Е. Бартоліні (1625–1698) при проходженні світла крізь кристал ісландського шпату. Явище подвійного заломлення променів стало експериментальним підтвердженням поляризації світла. Встановлено, що промені, які виходять із кристала, паралельні між собою і до падаючого променя. Поділ променя на два відбувається навіть при нормальному його падінні на природну грань кристала. Один із променів є продовженням падаючого, а другий при проникненні в кристал відхиляється на якийсь кут (рис. 5.4). Перший промінь лежить у площині падіння променя, і показник заломлення для нього не залежить від кута падіння, тобто швидкість його поширення в кристалі не залежить від напрямку. Тому цей промінь називають *звичайним* і на рисунках його позначають буквою  $o$ . Другий промінь не лежить у площині падіння променя, і відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення залежить від кута падіння, тобто швидкість його поширення в кристалі залежить від напрямку поширення. Цей промінь називають *незвичайним* і на рисунках позначають буквою  $e$ . Встановлено, що звичайний і незвичайний промені мають однакові інтенсивності, лінійно поляризовані, площини їх коливань взаємно перпендикулярні.

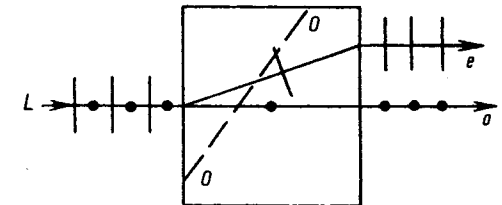


Рис. 5.4

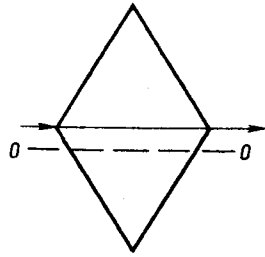


Рис. 5.5

У кристалі ісландського шпату існує єдиний напрям, уздовж якого подвійного заломлення променів не відбувається, тобто показники заломлення для обох променів однакові. Цей напрям називається *оптичною віссю кристала*, а такий кристал – *одновісним*. Зазначимо, що оптична вісь – це певний напрям у кристалі, а не якийсь вибраний відрізок у ньому. Кристали ісландського шпату мають ґратку гексагонального типу. Напрямок його оптичної осі  $OO'$  паралельний діагоналі, що з'єднує тупі кути ромбоєдра (рис. 5.5).

Поняття “звичайні” і “незвичайні” промені мають зміст доти, доки промені поширюються в кристалі, а за його межами відмінність між ними існує тільки в орієнтації площини коливань. Площину, що проходить через падаючий промінь і оптичну вісь одновісного кристала, називають його *головним перерізом*, або *головною площиною перерізу*.

Вивчення звичайного і незвичайного променів показало, що вони повністю лінійно поляризовані. Електричний вектор у звичайному промені перпендикулярний до головного перерізу, а в незвичайному – лежить у головному перерізі, тобто площина коливань звичайного променя перпендикулярна до головного перерізу, а площина коливань незвичайного збігається з ним. На рис. 5.4 оптична вісь  $OO'$  і падаючий промінь  $L$  лежать у площині рисунка, з якою збігається головний переріз. Коливання електричного вектора незвичайного променя зображено стрілками, що лежать у цій площині. Оскільки електричний вектор у звичайному промені нормальний до головного перерізу (в даному випадку до площини рисунка), то їх зображено крапками.

У деяких кристалах один з цих променів поглинається більше, ніж інший. Це явище називають *дихроїзмом*. Значний дихроїзм у видимій області спектра мають кристали турмаліну.

Подвійне заломлення властиве для всіх кристалів тригональної і тетрагональної систем (турмалін, кварц та ін.). Для кристалів, що належать до ромбічної, моноклінної та триклінної систем, існує два напрями, уздовж яких не відбувається подвійного заломлення променів. Такі кристали називають *двовісними* (слюда, гіпс, та ін.). У кристалах кубічної системи подвійне заломлення променів не спостерігається.

Якщо один із променів (звичайний або незвичайний) спрямувати на одновісний кристал, то для умови, коли кут між площиною коливань і головним перерізом  $0 < \alpha < \pi/2$ , також відбувається подвійне заломлення променя. Отже, воно має місце при падінні на кристал як природного, так і лінійно поляризованого світла. Відмінність полягає у тому, що в першому випадку за відсутності дихроїзму інтенсивності обох променів однакові, а в другому – інтенсивності залежать від кута між площинами коливань падаючого світла і головного перерізу кристала.

### § 5.3. Хвильові поверхні в кристалах. Одновісні кристали

Середовища, фізичні властивості яких залежать від напрямку, називають *анізотропними*. Як відомо, для електрично ізотропного середовища вектор напруженості електричного поля  $\vec{E}$  і вектор електричної індукції  $\vec{D}$  паралельні й між ними існує зв'язок  $\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$  ( $\epsilon$  – діелектрична проникність). В анізотропних тілах діелектрична проникність залежить від напрямку дії електричного поля  $\vec{E}$ . У будь-якому анізотропному тілі існує три напрями, для яких вектори  $\vec{D}$  і  $\vec{E}$  паралельні. Ці напрями називають *головними осями анізотропного діелектрика*. Систему координат, осі якої збігаються з цими напрямками, називають *системою діелектричних осей*. Значення діелектричних проникностей у цих напрямках  $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$  називають *головними значеннями діелектричної проникності кристала*. Коли  $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z$ , то середовище буде *ізотропним*. Для загального випадку, коли  $\epsilon_x \neq \epsilon_y \neq \epsilon_z$ , вектори  $\vec{D}$  і  $\vec{E}$  не паралельні (рис. 5.6). В ізотропних середовищах швидкість світла не залежить від напрямку поширення, і поверхня, до якої поширюються хвилі за певний проміжок часу, буде сферичною. Оскільки фронт хвилі в кожній точці визначається площиною, дотичною до хвильової поверхні, а нормаль до цієї площини визначає напрям поширення хвилі, то для ізотропного середовища нормаль до хвильової поверхні  $\vec{N}$  збігається з променем  $\vec{S}$ , який визначає напрям поширення світлової енергії (рис. 5.7, а).

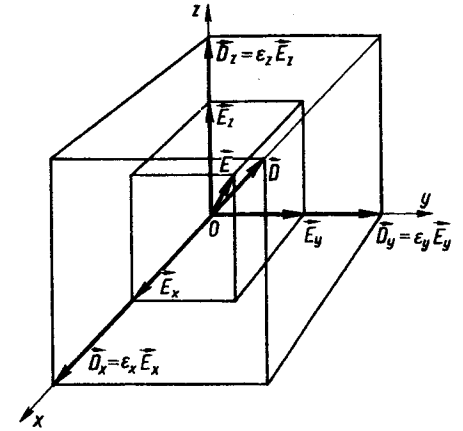


Рис. 5.6

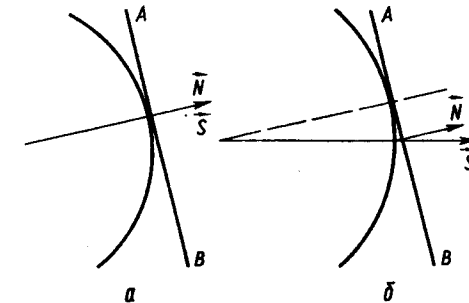


Рис. 5.7

Відповідь на питання про характер поширення світла в анізотропному середовищі дає розв'язок системи рівнянь Максвелла для немагнітних анізотропних діелектриків. З них

випливає, що швидкість поширення світла в анізотропних середовищах залежить від напрямку, хвильова поверхня не сферична, а нормаль до неї  $\vec{N}$  і промінь  $\vec{S}$  не збігаються (рис. 5.7, б). Це зумовлює необхідність відрізняти напрям поширення фази (нормаль  $\vec{N}$ ) від напрямку поширення енергії світлової хвилі (промінь  $\vec{S}$ ). Швидкість поширення в даному напрямі характеризують швидкостями вздовж нормалі (фазова швидкість) і вздовж променя (променева швидкість). Перша з них дорівнює проекції променевої швидкості на напрям хвильової нормалі. З розв'язків рівнянь Максвелла випливає також, що для кожного напрямку в кристалі можуть поширюватись дві лінійно поляризовані хвилі, швидкості яких різні. Обидві хвилі поперечні відносно векторів  $\vec{D}$ . Очевидно, кожному напрямку поширення і певній орієнтації площини коливань відповідатиме свій показник заломлення. Залежність його від поляризації хвилі й зумовлює поділ променя при проходженні крізь анізотропні середовища, тобто приводить до подвійного заломлення променів. Поширення світлової хвилі в анізотропному середовищі можна вивчати на основі аналізу залежності величин швидкості вздовж нормалі та вздовж променя для різних напрямів у кристалі, можна побудувати допоміжні поверхні, які графічно характеризують поширення світла в даному кристалі. Картину подвійного заломлення променів у кристалах графічно зображають за допомогою хвильових поверхонь або поверхонь нормалей. Нехай з деякої точки всередині кристала поширюється світло в усіх напрямках. У будь-якому напрямі, як уже відмічалось, поширюються дві лінійно поляризовані хвилі з різними швидкостями. Позначимо променевої швидкості цих хвиль у даному напрямі  $v'_s$  і  $v''_s$ . За час  $t$  в усіх напрямках від точки випромінювання кінці відрізків  $v'_s t$  і  $v''_s t$  утворюють геометричні місця точок, так звану *хвильову*, або *променево*, *поверхню*. Аналогічним шляхом можна знайти поверхню нормалей як геометричне місце точок, що являють собою кінці відрізків, рівних для заданих напрямів  $v'_N t$  і  $v''_N t$  ( $v'_N$  і  $v''_N$  – відповідно швидкості в напрямі нормалі  $N$ ).

Для одновісних кристалів дві із трьох головних швидкостей рівні між собою, і хвильові поверхні становлять сукупність еліпсоїда обертаня та сфери, які дотикаються у двох точках, розміщених на оптичній осі. Якщо  $v_o > v_e$  (рис. 5.8, а), то еліпсоїд обертаня (променево поверхня незвичайного променя) знаходиться всередині сфери. У такого кристала  $n_o < n_e$  і його називають *додатним*. Для *від'ємного* кристала  $n_o > n_e$ ,  $v_o < v_e$  (рис. 5.8, б) і сфера розміщена всередині еліпсоїда обертаня. Виникнення хвильових поверхонь у вигляді сфери для звичайного променя і у вигляді еліпсоїда обертаня для незвичайного якісно можна пояснити за допомогою схем (рис. 5.9, а і б), на яких зображено переріз кристала, що збігається з площиною рисунка. Напрямок осі показано штриховими лініями  $OO'$ ;  $c$  – уявне точкове джерело світла.

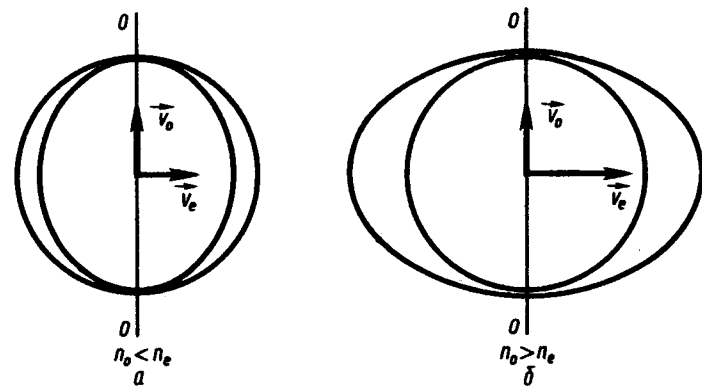


Рис. 5.8

На рис. 5.9, а лініями  $ca_1$ ,  $ca_2$ ,  $ca_3$  зображено напрями поширення звичайного променя, електричний вектор якого коливається перпендикулярно до оптичної осі. При цьому всі напрями для поширення променя еквівалентні, що й зумовлює хвильову поверхню сферичної форми.

Іншою буде картина для незвичайного променя, коливання електричного вектора якого лежать у площині рисунка. Для напрямку  $ca_1$  (рис. 5.9, б) коливання перпендикулярні до оптичної осі, для променя  $ca_2$  – паралельні, а для променя  $ca_3$  – проміжні. Оскільки швидкості поширення для цих променів різні, то хвильова поверхня має вигляд еліпсоїда обертаня. Розміщення поверхні еліпсоїда обертаня відносно сферичної хвильової поверхні залежить від співвідношення між швидкостями поширення звичайного і незвичайного променів (рис. 5.8, а і б).

Характер поширення світлової хвилі в анізотропних середовищах, тобто подвійне заломлення променів, уперше пояснив Х. Гюйгенс. Його теорія базувалась на припущенні про наявність у хвилі в кристалі двох

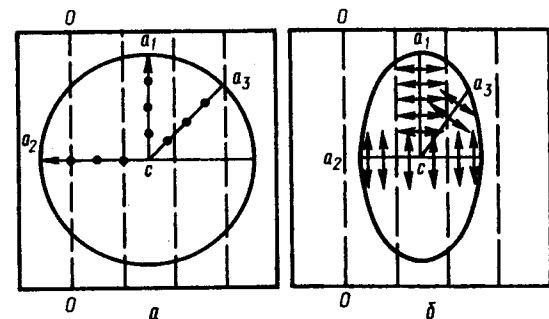


Рис. 5.9

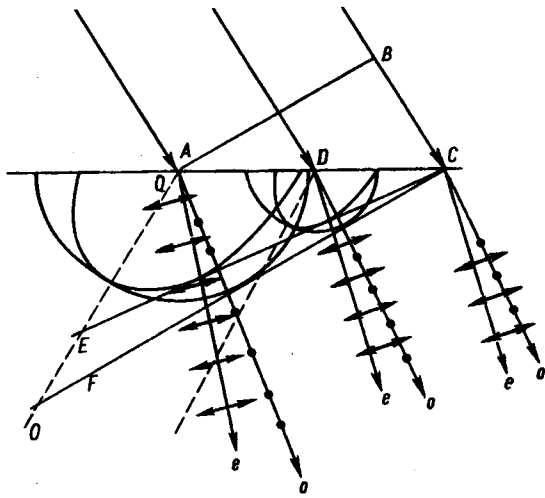


Рис. 5.10

хвильових поверхонь. Оскільки звичайна хвиля поширюється в усіх напрямках з однаковою швидкістю, то їй відповідає сферична хвильова поверхня. Швидкість незвичайної хвилі залежить від напрямку поширення. Вона збігається за величиною з швидкістю поширення звичайної хвилі в напрямку оптичної осі кристала і має найбільшу відмінність для напрямку, перпендикулярного до оптичної осі. Користуючись принципом Гюйгенса, можна знайти шляхи поширення звичайного і незвичайного променів. За принципом Гюйгенса, кожна точка, якої досягає світлове збурення, являє собою точкове джерело вторинних хвиль, огинаюча яких визначає фронт відповідних хвиль. Уявлення про сферичні і еліптичні хвильові поверхні дають змогу побудувати звичайну і незвичайну хвилі в анізотропному середовищі. Розглянемо деякі окремі випадки.

1. Головний переріз додатного кристала лежить у площині рисунка. Оптична вісь  $OO'$  з поверхнею кристала утворює гострий кут. На кристал падає плоска хвиля, фронт якої  $AB$  (рис. 5.10). За час, поки промінь з точки  $B$  досягне точки  $C$ , в кристалі з точки  $A$  виникнуть сферична та еліпсоїдальна хвильові поверхні. Із проміжних точок, які лежать на поверхні кристала між  $A$  і  $C$ , також утворяться подібні поверхні, але менших розмірів. Згідно з принципом Гюйгенса, прями  $CE$  і  $CF$ , які дотикаються відповідно до еліпсоїдальної та сферичної поверхонь, являтимуть собою фронт незвичайної і звичайної хвилі. Промені  $Ao$  і  $Do$  – звичайні, вони нормальні до хвильового фронту; промені  $Ae$  і  $De$  – незвичайні, вони не перпендикулярні до хвильового фронту. Для даного випадку напрями поширення променів і напрями поширення хвильових фронтів звичайної і незвичайної хвилі різні.

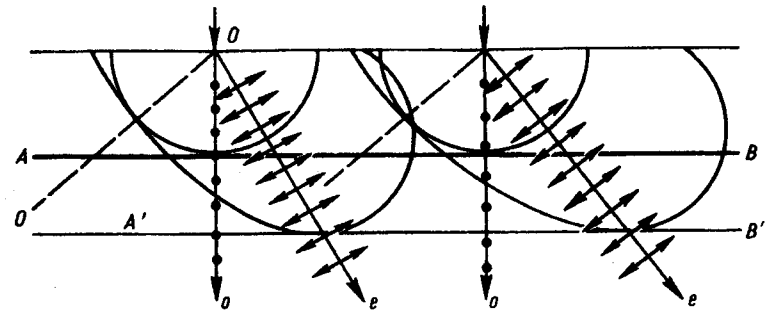


Рис. 5.11

2. Головний переріз від'ємного кристала збігається з площиною рисунка, оптична вісь  $OO'$  утворює з поверхнею кристала гострий кут, плоска хвиля падає нормально (рис. 5.11). Шляхом аналогічних побудов знаходимо миттєве розміщення хвильового фронту звичайної хвилі  $AB$  і незвичайної  $A'B'$  та напрями поширення відповідних променів. З рис. 5.11 видно, що напрями хвильових фронтів збігаються, а напрями поширення звичайного і незвичайного променів ні. Зауважимо, що для звичайної хвилі напрями поширення хвильового фронту і променя завжди збігаються.

## § 5.4. Поляризатори і аналізатори

Подвійне заломлення променів у кристалі дає можливість поляризувати природне світло. Вище були описані методи одержання лінійно поляризованого світла, коли природне світло падає на межу двох ізотропних прозорих діелектриків під кутом Брюстера. Відбитий промінь і промінь, що проходить крізь стопу близько десятка скляних плоскопаралельних пластинок, будуть повністю лінійно поляризованими. Однак інтенсивність таких променів незначна, тому ці методи одержання поляризованого світла тепер використовуються рідко. Для виготовлення різних поляризаційних пристроїв широко застосовуються анізотропні речовини із значною відмінністю між показниками заломлення звичайного і незвичайного променів. Цій умові найбільше відповідає кристал ісландського шпату, для якого  $n_o = 1,658$  і  $n_e = 1,486 \leq n_e \leq 1,658$  ( $\lambda = 0,5893$  мкм).

Здебільшого поляризаційні прилади складаються з комбінацій призм. Вони пропускають лише один з поляризованих світлових пучків або просторово поділяють падаючий пучок світла на два. Площини коливань їх взаємно перпендикулярні.

Перша поляризаційна призма була виготовлена в 1828 р. У. Ніколем (1768–1851). Скорочено таку призму називають ніколь. Вона

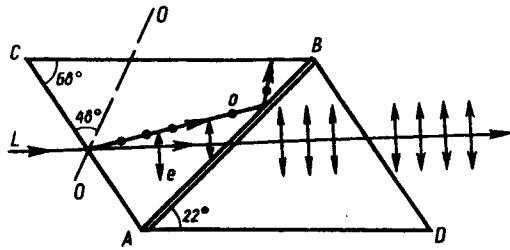


Рис. 5.12

які потім склеюють канадським бальзамом уздовж цієї площини. Оптична вісь  $OO'$  спрямована під кутом  $48^\circ$  до вхідної грані  $AC$ . Природний промінь  $L$  при падінні на грань  $AC$  внаслідок подвійного заломлення поділяється на звичайний  $o$  і незвичайний  $e$  промені. При певному виборі кутів призми звичайний промінь падає на шар бальзаму під кутом  $76^\circ 21'$ , який більший за граничний, зазнає повного відбивання, падає на почорнену грань  $CB$  і нею поглинається. Незвичайний промінь виходить із призми паралельно грані  $CB$ . Площина коливань його збігається з головним перерізом (у нашому випадку з площиною рисунка).

Призма Ніколя відіграла в оптиці значну роль, однак ряд її недоліків спричинив створення досконаліших приладів. Так, одним з недоліків є те, що вхідні і вихідні грані мають деякий нахил. Це зумовлює зміщення променя, який виходить із призми, по відношенню до променя, що входить. Існує значна кількість поляризаційних призм із ісландського шпату (призми Глана – Фуко, Глазенбрука, Тейлора, Глана, Глана – Томпсона, Гартнака – Празмовського, Франка – Ріттера, Арсена та ін.).

Поляризаційні призми незамінні в дослідженні ультрафіолетової ділянки спектра та при роботі з потоками світла великих інтенсивностей.

Явище дихроїзму використовується також для створення поляризаторів, які називають *поляроїдами*. Вони являють собою тонку (близько  $0,05$  мм) плівку, розташовану між пластинками із скла, оргскла або плівками з ацетилцелюлози для захисту від механічних пошкоджень та дії вологи. Так, плівка завтовшки  $0,1$  мм, на яку нанесено кристалики герпатиту, повністю поглинає один із променів.

Прилади, за допомогою яких аналізують ступінь поляризації світла, називають *аналізаторами*. Роль аналізаторів виконують ті прилади, за допомогою яких одержують лінійно поляризоване світло. Будь-який поляризатор може бути аналізатором і навпаки.

Оскільки в природному світлі будь-які напрями коливання вектора  $\vec{E}$  окремих цугів випромінювання рівномірні, то після проходження природного світла крізь аналізатор його інтенсивність  $I_a$  не зазнає зміни при обертанні аналізатора навколо напрямку падаючого променя, тобто

складається з двох призм із ісландського шпату, склеєних канадським бальзамом ( $n = 1,550$ ) уздовж діагональної площини  $AB$  (рис. 5.12). Кристал ісландського шпату, якому надають форму нахиленої чотирикутної призми, розрізають по діагональній площині  $AB$  на дві частини,

$$I_a = \frac{1}{2} k_a I_0,$$

де  $I_0$  – інтенсивність падаючого природного світла на аналізатор;  $k_a$  – коефіцієнт пропускання лінійно поляризованого світла аналізатором.

Якщо світло, що падає на аналізатор, поляризоване частково, то обертання аналізатора навколо напрямку падаючого променя зумовить зміну  $I_a$ . При цьому значення  $I_a$  залежатиме від орієнтації площини головного перерізу відносно напрямку, в якому ступінь поляризації світла має максимальне значення.

Якщо на аналізатор падає лінійно поляризоване світло інтенсивністю  $I_p$ , одержане за допомогою поляризатора  $P$ , то інтенсивність світла, що проходить крізь аналізатор  $I_a$ , пропорційна значенню  $I_p$  і залежить від кута між головними перерізами аналізатора  $A$  і поляризатора  $P$  (рис. 5.13). Нехай  $E_p$  – амплітуда електричного вектора лінійно поляризованого променя, що виходить із поляризатора. При вході в аналізатор він поділиться на два лінійно поляризованих промені, площини коливань яких взаємно перпендикулярні. Амплітуди вектора напруженості електричного поля цих променів відповідно будуть

$$E_1 = E_p \sin \alpha, \quad E_2 = E_p \cos \alpha.$$

Оскільки аналізатор пропускає коливання електричного вектора, що лежать у головному перерізі, а інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди  $E_2$ , то

$$I_a = I_p \cos^2 \alpha. \quad (5.4)$$

Враховуючи те, що аналізатор не абсолютно прозорий, виразу (5.4) надаємо вигляду

$$I_a = k_a I_p \cos^2 \alpha. \quad (5.5)$$

Співвідношення (5.4) і (5.5) виражають *закон Малюса*.

**Приклад 5.2.** Частково поляризоване світло проходить крізь поляризатор. При повертанні його на  $60^\circ$  від положення, якому відповідає максимальна інтенсивність, інтенсивність зменшується вдвічі. Нехтуючи поглинанням і відбиванням світла поляризатором, визначити: відношення інтенсивностей природного і лінійного поляризованого світла; ступінь поляризації світла.

**Розв'язання.** При першому положенні поляризатора, якому відповідає максимальна інтенсивність світла, крізь нього повністю проходить раніше поляризоване світло, інтенсивність якого  $I_n$ , та поляризоване світло, інтенсивність якого дорівнює половині інтенсивності природного світла  $I_0$ . Сумарна інтенсивність світла, що проходить крізь поляризатор,

$$I_1 = I_n + 0,5 I_0.$$

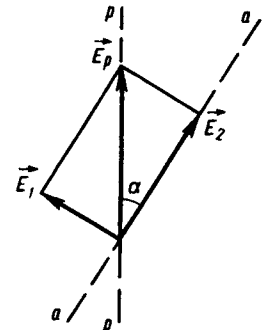


Рис. 5.13

При повертанні поляризатора на кут  $\alpha$  інтенсивність світла, що проходить,

$$I_2 = I_n \cos^2 \alpha + 0,5 I_0 = 0,25 I_n + 0,5 I_0.$$

Оскільки  $I_2 = 0,5 I_1$ , то  $0,25 I_n + 0,5 I_0 = 0,5 I_n + 0,25 I_0$ . Тоді маємо  $I_n = I_0$  і  $I_n/I_0 = 1$ .

Ступінь поляризації визначається відношенням інтенсивності поляризованого світла до загальної інтенсивності світла, тобто

$$\Delta = \frac{I_s - I_p}{I_s + I_p},$$

де  $I_s$  і  $I_p$  – максимальна і мінімальна інтенсивності у двох взаємно перпендикулярних напрямках.

Максимальне значення інтенсивності дорівнює  $I_s = I_1 = 1,5 I_n$ . Мінімальне значення інтенсивності при повертанні поляризатора на  $90^\circ$   $I_p = 0,5 I_0 = 0,5 I_n$ . Отже,  $\Delta = 0,5$ .

### § 5.5. Еліптична і колова поляризації

Природне світло є сукупністю елементарних лінійно поляризованих хвиль будь-яких орієнтацій їх площин коливань відносно променя. Такі елементарні хвилі випромінюються різними незалежними атомами джерела світла, тобто вони некогерентні. При падінні на одновісний кристал природне світло поділяється на два пучки лінійно поляризованого світла, площини коливань яких взаємно перпендикулярні (звичайний і незвичайний промені). Від кожної елементарної хвилі падаючого світла утвориться в загальному випадку дві елементарні хвилі (звичайна і незвичайна), амплітуди коливань електричного вектора яких залежать від кута  $\alpha$  між площиною коливань елементарної хвилі й головним перерізом кристала. Якщо  $\alpha = 0$ , то в кристалі поширюватиметься тільки незвичайна хвиля, а для  $\alpha = \pi/2$  – звичайна. Отже, звичайна і незвичайна хвилі, породжені різними елементарними хвилями, що входять до складу падаючого на кристал природного світла, некогерентні.

Якщо на одновісний кристал падає лінійно поляризоване світло, то звичайні і незвичайні хвилі, що при цьому виникають, когерентні, оскільки співвідношення між амплітудами електричного вектора звичайного і незвичайного променів для будь-якої елементарної хвилі залежать тільки від кута  $\alpha$ . Розглянемо взаємодію двох когерентних лінійно поляризованих хвиль, що поширюються в одному напрямі, площини коливань яких взаємно перпендикулярні. Практично це реалізується за допомогою поляризатора  $P$ , на який падає природне світло від джерела  $S$ , і кристалічної пластинки, вирізаної з одновісного кристала, бічна грань якої паралельна оптичній осі (рис. 5.14). Пластинка  $K$  розміщена так, що лінійно поляризоване світло падає на

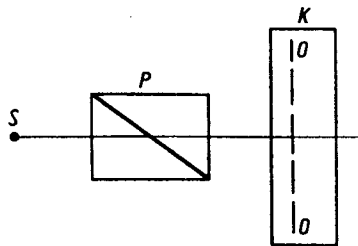


Рис. 5.14

неї перпендикулярно. Якщо площина коливань світла, що виходить із поляризатора, утворює з оптичною віссю пластинки кут  $0 < \alpha < \pi/2$ , то в пластинці поширюватимуться звичайний і незвичайний промені в напрямі падаючого променя. Нехай  $E$  – амплітудне значення електричного вектора падаючого на пластинку променя (рис. 5.15), тоді амплітуди електричних векторів звичайного і незвичайного променів

$$E_{oi} = E \sin \alpha; \quad E_{ei} = E \cos \alpha. \quad (5.6)$$

Після проходження пластинки  $K$  завтовшки  $d$  зсув фаз між коливаннями звичайного і незвичайного променів

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) d. \quad (5.7)$$

Враховуючи формули (5.6) і (5.7), можна записати співвідношення для векторів напруженості електричного поля звичайного і незвичайного променів:

$$E_e = E_{ei} \cos \omega t = E \cos \alpha \cos \omega t; \quad (5.8)$$

$$E_o = E_{oi} \cos(\omega t - \delta) = E \sin \alpha \cos(\omega t - \delta).$$

Щоб знайти результуюче коливання вектора електричного поля при додаванні двох взаємно перпендикулярних коливань, визначимо з першого рівняння системи (5.8)  $\cos \omega t$  і підставимо його в друге рівняння

$$\frac{E_o}{E_{oi}} = \frac{E_e}{E_{ei}} \cos \delta + \sin \omega t \sin \delta, \quad \sin \omega t = \sqrt{1 - \left(\frac{E_e}{E_{ei}}\right)^2};$$

$$\frac{E_o}{E_{oi}} - \frac{E_e}{E_{ei}} \cos \delta = \sqrt{1 - \left(\frac{E_e}{E_{ei}}\right)^2} \sin \delta. \quad (5.9)$$

Піднесемо до квадрата рівняння (5.9)

$$\frac{E_o^2}{E_{oi}^2} + \frac{E_e^2}{E_{ei}^2} - 2 \frac{E_o E_e}{E_{oi} E_{ei}} \cos \delta = \sin^2 \delta. \quad (5.10)$$

Співвідношення (5.10) є рівнянням еліпса, довільно орієнтованого відносно осей  $Ox$  і  $Oy$ . Отже, при додаванні коливань, зумовлених лінійно поляризованими світловими хвилями, що поширюються в одному напрямі, площини коливань яких взаємно перпендикулярні, одержуємо світлову хвилю, в якій проекція кінця електричного вектора на

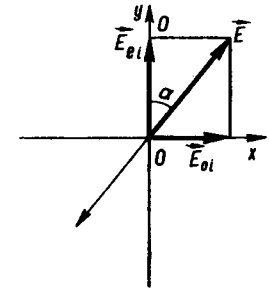


Рис. 5.15

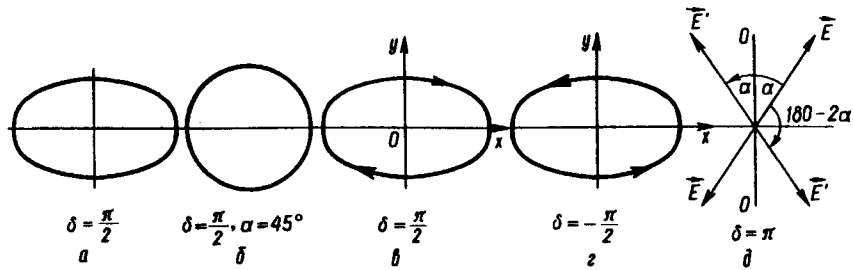


Рис. 5.16

площину, перпендикулярну до напрямку поширення світла, описує еліпс. Така хвиля називається *еліптично поляризованою*. У загальному випадку лінійно поляризоване монохроматичне світло після проходження крізь пластинку з одновісного кристала перетворюється в еліптично поляризоване. Форма еліпса і його орієнтація відносно осей залежать від значень  $\alpha$  і  $\delta$ . Розглянемо такі випадки.

1. Зсув фаз між променями, що виходять із пластинки, дорівнює  $\pi/2$ . З виразу (5.7) випливає, що зсув фаз  $\delta = \pi/2$  виникає тоді, коли оптична різниця ходу дорівнює  $\lambda/4$ , тобто

$$(n_o - n_e)d = \lambda/4. \quad (5.11)$$

Така пластинка називається *пластинкою у чверть хвилі*. Зсув фаз  $\delta = \pi/2$  забезпечить також пластинка, товщина якої визначається з рівності

$$(n_o - n_e)d = (m + 1/4)\lambda, \quad (5.12)$$

де  $m$  – ціле число. При виконанні умов (5.11) або (5.12) рівняння (5.10) матиме вигляд

$$\frac{E_o^2}{E_{oi}^2} + \frac{E_e^2}{E_{ei}^2} = 1. \quad (5.13)$$

Співвідношення (5.13) є рівнянням еліпса, орієнтованого відносно головних осей (рис. 5.16, а). Якщо  $\alpha = \pi/4$ , то  $E_{oi} = E_{ei} = E\sqrt{2}/2$ , і еліпс перетворюється в коло. При цьому світло поляризоване по колу. Отже, при додаванні двох когерентних хвиль з однаковими амплітудами, площини коливань яких взаємно перпендикулярні, а зсув фаз дорівнює  $\pi/2$ , одержимо світло, поляризоване по колу (рис. 5.16, б).

Напрямок обертання результуючого вектора залежить від знака кута  $\delta = \pm\pi/2$ . Якщо  $\delta = \pi/2$  (звичайний промінь відстає за фазою від незвичайного на  $\pi/2$ ), то з (5.8) маємо

$$E_e = E_{ei} \cos \omega t, \quad E_o = E_{oi} \sin \omega t. \quad (5.14)$$

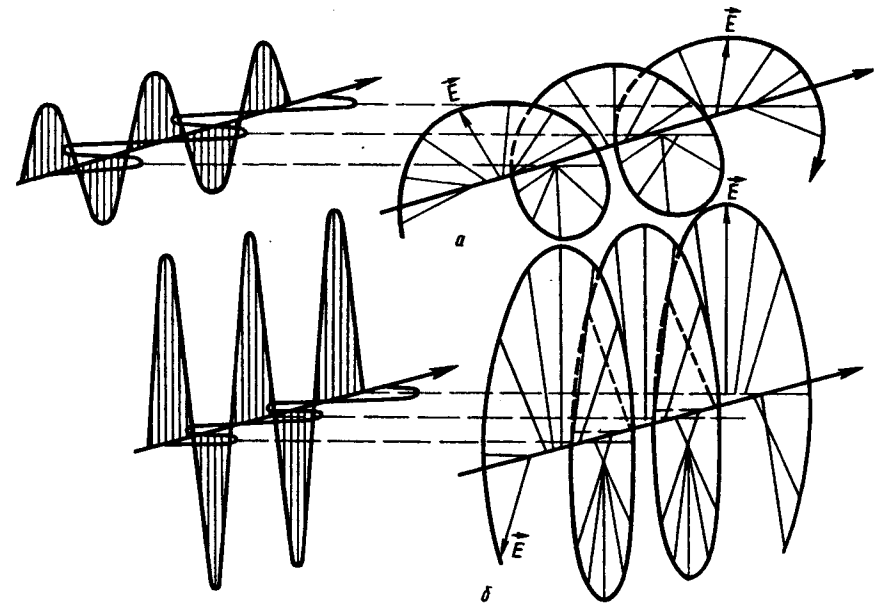


Рис. 5.17

З виразу (5.14) видно, що в момент часу  $t = 0$  маємо  $E_e = E_{ei}$ , а  $E_o = 0$ . Для наступних моментів часу  $t > 0$  величина  $E_o$  зростає, а  $E_e$  зменшується. Отже, обертання результуючого вектора відбуватиметься за годинниковою стрілкою (рис. 5.16, в).

Якщо  $\delta = -\pi/2$  (звичайний промінь випереджає незвичайний за фазою на  $\pi/2$ ), то з (5.8) маємо

$$E_e = E_{ei} \cos \omega t, \quad E_o = -E_{oi} \sin \omega t. \quad (5.15)$$

На основі аналогічного аналізу виразу (5.15) дійдемо висновку, що обертання результуючого вектора здійснюється проти руху стрілки годинника (рис. 5.16, з). Відповідно для  $\delta = \pm\pi/2$  маємо праву і ліву еліптичні поляризації.

Схематично на рис. 5.17 зображено додавання двох взаємно перпендикулярних коливань рівних періодів, зсув фаз між якими  $\delta = \pi/2$ , з однаковими (рис. 5.17, а) та різними (рис. 5.17, б) амплітудами коливань. У першому випадку результуюче коливання буде коловим, а хвиля – поляризована по колу, в другому – результуюче коливання буде у вигляді еліпса, а хвиля – еліптично поляризована.

2. Зсув фаз між променями, що виходять із пластинки, дорівнює  $\pi$ . Товщина пластинки визначається із співвідношення



$$d(n_o - n_e) = \lambda / 2. \quad (5.16)$$

Така пластинка називається *пластинкою в півхвилі*. Зсув фаз на  $\pi$  можна забезпечити також пластинкою, товщина якої визначається із співвідношення

$$(n_o - n_e)d = (m + 1/2)\lambda. \quad (5.17)$$

Для випадку, коли  $\delta = \pi$ , рівняння (5.10) набуває вигляду

$$\frac{E_o}{E_{oi}} + \frac{E_e}{E_{ei}} = 0, \quad (5.18)$$

тобто рівняння (5.10) є рівнянням прямої лінії:

$$E_e = -\frac{E_{ei}}{E_{oi}} E_o, \quad (5.19)$$

звідки випливає, що лінійно поляризоване світло після проходження пластинки в півхвилі залишається лінійно поляризованим. Площина його коливань (рис. 5.16,  $\delta$ ) утворює з оптичною віссю пластинки кут  $-\alpha$ , тобто електричний вектор змінює напрям коливань на кут  $180^\circ - 2\alpha$  (відрахунок кута за рухом стрілки годинника) або на кут  $2\alpha$  (відрахунок кута проти руху стрілки).

3. Зсув фаз між променями, що виходять із пластинки, дорівнює  $2\pi$ . Таку різницю фаз зумовлює пластинка, товщина якої визначається із співвідношень

$$(n_o - n_e)d = \lambda \text{ або } d(n_o - n_e) = m\lambda. \quad (5.20)$$

Така пластинка називається *пластинкою в одну довжину хвилі*.

Якщо  $\delta = 2\pi$ , то рівняння (5.10) має вигляд

$$\frac{E_o}{E_{oi}} - \frac{E_e}{E_{ei}} = 0, \quad (5.21)$$

тобто рівняння (5.10) також є рівнянням прямої лінії:

$$E_e = \frac{E_{ei}}{E_{oi}} E_o, \quad (5.22)$$

звідки випливає, що лінійно поляризоване світло після проходження пластинки в одну довжину хвилі буде також лінійно поляризованим без зміни орієнтації площини коливань.

## § 5.6. Аналіз поляризованого світла

Поляризаційні прилади не дають змоги відрізнити поляризоване по колу світло від природного, а також еліптично поляризоване від частково поляризованого. Якщо пропускати крізь поляризатор поляризоване по колу або природне світло й обернути його навколо осі, яка збігається з напрямом променя, то інтенсивність світла, що проходить крізь поля-

ризатор, в обох випадках не змінюватиметься. Якщо ж пропускати еліптично або частково поляризоване світло, то при обертанні поляризатора в обох випадках інтенсивність світла, що проходить, плавно змінюватиметься від максимуму до відмінного від нуля мінімуму. Оскільки в еліптично поляризованому або поляризованому по колу світлі зсув фаз між коливаннями електричних векторів лінійно поляризованих променів, площини коливань яких взаємно перпендикулярні, дорівнює  $\pi/2$ , то пластинка в чверть хвилі, розташована на шляху такого променя, зумовить додатковий зсув фаз  $\pm\pi/2$ . Результуючий зсув фаз дорівнюватиме 0 або  $\pi$ , тобто еліптична або колова поляризація перетвориться в лінійну.

Для встановлення лінійно поляризованого світла досить використати поляризаційний пристрій, здатний давати повністю лінійно поляризоване світло. Для цього крізь поляризатор пропускають світло й обертають його навколо променя. Якщо при деякому положенні поляризатора інтенсивність світла, що проходить крізь нього, дорівнює нулю, то світло було лінійно поляризованим.

Аналіз будь-якого поляризованого світла можна провести за допомогою аналізатора і пластинки у чверть хвилі. Для цього на шляху світлового променя встановлюють аналізатор і повільно обертають його навколо променя. Якщо інтенсивність не змінюється ні за наявності, ні за відсутності пластинки у чверть хвилі, то світло природне. Якщо ж за її відсутності інтенсивність не змінюється, а за наявності з'являються максимуми і мінімуми, то світло поляризоване по колу. При цьому можливі такі випадки: а) інтенсивність у мінімумі дорівнює нулю – світло повністю поляризоване по колу; б) інтенсивність змінюється, але не дорівнює нулю в мінімумі – світло складається з природного і поляризованого по колу.

Якщо за відсутності пластинки інтенсивність змінюється від мінімуму, відмінного від нуля, до максимуму, то можливі такі три випадки.

1. Світло еліптично поляризоване. Для його аналізу на шляху променя перед поляризатором розміщують пластинку у чверть хвилі. Обертають пластинку навколо променя так, щоб її вісь була паралельною одній з головних осей еліпса. Після проходження крізь пластинку світло перетворюється в лінійно поляризоване, що можна легко виявити, обертаючи поляризатор навколо променя.

2. Світло складається з природного і лінійно поляризованого. На шляху променя розміщують поляризатор і обертають навколо променя встановлюють його на мінімум інтенсивності світла, що проходить. Потім перед поляризатором ставлять пластинку у чверть хвилі. Обертаючи пластинку і поляризатор, знову досягають мінімуму інтенсивності. Якщо мінімум інтенсивності спостерігається при попередньому розміщенні поляризатора або при його повороті на  $180^\circ$ , то світло складається з природного і лінійно поляризованого.

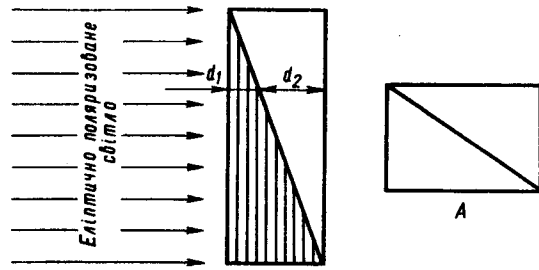


Рис. 5.18

3. Світло складається з природного і еліптично поляризованого. Для його аналізу проводять операції в тій самій послідовності, що й у попередньому прикладі. Якщо мінімум інтенсивності спостерігається при повертанні поляризатора на деякий кут від його початкового положення, то таке світло буде сумішшю природного й еліптично поляризованого.

Напрямок обертання електричного вектора в еліптично поляризованому світлі також можна встановити за допомогою пластинки у чверть хвилі. Для цього треба знати показники заломлення звичайного і незвичайного променів у кристалічній пластинці. Для встановлення напрямку обертання електричного вектора розміщують поляризатор і пластинку так, щоб напрям пропускання поляризатора збігався з оптичною віссю пластинки. Обертання поляризатора праворуч вважатимемо додатним, ліворуч – від’ємним, коли дивитись проти напрямку поширення світла, що виходить з нього. Якщо знак кристала збігається зі знаком обертання поляризатора, то обертання електричного вектора відбувається ліворуч, для протилежного випадку – праворуч.

Для встановлення форми та орієнтації еліпса відносно довільного напрямку в еліптично поляризованому світлі треба скористатись приладами, за допомогою яких можна скомпенсувати до нуля або доповнити до  $\pi$  будь-який зсув фаз між коливаннями у взаємно перпендикулярних напрямках векторів напруженості електричного поля. Такі прилади називаються *компенсаторами*. Широко застосовуються компенсатори Бабіне і Солейля. Компенсатор Бабіне має два клини з одновісного кристала (кварцу). Оптичні осі клинів взаємно перпендикулярні (рис. 5.18), внаслідок чого звичайний промінь у першому клині стає незвичайним у другому і навпаки. При проходженні світла крізь клини в певному місці, де їх товщини  $d_1$  і  $d_2$ , виникає додаткова різниця ходу між звичайним і незвичайним променями, яка дорівнює

$$\Delta = (n_o - n_e)d_1 + (n_e - n_o)d_2 = (n_o - n_e)(d_1 - d_2), \quad (5.23)$$

де  $d_1$  і  $d_2$  – товщина відповідно першого і другого клинів у місцях перетину їх променів.

Додаткова різниця ходу променів зумовлює додатковий зсув фаз

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e)(d_1 - d_2).$$

Якщо в компенсаторі з кварцу (додатний кристал  $n_e > n_o$ ) світло проходить по лінії, де  $d_1 < d_2$ , то додатковий зсув фаз додатний, а де  $d_1 > d_2$  – від’ємний. В еліптично поляризованому світлі після проходження крізь певні місця компенсатора з’явиться додатковий зсув фаз, який доповнить різницю фаз між коливаннями векторів напруженості електричного поля, паралельних головним площинам клинів компенсатора, до  $\pi$ ,  $2\pi$ ,  $4\pi$  і т. д. Внаслідок цього еліптично поляризоване світло перетвориться в лінійно поляризоване, що легко виявити за допомогою аналізатора.

Якщо додатковий зсув фаз доповнює існуючий до  $\pi$ ,  $3\pi$ ,  $5\pi$  і т. д., то світло також перетвориться в лінійно поляризоване.

Світло, що пройшло крізь компенсатор, пропускають крізь аналізатор *A* (див. рис. 5.18) і при обертанні його навколо променя спостерігають ряд рівновіддалених темних і світлих смуг. Знаючи товщину клинів і матеріал, з якого вони виготовлені, можна розрахувати додаткову різницю фаз, тобто визначити їхню різницю в еліптично поляризованому світлі, і цим самим встановити як форму, так і орієнтацію еліпса відносно певного напрямку.

### § 5.7. Інтерференція поляризованого світла

Явище інтерференції поляризованих променів має важливе значення для розвитку вчення про світло і розкриття характеру світлових хвиль. Як експериментально довели О. Френель і Д. Араго, інтерференційна картина не спостерігається при накладанні хвиль, площини коливань яких взаємно перпендикулярні. Вона не спостерігається і тоді, коли два промені, виділені з природного світла, поляризовані у взаємно перпендикулярних площинах і приведені до однієї площини коливань. На основі цих дослідів О. Френель дійшов висновку про поперечний характер світлових хвиль.

Як уже відмічалось, природне світло являє собою сукупність лінійно поляризованих хвиль з довільними орієнтаціями площин коливань світлового вектора відносно променя. Ці елементарні хвилі випромінюються незалежно одна від одної атомами джерела світла, тобто вони некогерентні. При падінні природного світла на одновісний кристал (напрямок падаючого променя не паралельний оптичній осі кристала) в ньому поширюватимуться лінійно поляризовані звичайна і незвичайна хвилі, площини коливань яких взаємно перпендикулярні.

Кожна з елементарних хвиль, що падає на кристал, бере участь в утворенні цих хвиль, але їх вклад в утворенні звичайної і незвичайної

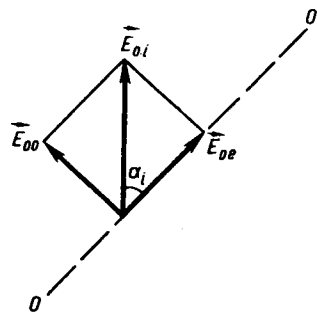


Рис. 5.19

хвиль різний і залежить від кута між площиною коливань елементарної хвилі й головним перерізом кристала. Оскільки орієнтації площин коливань елементарних хвиль по відношенню до напрямку світлового променя рівноймовірні, то елементарна хвиля, площина коливань якої збігається з головним перерізом кристала, збуджує тільки незвичайну хвилю. Якщо ж площина коливань елементарної хвилі перпендикулярна до головного перерізу, то вона збуджує тільки звичайну хвилю. Отже, звичайна і незвичайна хвилі в основному породжуються різними елементарними

хвилями, що входять до складу природного світла. Це означає, що звичайна і незвичайна хвилі, які поширюються в одновісному кристалі при падінні на нього природного світла, некогерентні. Якщо ці хвилі привести до однієї площини коливань, то інтерференційної картини не буде. Відсутність інтерференційної картини в даному випадку розкриває внутрішню поляризаційну мікроструктуру світлових пучків.

Для спостереження інтерференційної картини поляризованих променів треба за допомогою поляризатора з природного променя одержати лінійно поляризоване світло і спрямувати його на одновісний кристал (кут  $\alpha$  між площиною коливань хвиль, що виходять з поляризатора, і головним перерізом кристала  $0 < \alpha < \pi/2$ ). У такому випадку кути  $\alpha_i$  для будь-яких елементарних хвиль, що падають на кристал, однакові й дорівнюють  $\alpha$ . При цьому внесок елементарних хвиль в утворення звичайного і незвичайного променів залежить лише від кута  $\alpha$ , (рис. 5.19). Отже, звичайний і незвичайний промені, що утворюються в одновісному кристалі при падінні на нього лінійно поляризованого світла, когерентні, але площини їх коливань взаємно перпендикулярні, тому інтерферувати вони не будуть. Для їхньої інтерференції потрібно коливання світлових векторів обох хвиль привести до одного напрямку, що здійснюється пропусканням цих променів крізь аналізатор.

Для спостереження інтерференції поляризованих променів користуються установкою, в якій між двома поляризаторами  $P_1$  і  $P_2$  розміщена плоскопаралельна пластинка  $\Pi$  з одновісного кристала (вирізана паралельно оптичній осі) так, що промінь перпендикулярний до її оптичній осі (рис. 5.20). Паралельний пучок променів природного світла поляризатором  $P_1$  перетворюється в лінійно поляризоване і в кристалічній пластинці поділяється на когерентні (звичайний і незвичайний) промені, а поляризатором  $P_2$  виділяються складові коливань одного напрямку світлових векторів когерентних променів. Оскільки швидкості поширення звичайного і незвичайного променів у кристалічній пластинці не-

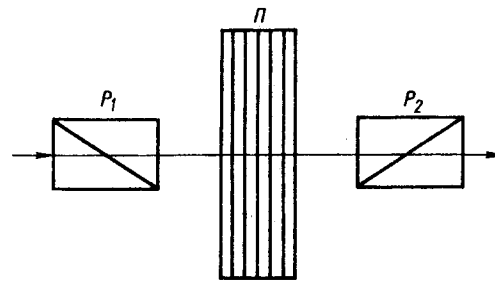


Рис. 5.20

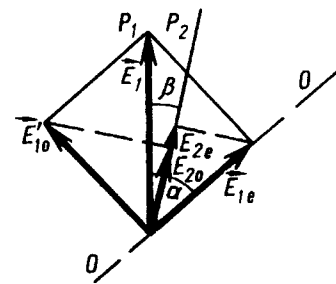


Рис. 5.21

однакові, то між ними на виході з пластинки виникає різниця фаз. Інтерференційна картина залежатиме не тільки від різниці фаз, а й від взаємної орієнтації поляризаторів  $P_1$  і  $P_2$ .

Опишемо аналітично розподіл інтенсивності в інтерференційній картині при довільній орієнтації поляризаторів  $P_1$  і  $P_2$  для монохроматичного світла, довжина хвилі якого  $\lambda$  (рис. 5.21). Нехай  $\alpha$  – кут між площиною головного перерізу поляризатора  $P_1$  і головним перерізом пластинки;  $\beta$  – кут між головними перерізами поляризаторів  $P_1$  і  $P_2$ ;  $E_1$  – амплітуда світлового вектора променя, що виходить із поляризатора  $P_1$  і падає на пластинку  $\Pi$ . Унаслідок подвійного заломлення в кристалічній пластинці падаючий промінь поділяється на звичайний і незвичайний, амплітуди коливань яких відповідно  $E_{1o} = E_1 \sin \alpha$ ;  $E_{1e} = E_1 \cos \alpha$ .

Крізь поляризатор  $P_2$  проходять промені, амплітуди яких

$$E_{2o} = E_{1o} \sin(\alpha - \beta) = E_1 \sin \alpha \sin(\alpha - \beta); \quad (5.24)$$

$$E_{2e} = E_{1e} \cos(\alpha - \beta) = E_1 \cos \alpha \cos(\alpha - \beta).$$

Зсув фаз між променями, що виникає при проходженні кристалічної пластинки завтовшки  $d$ , становить

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) d.$$

При накладанні двох коливань утворюється коливання з амплітудою

$$E^2 = E_{2o}^2 + E_{2e}^2 + 2E_{2o}E_{2e} \cos \delta.$$

Інтенсивність світла при цьому визначається за формулою

$$I = I_1 [\cos^2 \beta - \sin 2\alpha \sin 2(\alpha - \beta) \sin^2(\delta/2)], \quad (5.25)$$

де  $I$  – результуюча інтенсивність інтерферуючих променів після проходження поляризатора  $P_2$ ;  $I_1$  – інтенсивність світла, що виходить із поляризатора  $P_1$ .

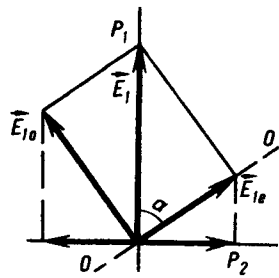


Рис. 5.22

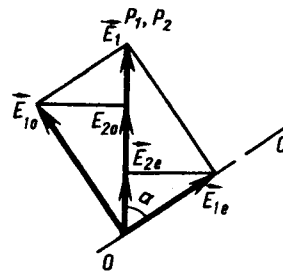


Рис. 5.23

З виразу (5.25) випливає, що у разі відсутності пластинки ( $d = 0, \delta = 0$ ) маємо  $I = I_1 \cos^2 \beta$ , тобто закон Малюса.

Розглянемо два окремих випадки, коли кути між площинами пропускання поляризаторів  $P_1$  і  $P_2$  такі:  $\beta = \pi/2$  і  $\beta = 0$ .

Для випадку, коли  $P_1 \perp P_2$  ( $\beta = \pi/2$ ), за формулою (5.25) знаходимо результуючу інтенсивність

$$I_{\perp} = I_1 \sin^2 2\alpha \sin^2(\delta/2). \quad (5.26)$$

Коли головні площини поляризаторів  $P_1$  і  $P_2$  паралельні ( $\beta = 0$ ), маємо

$$I_{\parallel} = I_1 [1 - \sin^2 2\alpha \sin^2(\delta/2)]. \quad (5.27)$$

З виразів (5.26) і (5.27) випливає, що поляризатори  $P_1$  і  $P_2$  доповнюють один одного, тобто якщо для певної товщини пластинки в монохроматичному світлі для  $P_1 \perp P_2$  спостерігається максимум інтенсивності, то для  $P_1 \parallel P_2$  – мінімум інтенсивності та навпаки.

Якщо спостереження проводяться в білому світлі, то колір пластинки при  $P_1 \perp P_2$  змінюється на інший колір при  $P_1 \parallel P_2$ . Це пояснюється тим, що у випадку  $P_1 \perp P_2$  виникає додаткова різниця фаз  $\pi$  порівняно з випадком, коли  $P_1 \parallel P_2$ . Поява додаткової різниці фаз  $\pi$  між коливаннями  $E_{2o}$  і  $E_{2e}$ , коли  $P_1 \perp P_2$  порівняно з випадком, коли  $P_1 \parallel P_2$ , безпосередньо впливає з рис. 5.22 і 5.23.

Інтерференційна картина відсутня, коли пластинка орієнтована так, що її оптична вісь  $OO$  паралельна або перпендикулярна до головного перерізу одного з поляризаторів. Цією властивістю користуються для визначення головних напрямів у кристалі. Якщо товщина кристалічної пластинки в різних місцях неоднакова, то замість однорідно забарвленого поля інтерференційна картина матиме вигляд темних та світлих смуг у монохроматичному світлі й різнокольорових – у білому світлі.

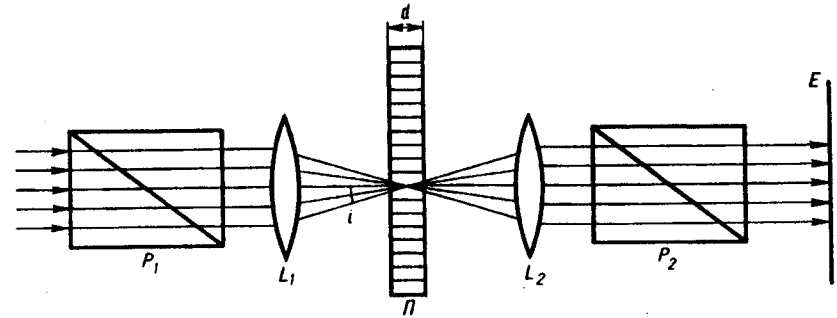


Рис. 5.24

Просвітлення поля або поява інтерференційної картини при внесенні анізотропної речовини між схрещених поляризаторів покладено в основу досить чутливого методу виявлення і вивчення подвійного заломлення променів, тобто виявлення анізотропності речовини.

Складніший характер має інтерференційна картина, яка виникає при падінні на пластинку збіжних пучків (рис. 5.24). Паралельний пучок променів, що виходять з поляризатора  $P_1$ , за допомогою збиральної лінзи  $L_1$  перетворюється в збіжний пучок і спрямовується на кристалічну пластинку  $P$ . Після її проходження пучок світла за допомогою лінзи  $L_2$  перетворюється в паралельний і, пройшовши поляризатор  $P_2$ , дає інтерференційну картину на екрані  $E$ .

Розглянемо найпростіший випадок, коли вісь конусоподібного пучка променів, що падає на пластинку, збігається з її оптичною віссю. Різниця фаз між звичайним і незвичайним променями, яка виникає при проходженні пластинки, залежатиме не тільки від товщини пластинки, але й від кута падіння  $i$  і визначатиметься співвідношенням

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{\cos i} (n_o - n_e),$$

де  $d$  – товщина пластинки;  $d/\cos i$  – геометричний шлях променя в пластинці;  $n_o$  і  $n_e$  – показники заломлення звичайного і незвичайного променів у певному напрямі.

Величина  $\delta$  залежить від того, як пластинка орієнтована відносно променя. У випадку, коли плоскопаралельна пластинка ( $d = \text{const}$ ) вирізана перпендикулярно до осі кристала й оптична вісь її паралельна осі конуса променів, постійному куту падіння відповідатиме постійна різниця фаз  $\delta$ . Геометричним місцем точок з постійною різницею фаз на поверхні такої кристалічної пластинки будуть кола.

Інтенсивність системи концентричних кілець, що спостерігається в інтерференційній картині, визначається значенням різниці фаз  $\delta$ . Залежно від її величини при падінні монохроматичного світла кільця будуть

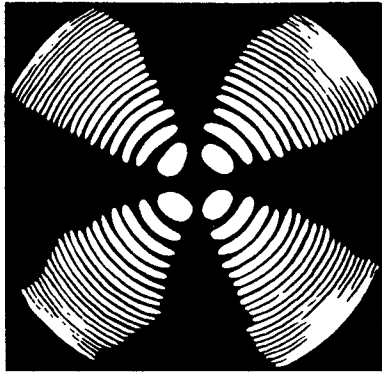


Рис. 5.25

темними або світлими, а при падінні білого світла – кольоровими. Криві, уздовж яких різниця фаз однакова, називаються *ізохроматами*.

Характерною рисою інтерференційної картини є наявність темного або світлого хреста, що поділяє систему концентричних кілець у двох взаємно перпендикулярних напрямках. Така інтерференційна картина називається *коноскопичною*: один із напрямів поділу збігається з головною площиною поляризатора  $P_1$ , а другий перпендикулярний до цієї площини (рис. 5.25). Темний хрест спостерігається при схрещених поляризаторах ( $P_1 \perp P_2$ ), а світлий – при паралельних ( $P_1 \parallel P_2$ ).

Якщо вісь конуса променів не збігається з оптичною віссю пластинки, то геометричне місце точок однакових різниць фаз утворюватиме не коло, а криві складнішої форми. Ще складніший вигляд мають коноскопичні картини для пластинок із двовісних кристалів.

### § 5.8. Штучна анізотропія

Оптична анізотропія природних кристалів зумовлена анізотропним розміщенням частинок, що утворюють кристал. Оптичну анізотропію можна створити штучно при деформації однорідних та ізотропних тіл. Більшість прозорих ізотропних тіл має “статистичну” ізотропію, яка є наслідком усереднення, зумовленого хаотичним розміщенням молекул, що їх утворюють. Окремі молекули або групи молекул можуть бути анізотропні, але їх мікроскопічна анізотропія внаслідок хаотичного розміщення зумовлює макроскопічну ізотропію.

Під дією зовнішніх збурень ряд ізотропних тіл набуває анізотропних властивостей, які зумовлюються перегрупуванням анізотропних елементів речовини або утворенням анізотропних елементів.

Явище штучного подвійного заломлення променів у прозорих ізотропних речовинах при їх механічній деформації виявили Т. Зеебек (1770–1831) у 1813 р. і Д. Брюстер (1781–1868) у 1815 р. У випадку одностороннього стиснення або розтягнення напрям деформації відіграє роль оптичної осі. За міру оптичної анізотропії, яка виникає при деформації, беруть різницю показників заломлення  $n_o - n_e$ . Дослідження показали, що при одновісній механічній деформації між  $n_o - n_e$  і прикладеною напругою існує пряма пропорційність, тобто

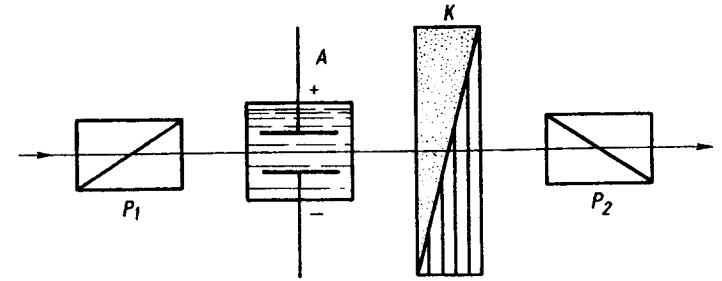


Рис. 5.26

$$n_o - n_e = kp, \quad (5.28)$$

де  $k$  – коефіцієнт пропорційності, який залежить від природи речовини та її стану;  $p$  – механічна напруга;  $n_o$  – показник заломлення в напрямі, перпендикулярному до напрямку дії деформуючої сили;  $n_e$  – показник заломлення в напрямі дії прикладеної сили.

Установка для спостереження анізотропії при деформації подібна до зображеної на рис. 5.20, в якій замість кристалічної пластинки використовується прозоре тіло, що зазнає деформації. Оскільки між величиною  $n_o - n_e$  і відносною деформацією існує залежність, то за характером інтерференційної картини можна судити про розподіл деформації.

Штучну анізотропію також можна створити за допомогою електричного або магнітного полів. Ці явища відповідно називаються електрооптичним і магнітооптичним. Електрооптичне явище вперше спостерігав у 1875 р. Дж. Керр (1824–1907), тому воно назване ефектом Керра. *Електрооптичний ефект Керра* полягає в тому, що ряд ізотропних тіл при внесенні в постійне електричне поле поводять себе з погляду оптики як одновісні кристали. Їх оптична вісь орієнтована вздовж напрямку електричного поля.

Це явище Дж. Керр уперше спостерігав для скла, розміщеного в електричному полі. Оскільки оптична анізотропія під дією електричного поля спочатку була виявлена у твердих тілах, то можна було припустити, що це наслідок механічних деформацій, зумовлених дією електричного поля. Експериментально було доведено, що ефект Керра спостерігається в рідинах та газах, де механічна анізотропія неможлива. Схема для дослідження анізотропії рідин під дією зовнішнього електричного поля показана на рис. 5.26. Між двома схрещеними поляризаторами  $P_1$  і  $P_2$  розміщують кювету з конденсатором, між пластинами якого знаходиться досліджувана рідина. У разі відсутності зовнішнього електричного поля світло крізь систему не проходить.

Наявність електричного поля між пластинами конденсатора зумовлює оптичну анізотропію рідини, наслідком чого будуть еліптична

поляризованість світла, що проходить кювету  $A$ , і просвітлення поля зору поляризатора  $P_2$ . За допомогою компенсатора  $K$  визначають різницю фаз між променями, що виникає внаслідок подвійного заломлення. З результатів вимірювань знаходять різницю  $n_o - n_e$  між показниками заломлення незвичайного і звичайного променів. Експериментально встановлено, що для монохроматичного світла, довжина хвилі якого  $\lambda$ , оптична анізотропія прямо пропорційна квадрату напруженості поля, прикладеного до пластин конденсатора, тобто

$$n_o - n_e = kE^2, \quad (5.29)$$

де  $k$  – коефіцієнт пропорційності.

Якщо довжина шляху променів між обкладками конденсатора  $l$ , то зсув фаз між звичайним і незвичайним променями становить

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) l = \frac{2\pi}{\lambda} l k E^2 = 2\pi B E^2, \quad (5.30)$$

де  $B = k/\lambda$  називається *сталою Керра*, яка залежить від природи речовини, її стану й довжини світлової хвилі  $\lambda$ . Вона може бути як додатною, так і від'ємною, збільшується із зменшенням довжини хвилі та зазнає значного зменшення при підвищенні температури.

З формули (5.30) випливає, що зсув фаз  $\delta$  не залежить від напряму поля  $E$ , оскільки залежність між ними квадратична. Максимальне значення сталої Керра порівняно з іншими речовинами має нітробензол.

Явище Керра пояснюється анізотропією молекул речовини. Перші теоретичні дослідження його належать П. Ланжевену (1872–1946) і М. Борну (1882–1970). З теорії Ланжевена випливало, що стала Керра для неполярних газів і рідин мала бути додатною величиною. У 1916 р. М. Борн доповнив теорію Ланжевена і показав, що для полярних газів та рідин стала може набирати як додатних, так і від'ємних значень, або дорівнювати нулю.

Оскільки процеси поляризації молекул та їх орієнтації в електричному полі відбуваються за досить короткі проміжки часу, то проміжок часу між виникненням і зникненням анізотропії при накладанні і знятті електричного поля має такий самий порядок. Досліди М. Абрагама (1875–1922) у 1899 р. та інших вчених показали, що цей час менший від  $10^{-8}$  с, а для деяких випадків менший від  $10^{-9}$  с. Точність усіх цих дослідів була недостатньою, щоб дати більш конкретну відповідь. З розвитком лазерної техніки вдається одержати короткі світлові імпульси протяжністю  $10^{-12}$  с і напруженістю лазерного електричного поля в кілька десятків кВ/см.

Такі світлові поля, незважаючи на їх нестатичність, здатні викликати подвійне заломлення променів у комірці Керра. Спрямовують, наприклад, справа промінь  $I$  крізь поляризатор  $P_1$  і комірку Керра на напівпрозору пластинку  $A$  (рис. 5.27). Якщо поляризатори  $P_1$  і  $P_2$  схре-

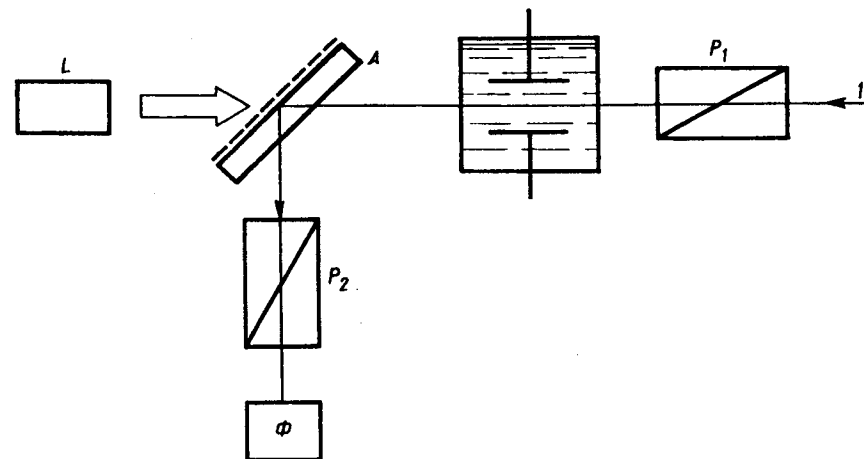


Рис. 5.27

щені, то світло на фотопомножувач  $\Phi$  не попадає. Якщо крізь комірку Керра зліва направо пропустити потужний імпульс світла від лазера  $L$ , то він зумовить анізотропію рідини і на фотопомножувач попаде світло променя  $I$ . Підбір величини напруженості статичного електричного поля, при якому виникає такий самий зсув фаз між звичайним і незвичайним променями, як і при освітленні комірки імпульсом світла від лазера, дає змогу порівняти сталі Керра для статичних і змінних полів лазерного випромінювання. Виявилось, що для недипольних (неполярних) рідин сталі Керра практично однакові в обох випадках, а для дипольних (полярних) рідин стала Керра при переході від статичного до змінного поля лазерного випромінювання зменшується.

Дослідження за допомогою лазерної техніки показали, що час між появою і зникненням анізотропії, зумовленої інфрачервоними імпульсами лазера (час релаксації анізотропії рідини), для сірководню  $\tau_0 = 2 \cdot 10^{-12}$  с, для нітробензолу  $\tau_0 = 5 \cdot 10^{-11}$  с.

Завдяки надзвичайній швидкості встановлення і зникнення ефекту Керра він широко застосовується як швидкодіючий затвор і модулятор світла. Комірка Керра використовується як безінерційний затвор у звуковому кіно, телебаченні, для вимірювання швидкості світла в лабораторних умовах, а також у лазерній техніці для генерування надпотужних імпульсів.

У деяких кристалах у разі накладання зовнішнього електричного поля виникає подвійне заломлення променів, якого нема за відсутності поля, причому різниця показників заломлення звичайного і незвичайного променів пропорційна першому степеню напруженості електричного поля. Це явище вперше спостерігав у 1894 р. Ф. Поккельс (1865–1913),

тому воно й назване його іменем (*ефект Поккельса*). Спочатку цей ефект був виявлений у п'єзоелектриків за досить високих напруг (десятки і сотні кіловольт). Розвиток лазерної техніки стимулював дослідження цього ефекту. За останнє десятиріччя виявлено й досліджено велику кількість кристалічних речовин, які мають значний лінійний електрооптичний ефект за порівняно невеликих напруг (десятки, сотні вольтів). Ефект Поккельса, як і ефект Керра, малоінерційний. Лінійна залежність різниці показників заломлення  $n_o - n_e$  від напруженості електричного поля та порівняно невисока керуюча напруга надають у ряді випадків перевагу в застосуванні в техніці цього ефекту перед ефектом Керра. Майже всі розроблені модулятори світла засновані на ефекті Поккельса.

Подібно до явища виникнення подвійного заломлення променів у електричному полі штучну анізотропію також можна створити дією магнітного поля, яка може мати місце в речовинах, молекули яких анізотропні, тобто в парамагнетиках. У разі відсутності зовнішнього магнітного поля молекули розміщуються хаотично, наслідком чого буде статистична ізотропія. Якщо таку речовину помістити в досить сильні магнітні поля, то відбувається напрямлена орієнтація власних магнітних моментів молекул. Це зумовлює анізотропію речовини, що приводить до подвійного заломлення променів. Таке середовище поводить себе як одновісний кристал, оптична вісь якого паралельна вектору індукції магнітного поля  $\vec{B}$ . Це явище було відкрито в 1910 р. і на честь його дослідників називається *явищем Коттона – Мутона*. Різниця показників заломлення середовища у цьому випадку  $n_o - n_e = DB^2$  ( $D$  – стала), а зсув фаз між звичайним і незвичайним променями становитиме

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) l = \frac{2\pi}{\lambda} D l B^2 = 2\pi C l B^2, \quad (5.31)$$

де  $C = D/\lambda$  – стала, яка залежить від властивостей середовища і його фізичного стану.

### § 5.9. Повертання площини коливань електричного вектора

У кристалічних тілах, а також у деяких ізотропних рідинах, крім подвійного заломлення променів, спостерігається явище, яке полягає в тому, що площина коливань електричного вектора світлової хвилі повертається на деякий кут під час проходження світла крізь такі речовини. Це явище називається *оптичною активністю*. Якщо речовина не знаходиться в зовнішньому магнітному полі, то оптична активність буде *природною*. Повертання площини коливань речовинами, розміщеними в магнітному полі, називається *магнітним повертанням площини коливань*, або *ефектом Фарадея*.

Природна оптична активність була відкрита в 1811 р. Д. Араго на пластинках кварцу, вирізаних перпендикулярно до оптичної осі.

Прийнято визначати напрям обертання площини коливань відносно спостерігача, погляд якого спрямований назустріч падаючому променю. Обертання називають правим (додатним), якщо площина коливань повертається праворуч (за рухом стрілки годинника) для спостерігача, і лівим (від'ємним), якщо вона повертається ліворуч.

Експериментально встановлено, що в природі існує два типи кристалів кварцу, які є дзеркальним відображенням один одного. Одні обертають площину коливань праворуч, інші – ліворуч, і тому відповідно називаються право- і лівообертаючим кварцем. Кут обертання площини коливань пропорційний товщині шару оптично активної речовини і для монохроматичного світла, довжина світлової хвилі якого  $\lambda$ , визначається формулою

$$\varphi = \alpha l, \quad (5.32)$$

де  $l$  – довжина шляху променя в оптично активному середовищі;  $\alpha$  – коефіцієнт пропорційності, який називають *обертальною здатністю*. Він залежить від природи речовини, від температури та довжини хвилі й дорівнює величині кута, на який повертається площина коливань монохроматичного світла під час проходження шару завтовшки 1 м.

Для оптично активних рідин та розчинів Ж. Біо (1774–1862) у 1831 р. встановив, що кут повороту площини коливань прямо пропорційний товщині шару  $l$  і концентрації  $c$  оптично активної речовини, тобто

$$\varphi = [\alpha] c l. \quad (5.33)$$

Він також експериментально встановив наближену залежність величини  $[\alpha]$  від довжини хвилі  $\lambda$ :

$$[\alpha] \sim \lambda^{-2}.$$

Для області довжин хвиль незначного поглинання П. Друде встановив, що

$$[\alpha] = \sum \frac{A_i}{\lambda^2 - \lambda_i^2},$$

де  $A_i$  – сталі;  $\lambda_i$  – довжини хвиль, що відповідають власним коливанням системи.

Властивості оптичної активності розчинів дають змогу визначити їх концентрації. Прилади, за допомогою яких проводять такі вимірювання, називаються *поляриметрами*. Оскільки для розчину цукру питома обертання  $[\alpha]$  значне, то поляриметри набули широкого застосування в цукрометрії.

Формальну теорію обертання площини коливань оптично активними речовинами розробив О. Френель. Він вважав, що це явище зумовлене

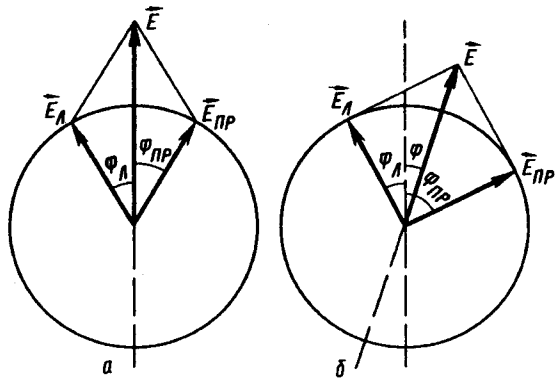


Рис. 5.28

особливим видом подвійного заломлення променів, при якому швидкість поширення світла в активному середовищі різна для променів, що мають праву та ліву колову поляризацію. Знак кута повертання площини коливань визначається співвідношенням між швидкостями поширення променів правої  $v_{пр}$  і лівої  $v_{л}$  циркуляційних поляризацій. Для  $v_{пр} > v_{л}$  оптично активне середовище, за О. Френелем, буде додатним, тобто обертає площину поляризації праворуч, а для  $v_{пр} < v_{л}$  – від’ємним.

Лінійно поляризовану хвилю, як відомо, можна розкласти на дві поляризовані по колу хвилі з правим і лівим напрямками обертання з однаковими амплітудами і частотами. На основі таких уявлень лінійно поляризоване світло при вході в оптично активну речовину можна вважати як суму право- і лівоциркуляційних хвиль (рис. 5.28, а). Якщо  $v_{пр} > v_{л}$ , то при виході з оптично активного середовища товщиною шару  $l$  електричний вектор правоциркуляційної хвилі буде повернутий на більший кут  $\varphi_{пр}$ , ніж для лівоциркуляційної хвилі  $\varphi_{л}$ . Внаслідок цього площина, відносно якої електричні вектори цих хвиль розміщені симетрично, буде повернута праворуч на кут  $\varphi$  відносно площини коливань падаючої хвилі (рис. 5.28, б). Кут визначається з умови  $\varphi_{пр} - \varphi_{л} = \varphi$ , звідки маємо

$$\varphi = \frac{\varphi_{пр} - \varphi_{л}}{2}. \quad (5.34)$$

Оскільки кути повороту електричного вектора правої і лівої хвиль виражаються відповідно через час  $t$  та довжину шляху хвиль у оптично активному середовищі

$$\varphi_{пр} = \omega(t - l/v_{пр}); \quad \varphi_{л} = \omega(t - l/v_{л}),$$

то

$$\varphi = \frac{\omega l}{2} \left( \frac{1}{v_{л}} - \frac{1}{v_{пр}} \right). \quad (5.35)$$

Фазові швидкості поширення лівої і правої хвиль виразимо відповідно через коефіцієнти заломлення  $n_{л}$  і  $n_{пр}$ :  $v_{л} = c/n_{л}$ ,  $v_{пр} = c/n_{пр}$ . Підставивши їх в формулу (5.35), одержимо

$$\varphi = \frac{2\pi l}{2cT} (n_{л} - n_{пр}) = \frac{\pi l}{\lambda_0} (n_{л} - n_{пр}), \quad (5.36)$$

де  $\lambda_0 = cT$  – довжина світлової хвилі у вакуумі. З виразу (5.36) випливає, що при  $n_{л} > n_{пр}$  ( $v_{л} < v_{пр}$ ) площина коливань повертається праворуч, а при  $n_{л} < n_{пр}$  ( $v_{л} > v_{пр}$ ) – ліворуч.

Для перевірки своєї гіпотези О. Френель виготовив складну призму (рис. 5.29). Вона складалася з трьох кварцевих призм, з яких I і III – правообертаючі, а II – лівообертаюча; оптичні осі всіх трьох призм паралельні між собою і падаючому променю. У разі нормального падіння на призму лінійно поляризований промінь не зазнає заломлення, але поділяється на право- і лівоциркуляційні промені. Оскільки для правого кварцу  $n_{пр} < n_{л}$ , а для лівого навпаки, то на межі I і II призм промінь поділяється на два, які при проходженні межі між II і III призмами ще більше відхиляються один від одного. Аналіз поляризації цих променів показав, що вони право- і лівоциркуляційно поляризовані. Цим самим були підтверджені припущення О. Френеля, який довів експериментально, що при вході в оптично активне середовище світловий промінь зазнає подвійного колового заломлення променів. При цьому право- і лівоциркуляційно поляризовані промені поширюються в оптично активному середовищі з різними фазовими швидкостями. Якщо падаюче світло було лінійно поляризоване, то при виході з такого середовища циркуляційно поляризовані хвилі у разі їхнього накладання дають знову лінійно поляризоване світло, площина коливань якого повернута на деякий кут. Цим самим задача пояснення механізму обертання площини коливань зводиться до пояснення механізму колового подвійного заломлення променів.

Класична молекулярна теорія оптичної активності вперше була розроблена М. Борном у 1915 р. В її основу покладено такі припущення: фаза світлової хвилі в різних точках молекули різна; електрони молекули взаємодіють між собою; молекули не мають центру і площини

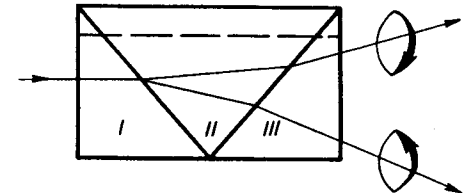


Рис. 5.29



симетрії. Врахування цих умов приводить до різної реакції середовища на право- і лівополяризовані хвилі, тобто до колового подвійного заломлення променів. Для наочності можна уявити модель молекули у вигляді відрізка спіралі, яка має право- і лівогвинтову намотку. Досліди з хвилями сантиметрового діапазону безпосередньо доводять, що металеві спіралі повертають площину коливань залежно від знаку намотки спіралей, а величина кута обертання пропорційна довжині спіралі.

Явище оптичної активності лежить в основі найточніших методів визначення різниці показників заломлення. Якщо інтерференційні методи дають змогу вимірювати різницю показників заломлення  $\Delta n \sim 10^{-6}$ , то за допомогою методів оптичної активності можна проводити вимірювання  $\Delta n \sim 10^{-11}$ . Сучасні спектрополяриметри здатні вимірювати поворот площини поляризації з точністю  $\pm 0,001^\circ$ .

Крім природної оптичної активності, у 1845 р. М. Фарадей (1791–1867) виявив повертання площини поляризації в оптично неактивних речовинах, розміщених у зовнішньому магнітному полі. Якщо лінійно поляризоване світло поширюється в середовищі у напрямі магнітного поля, то відбувається поворот площини коливань на деякий кут. Напрямок обертання площини залежить від напрямку магнітного поля і не залежить від напрямку поширення світла. Якщо спостерігач дивиться у напрямі магнітного поля, то повертання праворуч вважають додатним, а ліворуч – від'ємним. Досліди М. Фарадея та М. Верде (1824–1866) показали, що кут повертання площини коливань пропорційний довжині шляху  $l$  променя в речовині і магнітній індукції  $B$ , тобто

$$\varphi = V l B, \quad (5.37)$$

де  $V$  – стала Верде.

Практичне застосування поляризації світла досить широке, про що вже йшлося при розгляді окремих питань, пов'язаних з цим явищем. Крім цього, вона широко застосовується у світлотехніці, модульованні світлових потоків, кодуванні зображень і сигналів, люмінесцентному аналізі, геології, спектроскопії, астрофізиці та в ряді інших галузей знань.

## Розділ 6. Дисперсія і поглинання світла

### § 6.1. Нормальна і аномальна дисперсії світла

З рівнянь Максвелла випливає, що швидкість електромагнітних хвиль залежить від діелектричної проникності  $\epsilon$  та магнітної проникності  $\mu$  середовища. Оскільки світло являє собою процес поширення електромагнітних хвиль, то його швидкість  $v = c/\sqrt{\epsilon\mu}$ , де  $c$  – швидкість світла у вакуумі. Більшість оптичних середовищ є прозорими

діелектриками, для яких  $\mu = 1$ , а швидкість світла в них  $v = c/\sqrt{\epsilon} = c/n$ , де  $n$  – показник заломлення.

У теорії Максвелла вважається, що середовище, в якому поширюються електромагнітні хвилі, суцільне і показник заломлення не залежить від довжини хвилі. Тому величини  $\epsilon$  і  $\mu$  не містять ніяких атомно-молекулярних констант.

Експериментальні дані свідчать про те, що показник заломлення залежить від довжини хвилі для будь-яких середовищ. Це зумовлює залежність швидкості світла в прозорих середовищах від довжини хвилі  $\lambda$  або частоти  $\nu$ . Явище, зумовлене залежністю швидкості поширення світла від довжини хвилі або частоти, називають *дисперсією світла*. Величина, яка виражає залежність показника заломлення від довжини світлової хвилі і дорівнює похідній цього показника за довжиною хвилі  $\lambda$  (частотою  $\nu$ ), називається *дисперсією показника заломлення речовини*.

Зазначимо, що формула Максвелла  $n = \sqrt{\epsilon}$  виконується тільки для розріджених газів. Для твердих тіл і рідин вона здебільшого не виконується. Так, для води  $\epsilon = 81$ , а  $n = 1,3$ .

У 1672 р. І. Ньютон, спрямувавши сонячний промінь на одну з граней скляної призми, експериментально встановив, що показник заломлення залежить від кольору (довжини хвилі) падаючого світла. Після заломлення на першій та другій гранях промінь розкладається на кольори, утворюючи спектр (рис. 6.1). При цьому найбільше відхиляється світло фіолетового кольору і найменше – червоного. Оскільки кут падіння  $i$  на першу грань у променів усіх кольорів однаковий, а кути заломлення – різні, то із закону заломлення випливає, що для світла фіолетового кольору показник заломлення найбільший, а для червоного – найменший. Для прозорих безбарвних речовин у видимій частині спектра показник заломлення збільшується із зменшенням довжини хвилі, тобто дисперсія речовини  $dn/d\lambda < 0$ . Дисперсію речовини, для якої  $dn/d\lambda < 0$ , називають *нормальною дисперсією*.

Феноменологічна теорія Максвелла не могла пояснити дисперсію показника заломлення речовини, а отже, і дисперсію світла. Необхідно брати до уваги те, що всі речовини складаються з молекул і атомів, які, у свою чергу, мають внутрішню структуру.

Неодноразово робилися спроби одержати теоретично залежність  $n = f(\lambda)$ . Розвиваючи ідеї О. Френеля про врахування впливу молекул

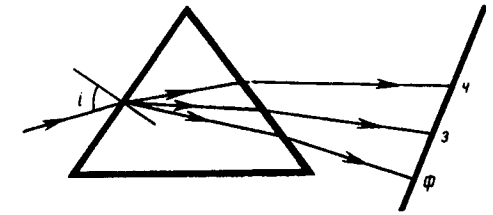


Рис. 6.1

речовини на частинки світлоносного ефіру, О. Коші (1789–1857) вивів формулу, яка виражає залежність  $n$  від  $\lambda$ :

$$n = A + \frac{B}{\lambda_0^2} + \frac{C}{\lambda_0^4} + \dots, \quad (6.1)$$

де  $\lambda_0$  – довжина хвилі у вакуумі;  $A, B, C, \dots$  – константи, значення яких для кожної речовини визначаються дослідним шляхом. Формула (6.1) передає залежність  $n$  від  $\lambda$  прозорих речовин для інтервалу довжин хвиль, в якому дисперсія нормальна.

У 1861 р. Ф. Леру (1832–1907) виявив, що в порожнистій призмі, наповненій парою йоду, сині промені заломлюються менше, ніж червоні. Проміжні промені зазнають значного поглинання, тому спостерігати їхнє заломлення неможливо. З результатів цих дослідів випливало, що для пари йоду при переході від червоних до синіх променів  $dn/d\lambda > 0$ . Дисперсія речовини, для якої величина  $dn/d\lambda$  має додатне значення, називається *аномальною дисперсією*. Дослідженням барвників (фуксину, ціаніну та ін.), які мають смуги значного поглинання у видимій ділянці спектра, встановлено, що аномальна дисперсія завжди має місце для тих ділянок спектра, в яких речовина сильно поглинає світло. Зазначимо, що повна дисперсійна картина речовини складається з областей нормальної і аномальної дисперсій. Так, скло прозоре для видимого світла. Тому у видимій частині спектра воно має нормальну дисперсію. Проте скло поглинає ультрафіолетові промені, і для цієї частини спектра матиме місце аномальна дисперсія.

Після відкриття аномальної дисперсії і встановлення її взаємозв'язку з поглинанням світла В. Зельмейер у 1871 р. на основі теорії Френеля одержав формули, які добре передавали хід залежності показника заломлення від довжини хвилі поблизу лінії поглинання.

Систематичні експериментальні дослідження аномальної дисперсії були виконані А. Кундтом (1839–1894) і Р. Вудом. Удосконалюючи метод схрещених призм Ньютона, А. Кундт встановив, що аномальний хід дисперсії завжди супроводиться значним поглинанням. Це створює значні труднощі для її спостереження. Оскільки для газів і парів металів, які мають досить мале значення показника заломлення біля лінії поглинання, найхарактернішим є прояв аномальної дисперсії, то для кількісних вимірювань користуються інтерферометричними методами із застосуванням спектральних приладів, що дають змогу виявити незначну зміну показника заломлення. Класичні роботи з дослідження аномальної дисперсії світла в парах металів виконав Д. С. Рождественський (1876–1940). Для цього він застосував розроблений ним інтерферометр, схрещений із спектральним приладом. Інтерферометр встановлено так, що інтерференційна картина в білому світлі у вигляді горизонтальних смуг проектується на вертикальну щілину спектрографа. Кольорова

інтерференційна картина розгортається спектрографом у вигляді горизонтальних смуг. Колір смуги змінюється вздовж її довжини від червоного до фіолетового, а відстань між смугами зменшується (рис. 6.2). Перед вимірюваннями прилад регулюється так, щоб центральна інтерференційна смуга була прямолінійною і горизонтальною.

Якщо вісь  $Oy$  спрямувати вздовж щілини спектрографа, а вісь  $Ox$  – від червоного кольору до фіолетового вздовж центральної інтерференційної смуги, то рівняння кривої, що визначає форму  $k$ -ї смуги, запишемо так:

$$y_k = \alpha k \lambda(x), \quad (6.2)$$

де  $\alpha$  – стала приладу. Якщо кювету, в якій знаходиться натрій, нагріти, то наявність його парів зумовить додаткову різницю ходу

$$\Delta l = \pm l(n-1), \quad (6.3)$$

де  $l$  – довжина кювети;  $n$  – показник заломлення парів натрію. Додаткова різниця ходу зумовить зміщення інтерференційних смуг вгору або вниз на  $(n-1)l/\lambda$  смуг. Тепер для зміщеної смуги маємо рівняння

$$y_k = \alpha [k \lambda(x) \pm (n-1)l]. \quad (6.4)$$

Знак плюс-мінус вказує, в якому із плечей інтерферометра розміщена кювета з парами металу.

З рівняння (6.4) випливає, що центральна інтерференційна смуга ( $k=0$ ) передає в певному масштабі графік залежності показника заломлення від  $x$ , тобто від  $\lambda$ . Графічне диференціювання кривої дисперсії  $y = \alpha(n-1)l$  дає змогу одержати залежність  $dn/d\lambda$  від  $\lambda$ . Інтерференційні смуги інших порядків мають додатковий нахил, який росте зі збільшенням  $k$ . Безпосередньо біля лінії поглинання спостерігається згин інтерференційних смуг, який відображає зміну показника заломлення. Такий метод дослідження дисперсії парів різних металів біля лінії поглинання має той недолік, що з наближенням до лінії поглинання точність вимірювань різко погіршується. Заслуга Д. С. Рождественського полягає у створенні нового інтерференційного (так званого *методу гаків*) дослідження пари безпосередньо біля власних частот коливальних  $\omega_{0j}$ . Вимірювання методом гаків проводять так. В одне з плечей інтерферометра додатково вносять скляну або кварцову пластинку певної товщини  $l_1$ , показник заломлення якої  $n_1$ . Вона зумовлює додаткову

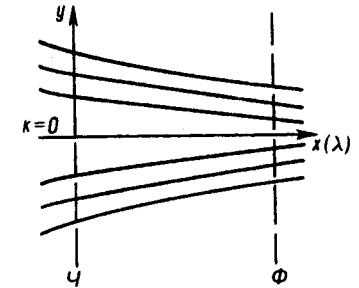


Рис. 6.2

різницю ходу променів інтерферометра на  $(n_1 - 1)l_1$ , внаслідок чого інтерференційна картина зміщується вгору або вниз. Для  $k$ -ї смуги маємо рівняння

$$y_k = \alpha [k\lambda(x) \pm (n-1)l \pm (n_1 - 1)l_1]. \quad (6.5)$$

При цьому центральна інтерференційна смуга ( $k = 0$ ) зміститься з поля зору, а її місце займе інша смуга, порядок якої можна визначити за умови  $y_k = 0$ . Тоді

$$k = \pm \frac{n_1 - 1}{\lambda} l_1 \pm \frac{n-1}{\lambda} l. \quad (6.6)$$

Знайдемо нахил  $k$ -ї смуги. Для цього здиференціюємо рівняння (6.5) за  $x$  у разі сталого  $k$ :

$$\frac{dy_k}{dx} = \alpha \frac{d\lambda}{dx} \left( k \pm l \frac{dn}{d\lambda} \pm l_1 \frac{dn_1}{d\lambda} \right). \quad (6.7)$$

Коли скляна пластинка і пари металу відсутні, то центральна інтерференційна смуга горизонтальна, а внесення скляної пластинки зумовлює її нахил, який визначається за формулою (6.7)

$$\frac{dy_k}{dx} = k\alpha \frac{d\lambda}{dx}, \quad (6.8)$$

звідки випливає, що нахил тим більший, чим більший порядок інтерференційної смуги  $k$ . Нахил, зумовлений скляною пластинкою, відбувається в один і той самий бік на всій ділянці спектра. З перенесенням пластинки в друге плече інтерферометра знак  $k$ , а з ним і нахил інтерференційних смуг змінюються на протилежний. Якщо пластинка внесена у плече, для якого  $k > 0$ , то у разі вибору додатного напрямку осі  $Ox$  у напрямі зменшення довжини хвилі (див. рис. 6.2)  $d\lambda/dx < 0$  і  $dy_k/dx < 0$ , тобто смуги будуть нахилені від додатного напрямку осі згори донизу і праворуч.

Якщо в друге плече інтерферометра внести кювету з газом, показник заломлення якого в ділянках спектра, віддалених від ліній поглинання, досить близький до одиниці, то нахил смуг при цьому практично не зміниться. Поблизу ліній поглинання, де  $dn/d\lambda$  має значну величину, інтерференційна смуга відхиляється. За відсутності пластинки нахил визначається співвідношенням

$$\frac{dy_k}{dx} = -\alpha l \frac{d\lambda}{dx} \frac{dn}{d\lambda}. \quad (6.9)$$

Для нормальної дисперсії  $dn/d\lambda < 0$  і  $dy_k/dx > 0$ , тобто інтерференційні смуги розміщуються згори донизу і ліворуч.

Отже, у межах для ділянок спектра нормальної дисперсії скляна пластинка та досліджувані пари або газ зумовлюють нахил смуг у протилеж-

ний бік. У разі одночасної наявності кювети з газом та скляної пластинки можна підібрати таку її товщину, що в певній точці інтерференційної смуги вони компенсують одна одну. У таких точках дотична до інтерференційної смуги буде горизонтальною, тобто на смугі утвориться гак. Безпосередньо біля власної частоти  $\omega_{0j}$ , тобто лінії поглинання, таких гаків буде два. Обидва вони розміщені в межах спектра нормальної дисперсії. Ліворуч гак повернутий вершиною донизу, праворуч – навпаки. На вершині гака  $dy_k/dx = 0$  або  $dy/dx = 0$ , тобто

$$k + l \frac{dn}{d\lambda} - l_1 \frac{dn_1}{d\lambda} = 0, \quad (6.10)$$

звідки маємо

$$l \frac{dn}{d\lambda} = -k + l_1 \frac{dn_1}{d\lambda}. \quad (6.11)$$

Оскільки величина  $\frac{n-1}{\lambda} l$  становить доли процента у виразі (6.6), то співвідношення (6.11) набуває вигляду

$$\frac{dn}{d\lambda} = -\frac{l_1}{l} \left( \frac{n_1 - 1}{\lambda} - \frac{dn_1}{d\lambda} \right). \quad (6.12)$$

Параметри, що входять до формули (6.12), можуть бути виміряні з великою точністю. Отже, за цією формулою можна обчислити величину дисперсії газу  $dn/d\lambda$  для довжин хвиль  $\lambda$ , яким відповідають вершини гаків. Із зміною товщини пластинки  $l_1$  зміщується вершина гака вздовж шкали довжин хвиль. Це дає змогу виміряти дисперсію в заданому інтервалі довжин хвиль. Отже, за розміщенням гаків можна безпосередньо виміряти дисперсію парів або газів поблизу ліній поглинання. На рис. 6.3 показано фотографії інтерференційних картин для ділянки спектра поглинання парів титану. Інтерференційні криві отримано на інтерферометрі Різденського без введення додаткової різниці ходу (рис. 6.3, а); те ж при введенні додаткової різниці ходу (рис. 6.3, б) та при ще більшій різниці ходу (рис. 6.3, в).

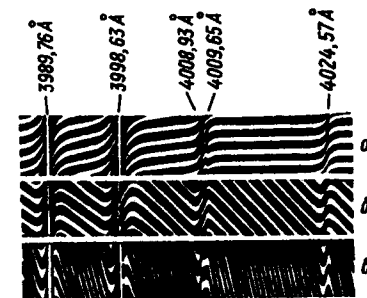


Рис. 6.3

\*  $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$

## § 6.2. Електронна теорія дисперсії і поглинання світла

Проблема взаємодії електромагнітного поля з речовиною може вирішуватися методами як класичної, так і квантової фізики.

Розглянемо цю проблему в межах класичної фізики. В основу класичної теорії дисперсії покладена дія електромагнітних хвиль на зв'язані електрони атомів із урахуванням їхнього гальмування. Ця теорія розглядає діелектрик як сукупність осциляторів, які здійснюють вимушені коливання під дією змінних електричних полів. Коливання осциляторів описуються на основі законів Ньютона.

Знайдемо залежність діелектричної проникності  $\epsilon$  діелектрика від частоти світла, а потім за допомогою співвідношення  $n = \sqrt{\epsilon}$  перейдемо до залежності показника заломлення  $n$  від частоти  $\omega$ .

Ідея розв'язання цієї задачі полягає в тому, що спочатку треба знайти вектор поляризації діелектрика  $\vec{P}$ , який створюється електричним полем світлової хвилі  $\vec{E}$ . Його величина визначається співвідношенням  $\vec{P} = \epsilon_0 \beta \vec{E}$ , де  $\beta$  – діелектрична сприйнятливість. Потім знаходять величину вектора індукції  $\vec{D}$ , який за означенням виражається співвідношенням

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (6.13)$$

Для ізотропних діелектриків зв'язок між  $\vec{D}$  і  $\vec{E}$  такий:

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}. \quad (6.14)$$

На основі виразів (6.13) і (6.14) маємо

$$\epsilon = 1 + \frac{P}{\epsilon_0 E} = 1 + \beta. \quad (6.15)$$

Для спрощення розрахунків вважатимемо, що оптичне середовище складається із сукупності гармонічних електричних осциляторів, взаємодією між якими можна нехтувати. Всі електрони, що входять до складу атома, можна поділити на периферичні, або оптичні, та електрони внутрішніх шарів. Випромінювання і поглинання світла у видимій ділянці спектра здійснюються тільки оптичними електронами. Власні частоти коливань електронів внутрішніх шарів настільки великі, що їхні коливання під дією хвиль видимого світла практично не збуджуються. Тому обмежимося розглядом тільки оптичних електронів і вважатимемо, що в кожному атомі він лише один.

Припущення про гармонічні коливання оптичного електрона означає, що на нього діє квазіпружна сила

$$\vec{F} = -b\vec{r},$$

де  $b$  – стала пружності;  $\vec{r}$  – зміщення електрона від положення рівноваги.

В електронній теорії дисперсії оптичний електрон розглядається як затухаючий гармонічний осцилятор, тобто як електрон, що коливається і поступово віддає свою енергію середовищу та на випромінювання. Формально затухання можна врахувати введенням сили опору, яка підлягає закону Стокса, тобто сила опору

$$\vec{F}_r = -g \frac{d\vec{r}}{dt},$$

де  $g$  – коефіцієнт опору.

Усі сили, що діють усередині атомів і молекул, мають електричну природу. Вони визначають внутрішню структуру цих частинок. Проте неможливо пояснити цими силами існування структур атомів і молекул на основі класичної теорії. Ніяких квазіпружних сил і сил опору, пропорційних швидкості руху заряджених частинок, в атомах і молекулах немає. Справжня теорія дисперсії має враховувати тільки реально існуючі сили і ґрунтуватись на квантових законах. Таку теорію дає квантова механіка. Слід зауважити, що при розгляданні дисперсії і поглинання світла атомами та молекулами в межах цієї теорії одержують такі самі результати, як і в класичній теорії. Власні частоти і коефіцієнти опору не можуть бути розраховані на основі класичної теорії, тому їх треба розглядати як формально введені константи. Визначення цих констант та розкриття справжнього фізичного змісту можливе тільки за допомогою квантової теорії. Після таких зауважень перейдемо до безпосереднього розгляду класичної електронної теорії дисперсії. Якщо атом знаходиться в полі світлової хвилі, то, крім пружної і гальмуючої сил, на електрон діє сила з боку електричного поля

$$\vec{F} = e\vec{E},$$

де  $\vec{E}$  – напруженість електричного поля світлової хвилі, яка змінюється з часом за законом  $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(i\omega t)$ . Складемо тепер рівняння руху оптичного електрона

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -b\vec{r} - g \frac{d\vec{r}}{dt} + e\vec{E}, \quad (6.16)$$

або

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + 2\gamma \frac{d\vec{r}}{dt} + \omega_0^2 \vec{r} = \frac{e}{m} \vec{E}, \quad (6.17)$$

де  $2\gamma = g/m$  – коефіцієнт затухання;  $\omega_0^2 = b/m$  – власна циклічна частота коливань електрона.

Відомо, що система під дією зовнішньої періодичної сили здійснює вимушені коливання з частотою змушуючої сили. Тому розв'язок рівняння (6.17) слід шукати у виразі

$$\vec{r} = \vec{r}_0 \exp(i\omega t).$$

Оскільки  $\frac{d\vec{r}}{dt} = i\omega\vec{r}$ ,  $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\omega^2\vec{r}$ , то з виразу (6.17) одержуємо

$$\vec{r} = \frac{e/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + i2\gamma\omega} \vec{E}. \quad (6.18)$$

Якщо в одиниці об'єму знаходиться  $N$  ідентичних осциляторів, то вектор поляризації

$$\vec{P} = e\vec{r}N = \frac{Ne^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + i2\gamma\omega} \vec{E}. \quad (6.19)$$

Тоді співвідношення (6.15) набуває вигляду

$$\epsilon = 1 + \frac{Ne^2/(\epsilon_0 m)}{\omega_0^2 - \omega^2 + i2\gamma\omega}. \quad (6.20)$$

Враховуючи, що  $n = \sqrt{\epsilon}$ , з виразу (6.20) знаходимо залежність показника заломлення від частоти

$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2/(\epsilon_0 m)}{\omega_0^2 - \omega^2 + i2\gamma\omega}. \quad (6.21)$$

З формул (6.20) і (6.21) видно, що діелектрична проникність і показник заломлення є комплексні величини. Це пов'язано з урахуванням затухання осцилятора в середовищі. Взаємодія хвилі з середовищем приводить не тільки до зміни фази і фазової швидкості, а й до зміни амплітуди світлової хвилі. Введемо комплексний показник заломлення за формулою

$$\tilde{n} = \sqrt{\epsilon} = n - ik, \quad (6.22)$$

де  $n$  – дійсна частина показника заломлення, яка визначає фазову швидкість хвилі;  $k$  ( $mk$ ) – показник поглинання, який характеризує спадання амплітуди плоскої хвилі під час її поширення в середовищі. Оскільки  $\epsilon = (n - ik)^2$ , то на основі (6.20) маємо

$$(n - ik)^2 = 1 + \frac{e^2 N}{\epsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i2\gamma\omega}. \quad (6.23)$$

Співвідношення (6.23) можна переписати так:

$$(n^2 - k^2) - i2mk = 1 + \frac{e^2 N}{\epsilon_0 m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2} - i \frac{e^2 N}{\epsilon_0 m} \frac{2\omega\gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}, \quad (6.24)$$

звідки маємо

$$n^2 - k^2 = 1 + \frac{e^2 N}{\epsilon_0 m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}; \quad (6.25)$$

$$2mk = \frac{e^2 N}{\epsilon_0 m} \frac{2\omega\gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}. \quad (6.26)$$

За формулами (6.25) і (6.26) можна визначити показники заломлення і поглинання через частоту світла  $\omega$  і молекулярні параметри речовини  $N$  та  $e/m$ .

Проведемо аналіз залежності показників заломлення  $n$  і поглинання  $k$  від частоти  $\omega$ . Оскільки величина  $\gamma$  в оптичній області досить мала, за винятком частот  $\omega \approx \omega_0$ , тобто має місце нерівність  $\gamma\omega \ll \omega_0^2 - \omega^2$  і можна вважати, що  $k = 0$ , то з (6.25) одержимо наближену формулу

$$n^2 = 1 + \frac{e^2 N}{\epsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (6.27)$$

звідки випливає, що  $n > 1$  при  $0 < \omega < \omega_0$ ;  $n = \pm\infty$  при  $\omega = \omega_0$ ;  $n < 1$  при  $\omega_0 < \omega \leq \infty$ . На рис. 6.4 показана залежність функції  $n^2 - 1$  від частоти  $\omega$ . Для значень  $\omega = \omega_0$  функція має розрив, а для всіх інших значень  $\omega$  спостерігається нормальна дисперсія, тобто  $dn/d\lambda < 0$ . Перетворення показника заломлення в нескінченність при  $\omega = \omega_0$  не має фізичного змісту.

У прозорих тіл відсутні смуги поглинання у видимій ділянці спектра. При переході в ультрафіолетову частину спектра переважна більшість таких речовин дуже поглинає електромагнітні хвилі. Для речовин, у видимій частині спектра яких  $\omega \ll \omega_0$ , можна користуватись тільки лівою частиною кривої на рис. 6.4. Для

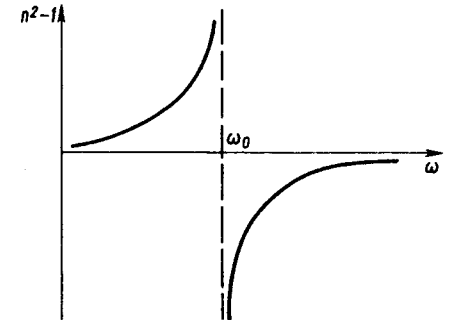


Рис. 6.4

випадку, коли  $\omega \ll \omega_0$ , співвідношення (6.27) можна розкласти в ряд за степенями  $\omega / \omega_0$  і обмежитись двома членами ряду. У цьому разі маємо

$$n^2 = 1 + \frac{e^2}{\epsilon_0 m \omega_0^2} N \left[ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]. \quad (6.28)$$

Оскільки  $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$ , а  $\omega_0 = \frac{2\pi c}{\lambda_0}$ , то формула (6.28) набуває вигляду

$$n^2 = 1 + A \left( 1 + \frac{B}{\lambda^2} \right), \quad (6.29)$$

де

$$A = \frac{e^2 N}{\epsilon_0 m \omega_0^2}; \quad B = \frac{4\pi^2 c^2}{\omega_0^2}. \quad (6.30)$$

Співвідношення (6.29) подібне до формули Коші (6.1), що дає змогу перевірити електронну теорію дисперсії. Для цього треба константи  $A$  і  $B$  визначити з дослідних даних залежності  $n = f(\lambda)$  та розрахувати їх за допомогою формул (6.30). Розбіжність між значеннями констант, одержаних експериментально і теоретично, була в межах 10–20 %, що вказує на правильність вибраної схеми для описаного явища дисперсії світла.

Розглянемо поведінку величин  $n$  і  $\kappa$  безпосередньо близько власної частоти коливань  $\omega_0$ . У цьому разі потрібно користуватись формулами (6.25) і (6.26). Зауважимо, що при переході через точку  $\omega = \omega_0$  величини  $\epsilon$ ,  $n$  і  $\kappa$  мають змінюватись безперервно і не перетворюватись у нескінченність. Зазначимо, що графік функції  $n^2 - \kappa^2$  в основному передає залежність показника заломлення від частоти;  $n \rightarrow 1$  при  $\omega \rightarrow \infty$ . Максимального і мінімального значень функція  $n^2 - \kappa^2$  набуває поблизу частоти, що відповідає лінії поглинання. На основі розрахунків значень частот  $\omega_1$  і  $\omega_2$ , за яких функція  $n^2 - \kappa^2$  набуває екстремальних значень, можна довести, що відстань між екстремумами дорівнює ширині максимуму функції  $2n\kappa$ . Дійсно, при  $\omega \rightarrow \infty$  функція  $2n\kappa \rightarrow 0$ , а при  $\omega \rightarrow \omega_0$  вона має максимум

$$(2n\kappa)_{\max} = \frac{e^2 N}{2\epsilon_0 m \omega_0 \gamma}. \quad (6.31)$$

Із співвідношення (6.31) випливає, що величина максимуму тим більша, чим менша константа затухання  $\gamma$ . На рис. 6.5 показані графіки залежності функцій  $n^2 - \kappa^2$  і  $2n\kappa$  від частоти поблизу лінії поглинання.

В інтервалі частот від  $\omega_1^2$  до  $\omega_2^2$  (крива  $BC$ ) показник заломлення зменшується зі збільшенням частоти, тобто дисперсія речовини аномальна.

Формули (6.25) і (6.26) дійсні для випадку, коли ідентичні атоми або молекули мають тільки по одній частоті коливань. Насправді атоми і молекули мають не одну, а набір власних частот  $\omega_{0j}$ , які спостерігаються в спектрах поглинання та випромінювання.

Нехай з  $N$  атомів, що знаходяться в одиниці об'єму,  $f_1$  осциляторів мають частоту  $\omega_{01}$  і коефіцієнт затухання  $\gamma_1$ ,  $f_2$  осциляторів – частоту  $\omega_{02}$  і коефіцієнт затухання  $\gamma_2$  і т. д. Тоді кількість осциляторів із частотою власних коливань  $\omega_{0j}$  і коефіцієнтом затухання  $\gamma_j$  буде  $N_j = N f_j$ . Щоб урахувати вплив усіх осциляторів на показник заломлення і показник поглинання у формулах (6.25) і (6.26), потрібно замість  $N$ ,  $\omega_0$  і  $\gamma$  підставити відповідно  $N_j$ ,  $\omega_{0j}$  та  $\gamma_j$  і знайти суму за всіма можливими значеннями  $j$ . Тоді одержимо

$$n^2 - \kappa^2 = 1 + \frac{e^2 N}{\epsilon_0 m} \sum_i \frac{f_i (\omega_{0i}^2 - \omega^2)}{(\omega_{0i}^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma_i^2 \omega^2}; \quad (6.32)$$

$$2n\kappa = \frac{2e^2 N}{\epsilon_0 m} \sum_i \frac{\omega \gamma_i}{(\omega_{0i}^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma_i^2 \omega^2}. \quad (6.33)$$

Для частот, значно віддалених від власних частот (резонансних)  $\omega_{0j}$ , коли  $\kappa \ll n$ , вираз (6.32) можна записати так:

$$n^2 = 1 + \frac{e^2 N}{\epsilon_0 m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2}. \quad (6.34)$$

Величину  $f_j$  називають *силою осцилятора*. Зауважимо, що ця величина не має нічого спільного з механічними силами, вона виражає частку участі в явищі дисперсії осциляторів із власною частотою коливань  $\omega_{0j}$ . Суть поняття “сила осцилятора” розкривається у квантовій теорії

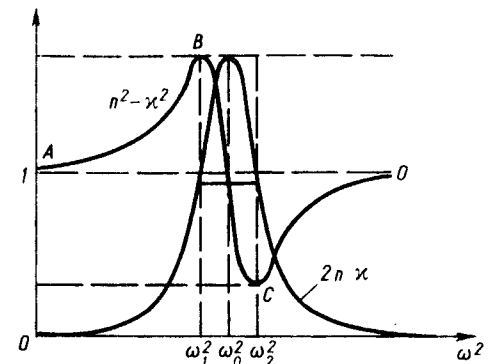


Рис. 6.5

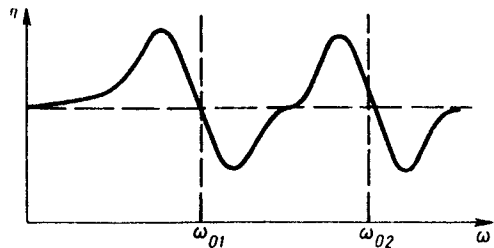


Рис. 6.6

дисперсії. За наявності декількох ліній поглинання графік залежності  $n$  від  $\omega$  показано на рис. 6.6.

Якщо в явищі дисперсії беруть участь іони з різними масами і зарядами, то у формулах (6.32)–(6.34) величини  $e$  і  $m$  із відповідними індексами входять під знаки сум. За допомогою цих фор-

мул і експериментальних даних оцінюють величини  $e_j / m_j$ . Було виявлено, що всі осцилятори поділяються на дві групи: у першій питомий заряд має порядок такий, як і в електрона, а у другій – як в іона. Першій групі осциляторів відповідає смуга поглинання в ультрафіолетовій частині спектра, а другій групі – в інфрачервоній. Це стосується систем осциляторів, взаємодія між якими до уваги не бралась. До таких систем належать розріджені гази.

Якщо між атомами або молекулами діелектрика існує взаємодія, зумовлена їхньою поляризацією електричним полем світлової хвилі, то в рівняння (6.17) потрібно вводити напруженість не електричного поля світлової хвилі  $\vec{E}$ , а діючого поля  $\vec{E}'$ , яке зміщує електрон. Визначення величини  $\vec{E}'$  являє собою досить складну задачу. Для найпростішого випадку кристалів кубічної системи, побудованих з ізотропних атомів, зв'язок між напруженістю діючого поля  $\vec{E}'$ , зовнішнім полем  $\vec{E}$  і вектором поляризації  $\vec{P}$  виражається формулою (див. т. 2, приклад 1.5)

$$\vec{E}' = \vec{E} + \frac{1}{3\epsilon_0} \vec{P}, \quad (6.35)$$

яку можна наближено застосувати і до неполярних рідин та газів, в яких розміщення молекул хаотичне.

Оскільки  $\vec{P} = \beta \vec{E}_0 \exp(i\omega t)$ , то рівняння (6.17) можна записати так:

$$\frac{d^2 \vec{P}}{dt^2} + 2\gamma \frac{d\vec{P}}{dt} + \omega_0^2 \vec{P} = \frac{e^2 N}{m} \left( \vec{E} + \frac{1}{3\epsilon_0} \vec{P} \right), \quad (6.36)$$

звідки

$$\beta = \frac{e^2 N / m}{\omega_0^2 - \omega^2 - e^2 N / (3m\epsilon_0) + i2\gamma\omega}. \quad (6.37)$$

Нехтуючи поглинанням, на основі (6.15) і (6.37) одержимо

$$n^2 - 1 = \frac{e^2 N}{\epsilon_0 m} \frac{2}{\omega_0^2 - \omega^2 - \frac{e^2 N}{3m\epsilon_0}}. \quad (6.38)$$

Після перетворення формули (6.38) маємо

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{e^2 N}{3m\epsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (6.39)$$

Формула (6.39) одержана одночасно незалежно один від одного Х. Лоренцем (1853–1928) та Л. Лоренцем (1829–1891) і називається *формулою Лоренца – Лоренца*. Для заданої речовини ( $e$ ,  $m$  і  $\omega_0 = \text{const}$ ) із сталою частотою  $\omega$  формулу (6.39) можна переписати так:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{1}{N} = \text{const}. \quad (6.40)$$

Оскільки густина речовини  $\rho$  пропорційна кількості атомів або молекул в одиниці об'єму  $N$ , то вираз (6.40) можна записати так:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{1}{\rho} = \text{const}. \quad (6.41)$$

Величина  $\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{1}{\rho} = R$  називається *питомою рефракцією*.

Із співвідношення (6.41) випливає, що питома рефракція речовини змінюється зі зміною її густини. У ряді випадків вона залишається практично сталою величиною навіть при переході речовини з одного агрегатного стану в інший. Так, при зрідженні газоподібного кисню густина змінюється у 800, а при конденсації водяної пари – у 1200 разів, питома рефракція залишається сталою величиною з точністю  $\pm (2-3) \%$ .

Формули (6.25) і (6.26) можна поширити на рентгенівську ділянку спектра. Якщо не враховувати поглинання ( $\gamma = 0$ ), а  $\omega \gg \omega_0$ , то вираз (6.25) набуває вигляду

$$n^2 = 1 - \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m \omega^2},$$

звідки випливає, що показник заломлення рентгенівських променів менший від одиниці й внаслідок великих значень  $\omega^2$  мало відрізняється від одиниці. Так, для скла цей показник відрізняється від одиниці на  $1 \cdot 10^{-6}$ .

### § 6.3. Фазова і групова швидкості світла

Як уже зазначалось, строго монохроматичних хвиль не існує. Тому виникає запитання, що саме слід розуміти під швидкістю поширення світлового сигналу, який вимірюють дослідним шляхом.

Усі приймачі світла реагують на енергію, тому в дослідах вимірюють швидкість перенесення енергії світловим сигналом і називають її *груповою швидкістю*. Вона відрізняється від швидкості поширення фази монохроматичної хвилі, яку називають *фазовою швидкістю*. Фазова швидкість являє собою чисто розрахункову величину.

Для деталізації введених понять розглянемо дві хвилі, амплітуди яких однакові, а різниця між частотами коливань незначна, тобто

$$E_1 = E_0 \cos(\omega t - kx); E_2 = E_0 \cos[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x].$$

При додаванні одержимо

$$E \approx 2E_0 \cos\left(\frac{t d\omega}{2} - \frac{x dk}{2}\right) \cos(\omega t - kx).$$

Уявімо, що спостерігач рухається разом із хвилею і спостерігає її в одній і тій самій фазі. Для нього виконується умова

$$\omega t - kx = \text{const}. \quad (6.42)$$

Швидкість переміщення спостерігача дорівнюватиме фазовій швидкості хвилі  $v_\phi$ , яка визначається з умови (6.42)

$$v_\phi = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}.$$

Якщо ж інший спостерігач рухається разом із максимумом амплітуди групи хвиль, тобто з максимумом енергії, то для нього має виконуватись умова

$$\cos\left(\frac{t d\omega}{2} - \frac{x dk}{2}\right) = 1,$$

або

$$\left(\frac{t d\omega}{2} - \frac{x dk}{2}\right) = 0. \quad (6.43)$$

Під *груповою хвилею* розуміють хвильове утворення, яке займає настільки малу ділянку спектра, в межах якої можна вважати величину зміни фазової швидкості пропорційною зміні довжини хвилі. З умови (6.43) знаходимо вираз для визначення швидкості поширення максимуму амплітуди групи хвиль, тобто групову швидкість

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk}.$$

Враховуючи, що  $\omega = v_\phi k$ , маємо

$$u = \frac{d(v_\phi k)}{dk} = v_\phi + k \frac{dv_\phi}{dk}. \quad (6.44)$$

Оскільки  $k = 2\pi/\lambda$ , а  $\frac{d}{dk} = \frac{d}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dk}$ ;  $\frac{d\lambda}{dk} = -\frac{\lambda^2}{2\pi}$ , вираз (6.44) набуде вигляду

$$u = v_\phi - \lambda \frac{dv_\phi}{d\lambda}. \quad (6.45)$$

Формулу (6.45) одержав Дж. Релей і вона носить його ім'я.

Групова швидкість характеризує швидкість перенесення енергії групи хвиль. В усіх методах вимірювання швидкості світла вимірюють групову швидкість. Фазова швидкість не має нічого спільного зі швидкістю перенесення енергії, вона тільки встановлює зв'язок між фазами коливань у різних точках простору. Фазову швидкість виміряти безпосередньо неможливо, її визначають за допомогою співвідношення  $v_\phi = c/n$ , де  $c$  – швидкість світла у вакуумі;  $n$  – показник заломлення середовища.

Якщо  $\frac{dv_\phi}{d\lambda} = 0$ , то  $u = v_\phi$ , тобто фазова і групова швидкості

збігаються. Цей випадок має місце у вакуумі. Якщо  $\frac{dv_\phi}{d\lambda} > 0$  (нормальна дисперсія), то  $u < v_\phi$ . Ця нерівність справджується при поширенні

світла в склі та інших прозорих середовищах. Якщо  $\frac{dv_\phi}{d\lambda} < 0$  (аномальна дисперсія), то  $u > v_\phi$ .

При поширенні групи хвиль важливим також є питання швидкості поширення переднього фронту хвильового збурення, тобто швидкості тієї хвилі, перед якою немає збурення. Швидкість такого фронту збігається зі швидкістю світла у вакуумі  $c$ , що легко підтверджується на основі електронної теорії. В ній будь-яке середовище розглядається як вакуум, в якому знаходяться атоми і молекули речовини. Світло поширюється у вакуумі між атомами і молекулами речовини зі швидкістю  $c$ . Коли світлове збурення досягає будь-якого атома, то його електрони і ядра приходять у рух і стають центрами випромінювання вторинних електромагнітних хвиль. Ці хвилі накладаються на первинні хвилі. Електрони і ядра мають певну інерцію і поки не прийдуть у коливальний рух, вони не випромінюватимуть вторинних хвиль, а передній фронт хвильового збурення поширюватиметься з тією самою



швидкістю, що й у вакуумі. Внаслідок того, що передній фронт несе незначну енергію, а приймачі світла недостатньо чутливі, при вимірюванні швидкості світла в будь-яких середовищах одержимо  $u < c$ .

#### § 6.4. Дисперсія призми. Спектральні прилади. Спектральний аналіз

Серед оптичних приладів особливе місце займають спектральні прилади, призначені для дослідження спектрального складу світла. До складу всіх цих приладів входить диспергуюча система, яка розкладає падаюче світло на монохроматичні складові й відхиляє їх на різні кути залежно від довжини хвилі. За типом диспергуючої системи спектральні прилади поділяють на призмові прилади та прилади з дифракційною ґраткою, а за способом реєстрування спектрів – на спектроскопи, спектрографи, спектрометри, монохроматори та спектрофотометри. Спектроскопи призначені для візуальних спостережень спектрів, спектрографи – для їх фотографування, спектрометри – для запису спектрів на паперову стрічку, монохроматори – для виділення із спектра вузької його ділянки, спектрофотометри – для фотометрування спектральних інтенсивностей однієї й тієї самої ділянки спектра. Спектральні прилади також розрізняють залежно від частини спектра, для якої вони призначені: інфрачервоної, видимої, ультрафіолетової.

Схему найпростішого призмового спектрографа показано на рис. 6.7. Світло від вхідної щілини  $S$ , розміщеної у фокальній площині коліматорного об'єктива  $O_1$ , паралельним пучком падає на призму  $P$ . Камерний об'єктив  $O_2$  дає зображення щілини  $S$  у різних довжинах хвиль на поверхні  $Q$ . Розкладання світла призмою зумовлено дисперсією показника заломлення. Внаслідок цього величина кута  $\delta$  відхилення монохроматичних променів залежить від довжини хвилі:  $\delta = \delta(\lambda)$ .

Основними характеристиками спектральних приладів є кутова дисперсія, лінійна дисперсія та роздільна здатність. Означення цих понять наведено при вивченні дифракційної ґратки (§ 4.4).

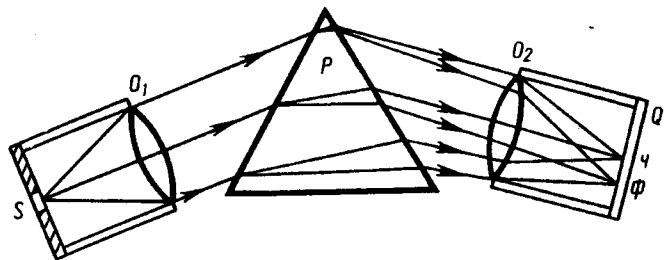


Рис. 6.7

Величину

$$D = \frac{d\delta}{d\lambda} = \frac{d\delta}{dn} \frac{dn}{d\lambda}, \quad (6.46)$$

що відповідає постійному значенню кута падіння  $i$ , називають *кутовою дисперсією призми*. Перший співмножник залежить тільки від геометрії системи, а другий виражає дисперсію речовини призми. З виразу 2.11 маємо

$$\frac{dn}{d\delta_{\min}} = \frac{1}{2} \frac{\cos[(\delta_{\min} + \alpha)/2]}{\sin(\alpha/2)},$$

де  $\alpha$  – заломлюючий кут призми;  $\delta_{\min}$  – кут найменшого відхилення променя призмою. Тоді кутова дисперсія

$$D = \frac{2 \sin(\alpha/2)}{\cos[(\delta_{\min} + \alpha)/2]} \frac{dn}{d\lambda} = \frac{2 \sin(\alpha/2)}{\sqrt{1 - \sin^2[(\delta_{\min} + \alpha)/2]}} \frac{dn}{d\lambda}. \quad (6.47)$$

На основі формули (2.11) співвідношення (6.47) набуває вигляду

$$D = \frac{2 \sin(\alpha/2)}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2(\alpha/2)}} \frac{dn}{d\lambda}. \quad (6.48)$$

Для спектральних приладів призми виготовляють здебільшого із заломлюючими кутами  $\alpha = 60^\circ$ . Тоді вираз (6.48) можна записати так:

$$D = \frac{1}{B} \frac{dn}{d\lambda}, \quad (6.49)$$

де

$$B = \sqrt{1 - \frac{n^2}{4}}.$$

Залежність показника заломлення  $n$  від довжини хвилі для різного сорту оптичного скла дається таблицями. Кутову дисперсію призми на практиці виражають за допомогою кінцевих різниць

$$\delta_2 - \delta_1 = \frac{1}{B} \frac{dn}{d\lambda} (\lambda_2 - \lambda_1). \quad (6.50)$$

Призми та інші оптичні елементи спектральних приладів для досліджень різних ділянок спектра виготовляють із певних речовин. Так, для ультрафіолетової частини спектра ( $\lambda \leq 0,35$  мкм) всі оптичні елементи спектральних приладів виготовляються з кварцу, оскільки в цій частині спектра скло його поглинає. Для інфрачервоної частини спектра оптичні елементи виготовляють із кристалів KCl, NaCl, LiF та інших речовин.

У монохроматорах і спектрофотометрах, крім вхідної щілини у площині зображення спектра, встановлюється вихідна щілина спектраль-

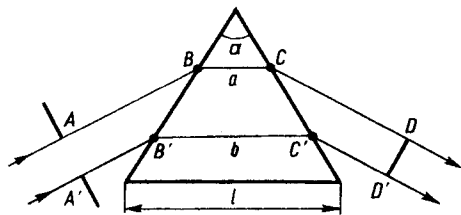


Рис. 6.8

ного приладу. У таких приладах за допомогою спеціальних конструкцій призми та їх комбінації із дзеркалами добиваються постійної величини кута відхилення для різних довжин хвиль. У цьому разі вхідна і вихідна щілини перебувають у незмінному положенні, а зміщення спектра на

вихідну щілину здійснюється поворотом призми.

Роздільна здатність характеризує властивість приладу розділяти світло, що відрізняється за довжинами хвиль на інтервал  $\delta\lambda$ . Чим менший цей інтервал, тобто чим детальніше дослідження спектра дає змогу зробити прилад, тим більша його роздільна здатність. Її виражають не інтервалом  $\delta\lambda$ , а безрозмірною величиною  $R = \lambda / \delta\lambda$ .

Виведемо формулу для роздільної здатності призми. Нехай на діафрагму  $AA'$  (рис. 6.8) падає паралельний пучок світла, довжини хвиль якого  $\lambda$  і  $\lambda_1 = \lambda + \delta\lambda$ . Якщо площина  $DD'$  є хвильовою поверхнею для хвиль завдовжки  $\lambda_1$ , то нормаль до неї визначає напрям на центральний максимум для хвилі  $\lambda_1$ . У випадку, коли цей напрям вказує напрям на перший мінімум хвилі  $\lambda$ , то за критерієм Релея ці хвилі мають спостерігатись роздільно.

На основі цього можна записати:

$$AB + n_1 a + CD = A'B' + n_1 b + C'D'; \quad (6.51)$$

$$AB + na + CD = A'B' + nb + C'D' + \lambda,$$

де  $n$  і  $n_1$  – показники заломлення для монохроматичних променів, довжини хвиль яких відповідно  $\lambda$  і  $\lambda_1$ .

Із системи (6.51) маємо

$$(a-b)(n_1 - n) = -\lambda.$$

Це співвідношення перепишемо у вигляді

$$(a-b) \frac{dn}{d\lambda} \delta\lambda = -\lambda,$$

звідки одержимо вираз для роздільної здатності призми:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = -(a-b) \frac{dn}{d\lambda}. \quad (6.52)$$

З формули (6.52) видно, що для забезпечення максимально можливої роздільної здатності призми необхідно, щоб світловий пучок повністю покривав її бічну поверхню. Тоді  $a = 0$ , а  $b = l$  (де  $l$  – довжина основи призми).

Для системи, що складається з декількох простих призми, роздільна здатність визначається співвідношенням

$$R = - \sum_i (a_i - b_i) \frac{dn_i}{d\lambda}.$$

Роздільна здатність більшості спектральних приладів становить 5 000–50 000, а у приладах високої роздільної здатності – 500 000–600 000.

Широкого застосування в науці і техніці набув *спектральний аналіз*. Це сукупність методів визначення кількісного і якісного складу речовин на основі вивчення їхніх спектрів. Залежно від характеру досліджуваних спектрів розрізняють спектральний аналіз за спектрами випромінювання (емісійний), поглинання (абсорбційний), комбінаційного розсіяння спектра, люмінесценції, за рентгенівським спектром.

Оскільки спектр поглинання досить чутливий до змін, які відбуваються в речовинах, то метод абсорбційної спектроскопії використовується також для вивчення міжмолекулярної взаємодії.

### § 6.5. Поглинання світла

Під час проходження паралельного пучка світла крізь шар прозорого середовища його інтенсивність зменшується, тобто світло поглинається. Явище поглинання світла пояснюється на основі як класичної, так і квантової теорій. Поглинання світла може приводити до нагрівання, іонізації або збудження атомів і молекул речовини, до деформації та ін.

Щоб встановити закон поглинання світла, розглянемо шар прозорого середовища завтовшки  $l$ , на який падає паралельний пучок променів інтенсивністю  $I_0$  (рис. 6.9). Виділимо в середовищі нескінченно тонкий шар  $dx$ . Дослід показує, що відносне зменшення інтенсивності світла шаром товщиною  $dx$  пропорційне товщині шару, тобто

$$\frac{dI}{I} = -\alpha dx, \quad (6.53)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт пропорційності, який не залежить від інтенсивності і називається *коефіцієнтом поглинання*, або *коефіцієнтом екстинкції*. Знак мінус вказує на те, що зі збільшенням товщини шару поглинального середовища інтенсивність світла, що проходить крізь нього, зменшується.

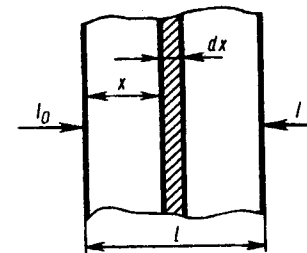


Рис. 6.9

Проінтегруємо рівняння (6.53) у межах від  $I_0$  до  $I$  та від 0 до  $l$ . Тоді

$$I = I_0 e^{-\alpha l}, \quad (6.54)$$

де  $I$  – інтенсивність світла, що виходить із поглинального середовища завтовшки  $l$ ;  $I_0$  – інтенсивність світла, що входить у поглинальне середовище. Значимо, що іноді під  $I_0$  розуміють інтенсивність падаючого світла. У такому випадку треба враховувати зменшення інтенсивності внаслідок відбивання світла.

Співвідношення (6.54) було встановлене в 1729 р. П. Бугером (1698–1758) і називається *законом Бугера*, або *законом Бугера – Ламберта*. Незалежно від П. Бугера А. Бер встановив, що поглинання світла розчинями пропорційне молярній концентрації  $c_0$  розчиненої речовини, тобто

$$\alpha = \alpha_0 c_0, \quad (6.55)$$

де  $\alpha_0$  – коефіцієнт пропорційності, який залежить від природи розчиненої речовини.

З урахуванням формули (6.55) вираз (6.54) набуває вигляду

$$I = I_0 e^{-\alpha_0 c_0 l}. \quad (6.56)$$

Співвідношення (6.56) виражає *закон Бугера – Ламберта – Бера*, який має місце для газів і розчинів малих концентрацій. Коефіцієнт поглинання  $\alpha$  залежить від довжини хвилі, тому поглинання має селективний характер. У парах, де атоми знаходяться на значних відстанях один від одного, хід залежності коефіцієнта поглинання від довжини хвилі являє собою сукупність вузьких максимумів, яким відповідають власні частоти коливань електронів атомів. На рис. 6.10 зображено графік залежності  $\alpha$  від  $\lambda$  для парів натрію. Якщо через оптичне середовище пропустити світло, спектр якого суцільний, то аналіз спектра поглинання дає змогу провести структурний аналіз речовини.

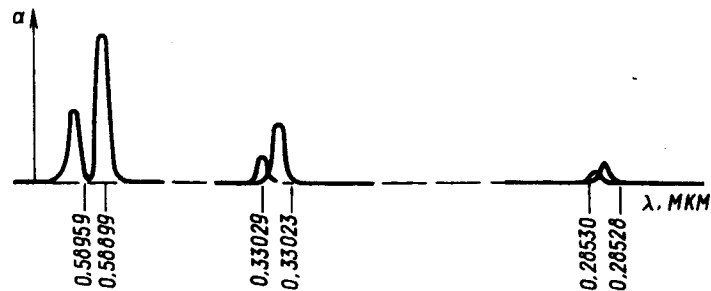


Рис. 6.10

## § 6.6. Кольори тіл

Кольори тіл, що сприймаються нами, являють собою суб'єктивну характеристику світлового потоку, який поширюється від тіла до нашого ока. Об'єктивною характеристикою світлового потоку є його спектральний склад.

На відміну від вуха, здатного аналізувати звук, око не здатне проводити такий аналіз світла, і його сприйняття є суб'єктивним. Це доведено дослідами І. Ньютона. За допомогою тригранної скляної призми  $A$  (рис. 6.11) промінь білого світла розкладається в спектр, який падає на призму  $B$ . Ця призма збирає спектр, і на екрані  $E$  утворюється біла смуга. Якщо за допомогою непрозорої пластинки  $\Pi$  перекрити яку-небудь ділянку спектра, то забарвлення плями буде кольоровим. Залежно від того, яка ділянка спектра перекривається, колір плями може бути таким, якого немає серед кольорів спектра теплового випромінювання твердого тіла. Внаслідок цього немає однозначного зв'язку між спектральним складом падаючого світлового потоку і викликаного ним відчуття кольору.

Колір тіл, які випромінюють світло, залежить від спектрального складу їхнього випромінювання. Від тіл, що не випромінюють світло у видимій частині спектра, в наше око від джерел світла можуть попадати світлові потоки, відбиті від поверхонь тіл, а також розсіяні, та потоки, що пройшли крізь деякі середовища. Колір таких тіл залежатиме від спектрального складу падаючого на них світлового потоку та від оптичних властивостей цих тіл.

Так, якщо тіло здатне розсіювати тільки промені зеленого кольору, то у разі його освітлення червоними променями воно здаватиметься чорним. Якщо таке тіло освітити білим світлом, спектр якого суцільний, то розсіюються промені зеленого кольору, і воно буде сприйматись зеленим. Якщо ж те саме тіло розглядати у відбитому світлі від джерел світла, спектри яких лінійчасті або смугасті, то відповідно і сприйматиметься колір різним. Залежністю коефіцієнта поглинання від довжини світлової хвилі пояснюється колір тіл, крізь які проходить світло. Так, скло, яке слабо поглинає зелені промені, а всі інші добре, у білому світлі буде зеленим. Середовища, які не поглинають світло будь-яких хвиль видимої частини спектра, безбарвні і прозорі.

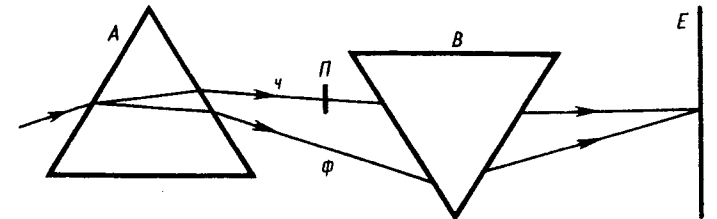


Рис. 6.11

### § 6.7. Випромінювання Вавилова – Черенкова

Вивчаючи явища люмінесценції, П. О. Черенков (1904–1990) у 1934 р. виявив випромінювання, що виникає в речовинах при русі електронів, швидкість яких перевищує фазову швидкість  $v$  світла в цих середовищах. Значні заслуги у встановленні природи цього випромінювання належать С. І. Вавилову, тому воно називається *випромінюванням Вавилова – Черенкова*. Теорію цього випромінювання розвинули І. Є. Тамм (1895–1971) та І. М. Франк (н. 1908 р.) у 1937 р.

Для встановлення суті випромінювання Вавилова – Черенкова вважатимемо, що електрон в однорідному середовищі рухається рівномірно зі швидкістю  $v$ . Під дією електричного поля електрона атоми і молекули середовища збуджуються і стають центрами випромінювання електромагнітних хвиль. При рівномірному русі електрона хвилі когерентні й будуть інтерферувати між собою. Коли швидкість електрона  $v$  більша за фазову швидкість світла в середовищі, то хвилі, що випромінюються атомами в різні моменти часу за певних умов, зможуть прийти в точку спостереження  $P$  (рис. 6.12) одночасно. Якщо

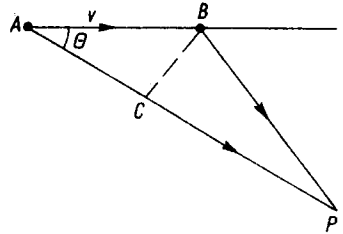


Рис. 6.12

електрон перебував у точках  $A$  і  $B$  в моменти часу  $t_1$  і  $t_2$ , то хвилі досягнуть точки  $P$  у моменти часу  $t_1 + \frac{AP}{v}$  та  $t_2 + \frac{BP}{v}$ . Різниця цих часів

$$\Delta t = (t_2 - t_1) - \frac{AP - BP}{v} = \frac{AB}{v} - \frac{AP - BP}{v}.$$

Для випадку, коли точка  $P$  достатньо віддалена від точки  $A$ , можна вважати, що  $AP - BP \approx AC = AB \cos \theta$ . Оскільки  $v < v$ , то існує кут  $\theta$ , який задовольняє умову

$$\cos \theta = \frac{v}{v} = \frac{c}{nv}, \quad (6.57)$$

де  $c$  – швидкість світла у вакуумі;  $n$  – показник заломлення середовища.

У разі виконання умови (6.57) всі хвилі досягають точки  $P$  одночасно й підсилюють одна одну. Отже, тільки в напрямі, що визначається умовою (6.57), поширюється випромінювання. З формули (6.57) видно, що випромінювання можливе на частотах  $\omega$ , для яких  $n(\omega) > 1/\beta$  ( $\beta = v/c$ ), і неможливе на частотах, для яких  $n(\omega) < 1/\beta$ .

Випромінювання Вавилова – Черенкова спостерігається у видимій, ультрафіолетовій та інфрачервоній частинах спектра, а також у

радіочастотному діапазоні. Для рентгенівських променів  $n < 1$ , тому таке випромінювання для них неможливе.

Експериментально доведено, що випромінювання Вавилова – Черенкова частково поляризоване й утворює суцільний спектр. Його електричний вектор лежить у площині, що проходить через напрям швидкості електрона і напрям поширення випромінювання. Випромінювання Вавилова – Черенкова поширюється головним чином у напрямі руху електрона і має максимальну інтенсивність уздовж твірних конуса, вісь якого збігається з напрямом швидкості електрона, а нахил твірної до осі визначається умовою (6.57).

Випромінювання Вавилова – Черенкова широко застосовується в ядерній фізиці для вимірювання швидкостей частинок високих енергій.

### § 6.8. Поняття про нелінійну оптику

Під дією зовнішнього електричного поля діелектрик поляризується. Поле викликає зміщення електронних шарів атомів відносно ядер, внаслідок цього атоми одержують дипольний момент. Це і є електронна поляризація діелектрика. Поряд із нею можливі й інші види поляризації, викликані зовнішнім полем. Так, відносні зміщення позитивних і негативних іонів під дією поля приводять до іонної поляризації. Якщо в середовищі є постійні диполі (дипольні молекули), то відбувається орієнтаційна поляризація, зумовлена повертанням диполів у напрямі поля. Найшвидше відбувається електронна поляризація, її час близько  $10^{-15}$ – $10^{-14}$  с. Іонна поляризація відбувається за час близько  $10^{-13}$ – $10^{-11}$  с, а орієнтаційна поляризація характеризується часом близько  $10^{-10}$  с і більше. Під дією електричного поля світлової хвилі орієнтаційна поляризація неістотна, оскільки час її встановлення набагато більший за період коливань поля у світловій хвилі. У діапазоні ультрафіолетової, видимої, інфрачервоної частин спектра основну роль відіграє електронна поляризація.

Кількісно поляризацію діелектрика описують вектором поляризації  $\vec{P}$ , який являє собою електричний дипольний момент одиниці об'єму середовища, наведений зовнішнім полем. Поляризація є “відгуком” середовища на зовнішню дію, яка описується вектором напруженості електричного поля  $\vec{E}$ . Співвідношення, що пов'язують величини  $\vec{P}$  і  $\vec{E}$ , відносять до так званих матеріальних рівнянь. Для звичайних інтенсивностей випромінювання, що створюється некогерентними джерелами світла, зв'язок між  $P$  і  $E$  має лінійний характер:

$$P = \chi E. \quad (6.58)$$

Якщо позначити поляризованість, що припадає на одну частинку речовини, через  $\alpha$ , то можна записати

$$P = N\alpha E, \quad (6.59)$$

де  $N$  – кількість частинок в одиниці об'єму.

Із співвідношень (6.58) і (6.59) маємо

$$\kappa = \alpha N. \quad (6.60)$$

Крім цього, мають місце і такі залежності:

$$\epsilon = 1 + \kappa; \quad \epsilon = n^2. \quad (6.61)$$

Співвідношення (6.58)–(6.60) характерні для лінійної оптики, якій властивий принцип суперпозиції.

При взаємодії сильного світлового поля з речовиною між величинами  $\vec{P}$  і  $\vec{E}$  проявляється нелінійна залежність. Клас оптичних явищ, в яких відсутня лінійна залежність між  $\vec{P}$  і  $\vec{E}$ , являє собою предмет *нелінійної оптики*. Вона набула бурхливого розвитку за останні кілька десятиріч і має досить важливе як теоретичне, так і практичне значення. Спинимося на деяких її особливостях.

Нелінійні світлові явища виникають тоді, коли напруженість електричного поля у світловій хвилі є одного порядку з напруженістю внутрішньомолекулярних та внутрішньоатомних полів, тобто при  $E = 10^8 - 10^9$  В/см. Завдяки створенню штучних когерентних джерел світла – лазерів – стало можливим вивчення нелінійних оптичних явищ. За допомогою таких джерел світла можна створювати в малих об'ємах великі густини енергії електромагнітного поля. Напруженість електричного поля хвилі лазерного світла може досягати  $10^{11}$  В/см. Поляризацію середовищ у цих випадках наближено можна описати залежністю

$$P = \kappa' E + \kappa'' E^2 + \kappa''' E^3 + \dots, \quad (6.62)$$

де  $\kappa'$ ,  $\kappa''$ ,  $\kappa'''$  – коефіцієнти поляризаційної електричної сприйнятливості відповідно лінійної, квадратичної та кубічної поляризацій. Класифікацію різних нелінійних оптичних явищ можна дати на основі аналізу окремих доданків співвідношення (6.62). Обмежимося розглядом окремих випадків поляризації, коли залежність між  $P$  і  $E$  має вигляд

$$P = \kappa' E + \kappa'' E^2, \quad (6.63)$$

$$P = \kappa' E + \kappa''' E^3. \quad (6.64)$$

При поширенні світлової хвилі в середовищі, поляризація якого набуває залежності у вигляді (6.63), виникають статична поляризація, а також друга гармоніка, якщо виконується умова хвильового синхронізму. Нехай монохроматична світлова хвиля з циклічною частотою  $\omega$  поширюється в середовищі у напрямі деякої осі  $OZ$ . Рівняння хвилі має вигляд

$$E = E_0 \sin(\omega t - k_1 z), \quad (6.65)$$

де  $k_1 = \omega / v = 2\pi / \lambda$ ;  $\lambda$  – довжина світлової хвилі;  $v$  – її фазова швидкість у середовищі.

На основі (6.65) співвідношення (6.63) набуває вигляду

$$P = \kappa' E_0 \sin(\omega t - k_1 z) + \frac{\kappa'' E_0^2}{2} + \frac{\kappa''' E_0^3}{2} \cos(2\omega t - 2k_1 z), \quad (6.66)$$

звідки випливає, що нелінійні оптичні явища зумовлені другим і третім членами. Другий доданок не залежить від часу і виражає статичну поляризацію, зумовлену дією потужної світлової хвилі. Таку поляризацію називають *оптичним детектуванням*, яке виявлено експериментально у 1962 р. Третій доданок зумовлений виникненням змінної поляризації з частотою  $2\omega$ , амплітуда якої прямо пропорційна добутку інтенсивності падаючого світла на нелінійну квадратичну сприйнятливості  $\kappa''$ . Приведений у коливальний рух електрон випромінює електромагнітні хвилі з частотою, у два рази більшою за частоту падаючого світла, тобто

$$E = E_0^1 \cos(2\omega t - k_2 z), \quad (6.67)$$

де  $k_2$  – нове хвильове число, яке взагалі не дорівнює  $2k_1$ , оскільки фазові швидкості  $v$  і  $v_1$  різні. Цей ефект був виявлений у 1961 р. і являє собою генерацію другої гармоніки.

Оскільки фазові швидкості поширення хвиль (6.65) і (6.67) різні, то при проходженні ними шляху  $\Delta z$  між коливаннями виникає різниця фаз

$$\Delta\phi = \Delta z (k_2 - 2k_1). \quad (6.68)$$

Щоб  $\Delta\phi = 0$ , потрібно виконання умови, яку називають умовою фазового синхронізму:

$$2k_1 = k_2, \text{ або } v(\omega) = v(2\omega).$$

Розглянемо тепер випадок, коли в процесі поляризації помітну роль відіграє третій член, тобто залежність (6.64).

Підставивши в (6.64) значення  $E$ , одержимо

$$\begin{aligned} P &= \kappa' E_0 \cos(\omega t - k_1 z) + \kappa''' E_0^3 \cos^3(\omega t - k_1 z) = \\ &= \kappa' E_0 \cos(\omega t - k_1 z) + \frac{3}{4} \kappa''' E_0^3 \cos(\omega t - k_1 z) + \frac{1}{4} \kappa''' E_0^3 \cos(3\omega t - 3k_1 z). \end{aligned}$$

Доданок з потрібної частотою, очевидно, веде до генерування третьої гармоніки, яку вперше спостерігали в 1963 р. американські вчені на кристалі ісландського шпату при освітлюванні його рубіновим лазером ( $\lambda = 0,6934$  мкм). На виході з кристала вдалось зареєструвати випромінювання з довжиною хвилі  $\lambda = 0,2313$  мкм. Пізніше генерація спостерігалась у деяких оптично ізотропних кристалах (LiF, NaCl), рідинах та газах.

Для випадку, коли в процесі поляризації помітну роль відіграє третій член співвідношення (6.64), виявляється, що показник заломлення залежить від квадрата амплітуди падаючої хвилі, тобто

$$n = n_0 + n_2 E_0^2,$$

де  $n_0$  – звичайний показник заломлення середовища за малих інтенсивностей світла; величина  $n_2 E_0^2$  характеризує залежність показника заломлення від інтенсивності світла. Для більшості речовин  $n_2 > 0$ , але існують речовини, для яких  $n_2 < 0$ .

Оскільки обмежений світловий пучок має більшу інтенсивність уздовж його осі, то показник заломлення в нелінійному середовищі ( $n_2 > 0$ ) більший на осі й зменшується у разі віддалення від неї до периферії. Внаслідок цього швидкість хвилі на периферії буде більша, ніж на осі, що приводить до зміни форми хвильового фронту, тобто відбувається самофокусування пучка. Для нелінійних середовищ ( $n_2 < 0$ ) відбувається розфокусування. У деяких нелінійних середовищах пучок світла проходить без змін поперечних розмірів. Такий режим поширення світла називається *самоканалізацією світлового пучка*.

Крім другої і третьої гармонік, очевидно, повинні з'явитись четверта, п'ята і так далі гармоніки. Експериментально четверту гармоніку спостерігав С. О. Ахманов (н. 1929 р.) у 1974 р., а п'яту – Харрісом (н. 1936 р.) у 1973 р.

У лінійній оптиці поглинання фотона частоти  $\nu$  матиме місце, коли енергія фотона близька до різниці між енергетичними рівнями атома чи молекули. Ці частоти називають *власними резонансними*  $\nu_0$ . У випадку взаємодії світла з речовиною в таких умовах поглинається один фотон. У потужних світлових потоках можуть мати місце поглинання атомом одночасно двох або кількох фотонів і поглинання світла може відбуватись не тільки для  $\nu_0$ , але й для частот  $\nu_0/2$ ,  $\nu_0/3$  і т. д. Таке поглинання світла середовищем із резонансною частотою  $\nu_0$  називають відповідно *двофотонним*, *трифотонним* і т. д. Оскільки в інтенсивних полях має місце нелінійна поляризація середовища, то багатофотонні процеси поглинання належать до нелінійних. Вперше двофотонне поглинання було виявлено у 1961 р. на кристалах фтористого кальцію, активованих європієм, при освітлюванні рубіновим лазером ( $\lambda = 0,6934$  мкм). До багатофотонних процесів відноситься також багатофотонний фото-ефект.

Якщо на нелінійне середовище спрямувати два потужні пучки світла з частотами  $\omega_1$  і  $\omega_2$ , то із середовища виходитиме світло не тільки з початковими частотами  $\omega_1$  і  $\omega_2$  та з їх другими гармоніками  $2\omega_1$  і  $2\omega_2$ , але й з частотами  $\omega_1 + \omega_2$  і  $\omega_1 - \omega_2$ .

Нелінійні оптичні явища в кристалах дають змогу перетворювати випромінювання лазера не тільки у випромінювання гармонік сумарних і різницевих частот, але й у випромінювання з плавною зміною частоти.

Відомі й інші нелінійні ефекти. Наприклад, нелінійне розсіяння світла, параметрична генерація світла, просвітлення поглинального се-

редовища і т. п. Досягнення нелінійної оптики стимулювали дослідження нелінійних явищ у фізиці плазми, акустики, радіофізики та ряду інших галузей знань.

## Розділ 7. Розсіяння світла

### § 7.1. Розсіяння світла в оптично неоднорідному середовищі

При поширенні світлової хвилі в оптичному середовищі її електричне поле викликає вимушені коливання оптичних електронів. Оскільки електрони мають електричний заряд, то вони при цьому випромінюють електромагнітні хвилі тієї ж частоти, що й частота коливань падаючої хвилі. Ці хвилі називають *вторинними*. Вони когерентні між собою і з падаючою хвилею. В оптично однорідному середовищі внаслідок інтерференції цих хвиль утворюється хвиля, яка поширюється в напрямі падаючої. В оптично неоднорідному середовищі світло буде поширюватись також у напрямках, відмінних від напрямку поширення падаючої хвилі. Поширення світла в середовищі у напрямках, відмінних від напрямку поширення падаючої хвилі, називається *розсіянням світла*. Оптична однорідність середовища може порушуватись через наявність у ньому сторонніх частинок. *Оптично неоднорідним* називається середовище, показник заломлення якого залежить від координат. Він може нерегулярно змінюватись від точки до точки середовища. Реальні середовища практично ніколи не бувають однорідними, бо в них завжди є різні макроскопічні неоднорідності: тверді частинки в газі (дим), рідина, в якій наявні краплини нерозчинної іншої рідини (емульсії), тверді частинки в рідині (суспензії). Такі середовища називаються *каламутними*.

У разі поширення світла в каламутному середовищі відбувається дифракція його на оптичних неоднорідностях. Внаслідок дифракції світло поширюється в напрямках, відмінних від напрямку поширення падаючої хвилі, тобто розсіюється. Інтенсивність розсіяного світла значною мірою залежить від співвідношення між розміром оптичних неоднорідностей  $d$  і довжиною хвилі  $\lambda$ . Якщо  $d < \lambda$  ( $d \sim 0,1\lambda$ ), то розсіяння називають *релеївським*.

Закони релеївського розсіяння світла встановив експериментально Дж. Тіндаль (1820–1893) у 1869 р., а теоретично їх обґрунтував Дж. Релей у 1899 р.

Інтенсивність розсіяного світла  $I$  обернено пропорційна четвертому степеню довжини хвилі (закон Релея), тобто

$$I \sim \frac{1}{\lambda^4}. \quad (7.1)$$

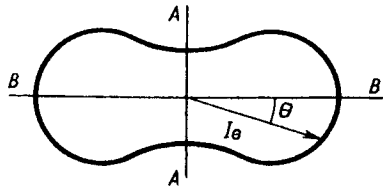


Рис. 7.1

Це означає, що фіолетові та сині промені розсіюються більше, ніж червоні. Тому в разі розсіювання білого світла розсіяне світло має блакитний відтінок, а світло, яке проходить через оптичне середовище, збагачене довгохвильовим випромінюванням.

Інтенсивність розсіяного світла залежить від кута розсіювання і виражається формулою

$$I_{\theta} = I_{\perp} (1 + \cos^2 \theta), \quad (7.2)$$

де  $\theta$  – кут розсіювання;  $I_{\perp}$  – інтенсивність розсіяного світла під кутом  $\theta = \pi/2$ . З формули (7.2) випливає, що інтенсивність світла, яке пройшло розсіювальне середовище в напрямі поширення падаючої хвилі, у два рази більша, ніж у перпендикулярному напрямі. Крива розподілу інтенсивності розсіяного світла в площині розсіювання залежно від кута розсіювання називається *індикатрисою розсіювання* (рис. 7.1). У разі обертання такої кривої відносно осей симетрії ( $AA'$  або  $BB'$ ) одержують просторову полярну діаграму інтенсивності розсіяного світла.

Дослід показує, що розсіяне світло частково або повністю поляризоване. Ступінь поляризації залежить від кута між напрямом падаючого світла і напрямом спостереження та від поляризованості молекул оптичного середовища.

Розглянемо поляризацію розсіяного природного світла оптичним середовищем, яке складається з ізотропних молекул, тобто таких, власний дипольний момент яких дорівнює нулю, а поляризованість молекул під дією зовнішнього поля в усіх напрямках однакова. Якщо природне світло падає на молекулу в напрямі  $Oy$  (рис. 7.2), то коливання електричного вектора лежать у площині  $xOz$  і в напрямі, перпендикулярному до напрямку падаючого світла (напрямок  $Ox$ ), розсіюються тільки хвилі з електричним вектором, перпендикулярним до площини  $xOy$  (площина розсіювання), оскільки світлові хвилі є поперечні. В усіх інших напрямках розсіяне світло є частково поляризованим.

Дослідження розсіювання світла оптичними середовищами, молекули яких анізотропні, показали, що поляризація розсіяного світла в напрямі  $Ox$  ніколи не буває повною. Такі молекули приводять до деполаризації розсіяного світла.

Розглянуті закономірності не справджуються на досліді, якщо розміри розсіювальних частинок набагато більші за довжину хвилі.

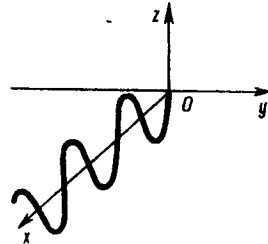


Рис. 7.2

Теорія розсіювання світла частинками сторонньої речовини досить складна. Тут розглядається кілька граничних випадків, які різняться між собою як співвідношеннями розмірів частинок і довжин світлових хвиль, так і оптичними властивостями сторонньої речовини. Вона може бути прозорим діелектриком, мати провідність металу. Найскладнішим є випадок, коли стороння речовина діелектрик, що має селективний характер поглинання.

Розглянемо деякі висновки з теорії для різних випадків розсіювання частинками сторонньої речовини. Як уже зазначалося, для релєвського розсіювання, коли розміри частинок сторонньої речовини значно менші від довжини світлової хвилі, інтенсивність розсіяного світла обернено пропорційна четвертому степеню довжини хвилі. Для інших розмірів неоднорідностей цей закон не справджується, і інтенсивність розсіяного світла виражається залежністю

$$I \sim \lambda^{-p}, \quad (7.3)$$

де  $p < 4$  і зменшується зі збільшенням розмірів частинок.

У випадку розсіювання на непрозорих частинках, розміри яких значно більші за довжину хвилі, явище можна розглядати як дифракцію світла на цих частинках. Математично задача розв'язується до кінця для частинок сферичної, еліптичної та інших правильних форм. Із наступним збільшенням розмірів частинок до дифракційних ефектів додаються геометричні, тобто явища заломлення і відбивання світла від поверхонь частинок.

Якщо розміри прозорих частинок набагато більші за довжину хвилі, то розсіювання світла визначається в основному геометричними ефектами відбивання і заломлення світла на межах поділу середовищ. Якщо частинки мають такі розміри  $r$ , що  $r/\lambda \gg 10$ , то інтенсивність розсіяного світла не залежить від довжини хвилі, і розсіяне світло не має кольору. З цих причин тумани мають білий колір. Внаслідок розсіювання світла оптично каламутними середовищами його інтенсивність зменшується і виражається співвідношенням, подібним до закону поглинання світла,

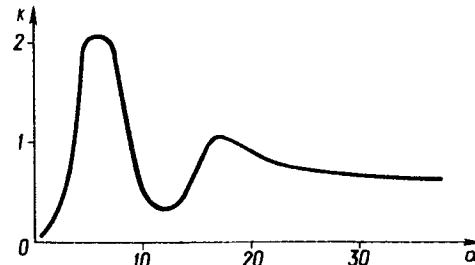


Рис. 7.3

$$I = I_0 e^{-2\pi N_1 r^2 kx}, \quad (7.4)$$

де  $I$  – інтенсивність світла після проходження шару середовища завтовшки  $x$ ;  $I_0$  – інтенсивність світла, що входить у середовище;  $N_1$  – кількість частинок в  $1 \text{ см}^3$  оптично каламутного середовища;  $r$  – радіус частинки;  $k$  – функція, яка залежить від відношення радіуса частинок до довжини хвилі.

Для крапель води розраховано функцію  $k$ , її залежність від параметра  $\alpha = 2\pi r / \lambda$  показано на рис. 7.3. Із графіка видно, що залежність  $k$  від  $\alpha$  практично зникає для значень  $\alpha > 40$ . При цьому зникає залежність інтенсивності розсіяного світла від довжини хвилі.

## § 7.2. Молекулярне розсіяння світла

Розсіяння світла спостерігається також і в оптичних середовищах, в яких відсутні сторонні частинки. У XIX ст. вважали, що розсіяння світла атмосферою зумовлене її забрудненням. Проте спостереження в горах, де повітря набагато чистіше, показали, що колір неба ще блакитніший. Це явище пояснили тим, що оптична неоднорідність у середовищах може виникати завдяки флуктуаціям. Останні зумовлені тепловим рухом молекул, що приводить до нерівномірного їх розподілу в просторі. У будь-який момент часу кількість молекул в однакових, але досить малих об'ємах буде різною. Це означає, що концентрація молекул і густина газу також будуть різними. Оскільки показник заломлення пропорційний густині газу, то він буде змінюватись як за координатами, так і в часі. Таким чином, тепловий рух молекул зумовлює флуктуації густини, що приводить до розсіяння світла. Таке розсіяння називається *молекулярним*.

Додатковими причинами виникнення оптичної неоднорідності в чистих середовищах, які складаються з анізотропних молекул, є флуктуації орієнтації молекул (флуктуації анізотропії), а в розчинах, крім того, флуктуації концентрації.

Оскільки об'єми, в яких виникають флуктуації, значно менші куба довжини хвилі, то молекулярне розсіяння світла підлягає законам рейлєвського розсіяння. Розглянемо його детальніше.

Якщо для ідеально рівномірного розподілу молекул густина речовини  $\rho_0$ , то при флуктуації  $\Delta\rho$  густину речовини в загальному випадку можна записати так:

$$\rho = \rho_0 + \Delta\rho.$$

З курсу молекулярної фізики відомо, що абсолютне значення флуктуації густини для ідеального газу визначається формулою

$$\overline{\Delta\rho^2} = \frac{m^2 N_0}{v_0}, \quad (7.5)$$

де  $\overline{\Delta\rho^2}$  – абсолютна величина середнього значення квадрата флуктуації густини;  $m$  – маса молекули;  $N_0$  – середнє число молекул в одиниці об'єму речовини;  $v_0$  – об'єм флуктуації.

Флуктуації густини середовища спричинюють флуктуації діелектричної проникності. Якщо в об'ємі  $v_0$  є збурення діелектричної проникності  $\Delta\varepsilon$ , то при напруженості електричного поля  $E$  у цьому об'ємі виникає додатковий дипольний момент  $\Delta P$ , величина якого визначається формулою

$$\Delta P = \varepsilon_0 \Delta\varepsilon E v_0, \quad (7.6)$$

де  $\varepsilon_0$  – електрична стала.

Такий об'єм є джерелом випромінювання вторинних хвиль. У класичній теорії електромагнітного випромінювання доведено, що амплітуда напруженості електричного поля  $E_0$ , випромінюваної диполем електромагнітної хвилі в точці, яка знаходиться на відстані  $r$  від диполя, визначається формулою

$$E_0 = \frac{\omega^2 P_0}{4\pi \varepsilon_0 c^2 r} \sin \theta, \quad (7.7)$$

де  $P_0$  – амплітуда коливань дипольного моменту;  $\theta$  – кут між вектором дипольного моменту і радіусом-вектором  $r$ . Підставимо у формулу (7.7) замість  $P_0$  величину  $\Delta P$  із формули (7.6). При цьому одержимо значення амплітуди розсіяної хвилі об'ємом  $v_0$ , в якому виникла флуктуація густини

$$E_0 = \frac{\omega^2 \Delta\varepsilon E_0 v_0^2}{4\pi c^2 r} \sin \theta. \quad (7.8)$$

Інтенсивність розсіяного світла на основі формули (1.13) дорівнює

$$I_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{\omega^4 \Delta\varepsilon^2 v_0^2}{16\pi^2 c^4 r^2} E_0^2 \sin^2 \theta. \quad (7.9)$$

Оскільки  $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 = I_0$  – інтенсивність падаючого світла, то

$$I_\theta = I_0 \frac{\pi^2 \Delta\varepsilon^2 v_0^2}{\lambda^4 r^2} \sin^2 \theta. \quad (7.10)$$

Дж. Рейлей одержав формулу для інтенсивності світла, розсіяного ідеальним газом з об'ємом  $v_0$ :



$$I_0 = I_0 \frac{\pi^2 v_0}{\lambda^4 r^2} \frac{(n^2 - 1)^2 (n^2 + 2)^2}{9} \frac{v_0}{N_0} \sin^2 \theta. \quad (7.11)$$

Співвідношення (7.11) називається *формулою Релея*. З неї випливає, що при молекулярному розсіянні світла його інтенсивність обернено пропорційна четвертому степеню довжини хвилі. Цим пояснюється блакитний колір неба і морської води. З формули (7.11) також випливає, що інтенсивність розсіяного світла пропорційна об'єму  $v_0$ , в якому відбувається розсіяння.

Оскільки під час сходу та заходу Сонця прямий світловий промінь проходить крізь більшу товщу атмосфери, тому більше розсіюється короткохвильового проміння й поверхні Землі досягають переважно червоні промені. Тому при сході і заході Сонце стає червоним.

У 1910 р. А. Ейнштейн, виходячи з ідеї флуктуації густини середовища, створив кількісну термодинамічну теорію молекулярного розсіяння світла в рідинах і в реальних газах. Він одержав формулу для інтенсивності розсіяного світла, окремим випадком якої є формула Релея.

Молекулярне розсіяння світла може спричинятись не лише флуктуаціями густини. Так, у розчинах за звичайних умов молекули розчиненої речовини перемішуються з молекулами розчинника настільки рівномірно, що розчин вважається в оптичному відношенні таким же однорідним, як і розчинник. Причиною розсіяння світла в розчинах можуть бути флуктуації концентрації розчиненої речовини. Існують комбінації речовин, які розчиняються одна в одній частково при температурах, нижчих від критичної температури змішування. При температурах, вищих за критичну температуру змішування, речовини змішуються в будь-яких пропорціях, а при критичній температурі змішування рідини – тільки в певних вагових відношеннях. У цьому випадку флуктуації концентрації, які зумовлюють інтенсивне розсіяння світла, досить значні. Особливий випадок молекулярного розсіяння світла спостерігається в речовинах при температурах їхнього критичного стану, коли флуктуації максимальні. Таке середовище стає непрозорим для падаючого світла, а розсіяння називається *опалесценцією*.

Розсіяння світла відбувається не тільки в об'ємі, а й на вільній поверхні рідини та на межі двох незмішуваних рідин. Під дією сил поверхневого натягу, які намагаються зробити поверхню мінімальною й абсолютно гладенькою, тепловий рух молекул приводить до відхилення від такого стану. Внаслідок цього на поверхні рідини виникають неоднорідності, на яких відбувається молекулярне поверхнєве розсіяння світла. Це явище експериментально і теоретично дослідив Л. І. Мандельштам (1879–1944). Молекулярне розсіяння в кристалах вперше виявив Г. С. Ландсберг (1890–1957) у 1927 р.

### § 7.3. Розсіяння Мандельштама – Бріллюена

При релеївському і молекулярному розсіянні світла частота розсіяного світла не змінюється. Проте існують такі види розсіяння, за яких вона змінюється. До них належить і розсіяння Мандельштама – Бріллюена. Воно виникає в оптичному середовищі, в якому поширюються акустичні хвилі. Акустичні хвилі створюють в цьому середовищі неоднорідність густини.

Нехай в оптичному середовищі поширюється акустична монохроматична хвиля з частотою  $\Omega$  і хвильовим числом  $q$ , рівняння якої має вигляд

$$A = A_0 \cos(\Omega t - qx). \quad (7.12)$$

Зміна числа молекул в одиниці об'єму

$$\Delta N = N_0 \cos(\Omega t - qx).$$

Нехай у кристалі, крім акустичної хвилі, поширюється ще й світлова хвиля з частотою  $\omega$  і хвильовим числом  $k$ , рівняння якої

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx). \quad (7.13)$$

Амплітуда розсіяної хвилі буде пропорційна  $NE$ . Тоді

$$NE = (N_0 + \Delta N)E = N_0 E_0 \cos(\omega t - kx) + \frac{1}{2} E_0 \Delta N \cos(\omega_1 t - k_1 x) + \frac{1}{2} E_0 \Delta N \cos(\omega_2 t - k_2 x), \quad (7.14)$$

де  $\omega_{1,2} = \omega \pm \Omega$ ;  $k_{1,2} = k \pm q$ .

З формули (7.14) видно, що в розсіяному світлі поряд із частотою падаючої електромагнітної хвилі  $\omega$  з'являються компоненти з частотами  $\omega + \Omega$  і  $\omega - \Omega$ . Зміна частоти розсіяного світла дорівнює частоті акустичної хвилі. Таке розсіяння являє собою *розсіяння Мандельштама – Бріллюена*.

Для того, щоб розсіяні промені, інтерферуючи, давали максимум інтенсивності в напрямі, який утворює кут  $\theta$  з напрямом падаючого світла, необхідно, щоб оптична різниця ходу  $CB + BD$  сусідніх падаючих (1 і 2) і розсіяних 1' і 2' променів (рис. 7.4) дорівнювала  $\lambda$ , тобто

$$2n\Lambda \sin(\theta/2) = \lambda, \quad (7.15)$$

де  $\Lambda = AB$  – довжина розсіяної пружної хвилі. Розсіяння світлової хвилі на пружній хвилі еквівалентно модуляції світла падаючого пучка з частотою пружної хвилі. Умова (7.15) приводить до виразу для відносної зміни частоти розсіяного світла

$$\Delta\nu/\nu = 2n \frac{v}{c} \sin(\theta/2), \quad (7.16)$$

де  $v$  – швидкість поширення пружних хвиль у кристалі.

Цю формулу вперше одержали незалежно один від одного Л. І. Мандельштам і Л. Бріллюен.

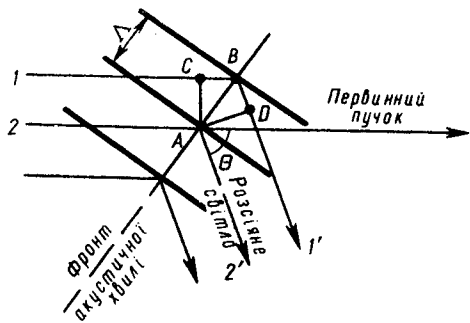


Рис. 7.4

В аморфних твердих тілах можуть поширюватися поздовжні і поперечні акустичні хвилі, швидкості яких різні. Тому в розсіяному світлі спектральна лінія повинна розкладатися на п'ять компонентів: одну незміщену та дві пари зміщених компонентів, з яких одна пара є результатом розсіяння на поздовжніх акустичних хвилях, а друга – на поперечних. Дослідження розсіяння Мандельштама – Бріллюена дає можливість зробити висновки про температурну залежність теплофізичних властивостей речовин, про поведінку пружних сталей для різних кристалографічних напрямів у кристалі, у тому числі і в області фазових переходів.

Розсіяння Мандельштама – Бріллюена вперше експериментально виявили на кристалах кварцу в 1930 р. Л. І. Мандельштам, Г. С. Ландсберг і С. Ф. Гросс (1897–1972), а на рідинах – С. Ф. Гросс.

У загальному випадку в кристалах спектральна лінія неполяризованого світла повинна розщеплюватися на 25 компонентів: одну незміщену і 24 зміщених. Справа в тому, що в кристалах у кожному напрямі можуть поширюватися одна поздовжня акустична хвиля та дві поперечні. У тих же напрямках можуть поширюватися дві світлові хвилі, поляризовані у взаємно перпендикулярних площинах. Кожна з цих світлових хвиль у свою чергу розщеплюється на дві хвилі при відбиванні від акустичних хвиль відповідних напрямів поширення. Це і приводить до появи в розсіяному світлі 24 компонентів. Проте внаслідок слабкої анізотропії ці 24 компоненти групуються в шість груп по чотири лінії в кожній і не розрізняються спектральними приладами. Тому на досліді в кристалічних тілах спостерігаються шість зміщених компонентів.

Розсіяння світла можливе також на інших колективних збудженнях, наприклад, магнонах, поляронах, екситонах, плазмонах, дефектах кристалічної ґратки.

У розглянутих випадках розсіяння світла до уваги брали вплив оптичних неоднорідностей різного походження, але не враховувалась інтенсивність світла. Тому розглянуті види розсіяння світла належать до лінійної оптики.

Під дією на розсіювальне середовище інтенсивного імпульсу лазера виникає ряд нелінійних ефектів. Одним із них є вимушене Мандельштама – Бріллюена розсіяння світла, яке використовується для генерування потужних гіперзвукових хвиль у кристалах.

#### § 7.4. Оптичні явища, зумовлені розсіянням світла в атмосфері (денне світло, райдуга, гало, вінці)

Внаслідок розсіяння світла атмосфера світиться в усіх напрямках, створюючи *денне світло*, яке освітлює земну поверхню і всі предмети. Оскільки інтенсивність розсіяного світла чистою атмосферою обернено пропорційна четвертому степеню довжини світлових хвиль, то небо має голубий колір. За наявності в атмосфері завислих водних краплин та пилу розсіяння світла відбувається рівномірніше в усіх частинах спектра і колір неба стає менш голубим, тобто білішим. Розсіяння світла атмосферою є причиною плавного переходу від дня до ночі і навпаки. При опусканні Сонця за горизонт атмосфера освітлюється все менше і настає момент, коли вона зовсім не освітлюється. Проміжок часу між цим моментом і заходом Сонця являє собою присмерки.

До оптичних явищ, зумовлених розсіянням світла в атмосфері, належить *райдуга*. Це кольорова смуга у вигляді дуги, що спостерігається на фоні дощових хмар або дощу, коли дощова хмара знаходиться попереду спостерігача, а Сонце – позаду. Центр дуги райдуги знаходиться на продовженні прямої, що проходить через око спостерігача і Сонце. Кут між цією прямою і напрямом від спостерігача до дуги райдуги має значення 41–42° (приклад 7.1). Різнокольорова дуга знаходиться від спостерігача на відстані 1–2 км, її можна також спостерігати на відстані 2–3 м на фоні водяних краплин фонтанів. Часто виникає побічна райдуга, концентрична до першої, із оберненим розміщенням кольорів. Її кутовий радіус має значення близько 52°. Вигляд дуги, яскравість кольорів та ширина смуг залежать від розмірів краплин води та їхньої кількості: більші краплини створюють вужчу райдугу з різко виділеними кольорами.

Виникнення райдуги Р. Декарт у 1637 р. пояснював заломленням і відбиванням світла в дощових краплинах. Утворення кольорів та їх послідовність пояснено після встановлення складної природи білого світла та його дисперсії в середовищах. Іноді одночасно спостерігається три, чотири і навіть п'ять райдуг. Вони можуть виникати не тільки від прямих сонячних променів, але й внаслідок дії відбитих. Райдугу можна спостерігати також і вночі після дощу, коли із-за хмар виходить Місяць. У цьому випадку вона буде білою, оскільки нічним зором кольори не розрізняються.

Нерідко спостерігають оптичне явище, яке називається *гало*. Ця назва об'єднує групу складних оптичних явищ в атмосфері, зумовлених заломленням і відбиванням світла в кристалах льоду пір'ястих хмар. Кристали, з яких складаються хмари, являють собою тонкі шестигрунті пластинки-сніжинки або правильні шестигрунті призми. Іноді пластинки та призми з'єднуються, тоді кристали мають форму парашутиків.

Оскільки кут між двома гранями шестигрунної призми дорівнює 60°, а показник заломлення льоду для світлових хвиль, яким відповідає зеле-

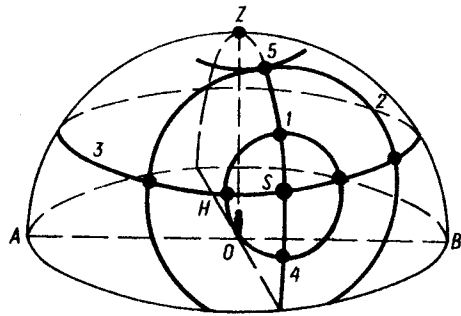


Рис. 7.5

ний колір,  $n = 1,31$ , то за допомогою формули (2.11) знаходимо, що кут найменшого відхилення променя дорівнює  $22^\circ$ .

На рис. 7.5 показано загальну картину гало. У центрі небосхилу  $O$ , який зображено у вигляді півсфери, знаходиться спостерігач. Точки  $Z$  і  $S$  вказують розміщення відповідно zenіту і Сонця для спостерігача, відрізок  $AB$  – лінію горизонту. В загальному випадку можна спостерігати

такі явища. Малий круг гало 1, центр якого збігається з центром видимого розміщення Сонця; його кутовий радіус дорівнює  $22^\circ$ . Великий круг гало 2 і круг 1 концентричні, круг гало 2 має кутовий радіус  $46^\circ$ . Світлий круг 3 паралельний горизонту і проходить через видиме розташування Сонця. Кільце 4 розміщене у вертикальній площині й також проходить через видиме розташування Сонця. Круги 3 і 4 утворюють стовпи, які за формою подібні до хрестів. Вертикальні стовпи утворюються внаслідок відбивання і заломлення світла в горизонтально розміщених кристалах, які повільно падають і обертаються навколо горизонтальної осі.

Коли значна кількість кристаликів льоду у вигляді парашутиків повільно опускається, то у разі низького розміщення Сонця над горизонтом сонячні промені, заломлені гранями шестигранних призм, потрапляють в око під кутом  $22^\circ$  до напрямку на Сонце і створюють вертикальні стовпи з обох боків від Сонця. Ці стовпи в перетині з кругом 3 з обох боків Сонця утворюють два несправжніх Сонця.

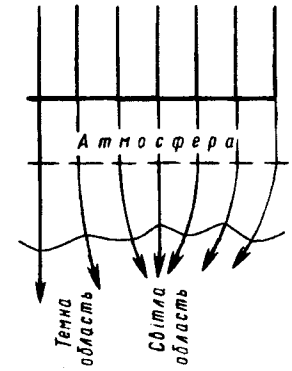
Іноді тихим морозним ранком можна спостерігати над яскравим Сонцем, що піднімається над горизонтом, льодяні голки, що поблискують в його промінні, а зверху і знизу від Сонця – світні стовпи. Ці стовпи самі по собі кольору не мають, але коли Сонце стає жовтим, оранжевим або червоним, вони набирають того самого відтінку.

Навколо Сонця або Місяця можна спостерігати одне або кілька райдужних кілець, які називаються *вінцями*. Центр вінців збігається з центром світила, навколо якого вони виникають. Утворення вінців зумовлене дифракцією світла на водяних краплинах прозорих хмар, які знаходяться між світилом і спостерігачем. Не слід змішувати вінці з гало. Кутовий діаметр вінців значно менший від діаметра гало і становить  $1-6^\circ$ .

До оптичних явищ належить також мерехтіння зірок. Воно зумовлене випадковими змінами густини середовища, що приводить до зміни його показника заломлення.

Від зірки до Землі поширюється плоска світлова хвиля (промені паралельні). Внаслідок випадкових змін густини атмосфери Землі відбуваються

відповідні зміни її показника заломлення. Це приводить до зміни форми фронту хвилі (рис. 7.6). Оскільки промені нормальні до фронту, то в місцях виступів вони розходяться й яскравість цих ділянок зменшується, а в місцях впадин промені сходяться і яскравість відповідно збільшується. Оскільки зміни показника заломлення в атмосфері мають випадковий характер, то спостерігається мерехтіння зірок. Це явище характерне тільки для зірок, оскільки їх можна побачити у вигляді світних точок під кутом не більшим  $0,05''$ . Планети не мерехтять, так як видно їх під кутом десятків кутових секунд. Тому світло від ділянок хвильового фронту, яким відповідає менша інтенсивність світла, буде перекриватись світловим потоком від ділянок хвильового фронту, яким відповідає більша інтенсивність світла.



**Приклад 7.1.** Показати, що кут між прямою, яка проходить через око спостерігача і Сонце, та напрямом від спостерігача до зовнішньої поверхні дуги райдуги має значення  $42^\circ$ .

Розв'язання. Розглянемо хід променів від Сонця через краплину води. Сонячний промінь, який падає на краплину в точці  $A$  під кутом  $i$ , заломлюється на поверхні краплини під кутом  $r$ , потім відбивається в точці  $B$  і знову заломлюється в точці  $D$ , виходячи з краплини під кутом  $i$  (рис. 7.7). Із трикутника  $ABC$  можна записати  $r = (i - r) + \gamma/2$ , звідки

$$\gamma = 4r - 2i. \quad (1)$$

Тоді кут відхилення променя  $\epsilon$  дощовою краплиною дорівнює

$$\epsilon = \pi - \gamma = \pi - 4r + 2i. \quad (2)$$

Проведемо дослідження (2) на екстремум

$$\frac{d\epsilon}{di} = -4 \frac{dr}{di} + 2 = 0. \quad (3)$$

Шляхом диференціювання співвідношення  $\sin i = n \sin r$  одержимо

$$\frac{dr}{di} = \frac{\cos i}{n \cos r} = \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i}{n^2 - \sin^2 i}}. \quad (4)$$

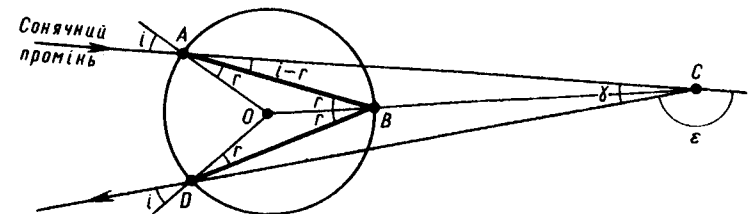


Рис. 7.7

Підставимо (4) у (3)

$$\frac{dc}{di} = -4 \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i}{n^2 - \sin^2 i}} + 2 = 0.$$

Для  $n = 1,33$  маємо

$$\sin i = \sqrt{\frac{4 - n^2}{3}} = 0,86; \quad i \approx 60^\circ, \quad \text{а } r \approx 40^\circ 30'.$$

Підставимо ці значення в рівняння (2). Тоді

$$\varepsilon = 180^\circ - 162^\circ + 120^\circ = 138^\circ, \quad \text{а } \gamma = 42^\circ.$$

Під кутом  $42^\circ$  промені зазнають найменшого відхилення, тому найбільша інтенсивність буде спостерігатись для цього кута. Отже, кут між лінією, яка проходить від Сонця через око спостерігача, і променем, що виходить із краплини і потрапляє в око, дорівнює  $42^\circ$ .

Внаслідок дисперсії показника заломлення води червоні промені будуть відхилятися менше ніж фіолетові. Тому райдуга є дугою, розкладеною в спектр, внутрішня сторона якої має фіолетовий колір, а зовнішня – червоний.

## Розділ 8. Експериментальні основи спеціальної теорії відносності

### § 8.1. Швидкість світла. Методи вимірювання швидкості світла

Швидкість  $c$  світла у вакуумі являє собою одну з основних фізичних сталих, які називають фундаментальними константами. Вона входить до цілого ряду формул сучасної фізики, є основним параметром у квантовій теорії поля і входить до рівнянь, які описують процеси, що відбуваються у масштабах Всесвіту; входить до формули зв'язку маси і енергії; є найважливішою константою в спеціальній теорії відносності.

Експериментальне визначення швидкості світла має важливе як теоретичне, так і практичне значення.

Методи вимірювання швидкості світла поділяються на прямі і непрямі, а за іншим принципом – на астрономічні і лабораторні. До прямих методів вимірювання належать метод Ремера, метод Фізо, метод обертового дзеркала Фуко і метод Майкельсона, метод з використанням комірки Керра. В основі цих методів лежить модуляція світлового пучка природним або штучним способом. До непрямих методів вимірювання швидкості світла належать метод Брадлія, в основі якого лежить явище аберації світла зірок, метод Кольрауша і Вебера визначення відношення електростатичних і магнітних одиниць та найновіші методи вимірювання частоти і довжини хвилі.

Оскільки явище *аберації світла* зірок має важливе значення в розв'язанні питання про світлоносний ефір, то розглянемо детальніше метод вимірювання швидкості світла, в основі якого лежить це явище. Воно полягає в тому, що видиме (позірне) розташування світила на не-

небесній сфері змінюється внаслідок скінченності значення швидкості світла і руху спостерігача разом із Землею навколо Сонця. У 1728 р. Дж. Брадлія (1693–1762) виявив, що розміщення зірок протягом року періодично змінюється і кожна з них рухається по еліпсу. Виявилось, що велика вісь еліпса для всіх зірок має одні й ті самі кутові розміри, які дорівнюють  $40,9''$ . Форма еліпса залежить від розміщення зірок відносно площини земної орбіти. Зірки, що розташовані у площині екліптики, здійснюють періодичні коливальні рухи вздовж прямої.

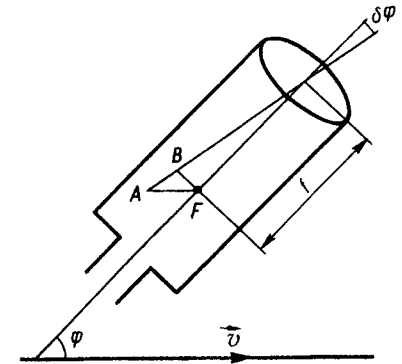


Рис. 8.1

Полярна зірка описує коло, а всі інші – еліпси. Це явище Дж. Брадлія пояснив скінченністю швидкості світла і визначив її. Нехай дійсний напрям на зірку (рис. 8.1) утворює кут  $\varphi$  із напрямом орбітальної швидкості Землі  $\vec{v}$ . Спостерігаючи за такою зіркою, вісь телескопа треба відхилити від дійсного напрямку до вектора  $\vec{v}$  на певний кут  $\delta\varphi$ . Це зумовлено тим, що за час  $\Delta t = f/c$  (де  $f$  – фокусна відстань об'єктива), протягом якого світло поширюється від об'єктива до фокуса  $F$ , телескоп разом із Землею зміщується в напрямі  $\vec{v}$ . Якщо телескоп не відхиляти від дійсного напрямку, то зображення зірки буде не в точці  $F$ , а в точці  $A$ . З рис. 8.1 маємо, що  $AF = v\Delta t = vt/c$ . Оскільки  $\delta\varphi \ll \varphi$ , то

$$\delta\varphi = \frac{FB}{f} = \frac{AF \sin \varphi}{f} = \frac{v}{c} \sin \varphi. \quad (8.1)$$

На рис. 8.2 показано позірний рух по колу Полярної зірки, зумовлений аберацією світла. Зірку  $S$ , розміщену в напрямі, перпендикулярному до площини екліптики, спостерігають із двох діаметрально протилежних точок:  $A$  і  $B$ . Кут між напрямками на зірку через півроку буде  $\Delta\varphi = 2\delta\varphi$ . Оскільки кут нахилу осі телескопа до напрямку руху Землі в цьому випадку  $\varphi = 90^\circ$ , то  $\sin \varphi = 1$ . На основі (8.1) маємо

$$\Delta\varphi = 2v/c, \quad (8.2)$$

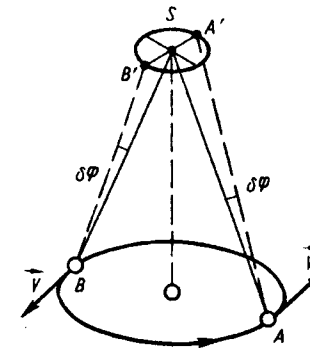


Рис. 8.2

звідки

$$c = \frac{2v}{\Delta\varphi}. \quad (8.3)$$

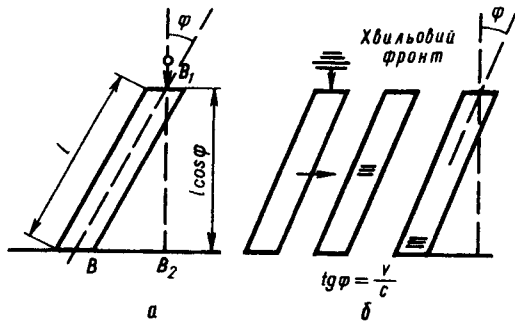


Рис. 8.3

Здійснивши обчислення, Дж. Брайдей одержав, що  $c = 303\,000$  км/с. Більш точні вимірювання цим методом дають величину  $c = 299\,640$  км/с. Зазначимо, що Дж. Брайдей проводив спостереження з метою виявлення річного паралакса зірок, тобто позірного зміщення зірок на небозводі, зумовленого рухом Землі навколо Сонця і скінченністю відстані від Землі до зірки.

Причину зміни позірного напрямку на світло при русі спостерігача (телескопа) у межах корпускулярної теорії світла можна пояснити так. Нехай корпускула рівномірно рухається у вертикальному напрямку зі швидкістю  $c$  (рис. 8.3, а). Її потрібно пропустити крізь трубку завдовжки  $l$ , яка рухається горизонтально зі швидкістю  $v$  так, щоб корпускула при цьому переміщувалась уздовж осі трубки  $BB_1$ . Коли вона досягне точки  $B_2$ , там має знаходитись нижній кінець трубки  $B$ . Отже, для такого взаємного розміщення корпускули і трубки при їх одночасному русі останнє потрібно нахилити вперед за напрямком її руху на певний кут  $\varphi$ . Якщо корпускула проходить відстань  $B_1B_2$  за час  $\Delta t$ , то  $B_1B_2 = c\Delta t$ , а  $BB_2 = v\Delta t$  і  $\operatorname{tg} \varphi = v/c$ .

У межах хвильової теорії світла цей висновок залишається без змін. Щоб рухома трубка не деформувала хвильовий фронт світла, який поширюється зі швидкістю  $c$ , її потрібно нахилити під тим самим кутом  $\varphi$  (рис. 8.3, б).

Для спостереження за поширенням світлових пучків їх треба маркувати або модулювати певним способом. Застосовують три основних методи модуляції: метод зубчастого колеса, обертового дзеркала та електричного затвора.

У 1849 р. А. Фізо вперше визначив швидкість світла в лабораторних умовах. Він застосував метод зубчастого колеса й отримав, що швидкість світла  $c = 315\,000$  км/с. Удосконалюючи метод Фізо, М. Корню в 1876 р. одержав величину  $c = (300\,000 \pm 300)$  км/с, а Перротен у 1902 р. –  $c = (299\,870 \pm 50)$  км/с.

В 1860 р. Ж. Фуко істотно вдосконалив методику вимірювання швидкості світла в лабораторних умовах. Замість зубчастого колеса для модуляції світлового пучка він використав обертове дзеркало. На основі своїх дослідів Ж. Фуко одержав  $c = (298\,000 \pm 500)$  км/с. Він також встановив, що швидкість світла у воді менша, ніж у повітрі, що відповідало уявленням хвильової теорії світла.

Дальші вдосконалення методу Фуко підвищили точність вимірювання і дали змогу А. Майкельсону одержати в 1926 р. результат  $c = (299\,796 \pm 4)$  км/с.

Останнім часом замість механічних методів модуляції застосовують електричні (ефект Керра, ефект Погкельса), робота яких надійніша і значно підвищила точність вимірювань.

У 1972 р. швидкість світла була визначена на основі незалежних вимірювань довжини хвилі  $\lambda$  і частоти коливань  $\nu$ . Джерелом світла взято гелієво-неоновий лазер, який генерує випромінювання хвиль довжиною 3,39 мкм. Довжина хвилі вимірювалась інтерферометричним порівнянням з еталоном довжини, тобто з довжиною хвилі у вакуумі оранжевої лінії ізотопу криптону-86. Частота лазерного випромінювання вимірювалась порівнянням її з атомним стандартом частоти, тобто з частотою переходу між двома надтонкими квантовими рівнями атома цезію-133 у нульовому магнітному полі.

Вимірювання за допомогою лазерної техніки дали змогу в 1973 р. Генеральній асамблеї Міжнародного комітету з числових даних для науки і техніки прийняти рішення, що швидкість світла у вакуумі  $c = (299\,792\,458 \pm 1,2)$  м/с. Удосконалення техніки експерименту дало можливість ще підвищити точність вимірювання швидкості світла.

Природно виникає питання, якою мірою є впевненість у тому, що швидкість світла у вакуумі однакова для всіх довжин хвиль? Спостереження за періодичністю пульсарів у різних ділянках спектра та ряд експериментальних досліджень дають підставу стверджувати, що швидкість світлових хвиль у вакуумі для частини спектра від декількох сотень нанометрів до міліметрів не залежить від довжини хвилі.

## § 8.2. Експериментальні основи спеціальної теорії відносності

У класичній фізиці початку XIX ст. вважалось, що світло як хвильовий процес поширюється в деякому гіпотетичному середовищі – ефірі. Коли панувала механічна теорія світла, то ефір наділяли незвичайними властивостями – неймовірно великою пружністю і нескінченно малою густиною.

Після створення Дж. Максвеллом електромагнітної теорії світла “механічний ефір” було замінено “електромагнітним” як середовищем, в якому поширюються тільки електромагнітні хвилі. З рівнянь Максвелла

впливає, що швидкість світла у вакуумі  $c$  має бути інваріантною величиною при переході від однієї інерціальної системи відліку до іншої. Це суперечить теоремі додавання швидкостей у класичній механіці.

Із створенням електромагнітної теорії світла постала проблема вибору такої системи відліку, в якій рівняння Максвелла були б інваріантні відносно перетворень Галілея.

На думку Дж. Максвелла, електромагнітні хвилі мають поширюватись в ефірі, а його рівняння справджуються тільки в тій системі відліку, в якій ефір знаходиться у спокої. Отже, в електромагнітній теорії світла ефір перетворився в умовне абстрактне середовище, від якого вимагалось виконання ролі системи відліку, яка забезпечувала б справедливості рівнянь Максвелла при переході від однієї інерціальної системи відліку до іншої. Така система є переважаючою серед усіх інших інерціальних систем відліку, в яких має спостерігатись рух ефіру – ефірний вітер. Виявлення його вважалось однією з основних проблем фізики кінця XIX – початку XX століть.

О. Френель вважав, що рухомі тіла не захоплюють ефір і він вільно проходить крізь них. Виходячи з механічних уявлень, вчений припускав, що рухомі тіла можуть частково захоплювати ефір.

Розвиваючи теорію поширення електромагнітних хвиль в ефірі, Генріх Герц (1857–1894) розвивав електродинаміку, яка ґрунтувалась на припущенні, що ефір повністю захоплюється рухомими тілами. Основоположник електронної теорії, Х. Лоренц вважав, що ефір абсолютно нерухомий. Вирішити питання, яка з цих гіпотез відповідає дійсності, може тільки дослід. Із всієї серії дослідів, зв'язаних з цією проблемою, розглянемо найоригінальніші, критичний аналіз яких дає змогу зробити висновок, який суперечить наведеним вище припущенням.

У 1804 р. Т. Юнг дав пояснення аберації світла з погляду хвильової теорії, ґрунтуючись на припущенні, що ефір не захоплюється Землею. Справді, формулу для кута аберації  $\operatorname{tg} \Delta\varphi = v/c$  можна одержати, якщо вважати, що ефірний вітер, який виникає внаслідок руху Землі навколо Сонця, зносить світлові хвилі в напрямі, протилежному до руху Землі. Завдяки цьому зображення зірки в телескопі (див. рис. 8.1) зміщується на кут, що визначається формулою (8.1).

Щоб перевірити, чи захоплюється ефір тілами, А. Фізо виконав у 1851 р. такий дослід. Паралельний пучок світла від джерела  $S$  поділявся напівпрозорим дзеркалом  $P$  на два пучки 1 і 2 (рис. 8.4). Дзеркалами  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  досягалось те, що пучки проходили однакові шляхи, потрапляли в зорову трубу  $T$  й інтерферували. На шляху поширення променів 1 і 2 була розміщена система із двох труб, якими циркулювала вода зі швидкістю  $u$ . Промінь 1 поширювався за течією, а промінь 2 – проти течії. Дослід показав, що рух води в системі приводить до зміщення інтерференційних смуг у зоровій трубці  $T$ , тобто виявлено вплив руху середовища на швидкість поширення світла в ньому. Розглянемо це

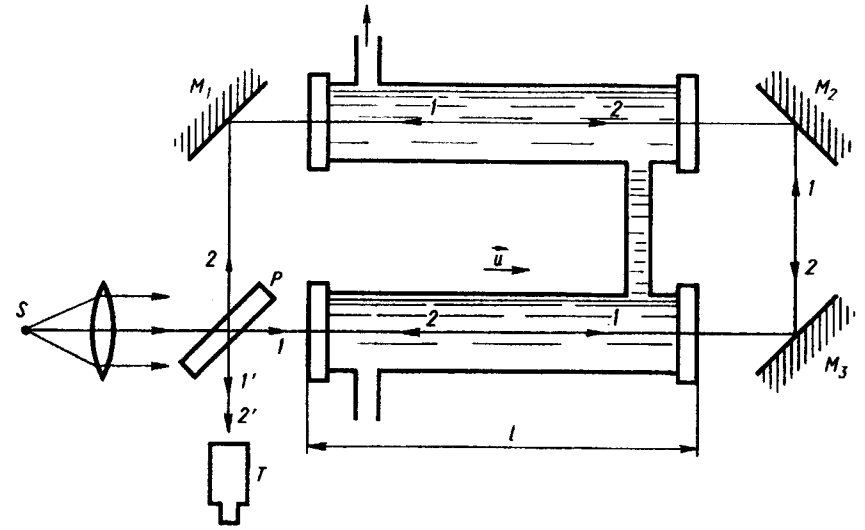


Рис. 8.4

явище з погляду Г. Герца на ефір як середовище, що повністю захоплюється рухомими тілами. Якщо показник заломлення води  $n$ , то швидкість світла у нерухомій воді  $v = c/n$ . Якщо ефір повністю захоплюється рухомими тілами, то швидкість світла по відношенню до цих тіл не залежить від їх руху. Це означає, що швидкість променя 1 відносно експериментальної установки буде  $v+u$ , а променя 2 – відповідно  $v-u$ . Внаслідок цього промінь 1 пройде шлях  $2l$  за менший час, ніж промінь 2. Різниця цих часів

$$\Delta t = \frac{2l}{v-u} - \frac{2l}{v+u} = \frac{4lu}{v^2 - u^2} \approx \frac{4lu}{v^2} = \frac{4lun^2}{c^2}. \quad (8.4)$$

Знаючи різницю часів поширення променів 1 і 2 у рухомій воді, легко обчислити різницю ходу цих променів і відповідно величину зміщення інтерференційних смуг при переході від нерухомої до рухомої води. Виявилось, що зміщення смуг інтерференційної картини було майже наполовину меншим розрахованого. Отже, дослід Фізо заперечує електродинаміку Герца.

Відповідно до уявлень О. Френеля, густина ефіру в тілах повинна бути зв'язана з їх показниками заломлення співвідношенням

$$n = c/v = \sqrt{\rho_1/\rho},$$

де  $\rho$  і  $\rho_1$  – відповідно густина ефіру у вакуумі і в тілах. Він вважав, що ефір, проникаючи в рухоме тіло, стискається. Якщо тіло рухається зі

швидкістю  $u$ , то ефір усередині тіла рухатиметься з іншою швидкістю. На основі умови нерозривності для ефіру одержимо, що його швидкість у рухомих тілах

$$u' = u \frac{\rho}{\rho'} = \frac{u}{n^2},$$

тобто ефір, який тече назустріч рухомій воді, рухатиметься відносно неї зі швидкістю  $u'$ . Це означає, що швидкість поширення світла відносно води в напрямі її руху дорівнює  $v - u'$ , а в протилежному напрямі – відповідно  $v + u'$ . Швидкість світла в рухомій воді відносно нерухомої установки за течією води і проти течії відповідно дорівнює:

$$\begin{aligned} v_1 &= v - u' + u = v + u \left(1 - \frac{1}{n^2}\right); \\ v_2 &= v + u' - u = v - u \left(1 - \frac{1}{n^2}\right). \end{aligned} \quad (8.5)$$

З формул (8.5) випливає, що вираз  $1 - 1/n^2 = \alpha$  відіграє роль коефіцієнта часткового захоплення, величина якого  $0 \leq \alpha \leq 1$ . Розрахунки величини зміщення інтерференційної картини на основі формул (8.5) повністю збігаються з дослідними даними. Отже, дослід Фізо заперечує електродинаміку Герца і підтверджує концепцію Френеля. Якщо вважати, що ефір справді існує і він нерухомий, то незрозумілою залишається суть коефіцієнта часткового захоплення ефіру.

На основі електронної теорії Х. Лоренц пояснив, що коефіцієнт  $\alpha$  характеризує швидкість переміщення диполів, наведених електричним полем світлової хвилі в рухомій речовині, у той час як ефір залишається нерухомим. Саме дія цих диполів, які рухались, у теорії Френеля вважалась частковим захопленням ефіру. Оскільки концепція Герца про повне захоплення ефіру рухомими тілами експериментально не підтвердилась, то необхідно було шукати можливості перевірки теорії Лоренца, в основі якої лежали уявлення про нерухомий ефір. Особливий інтерес мали дослідження в середовищах, для яких  $n = 1$  (вакуум, повітря). Для них  $\alpha = 1 - 1/n^2 = 0$ . Такі експерименти давали змогу виявити “абсолютний рух”, тобто використання нерухомого ефіру як єдиної системи відліку для будь-яких оптичних та електромагнітних явищ. Якщо ефір абсолютно нерухомий, то при русі Землі на орбіті має існувати “ефірний вітер”. Для його виявлення Дж. Максвелл запропонував такий дослід. Нехай лабораторія завдовжки  $2l$  рухається зі швидкістю  $v$  (рис. 8.5). Посередині її знаходиться джерело світла  $S$ , яке в певний момент часу генерує світловий сигнал. Якщо швидкість світла в нерухомому ефірі  $c$  і ефір не захоплюється рухомими тілами, то світловий сигнал раніше досягає стінки  $AB$ , ніж  $CD$ , оскільки швидкість світла в напрямі руху лабораторії  $c - v$ , а в протилежному напрямі –  $c + v$ . Приймач світлової енергії,

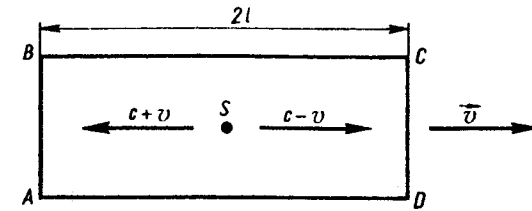


Рис. 8.5

розташований на стінці  $AB$  уздовж лінії, що проходить через  $S$  паралельно напрямку  $v$ , реєструватиме світловий сигнал раніше на час  $\Delta t$  ніж аналогічний приймач, розміщений на стінці  $CD$ . Різниця часу

$$\Delta t = \frac{l}{c-v} - \frac{l}{c+v} = \frac{2lv}{c^2 - v^2} = 2l \frac{v}{c^2} \frac{1}{1 - v^2/c^2}.$$

Якщо  $l = 10$  м,  $v = 3 \cdot 10^4$  м/с, а  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с, то  $\Delta t = 10^{-11}$  с. Безпосереднє вимірювання таких інтервалів часу неможливе. Реальну схему досліду, в основу якого необхідно покласти явище інтерференції світла, запропонував Дж. Максвелл.

У 1881 р. А. Майкельсон за допомогою створеного ним інтерферометра виконав унікальний експеримент з виявлення “ефірного вітру”. В основу досліду покладено ідею Максвелла. Дослід удруге було виконано у 1887 р. разом з Е. Морлі (1838–1923). Інтерферометр Майкельсона розміщали так, щоб одне плече, наприклад  $AB$ , збігалось з напрямом орбітального руху Землі (рис. 8.6), а плече  $AC$  було перпендикулярним до цього напрямку. Пучок світла від джерела  $S$  напівпрозорим дзеркалом  $A$  поділяється на два промені. Один з них поширюється у напрямі  $AB$ , відбивається від дзеркала  $B$  і попадає в зорову трубу  $T$ , другий – від  $A$  поширюється до дзеркала  $C$ , відбивається і також попадає в трубу  $T$ . Оскільки обидва промені когерентні, то в трубці  $T$  спостерігатиметься інтерференційна картина. Якби Земля відносно ефіру не рухалась, а плече  $l_1 = l_2$ , то в центрі інтерференційної картини спостерігався б максимум.

Знайдемо проміжки часу, потрібні для подолання променями шляхів  $(AB + BA)$  і  $(AC + CA)$ . Оскільки  $c$  – швидкість світла відносно ефіру, то час для подолання шляху  $(AB + BA)$

$$t_1 = \frac{l_1}{c-v} + \frac{l_1}{c+v} = \frac{2l_1}{c} \frac{1}{1 - v^2/c^2}. \quad (8.6)$$

Для визначення часу  $t_2$  поширення світла від  $A$  до  $C$  і у зворотному напрямі треба врахувати те, що за час, протягом якого світло проходить шлях  $AC$ , дзеркало  $C$  зазнає поступального переміщення в точку  $C_1$  на

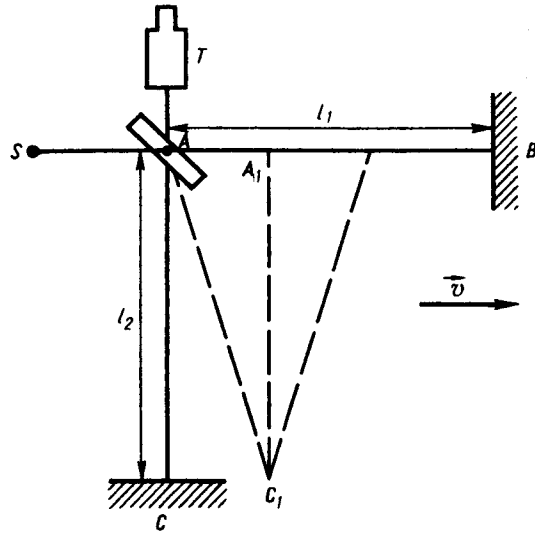


Рис. 8.6

відстань  $vt_2/2$  і світло поширюватиметься по гіпотенузі  $AC_1 = ct_2/2$ . Із  $\Delta AA_1C_1$  маємо  $c^2 t_2^2 / 4 = l_2^2 + v^2 t_2^2 / 4$ , звідки

$$t_2 = \frac{2l_2}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (8.7)$$

З формул (8.6) і (8.7) випливає, що неоднаковість значень часу  $t_1$  і  $t_2$  зумовлює між інтерферуючими променями при умові  $l_1 = l_2 = l$  різницю ходу

$$\Delta = c\Delta t = c(t_1 - t_2) = c \frac{2l}{c} \left( \frac{1}{1 - v^2/c^2} - \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right). \quad (8.8)$$

Оскільки  $v \ll c$  ( $v = 30$  км/с), то з точністю до мализни другого порядку  $(v/c)^2$  вирази в дужках можна перетворити за біномом Ньютона так:

$$\frac{1}{1 - v^2/c^2} = 1 + \frac{v^2}{c^2} + \dots; \quad \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{v}{c} \right)^2 + \dots$$

Тоді

$$\Delta = 2l \left( 1 + \frac{v^2}{c^2} - 1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right) = l \frac{v^2}{c^2}.$$

Якщо повернути інтерферометр проти руху стрілки годинника на  $45^\circ$  навколо осі установки, умови поширення обох променів будуть однаковими, і різниця ходу променів  $\Delta = 0$ . При повертанні інтерферометра на  $90^\circ$  його плечі поміняються місцями, а різниця ходу

променів, зменшуючись до 0, змінить знак і зросте до  $-l \left( \frac{v}{c} \right)^2$ . У цьому випадку число інтерференційних максимумів або мінімумів у певному місці екрана зміниться на

$$k = \frac{2\Delta}{\lambda_0} = 2 \frac{l}{\lambda_0} \left( \frac{v}{c} \right)^2. \quad (8.9)$$

У перших дослідах Майкельсона (1881 р.) довжина шляху світлового променя в інтерферометрі  $l \approx 1$  м ( $\lambda_0 = 0,59$  мкм) і зміщення інтерференційних смуг на основі формули (8.9) повинно скласти 0,04 ширини смуги. Чутливість приладу давала можливість виявити зміщення 0,01 ширини інтерференційної смуги. Проте зміщень смуг не виявлено. Результати досліду підтверджували думку, що швидкість ефірного вітру, якщо ефір існує, не може перевищувати 18 км/с. У 1887 р. А. Майкельсон і Е. Морлі значно вдосконалили експеримент. При повертанні інтерферометра на  $90^\circ$  величина зміщення повинна скласти 0,4 ширини інтерференційної смуги. При цьому на досліді зміщення не перевищувало 0,02 ширини смуги. Це давало можливість зробити висновок, що якщо ефір існує, то швидкість ефірного вітру не може бути більшою за 7 км/с. Сам А. Майкельсон дійшов висновку, що взагалі ефірного вітру не існує, а ефір, якщо він є, повністю захоплюється рухомими тілами.

Користуючись методом Майкельсона, Кеннеді у 1926 р., Йоос у 1930 р. розробили методики, які давали можливість вимірювати зміщення порядку 0,001 ширини інтерференційної смуги, а Іллінгворт у 1927 р. довів чутливість приладу до 0,0005 ширини смуги. Ці та інші експерименти показали відсутність зміщення інтерференційних смуг.

Поява лазерів дала можливість експериментаторам спростити схему Майкельсона і значно підвищити її точність.

У 1964 р. Джасея, Джаван, Муррей і Таунс провели дослідження можливих змін частоти сигналу при повертанні на  $90^\circ$  установки з двома газовими лазерами, розташованими перпендикулярно один до другого. Очікуваний ефект при цьому складав близько 3 МГц, тоді як можливі похибки досліду не перевищували декількох Гц. Було доведено, що в цьому досліді точність перевищувала попередні майже у 50 разів. На досліді ніякої зміни частот виявлено не було і експериментатори дійшли висновку, що ефірний вітер не може перевищувати 30 м/с (при швидкості руху Землі на орбіті порядку 30 км/с).

Після А. Майкельсона і Е. Морлі досліди повторювались для різних довжин хвиль світла від зірок і для монохроматичного світла – від ла-



зерів у різних лабораторіях і в різні пори року. Результатом цих дослідів є висновок, що швидкість руху Землі відносно ефіру (за умови його наявності) дорівнює нулю з можливою похибкою не більшою за 10 м/с. Отже, ефірного вітру не виявлено. У всіх цих дослідах вчені також намагались виявити анізотропію електричних або оптичних властивостей вільного простору, встановити ті або інші відмінності у фізичних явищах, зумовлені простою зміною орієнтації експериментальних установок. Але жоден дослід не дав бажаного результату. Це вказує на те, що в земній системі відліку швидкість світла у вакуумі не залежить від напрямку його поширення. Під швидкістю світла треба розуміти середню швидкість у взаємно протилежних напрямках.

Принципово неможливо виміряти швидкість світла в якомусь одному напрямі. Вимірюванню підлягає тільки усереднене значення швидкості проходження світлом відстані між двома точками у двох протилежних напрямках.

У 1932 р. за допомогою нерівноплечого інтерферометра Майкельсона доведено, що швидкість світла в різних системах відліку однакова. Було проведено спостереження за інтерференційними смугами нерухомого інтерферометра відносно Землі протягом шести місяців. За цей час Земля перемістилась у діаметрально протилежну точку орбіти і також рухалась разом із Сонцем. При цьому було реалізовано нескінченну кількість систем відліку, які відрізнялись одна від одної розміщенням і орієнтацією у просторі. Відсутність зміщень смуг інтерференційної картини вказує на те, що швидкість світла у вакуумі однакова в різних системах відліку.

Глибокий аналіз експериментів, зв'язаних з оптикою рухомих тіл (аберації світла, досліду Фізо, досліду Майкельсона), показує, що гіпотеза ефіру має суперечності. Справді, аберація світла доводить, що у випадку наявності ефіру він не захоплюється рухомими тілами; дослід Фізо доводить, що ефір частково захоплюється; дослід Майкельсона і наступні доводять, що ефір повністю захоплюється рухомими тілами.

Для пояснення негативного результату досліду Майкельсона було висунуто ряд гіпотез. Одна з них належить Х. Лоренцу і Дж. Фіцджеральду (1851–1901), які вважали, що рухомі тіла відносно нерухомого ефіру зазнають у напрямі руху скорочення лінійних розмірів в  $\sqrt{1-v^2/c^2}$  разів. Розвиваючи цю гіпотезу, Х. Лоренц вважав, що подолання суперечностей між результатами дослідів Фізо і Майкельсона та явищем аберації світла можливе шляхом введення нових рівнянь перетворення координат для переходу від координатної системи відліку, що знаходиться у спокої, до координатної системи, що рухається відносно першої зі швидкістю  $v$ . Ці рівняння мають докорінно відрізнитись від перетворень координат Галілея.

За уявленнями Ньютона вважалось, що простір абсолютний, тобто існує сам собою подібно до деякої речовини, час також абсолютний і

між часом та простором немає взаємозв'язку. Це відображено в перетвореннях Галілея. Для переходу від координат системи відліку, що знаходиться у спокої  $(x, y, z, t)$ , до координат рухомої системи відліку  $(x', y', z', t')$  Х. Лоренц ввів такі формули перетворень координат:

$$\begin{cases} x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \\ y' = y; \\ z' = z; \\ t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \end{cases} \quad (8.10)$$

$$\begin{cases} x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \\ y = y'; \\ z = z'; \\ t = \frac{t' + vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \end{cases} \quad (8.11)$$

Рівняння записані для систем, що рухаються рівномірно і прямолінійно вздовж осі  $Ox$ .

У 1900 р. Дж. Лармор (1857–1942) у книзі “Ефір і матерія” наводив такі самі формули перетворень координат. Він також довів інваріантність рівнянь Максвелла відносно отриманих ним незалежно від Х. Лоренца перетворень координат. Отже, в кінці XIX ст. були вже знайдені нові перетворення просторово-часових координат, які являють собою основу фізичної теорії – теорії відносності.

У 1905 р. А. Пуанкаре (1854–1912) у статті “Про динаміку електрона” на основі аналізу експериментальних даних і праць Х. Лоренца виклав основи створеної ним спеціальної теорії відносності.

У 1905 р. А. Ейнштейн у роботі “До електродинаміки рухомого тіла” виклав спеціальну теорію відносності. В її основі лежать два постулати, які називаються постулатами Ейнштейна. Перший постулат формулюється так: ніякими фізичними дослідями неможливо встановити, яка із двох інерціальних систем знаходиться у спокої, а яка рухається. Цим самим постулюється неможливість виявлення “абсолютного руху” тіл, тобто заперечується існування ефіру. Другий постулат формулюється так: швидкість світла у вакуумі однакова в усіх напрямках і дорівнює  $c$ . Вона не залежить від руху джерела світла і спостерігача.

Незалежність швидкості світла від руху джерела доведена класичними дослідями, виконаними у 1956 р. А. М. Бонч-Бруєвичем (1888–1940) і В. А. Молчановим. Вони порівнювали швидкість світла від правого і лівого країв Сонця. Внаслідок його осьового обертання один із цих країв наближається до нас зі швидкістю 2,3 км/с, а другий віддаляється з тією ж швидкістю. Досліди показали, що швидкості світла з достатньою точністю однакові.

Перший постулат Ейнштейна встановлює рівноправність тільки інерціальних систем відліку. Його називають окремих, або спеціальним, принципом відносності Ейнштейна. Теорія, в основу якої покладено цей принцип, називається *спеціальною теорією відносності*. (Елементи спеціальної теорії відносності викладені у т. 1, розд. 9). Узагальнивши принцип відносності для випадку неінерціальних систем відліку, А. Ейнштейн створив загальну теорію відносності, яку називають також *релятивістською теорією тяжіння*. Вона нині є основною теорією в астрофізиці, особливо в космології.

**Приклад 8.1.** Користуючись перетвореннями координат Лоренца, показати, що швидкість світла  $v$  відносно нерухомої установки в рідині, яка рухається відносно труби зі швидкістю  $u$ , виражається формулою (8.5)

$$v = v' + u \left( 1 - 1/n^2 \right),$$

де  $v' = c/n$  – швидкість світла в нерухомій рідині;  $n$  – показник заломлення рідини.

Розв'язання. За релятивістським законом додавання швидкостей швидкість світла відносно нерухомої установки в рухомій рідині в напрямі її руху визначається формулою

$$v = \frac{v' + u}{1 + v'u/c^2}.$$

Оскільки швидкість течії рідини  $u \ll c$ , то, обмежившись першими степенями  $u$ , цю формулу можна наближено переписати так:

$$v = (v' + u) \left( 1 + \frac{v'u}{c^2} \right)^{-1} \approx (v' + u) \left( 1 - \frac{v'u}{c^2} \right) \approx v' + u \left( 1 - \frac{v'^2}{c^2} \right).$$

Враховуючи, що  $v'^2/c^2 = 1/n^2$ , маємо  $v = v' + u(1 - 1/n^2)$ .

Зауважимо, що ця формула була одержана О. Френелем ще в 1818 р. і експериментально підтверджена А. Фізо в 1851 р.

### § 8.3. Ефект Доплера

При вивченні звукових хвиль встановлено, що коли джерело і приймач звуку нерухомі одне відносно одного, то частота звуку, яку генерує джерело, дорівнює частоті, яку реєструє приймач. Якщо ж вони рухаються назустріч одне одному, то частота, реєстрована приймачем звуку, вища, ніж частота, яку генерує джерело. З віддалянням джерела звуку від приймача частота звуку, яку реєструє приймач, буде нижчою від частоти коливань джерела звуку. Залежність частоти хвиль, які сприйма-

ються приймачем, при русі джерела чи приймача, чи одного і другого разом називають *ефектом Доплера*. Розрізняють ефект Доплера в акустиці і в оптиці.

В акустиці частота сприйнятих хвиль залежить від швидкості руху джерела хвиль і швидкості руху приймача відносно середовища, в якому поширюється хвиля.

В оптиці ефект Доплера означає ту саму залежність частоти, але від відносної швидкості джерела і приймача. Цей ефект в оптиці вперше спостерігав А. Фізо. Він виявив зміщення спектральних ліній у випромінюванні деяких небесних світил. У лабораторних умовах дослідження ефекту Доплера вперше здійснили у 1900 р. А. А. Белопольський (1854–1934) і у 1907 р. Б. Б. Голіцин (1862–1916).

Ефект Доплера в оптиці добре узгоджується з гіпотезою Х. Лоренца про нерухомий ефір. Оскільки існування ефіру заперечується теорією відносності, то доплерівське зміщення частоти світлових хвиль визначається тільки відносною швидкістю джерела і приймача.

Зв'яжемо початок координат системи  $K$  із джерелом світла, а систему  $K'$  – з приймачем світла. Осі  $Ox$  і  $O'x'$  спрямуємо вздовж вектора швидкості  $v$ , з якою одна система переміщується відносно іншої. Для спрощення математичних викладок вважатимемо, що світлова хвиля поширюється у вакуумі. Відомо, що при переході до будь-якої системи відліку за допомогою перетворень Лоренца одержуємо одне й те саме значення швидкості світла.

Напрямок поширення світла і його частота в різних системах відліку будуть різними. Зміна частоти хвилі при переході від однієї системи відліку до іншої виражає ефект Доплера, а зміна напряму характеризується аберацією світла. Вважатимемо, що від джерела світла поширюється плоска хвиля. Рівняння цієї хвилі в системі  $K$  має вигляд

$$E(r, t) = E_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}), \quad (8.12)$$

де  $\omega$  – циклічна частота, що реєструється у системі відліку, зв'язаній з джерелом. У системі відліку, зв'язаній з приймачем, рівняння цієї хвилі має вигляд

$$E(r', t') = E'_0 \cos(\omega' t' - \vec{k}'\vec{r}'), \quad (8.13)$$

де  $\omega'$  – циклічна частота, що реєструється приймачем у системі  $K'$ . Відповідно до принципу відносності закони природи мають однаковий вигляд в усіх інерціальних системах відліку. Оскільки йдеться про одну й ту саму хвилю, то в обох системах відліку фази коливань у рівняннях (8.12) і (8.13) однакові, тобто

$$\omega t - \vec{k}\vec{r} = \omega' t' - \vec{k}'\vec{r}', \quad (8.14)$$

де  $\vec{r}$ ,  $t$  і  $\vec{r}'$ ,  $t'$  – координати і час однієї й тієї самої події відповідно в системах відліку  $K$  і  $K'$ . Початок відліку часу в даному випадку вибрано так, що в момент збігу початку координат обох систем  $t = t' = 0$ .

Рівняння (8.14) переписемо так:

$$\omega t - k_x x - k_y y - k_z z = \omega' t' - k'_x x' - k'_y y' - k'_z z'. \quad (8.15)$$

Підставимо у (8.15) формули перетворення Лоренца (8.11) і порівняємо коефіцієнти однакових змінних. При цьому маємо

$$\omega' = \frac{\omega - k_x v}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad (8.16)$$

$$k'_x = \frac{k_x - \omega v / c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad k'_y = k_y; \quad k'_z = k_z \left( \beta = \frac{v}{c} \right). \quad (8.17)$$

Аналогічно підстановкою формул (8.10) у (8.15) одержимо

$$\omega = \frac{\omega' + k'_x v}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad (8.18)$$

$$k_x = \frac{k'_x + \omega' v / c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad k_y = k'_y; \quad k_z = k'_z. \quad (8.19)$$

Формули (8.16) і (8.18) описують ефект Доплера, а (8.17) і (8.19) – аберацію світла.

Розглянемо окремий випадок, коли хвиля поширюється вздовж осі  $Ox$ . Тоді  $k_x = \omega / c$  і співвідношення (8.16) набуває вигляду

$$\omega' = \omega \frac{1 - \beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \omega \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}. \quad (8.20)$$

Якщо перейти від циклічної частоти  $\omega$  до звичайної  $\nu$ , то вираз (8.20) матиме вигляд

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}}. \quad (8.21)$$

Зміна частоти у цьому випадку називається поздовжнім ефектом Доплера.

Якщо відносна швидкість мала ( $v \ll c$ ), то співвідношення (8.21) можна наближено записати так:

$$\nu' = \nu \left( 1 - \frac{v}{c} \right)^{\frac{1}{2}} \left( 1 + \frac{v}{c} \right)^{\frac{1}{2}} = \nu \left( 1 - \frac{v}{2c} \right) \left( 1 + \frac{v}{2c} \right) \approx \nu \left( 1 - \frac{v}{c} \right), \quad (8.22)$$

тобто між  $\nu'/\nu$  і  $\beta = v/c$  має місце лінійна залежність. Тому іноді поздовжній ефект Доплера називають ефектом першого порядку.

Співвідношення (8.22) також можна записати так:

$$\Delta \nu / \nu = -\frac{v}{c} = -\beta, \quad (8.23)$$

де  $\Delta \nu = \nu' - \nu$ . Із виразу (8.23) випливає, що при додатній відносній швидкості, тобто коли джерело світла віддаляється від приймача, він ресструє частоту  $\nu' < \nu$  ( $\lambda' > \lambda$ ), тобто має місце червоне зміщення. Для випадку, коли джерело світла наближається до приймача ( $v < 0$ ), має місце фіолетове зміщення. При цьому приймач ресструє  $\nu' > \nu$  ( $\lambda' < \lambda$ ).

Якщо із системи  $K'$  ведуться спостереження в напрямі, перпендикулярному до напрямку поширення хвилі, то  $k'_x = 0$  і з рівності (8.18) маємо

$$\omega' = \omega \sqrt{1 - \beta^2},$$

або

$$\nu' = \nu \sqrt{1 - \beta^2} \approx \nu \left( 1 - \frac{1}{2} \beta^2 \right), \quad (8.24)$$

тобто між  $\nu'/\nu$  і  $\beta$  має місце квадратична залежність. Це явище називається поперечним ефектом Доплера, який є ефектом другого порядку. Він не залежить від знаку швидкості  $v$ . Цей ефект чисто релятивістський і не має місця для звукових хвиль.

Поперечний ефект Доплера вперше спостерігали Г. Айвс і Дж. Стілуелл у 1938 р. Джерелом світла був пучок каналових променів атомів водню, які рухались зі швидкістю  $v \sim 10^8$  м/с. Швидкість  $v$  розраховувалась за величиною прикладеної до електродів напруги, а також за величиною поздовжнього доплерівського ефекту. Світло, що випромінюється рухомими атомами перпендикулярно до напрямку їх руху, спрямовувалось у спектрограф.

У загальному випадку вектор відносної швидкості можна розкласти на радіальну (променеву) і нормальну складові. Перша складова зумовлює поздовжній, а друга – поперечний ефект Доплера.

Експериментальне підтвердження поздовжнього ефекту Доплера було вперше здійснено в астрономії при порівнюванні частот водневих ліній у спектрі зірок Веги і Сіріуса з відповідними лініями водню в спектрі газорозрядних трубок. Зміщення ліній дало змогу визначити променеву швидкість цих зірок відносно Землі. Тепер такі вимірювання доведено до великої точності (до 1 км/с), і вони є майже єдиним методом вимірювання променевих швидкостей космічних тіл.

Поздовжній ефект Доплера зумовлює також розщеплення на два компоненти спектральних ліній, що випромінюються подвійними зірками (система з двох тіл, що здійснюють обертання навколо спільного центра мас).

Тепловий рух молекул газу, що світиться, зумовлює доплерівське розширення спектральних ліній, за яким можна вимірювати температуру газу.

## ЧАСТИНА 2. КВАНТОВА ФІЗИКА

Як уже зазначалось, наприкінці XIX і на початку XX ст. було відкрито ряд фізичних явищ, що не пояснювались законами класичної фізики. У зв'язку з цим виникла необхідність створення нової фізичної теорії, яку назвали квантовою теорією матерії, або квантовою фізикою.

Квантова фізика вивчає процеси, що відбуваються в мікросвіті – у світі молекул, атомів, атомних ядер, елементарних частинок. Оскільки властивості макроскопічних тіл зумовлені рухом і взаємодією їх складових – мікрочастинок, то закони квантової фізики дають змогу пояснити явища макросвіту.

Квантова фізика складається з квантової механіки, квантової статистики і квантової теорії поля.

Квантова механіка – теорія, яка встановлює спосіб опису та закони руху мікрочастинок (молекул, атомів, атомних ядер, елементарних частинок) і їх систем, а також зв'язок величин, що характеризують частинки і системи, з фізичними величинами, які безпосередньо вимірюють дослідним шляхом.

Квантова статистика – розділ статистичної фізики, в якому досліджуються системи багатьох частинок, що підпорядковуються законам квантової механіки.

Квантова теорія поля – квантова теорія релятивістських систем, яка є теоретичною основою опису мікрочастинок, їх взаємодій і взаємоперетворень.

Перший підготовчий крок до створення квантової механіки зробив М. Планк. Він для пояснення розподілу енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла висунув гіпотезу про те, що енергія атомів може змінюватися дискретними порціями – квантами. Пояснення експериментальних закономірностей зовнішнього фото ефекту на основі гіпотези світлових квантів дав А. Ейнштейн, а Н. Бор у 1913 р. використав ідею квантів і штучно введені постулати для пояснення станів водневоподібних атомів і розшифрування їхніх спектрів. У 1924 р. Л. де Бройль (1892–1987) висунув гіпотезу про корпускулярно-хвильовий дуалізм матеріальних частинок, основна ідея якої про хвильові властивості частинок була в 1927 р. підтверджена К. Девіссоном (1881–1958) і Л. Джермером (1896–1971).

Накопичення фактів привело до становлення в 1925–1928 рр. сучасної квантової механіки. У цей період В. Гейзенберг (1901–1976) розробив матричну теорію кінематики і динаміки мікрочастинок; Е. Шредінгер (1887–1961), спираючись на ідеї Л. де Бройля, у 1926 р. одержав диференціальне рівняння, яке є основним рівнянням квантової механіки; М. Борн у 1927 р. дав статистичну інтерпретацію квантово-механічного опису станів мікрочастинок або їх систем; П. Дірак

(1902–1984) і В. Паулі (1900–1958) заклали основи релятивістської квантової механіки. Тоді ж було сформульовано принцип невизначеності Гейзенберга та принцип Паулі.

У наступні роки великий вклад у розвиток квантової фізики внесли Х. Лондон (1907–1970), Е. Фермі (1901–1954), Р. Фейнман (н. 1918 р.) М. Гелл-Ман (н. 1929 р.), В. О. Фок (1898–1974), Л. Д. Ландау (1908–1968), І. Є. Тамм, Д. І. Блохінцев (1908–1979), М. М. Боголюбов (н. 1909 р.), Я. І. Френкель (1894–1952) та інші вчені.

Успіхи квантової фізики відіграли важливу роль у науково-технічній революції. Напівпровідникова і квантова електроніка, ядерна енергетика, навіть можливість здійснення в земних умовах реакції термоядерного синтезу зв'язані в кінцевому результаті з квантовими законами. Розвиток квантової фізики сприяє розумінню єдності світу та побудові його єдиної фізичної картини.

## Розділ 9. Фотоелектричний ефект. Тиск світла

### § 9.1. Закони фотоелектричного ефекту

Одним із явищ, яке підтверджує гіпотезу існування фотонів, є фотоелектричний ефект.

Під час проведення дослідів з метою одержання електромагнітних хвиль Генріх Герц у 1887 р. помітив, що опромінювання ультрафіолетовим світлом негативно зарядженого електрода сприяє виникненню іскри у просторі між електродами.

Суть явища, виявленого Г. Герцом, полягає в тому, що при освітленні ультрафіолетовим промінням негативно заряджені металеві тіла втрачають негативний заряд. При освітленні тим же промінням позитивно зарядженого тіла втрачає електричний заряд не спостерігається. Крім того, якщо незаряджене тіло освітлювати, то за певних умов воно заряджається позитивно.

Після відкриття електрона в 1897 р. Ф. Ленард (1862–1947) і Дж. Дж. Томсон (1856–1940) довели експериментально, що під дією світла відбувається звільнення електронів з металів.

Явище звільнення електронів з речовини при освітленні її світлом називається *фотоелектричним ефектом* (фото ефектом). Розрізняють зовнішній і внутрішній фото ефект. При *зовнішньому фото ефекті* електрони звільняються світлом з поверхневого шару речовини і переходять в інше середовище або у вакуум.

При *внутрішньому фото ефекті* відбувається перерозподіл електронів за енергетичними станами в конденсованих середовищах при поглинанні ними світла. У цьому випадку електрична нейтральність тіла не порушується.

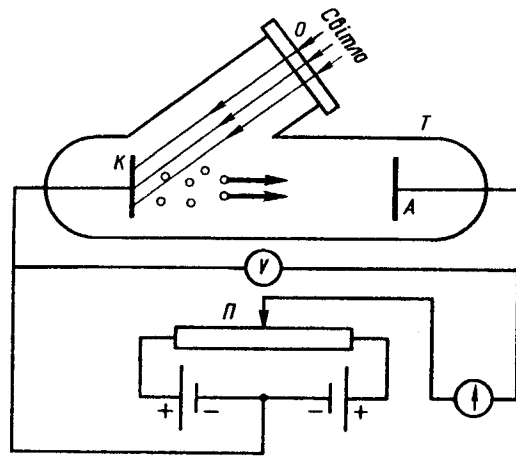


Рис. 9.1

Електрони, звільнені під дією світла, називаються фотоелектронами. Фотоелектричні властивості мають не тільки метали, але й діелектрики, напівпровідники та електроліти. Причому необхідною, але недостатньою умовою фотоелектричного ефекту є помітне поглинання світла поверхневим шаром освітлюваного тіла. Для обґрунтування гіпотези фотонів основне значення має зовнішній фотоелектричний ефект.

Явище фотоелектричного ефекту – один із проявів взаємодії світла з речовиною, який розкриває квантову природу світла. Перші дослідження цього явища належать Хальваксу (1859–1922), А. Ригі (1850–1921) та О. Г. Столетову.

На рис. 9.1 показана схема експериментальної установки для дослідження фотоелектричного ефекту. Світло через кварцове віконце  $O$  падає на катод  $K$ , виготовлений з досліджуваного металу. Фотоелектрони, звільнені при освітленні катода, під дією електричного поля між катодом і анодом рухаються до анода  $A$ , створюючи фотострум. Катод і анод розміщені у вакуумній трубці  $T$ . Напруга між ними змінюється за допомогою потенціометра  $P$ .

Дослідження залежності фотоструму від різниці потенціалів між катодом і анодом у разі опромінювання катода монохроматичним світлом показали, що фотострум існує не тільки тоді, коли  $\phi_A - \phi_K \geq 0$ , але й тоді, коли  $\phi_A - \phi_K < 0$ . Він припиняється для даної речовини катода тільки при певній величині від'ємного значення різниці потенціалів  $\phi_A - \phi_K = U_r$ , яка називається *гальмівною напругою*. Вона не залежить від інтенсивності світла.

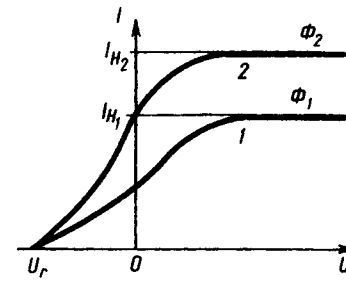


Рис. 9.2

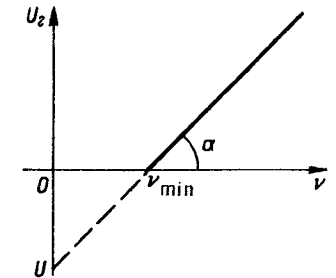


Рис. 9.3

Зі збільшенням напруги сила фотоструму зростає і при деякому значенні досягає насичення (рис. 9.2). Узагальнюючи результати експериментальних даних, встановлено такі закономірності фотоелектричного ефекту: сила фотоструму насичення  $I$  прямо пропорційна світловому потоку  $\Phi$ , що падає на катод (рис. 9.2, криві 1 і 2); гальмівна напруга лінійно залежить від частоти і не залежить від його інтенсивності; початкова кінетична енергія звільнених світлом електронів лінійно залежить від частоти світла і не залежить від його інтенсивності (рис. 9.3); фотоелектричний ефект не виникає, якщо частота світла менша від деякої характерної для даного металу величини  $\nu_{\min}$ ; фотоелектричний ефект – явище безінерційне, тобто з припиненням освітлення він припиняється.

З погляду хвильової теорії можна пояснити тільки першу закономірність (закон Столетова).

## § 9.2. Квантова теорія фотоелектричного ефекту

Явище фотоелектричного ефекту і його закономірності повністю пояснюються квантовою теорією світла. У ній стверджується, що світло – це потік матеріальних частинок – фотонів, енергія яких  $\epsilon = h\nu$  (де  $h = 6,626\,176\,(36) \cdot 10^{-34}$  Дж·с – стала Планка;  $\nu$  – частота коливань); що світло не тільки випромінюється, але й поглинається порціями електромагнітних хвиль. При цьому фотон як неподільна частинка поглинається окремим електроном. Часто користуються сталою  $\hbar = h/2\pi = 1,05 \cdot 10^{-34}$  Дж·с, яка введена П. Діраком. Через цю сталу енергія кванта випромінювання виражається формулою  $\epsilon = \hbar\omega$  ( $\omega = 2\pi\nu$  – циклічна частота випромінювання).

Взаємодіючи з електроном металу, фотон може обмінятися з ним енергією й імпульсом. Фотоелектричний ефект виникає у випадку непружного зіткнення фотона з електроном. При такому зіткненні фотон поглинається, а його енергія передається електрону. Таким чином, електрон

отримує кінетичну енергію не поступово, а зразу. Цим і пояснюється безінерційність фотоефекту.

Енергія поглинутого фотона може витратитись на відрив електрона від атома всередині металу. Відірваний електрон взаємодіятиме з іншими атомами металу, втрачаючи свою енергію, яка буде йти на зміну внутрішньої енергії тіла, тобто на його нагрівання. Електрон, який вилітає з металу, матиме максимальну кінетичну енергію тоді, коли всередині металу він був вільним, тобто не зв'язаним з атомом, і при вилітанні за межі металу не витрачав енергію на тепло. У цьому випадку кінетична енергія електрона витрачається тільки на подолання затримуючих сил, які діють у поверхневому шарі металу, тобто на роботу виходу. Припустимо, що електрон одержав кінетичну енергію при зіткненні тільки з одним фотоном. Тоді максимальна кінетична енергія, яку буде мати звільнений електрон, визначається формулою

$$m_e v_{\max}^2 / 2 = hv - A, \quad (9.1)$$

де  $A$  – робота виходу електрона з металу;  $m_e$  – маса спокою електрона. Ця формула вперше була одержана А. Ейнштейном і носить його ім'я.

Перш ніж аналізувати формулу Ейнштейна, необхідно з'ясувати, як може “вільний електрон у металі” поглинути фотон. Чи не суперечить це висновку, згідно з яким поглинання фотона вільним електроном не відповідає законам збереження енергії і імпульсу (приклад 9.1). В дійсності суперечностей немає, оскільки “вільний електрон у металі” не є вільним. Він наче закритий у ящику, біля стінок якого є затримуюче поле. Фотон взаємодіє не тільки з електроном, тут відбувається взаємодія обох цих частинок з металом у цілому. У випадку взаємодії трьох тіл закони збереження енергії і імпульсу виконуються одночасно. Імпульс фотона сприймається як електроном, так і металом, а енергія передається тільки електрону, оскільки масу металу можна вважати нескінченно великою.

З рівняння (9.1) випливає, що максимальна кінетична енергія звільнених електронів лінійно залежить від частоти  $\nu$  і не залежить від інтенсивності світла, яке викликає фотоефект. Інтенсивність світла, за якої відбувається фотоефект, впливає тільки на кількість звільнених електронів.

Оскільки значення гальмівної напруги визначається з умови  $m v_{\max}^2 / 2 = eU_{\Gamma}$ , то

$$U_{\Gamma} = \frac{h}{e} \nu - \frac{A}{e}, \quad (9.2)$$

де  $e$  – заряд електрона. Отже, величина гальмівної напруги не залежить від інтенсивності світла, а лінійно залежить від частоти  $\nu$ .

З графічної залежності  $U_{\Gamma} = f(\nu)$  на рис. 9.3 видно, що  $\operatorname{tg} \alpha = h/e$ , а відрізок  $OU = A/e$ . Оскільки інтенсивність світла прямо пропорційна

кількості фотонів, то збільшення його інтенсивності зумовлює збільшення кількості звільнених електронів, тобто збільшення фотоструму.

З рівняння (9.1) також випливає, що фотоефект можливий тільки тоді, коли  $h\nu > A$ . В іншому випадку енергія фотона недостатня для звільнення електрона з металу. Найменша частота  $\nu_{\min}$  світла, під дією якого відбувається фотоефект, визначається з умови  $h\nu_{\min} = A$ , звідки

$$\nu_{\min} = A/h \quad (\lambda_{\max} = ch/A). \quad (9.3)$$

Частота  $\nu_{\min} (\lambda_{\max})$ , при якій можливий фотоефект, називається “червоною межею” фотоефекту. Ця назва не стосується кольору світла. Вона вказує на ту найменшу частоту (найбільшу довжину хвилі) світла, при якій ще може відбуватись фотоефект. Так, із цезію звільняються електрони при освітленні випромінюванням усієї видимої частини спектра; для калію відбувається фотоефект при освітленні променями, довжина хвиль яких  $\lambda \leq 0,62$  мкм; для вольфраму –  $\lambda \leq 0,275$  мкм.

Справедливість формули Ейнштейна була доведена експериментально О. Річардсоном (1879–1959) і К. Комптоном (1887–1954) у 1912 р., а більш точно – Р. Міллікеном (1868–1953) у 1916 р., який безпосередньо з дослідів явищ фотоефекту визначив числове значення сталої Планка.

Внутрішній фотоефект може відбуватись у напівпровідниках та діелектриках. Під дією світла частина електронів з валентної енергетичної зони переходить у зону провідності. При цьому концентрація носіїв струму всередині тіла збільшується, тобто збільшується його електропровідність. Явище збільшення електропровідності тіла під дією світла називається фотопровідністю.

На основі зонної теорії електропровідності напівпровідників (див. § 14.2) внутрішній фотоефект можна пояснити так: для напівпровідників із власною електропровідністю під дією світла можливий перехід електрона з валентної зони в зону провідності, що веде до збільшення концентрації електронів провідності та дірок у валентній зоні; для напівпровідників  $n$ -типу під дією світла відбувається перехід електрона з донорного рівня в зону провідності; у напівпровідниках  $p$ -типу під дією світла електрон переходить із валентної зони на акцепторний рівень, внаслідок чого збільшується концентрація дірок у валентній зоні. У всіх наведених випадках у напівпровідниках під дією світла збільшується концентрація носіїв струму, тобто зростає їх електропровідність.

Перерозподіл електронів напівпровідника за енергетичними станами під дією світла може привести також до зміни внутрішнього електричного поля в кристалі. Це є причиною виникнення електрорушійної сили (фотоерс) на межі контакту двох напівпровідників з різними типами

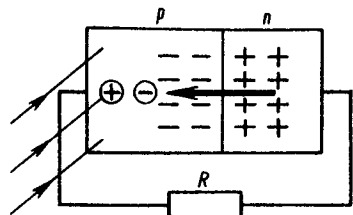


Рис. 9.4

домішкової провідності ( $p$  –  $n$ -перехід) або на межі контакту напівпровідника і металу (вентильний фотоэффект).

Як відомо, на межі контакту напівпровідників  $n$  –  $p$ -типу виникає запірний шар. При освітленні напівпровідника  $p$ -типу в ньому з'являються додатково електронно-діркові пари. Під час руху електронів до контакту вони захоплюються електричним полем контактної

різниці потенціалів і переходять у напівпровідник  $n$ -типу. Тоді в напівпровіднику  $n$ -типу буде надлишок електронів, а в напівпровіднику  $p$ -типу – надлишок дірок. Внаслідок цього виникає ерс, напрям напруженості електричного поля якої протилежний до напрямку напруженості електричного поля контактної різниці потенціалів (рис. 9.4). Якщо коло замкнути на резистор  $R$ , то в ньому протікатиме струм. Фотоерс за полярністю протилежна до контактної різниці потенціалів. Тому вона компенсує останню, а її максимальне значення не може перевищувати контактної різниці потенціалів. При освітленні напівпровідника  $n$ -типу, коли енергія фотонів достатня для переходу електроном запірного шару з напівпровідника  $n$ -типу в напівпровідник  $p$ -типу, також виникає фотоерс. Проте напівпровідники  $p$ -типу більш ефективні фотоемітери, ніж напівпровідники  $n$ -типу. Особливістю вентильного фотоэффекту є безпосереднє перетворення світлової енергії в електричну. Коефіцієнт корисної дії сучасних силіційових фотоелементів близько 15 %.

Розглянуте явище фотоэффекту відбувається при відносно слабких світлових полях і його називають однофотонним. У випадку користування випромінюванням потужного лазера виникає багатофотонне поглинання, тобто багатофотонний фотоэффект, при якому в співударянні з електроном одночасно бере участь декілька фотонів. Рівняння Ейнштейна для багатофотонного фотоэффекту має вигляд

$$mv_{\max}^2 / 2 = N h \nu - A,$$

де  $N$  – число фотонів, які співударяються з електроном. Багатофотонний фотоэффект зумовлює зміщення червоної межі в довгохвильову ділянку спектра. Багатофотонний фотоэффект одержано і для інших видів фотоэффекту.

**Приклад 9.1.** Показати, що вільний електрон може тільки розсіювати, але не поглинати або випускати фотон.

Розв'язання. При взаємодії з речовиною фотони можуть поглинатися, випускатися або розсіюватися. Кількість фотонів у цьому разі не зберігається. Проте повинні виконуватися закони збереження енергії та імпульсу. Для розв'язання цієї задачі будемо користуватися системою відліку, в якій електрон перебуває у спокої. Припустимо, що електрон випустив фотон, імпульс якого  $p_\phi$  і енергія  $\epsilon_\phi$ . Позначимо імпульс

електрона після випускання ним фотона через  $p_e$ , а енергію – через  $\epsilon_e$ . На основі законів збереження імпульсу та енергії маємо

$$\vec{p}_e + \vec{p}_\phi = 0, \quad \epsilon_e + \epsilon_\phi = m_0 c^2, \quad (1)$$

де  $m_0$  – маса спокою електрона. Перепишемо (1) у такій формі

$$(cp_e)^2 = (cp_\phi)^2, \quad \epsilon_e^2 = \epsilon_\phi^2 - 2\epsilon_\phi m_0 c^2 + (m_0 c^2)^2.$$

Віднявши першу рівність від другої, одержимо

$$\epsilon_e^2 - (cp_e)^2 = \epsilon_\phi^2 - (cp_\phi)^2 - 2\epsilon_\phi m_0 c^2 + m_0^2 c^4. \quad (2)$$

Як відомо (т. 1, § 9.6), зв'язок між енергією  $\epsilon$  та імпульсом  $\vec{p}$  при русі частинки виражається в теорії відносності формулою

$$\epsilon = \sqrt{(cp)^2 + m_0^2 c^4}. \quad (3)$$

Тоді для електрона і фотона, користуючись формулою (3), маємо

$$\epsilon_e^2 - (cp_e)^2 = m_0^2 c^4 \quad \text{і} \quad \epsilon_\phi^2 = (cp_\phi)^2. \quad (4)$$

Враховуючи формулу (4), з (2) одержуємо

$$\epsilon_\phi m_0 c^2 = 0. \quad (5)$$

З формули (5) випливає, що  $\epsilon_\phi = 0$ , тобто випускання фотона неможливе. З таких же міркувань приходимо до висновку, що поглинання фотона вільним електроном.

### § 9.3. Фотоелементи та їх застосування

Фотоэффект знайшов широке застосування в науці, техніці, телемеханіці, автоматичі. Без нього неможливо було б досягти сучасного розвитку космічної техніки, телебачення, звукового кіно та ін. Прилади, дія яких основана на фотоэффекті, називають фотоелементами. Залежно від видів фотоэффекту створено фотоелементи із зовнішнім (вакуумні і газонаповнені) та внутрішнім (фоторезистори) фотоэффектом і вентильні фотоелементи.

Фотоелементи із зовнішнім фотоэффектом являють собою скляні балони, всередині яких розміщено фотокатод і анод (рис. 9.5). Фотокатодом  $K$  є шар лужного або лужноземельного металу, нанесеного на основу із срібла. Анод  $A$  має форму стрижня, кульки або кільця. Газонаповнені фотоелементи із зовнішнім фотоэффектом заповнені інертним газом, завдяки чому струм у фотоелементі створюється не тільки електронами, що звільняються із фотокатода під дією світла, а й

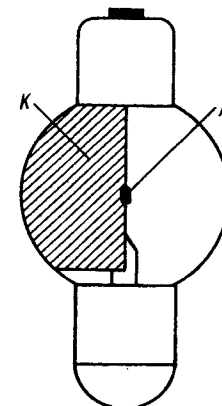


Рис. 9.5

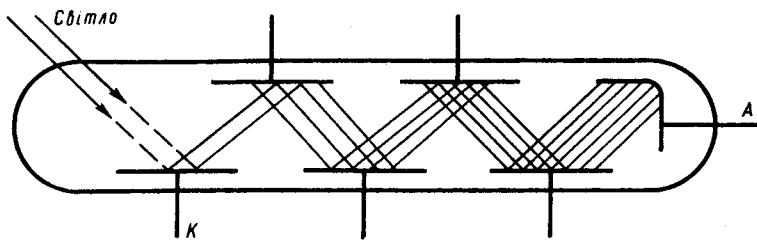


Рис. 9.6

електронами та іонами, що виникають внаслідок іонізації газу. Наявність газу дає змогу збільшити чутливість фотоелементів у 5–10 разів порівняно з вакуумними. Під чутливістю фотоелемента розуміють відношення сили фотоструму  $I$  до величини світлового потоку  $\Phi$ , що падає на фотокатод.

Для реєстрації слабких світлових потоків застосовують фотопомножувачі, дія яких базується на зовнішньому фотоелекті та вторинній електронній емісії. Фотопомножувач складається з фотокатода  $K$  і електродів (дінодів до 20 штук) з високим коефіцієнтом вторинної електронної емісії  $\sigma = n_2 / n_1$  (відношення кількості звільнених електронів  $n_2$  до кількості падаючих  $n_1$ ) і колектора  $A$  (рис. 9.6). Анодний струм у цьому випадку

$$I = I_0 \sigma^m,$$

де  $I_0$  – струм фотокатода;  $m$  – кількість дінодів. У сучасних фотопомножувачах коефіцієнт підсилення електронного струму  $k = \sigma^m$  досягає  $10^9$ – $10^{11}$ , так що навіть окремі фотоелектрони створюють на виході фотопомножувача імпульси струму великої амплітуди.

Фотоелементи з внутрішнім фотоелектом (фоторезистори) складаються з ізоляційної основи 3 (рис. 9.7), на яку нанесено тонкий шар напівпровідника 2 з металевими електродами 1. Така система поміщається в ебонітову або пластмасову оправу з віконцем. Для запобігання впливу оточуючого середовища його світлочутливий шар покривають прозорим лаком. На відміну від фотоелементів із зовнішнім фотоелектом, які мають односторонню провідність, фоторезистори однаковою мірою проводять струм в обох напрямках. Вони мають високу стабільність параметрів у процесі їх експлуатації та високу чутливість. Недоліками їх є значна залежність чутливості від температури,

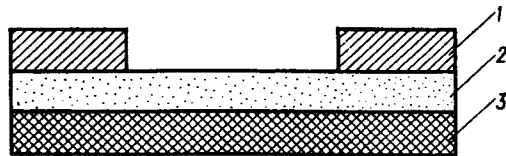


Рис. 9.7

інерційність, залежність інерційності від освітленості, нелінійність світлових характеристик, відсутність ділянки насичення вольтамперних характеристик, наявність значного струму в разі відсутності світлової дії.

Особливість фотоелементів, дія яких основана на вентиляному фотоелекті, полягає в тому, що не потрібно джерела струму, без якого не можуть працювати вищеописані фотоелементи. Фотоелементи з вентиляним фотоелектом застосовують у фотометрах, експонетрах, для створення сонячних батарей, які живлять бортову апаратуру космічних станцій тощо.

Серед вентиляних фотоелементів широко застосовуються міднооксидні, селенові, сульфідно-срібні, сульфідно-талієві, силіцієві, сульфідно-кадмієві та ін.

## § 9.4. Фотонна теорія світла. Маса та імпульс фотона.

### Досліди Боте та Вавилова

Фотоелект має не тільки широке технічне застосування, але й важливе теоретичне значення при з'ясуванні природи світла.

Як зазначалось, для пояснення розподілу енергії випромінювання в спектрі абсолютно чорного тіла М. Планк висунув гіпотезу, що світло випромінюється порціями, енергія яких  $h\nu$ . Для з'ясування законів фотоелекту довелось припустити, що світло поглинається порціями енергії. Ці явища неможливо пояснити на основі класичної фізики.

Оскільки у світловому потоці енергія розподілена не рівномірно у просторі, а переноситься окремими фотонами, то вона і в часі повинна сприйматися дискретними порціями. Проте концентрація фотонів за звичайних умов настільки велика, що світловий потік сприймається як неперервний потік енергії.

Якщо світло має корпускулярні властивості, то в слабких світлових потоках повинні мати місце флуктуації. Такі флуктуації спочатку були виявлені для короткохвильового випромінювання (рентгенівського і  $\gamma$ -випромінювання). Одним із перших флуктуацію спостерігав В. Боте (1891–1957). У своїх дослідках він між двома газорозрядними лічильниками  $L$  розташовував тонку металеву фольгу  $\Phi$  (рис. 9.8). Фольга опромінювалася слабким потоком рентгенівських променів, під

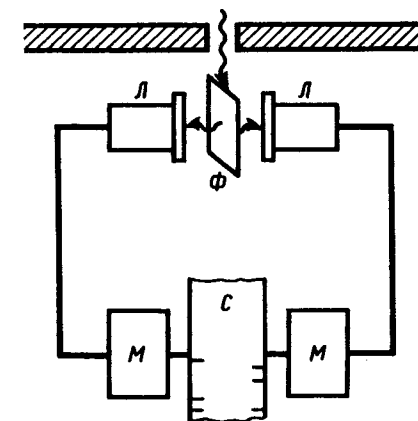


Рис. 9.8



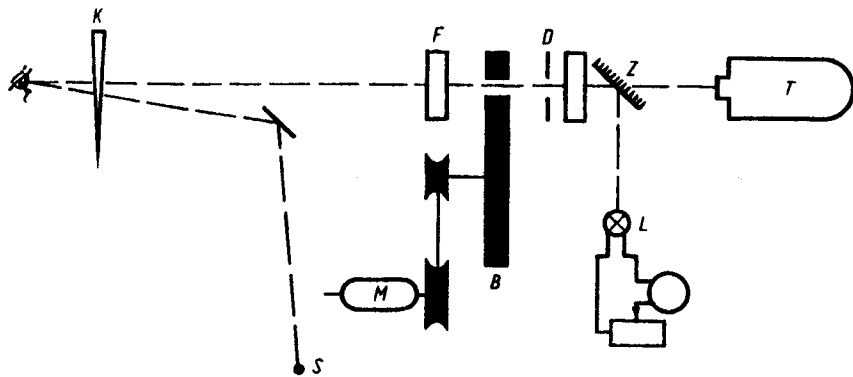


Рис. 9.9

дією яких вона сама ставала джерелом цих променів. Оскільки інтенсивність падаючого на фольгу рентгенівського опромінювання була малою, то кількість квантів, які випромінювались нею, була невеликою. При потраплянні рентгенівських променів у лічильник він спрацьовував і приводив у дію механізм  $M$ , який робив мітку на рухомій стрічці  $C$ . Якби із джерела  $\Phi$  в усі сторони поширювались хвилі, як цього вимагає теорія про хвильову природу світла, то обидва лічильники спрацьовували б одночасно й мітки на стрічці знаходились би одна навпроти другої. Якщо ж джерело  $\Phi$  випускає рентгенівські кванти ліворуч і праворуч неузгоджено, тобто безладно, то відповідно і розташування міток на рухомій стрічці повинно бути безладним, що і спостерігалось в дійсності. Такий результат і повинен бути отриманий відповідно до квантових уявлень про світло.

Особливе значення має виявлення флуктуацій світлових потоків для видимого світла. Такі дослідження виконали С. І. Вавилов із співробітниками. Приймачем у цих дослідах було людське око.

Щоб зрозуміти ідею дослідів Вавилова, нагадаємо деякі відомості про око. В сітківці ока є два типи елементів, які сприймають світло, – це колбочки і палички. Колбочки переважно знаходяться поблизу оптичної осі ока, і з ними зв'язаний апарат колірного зору. Палички переважають у периферійній частині сітківки, вони зумовлюють сірий, так званий присмерковий зір. Їх чутливість значно переважає чутливість колбочок. Вони здатні реагувати на світловий потік, зумовлений падінням на рогівку до двохсот фотонів зеленого світла. Внаслідок відбивання і поглинання сітківки досягає декілька десятків фотонів. Ця кількість визначає так званий поріг зорового відчуття. У разі падіння меншої кількості фотонів зорове відчуття не виникає. Досліди Вавилова базувались на існуванні порогу зорового відчуття. Схема установки Вавилова для спостереження флуктуацій світлового потоку зображена на рис. 9.9. Око

фіксується на слабке червоне світло джерела  $S$ . У цьому разі головний світловий потік від лампи  $L$ , виділений діафрагмою  $D$ , падає на периферійну частину сітківки ока. На шляху від дзеркала  $Z$  до ока розміщено диск  $B$  з отвором. Диск приводиться в рух синхронним електродвигуном  $M$  і робить один оберт за секунду. Розмір отвору такий, що світло проходить крізь нього протягом  $0,1$  с і спостерігач реєструє короточасний спалах. Зелений світлофільтр  $F$  і нейтральний фотометричний клин  $K$  дають змогу виділити досліджувану ділянку спектра та ослабити потік, що попадає в око. Для абсолютних вимірювань енергії, яка відповідає порогові зору, дзеркало  $Z$  приймають і діафрагму  $D$  освітлюють практичним повним випромінювачем  $T$ . Спостерігач у момент спалаху на рухомій стрічці робив позначки. На ній же відмічався кожний оберт диска в момент, коли світло проходило крізь його отвір. Виявилось, що у випадку, коли світловий потік перевищує поріг зорового відчуття, спостерігач фіксує кожний спалах, а із зменшенням потоку до величини, що відповідає порогу зорового відчуття, не всі спалахи. Спостерігач реєстрував також спалахи і при середньому потоці, меншому, ніж поріг зорового відчуття. Це зумовлено флуктуаціями кількості фотонів в окремих потоках: в одних випадках їх проходила достатня кількість, щоб викликати зорове відчуття, а в інших – недостатня.

Застосовуючи статистичні методи, С.І. Вавилов на основі експериментальних даних визначив середню кількість фотонів у світловому потоці. Отже, безпосередньо доведена дискретна, квантова структура світла, тобто підтверджено існування світлових частинок – фотонів, енергія яких  $\epsilon = h\nu$ . Виходячи із закону взаємозв'язку маси і енергії, можна визначити масу фотона

$$m_{\phi} = h\nu / c^2. \quad (9.4)$$

Так, для монохроматичних світлових променів, до яких чутливість людського ока максимальна ( $\lambda = 0,555$  мкм), маса фотона  $m_{\phi} = 4 \cdot 10^{-36}$  кг, для жорсткого рентгенівського випромінювання маса фотона порівняна з масою електрона, а для  $\gamma$ -випромінювання – більша за масу електрона. Частинка, яка рухається зі швидкістю  $v$  і має масу спокою  $m_0$ , матиме масу

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}. \quad (9.5)$$

Оскільки фотон рухається у вакуумі зі швидкістю  $c$ , то знаменник у формулі (9.5) перетворюється в нуль. З рівності (9.4) випливає, що маса фотона скінченна. Це можливо за умови, коли маса спокою фотона дорівнює нулю. Отже, фотон – це особлива частинка, яка істотно відрізняється від таких частинок, як електрон, протон, нейтрон, що

мають відмінну від нуля масу спокою. Фотон не має маси спокою і може існувати тільки в русі зі швидкістю  $c$ . Імпульс фотона

$$p_\phi = m_\phi c = \frac{h\nu}{c} = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda} = k\hbar, \quad (9.6)$$

де  $\hbar = h/2\pi$ ,  $k = 2\pi/\lambda$  – модуль хвильового вектора  $\vec{k}$ . У векторній формі співвідношення (9.6) набуває вигляду

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}. \quad (9.7)$$

Ряд явищ вказує на те, що світло поводить себе як потік частинок (фотонів). Але не слід забувати, що такі явища, як інтерференція і дифракція світла, можуть бути пояснені тільки на основі хвильових уявлень.

Отже, світло має корпускулярно-хвильові властивості (двоїстість): в одних явищах проявляється хвильова природа світла, і воно поводить себе як електромагнітна хвиля, в інших – його корпускулярна природа, і воно поводить себе як потік фотонів.

### § 9.5. Тиск світла. Досліди Лебедева

Серед різних дій світла тиск займає особливе місце. Ідея про те, що світло повинно тиснути на освітлювані ним поверхні, була висловлена ще Й. Кеплером (1571–1630), який вбачав у ній пояснення напрямів хвостів комет.

Двоїста природа світла значно утруднює наочну інтерпретацію властивостей випромінювання. З іншого боку, нерозривна єдність хвильових і корпускулярних властивостей світла дає змогу глибше зрозуміти і пояснити ряд явищ, зумовлених взаємодією випромінювання з речовиною.

З погляду квантової теорії тиск світла зумовлений зміною імпульсу фотонів при поглинанні та відбиванні їх поверхнею тіл.

Виведемо формулу тиску світла на основі квантової теорії. Нехай на поверхню площею  $\Delta S$  падає потік фотонів концентрації  $n$  під кутом  $\alpha$  (рис. 9.10). Визначимо число фотонів  $dn$ , яке падає на площадку  $\Delta S$  за час  $dt$ . Для цього потрібно концентрацію фотонів  $n$  помножити на об'єм похилого паралелепіпеда, висота якого  $dh = cdt \cos \alpha$ . Тоді

$$dn = n\Delta S dh = n\Delta S c dt \cos \alpha.$$

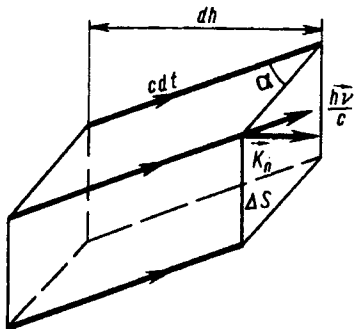


Рис. 9.10

Імпульс одного фотона частоти  $\nu$  дорівнює  $h\nu/c$ , його напрям визначається напрямом руху фотонів. Тиск спричиняє зміна нормальної складової імпульсу  $K_n$ , яка дорівнює  $(h\nu/c)\cos \alpha$ . Тоді нормальна складова імпульсу фотонів, які падають на площадку  $\Delta S$  за час  $dt$ ,

$$dK_n = k_n dn = \frac{h\nu}{c} \cos \alpha n \Delta S c dt \cos \alpha = nh\nu dt \cos^2 \alpha. \quad (9.8)$$

Якщо поверхня непрозора, а коефіцієнт дзеркального відбивання нею світла  $\rho$ , то повна зміна нормальної складової імпульсу відбитих і поглинутих фотонів

$$dK = nh\nu(1 + \rho)\Delta S dt \cos^2 \alpha.$$

Враховуючи, що зміна імпульсу дорівнює імпульсу сили, можна записати

$$nh\nu(1 + \rho)\Delta S dt \cos^2 \alpha = \Delta F dt.$$

Тоді тиск світла

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S} = nh\nu(1 + \rho)\cos^2 \alpha. \quad (9.9)$$

Добуток концентрації фотонів  $n$  на енергію фотона  $h\nu$  дорівнює об'ємній густині  $w$  світлової енергії. Тоді

$$p = (1 + \rho)w \cos^2 \alpha. \quad (9.10)$$

У разі нормального падіння світла ( $\alpha = 0$ ) його тиск виражається формулою

$$p = (1 + \rho)w. \quad (9.11)$$

Якщо користуватись густиною потоку світлової енергії  $u = wc$ , то формулу (9.10) можна записати так:

$$p = \frac{u}{c}(1 + \rho)\cos^2 \alpha. \quad (9.12)$$

На основі електромагнітної теорії виникнення тиску пояснюється так. Нехай на тіло  $A$  перпендикулярно до його поверхні падає електромагнітна хвиля (рис. 9.11). Електричний  $\vec{E}$  і магнітний  $\vec{H}$  вектори світлової хвилі лежать у площині поверхні тіла  $A$ . Під дією сили  $F_E = qE$  додатні електричні заряди тіла зазнаватимуть зміщення в напрямі  $\vec{E}$ , а від'ємні – у протилежному напрямі. Зміщення зарядів створюють поверхневий струм, паралельний вектору  $\vec{E}$ . У металах та інших провідниках це струм провідності, а в діелектриках – поляризаційний струм зміщення. Магнітне поле світлової

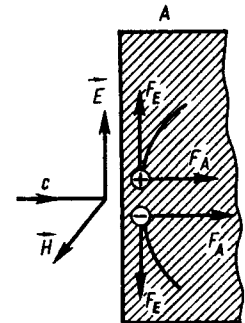


Рис. 9.11

хвилі діятиме на цей струм за законом Ампера із силою  $F_A$ , напрям дії якої збігається з напрямом поширення падаючої хвилі. Сила, що діє на одиницю площі поверхні, являє собою тиск світла. На основі електромагнітної теорії Дж. Максвелл одержав формулу для обчислення тиску світла на тіло, яка збігається з формулою (9.10).

Отже, результати, одержані на основі квантової і хвильової теорій світла, однакові.

У 1900 р. П. М. Лебедев вперше експериментально виміряв тиск світла на тверді тіла. На основі дослідів він дійшов висновку, що тиск світла на дзеркальну поверхню у два рази більший за тиск на поверхню, що майже повністю поглинає світло. Значення тиску світла, одержане експериментально, узгоджувалося з теоретичними розрахунками з точністю  $\pm 20\%$ . У 1923 р. В. Герлах (1889–1979) повторив дослід Лебедева і його результати узгоджувалися з теоретичними величинами з точністю  $\pm 2\%$ . У 1908 р. П. М. Лебедев виміряв тиск світла на газу.

Світловий тиск досить малий. Так, за межами атмосфери Землі інтенсивність сонячного випромінювання дорівнює  $1400 \text{ Вт/м}^2$ . Відповідний тиск при нормальному падінні світла на поверхню, для якої  $\rho = 0,5$ , дорівнює  $7 \cdot 10^{-6} \text{ Па}$ . Ця величина у  $10^{10}$  менша від атмосферного тиску. Незважаючи на те, що тиск світла малий, його необхідно враховувати у ряді випадків. Так, сила гравітаційної взаємодії частинок пропорційна кубу їх радіуса, а сила світлового тиску пропорційна квадрату радіуса частинки. Для частинок досить малих розмірів ці сили можуть бути однакових порядків. Це дає підставу зробити припущення, що хвости комет зумовлені світловим тиском.

Нерівномірність освітлення поверхонь штучних супутників Землі викликає небажане їх обертання навколо деякої осі.

Фокусування лазерного пучка у “пляму” досить малого радіуса дає змогу одержати великі тиски. За їх допомогою можна мікроскопічним частинкам надати прискорення, які в мільйони разів більші за прискорення вільного падіння, а це набуває широкого практичного застосування.

## Розділ 10. Рентгенівське випромінювання

### § 10.1. Природа та одержання рентгенівського випромінювання. Гальмівне і характеристичне рентгенівське випромінювання та його спектри

Рентгенівське випромінювання було відкрите у 1895 р. видатним німецьким вченим В. Рентгеном (1845–1923), яке він назвав  $x$ -променями. Пізніше воно було названо на його честь. Якщо основні властивості рентгенівського випромінювання були вивчені в досить короткий час після їх відкриття, то їх природа довгий час залишалась

нез'ясованою. Тільки в 1912 р. М. Лауе одержав дифракцію рентгенівського випромінювання на монокристалах, що довело їх хвильову природу. Оскільки воно сильно іонізує повітря, не зазнає відхилення в електричному і магнітному полях, викликає почорніння фотоемульсій, то було зроблено висновок про його електромагнітну природу.

У 1907 р. В. Він (1864–1928), вимірюючи енергію фотоелектронів, які звільнялися під дією рентгенівського випромінювання, визначив довжину його хвилі. Було встановлено, що довжина хвилі  $\lambda = 7 \cdot 10^{-5} \text{ мкм}$ . Таким чином було доведено, що рентгенівське випромінювання має ту саму природу, що й світло, і відрізняється від нього лише досить малими довжинами хвиль. Рентгенівські хвилі охоплюють широкий інтервал довжин: від  $0,01$  до  $10^{-8} \text{ мкм}$ .

Джерелами рентгенівського випромінювання є рентгенівські трубки, які в простіших випадках являють собою двоелектродні вакуумні прилади різних конструкцій і розмірів. На рис. 10.1 наведена схема рентгенівської трубки. У скляну трубку введено електроди:  $K$  (катод) і  $A$  (анод). Катод розжарення є джерелом електронів. Між катодом і анодом підтримується різниця потенціалів  $U$  в десятки і сотні кіловольтів. Електрони, які набули високих енергій у прискорювальному електричному полі, бомбардують анод  $A$ , площина якого утворює з напрямом руху електронів кут  $45^\circ$ . Внаслідок цього рентгенівське випромінювання, що виникає при гальмуванні електронів анодом, виходить із трубки через отвір захисного свинцевого екрану. Оскільки напруга на трубці досить висока, то вона завжди працює в режимі струму насичення. Щоб змінити інтенсивність рентгенівського випромінювання, змінюють струм розжарення катода. Коефіцієнт корисної дії рентгенівських трубок близько  $1\%$ , тобто  $99\%$  кінетичної енергії електронів перетворюється в тепло. За принципом одержання електронних пучків рентгенівські трубки поділяють на три типи: іонні, електронні та індукційні. Джерелами рентгенівського випромінювання можуть бути природні та штучні радіоактивні елементи, а також ряд небесних тіл. Так, сонячна корона дає потужне рентгенівське випромінювання в інтервалі хвиль  $10^{-3}$ – $10^{-2} \text{ мкм}$ , а Місяць під впливом потоку протонів (особливо в роки активного Сонця) дає інтенсивне рентгенівське випромінювання.

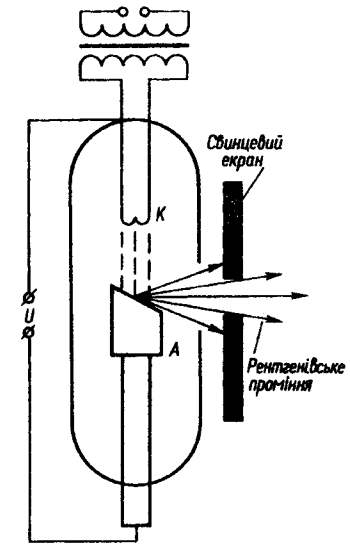


Рис. 10.1

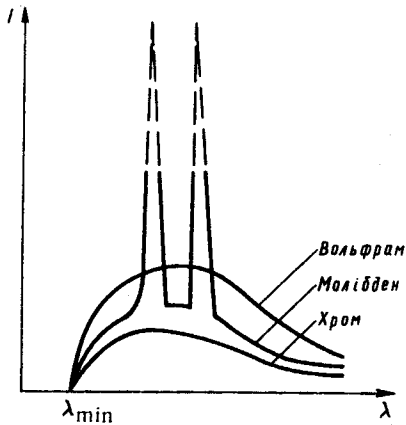


Рис. 10.2

Дослідження показали, що за порівняно низьких напруг рентгенівське випромінювання утворює суцільний спектр. Електрони, що вилітають з катода, під дією зовнішнього електричного поля набувають високих енергій і при досягненні анода гальмуються, внаслідок чого виникає рентгенівське випромінювання. Суцільний спектр рентгенівського випромінювання пояснюється гальмуванням електронів у момент досягнення ними анода. Таке випромінювання називають гальмівним. На рис. 10.2 показано експериментальні криві розподілу інтенсивності рентгенівського випромінювання за довжинами хвиль. Криві одержали за допомогою трубок, які працюють при однакових напругах з різними матеріалами анода (вольфрам, молібден, хром). Характерною особливістю суцільних рентгенівських спектрів є наявність чіткої короткохвильової межі  $\lambda_{\min}$  та її незалежність від речовини анода. Із підвищенням напруги інтенсивність випромінювання збільшується, а короткохвильова межа зміщується в бік коротких хвиль. Між прискорювальною напругою  $U$  і частотою  $\nu_{\max}$  існує лінійна залежність (рис. 10.3).

Виникнення суцільного рентгенівського спектра в класичній електродинаміці пояснюється гальмуванням електронів у полі кристалічної ґратки анода. Існування короткохвильової межі  $\lambda_{\min}$  класична теорія пояснити не може.

На основі фотонної теорії кожний електрон при гальмуванні породжує один фотон. У разі повного переходу енергії електрона в енергію випромінювання виникає фотон із максимальним значенням енергії, тобто

$$eU = h\nu_{\max} = hc/\lambda_{\min}. \quad (10.1)$$

При зіткненнях електронів з анодом частина енергії витрачається переважно на нагрівання анода. У цьому разі народжуються фотони з частотами  $\nu < \nu_{\max}$ . Оскільки зіткнення електронів з атомами анода мають випадковий характер, то розподіл енергії електронів на теплоту та випромінювання буде довільним і гальмівне випромінювання має суцільний спектр. Крім цього,

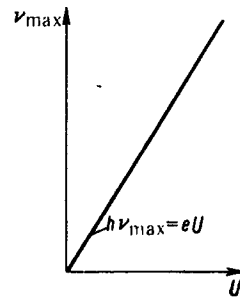


Рис. 10.3

фотонна теорія пояснює незалежність короткохвильової межі  $\lambda_{\min}$  ( $\nu_{\max}$ ) від речовини анода, а з виразу (10.1) безпосередньо випливає лінійна залежність  $\nu_{\max}$  від  $U$  (рис. 10.3). Короткохвильова межа суцільного спектра чітко виражена, і відповідна їй довжина хвилі  $\lambda_{\min}$  може бути знайдена з великою точністю, тому експериментальне визначення сталої Планка  $h$  з рентгенівського спектра є одним із найточніших методів.

У випадку підвищення напруги на рентгенівській трубці до величини, більшої за деяке критичне значення, що залежить від речовини анода, на фоні суцільного спектра виникають лінійчасті, інтенсивність яких у тисячі разів перевищує інтенсивність суцільного спектра. Оскільки лінійчастий рентгенівський спектр визначається природою речовини, з якої виготовлено анод, то його називають характеристичним. З рис. 10.2 видно, що для напруги, при якій рентгенівська трубка з анодом із вольфраму і хрому випромінює суцільний спектр, трубка з молібденовим анодом, крім суцільного, випромінює ще лінійчастий спектр. Виникнення характеристичного рентгенівського випромінювання фотонна теорія пояснює вибиванням електронів із внутрішніх електронних шарів атомів анода швидкими електронами або фотонами високих енергій. Перехід електронів з вищих шарів на шар, з якого вибито електрон, супроводжується випромінюванням рентгенівського кванта. Існування характеристичного випромінювання підтверджує наявність дискретних рівнів енергії атомів. Спектральні лінії характеристичного випромінювання підлягають певним закономірностям, які розглядаються в атомній фізиці (§ 13.8).

## §10.2. Ефект Комптона

Корпускулярні властивості світла найбільш переконливо проявляються в явищі, яке називається ефектом Комптона. Досліджуючи розсіяння рентгенівського випромінювання різними речовинами, А. Комптон (1892–1962) у 1923 р. виявив, що в розсіяному випромінюванні, крім спектральних ліній, яким відповідає довжина падаючої хвилі  $\lambda$ , з'являються лінії, довжина хвиль яких  $\lambda' > \lambda$ . При цьому було встановлено, що збільшення довжини хвилі  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  не залежить від довжини падаючої хвилі  $\lambda$  і від природи розсіювальної речовини, а залежить від кута  $\theta$  між напрямом розсіяння і напрямом падаючого випромінювання. Експериментально встановлено, що

$$\Delta\lambda = 2\Lambda_0 \sin^2(\theta/2), \quad (10.2)$$

де  $\Lambda_0$  – стала величина. Оскільки зміна довжини хвилі  $\Delta\lambda$  не залежить від природи розсіювальної речовини, то розсіяння рентгенівського випромінювання відбувається на слабкозв'язаних електронах різних

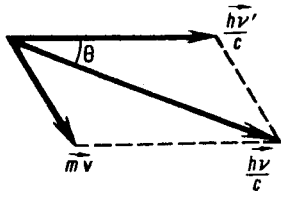


Рис. 10.4

речовин. Ефект Комптона можна пояснити тільки на основі уявлень про корпускулярну природу випромінювання, розглядаючи розсіяння як процес пружного зіткнення рентгенівських фотонів з електронами. Оскільки енергія фотона характеристичного рентгенівського випромінювання значно перевищує енергію зв'язку зовнішнього електрона в атомі, то такий електрон можна вважати практично вільним.

Розглянемо пружне зіткнення рентгенівського фотона, енергія якого  $h\nu$  і імпульс  $h\nu/c$ . Оберемо систему координат, в якій електрон до зіткнення з фотоном знаходиться у спокої і має масу  $m_0$ . Після зіткнення з електроном розсіяний під кутом  $\theta$  фотон має енергію  $h\nu'$  і імпульс  $h\nu'/c$ , а електрон має енергію  $mc^2$  і імпульс  $m\nu$  (рис. 10.4). На основі законів збереження імпульсу та енергії маємо

$$\frac{h\nu}{c} = m\nu + \frac{h\nu'}{c}; \quad h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2, \quad (10.3)$$

де

$$m = m_0 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2}.$$

Відповідно до теореми косинусів з (рис.10.4) маємо

$$(m\nu)^2 = \left( \frac{h\nu}{c} \right)^2 + \left( \frac{h\nu'}{c} \right)^2 - 2 \frac{h^2\nu\nu'}{c^2} \cos\theta. \quad (10.4)$$

Розділимо рівняння (10.3) на  $c$  і піднесемо його до квадрату. Тоді

$$m^2c^2 = m_0^2c^2 + \left( \frac{h\nu}{c} \right)^2 + \left( \frac{h\nu'}{c} \right)^2 + 2m_0h\nu - 2 \frac{h^2\nu\nu'}{c^2} - 2hm_0\nu'. \quad (10.5)$$

При відніманні рівняння (10.4) від (10.5) одержимо

$$m^2(c^2 - v^2) = m_0^2c^2 + 2m_0h(\nu - \nu') - 2 \frac{h^2\nu\nu'}{c^2} (1 - \cos\theta). \quad (10.6)$$

Оскільки  $m^2(c^2 - v^2) = m_0^2c^2$ , та враховуючи те, що  $v = c/\lambda$ , а  $\nu' = c/\lambda'$ , із співвідношення (10.6) одержуємо

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2h}{m_0c} \sin^2 \frac{\theta}{2} = 2\Lambda_0 \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (10.7)$$

де величина  $\Lambda_0 = h/m_0c = 2,426\,3096(15) \cdot 10^{-12}$  м називається комптонівською довжиною хвилі. Отже, теоретично одержані дані повністю збігаються з результатами експерименту. Цим самим ефект Комптона не тільки підтверджує фотонну теорію світла, але доводить справедливості законів збереження енергії та імпульсу при взаємодії фотона з електроном.

Наявність у розсіяному промінні спектральних ліній, довжина хвиль яких не зазнала змін, вказує на те, що деякі рентгенівські фотони розсіюються без зміни енергії. Таке розсіяння відбувається на електронах, які сильно зв'язані з ядром. При цьому розсіяння відбувається не на вільному електроні, а на системі електрон – ядро, маса якої значно перевищує масу електрона  $m_0$ . З рівняння (10.7) випливає, що зміною  $\Delta\lambda$  у цьому разі можна знехтувати. З цієї ж причини інтенсивність комптонівського розсіяння буде більшою для атомів, порядковий номер яких у періодичній системі елементів Менделєєва менший.

Результати розсіяння рентгенівських фотонів на електронах також спостерігали на фотографіях слідів у камері Вільсона. Крім цього, Г. Гейгер (1882–1945) і Х. Бете експериментально довели, що розсіяний рентгенівський фотон і електрон віддачі з'являються одночасно.

### § 10.3. Поглинання і розсіяння рентгенівського випромінювання. Застосування рентгенівського випромінювання

Рентгенівське випромінювання має велику проникну здатність. При взаємодії рентгенівських фотонів з електронами атомів речовини енергія випромінювання витрачається на такі процеси утворення: когерентного випромінювання, при якому довжина хвилі та енергія розсіяного фотона не змінюються, а змінюється тільки напрям імпульсу; некогерентного випромінювання, при якому змінюються напрям і величина імпульсу фотона та його енергія (компонівське розсіяння); фотоелектронів, які мають певні значення кінетичної енергії, та іонізованих атомів (внутрішній фотоэффект); двічі іонізованих атомів та на ін. Внаслідок цього інтенсивність рентгенівського випромінювання при проходженні крізь речовини зменшується, тобто воно поглинається. Поглинання рентгенівського випромінювання в загальному випадку зумовлене справжнім поглинанням та розсіянням і відбувається за експоненціальним законом

$$I = I_0 e^{-kd}, \quad (10.8)$$

де  $I_0$  – початкова інтенсивність рентгенівського випромінювання;  $I$  – інтенсивність випромінювання, що проходить шар речовини завтовшки  $d$ ;  $k$  – коефіцієнт поглинання. Оскільки поглинання випромінювання

зумовлене справжнім поглинанням і розсіянням, то коефіцієнт поглинання можна записати як суму двох коефіцієнтів

$$k = k_n + k_p, \quad (10.9)$$

де  $k_n$  і  $k_p$  – відповідно коефіцієнти справжнього поглинання і розсіяння. Дослідним шляхом встановлено, що коефіцієнт справжнього поглинання залежить від густини речовини, атомного номера  $Z$  в періодичній системі елементів Менделєєва, атомної маси та довжини хвилі, тобто

$$k_n \sim \rho \frac{Z^4}{A} \lambda^3. \quad (10.10)$$

Це означає, що атоми хімічних елементів, які знаходяться в кінці періодичної системи елементів і утворюють речовини великої густини, повинні інтенсивно поглинати рентгенівське випромінювання. Прикладом такої речовини є свинець. Коефіцієнти  $k_n$  і  $k_p$ , а отже, і  $k$  пропорційні масі речовини. У зв'язку з цим зручніше користуватися масовими коефіцієнтами, тобто відношеннями  $k_n/\rho$ ,  $k_p/\rho$  і  $k/\rho$ , де  $\rho$  – густина речовини. Тоді вираз (10.8) запишеться так:

$$I = I_0 e^{-\frac{k}{\rho} \rho d}. \quad (10.11)$$

Для теоретичних розрахунків зручніше користуватись атомними коефіцієнтами, які одержують як добуток масових коефіцієнтів на абсолютну масу атома, тобто на відношення кілограм-атома даного елемента  $A$  до числа Авогадро

$$k_a = \frac{k}{\rho} \frac{A}{N_A}; \quad k_{n,a} = \frac{k_n}{\rho} \frac{A}{N_A}; \quad k_{p,a} = \frac{k_p}{\rho} \frac{A}{N_A}. \quad (10.12)$$

Характерною особливістю поглинання рентгенівського випромінювання є те, що воно є суто атомним, і молекулярний коефіцієнт поглинання дорівнює сумі атомних коефіцієнтів елементів, що входять до складу молекул.

Розсіяння рентгенівського випромінювання виявляє закономірності, які значно відрізняються від розсіяння світлових хвиль видимої частини спектра. Якщо у видимій частині спектра розсіяння обернено пропорційне четвертому степеню довжини хвилі, то розсіяння рентгенівського випромінювання не залежить від довжини хвилі.

Зразу ж після відкриття рентгенівського випромінювання його було застосовано в медицині. Цьому сприяла його велика проникна здатність та особливості поглинання. Кістки і тканини по-різному поглинають рентгенівське випромінювання, оскільки в перші входить кальцій, а в другі – вода, і відношення їх коефіцієнтів поглинання дорівнює приблизно 68. Тому на рентгенівських знімках тінь від кісток різко виділяється.

Пізніше була розроблена рентгенівська дефектоскопія – виявлення наявності, місця і розмірів внутрішніх дефектів у виробках шляхом їх рентгенівського просвічування.

Після того, як досконало була вивчена природа рентгенівського випромінювання, одержана дифракція, його почали застосовувати для дослідження будови кристалів. Так було створено рентгенівський структурний аналіз, за допомогою якого визначено атомні структури мінералів, неорганічних сполук, сплавів, структури складних органічних сполук, проводиться наукове прогнозування добування нових матеріалів із наперед заданими властивостями та ін.

Рентгеноспектральний аналіз дає змогу з великою точністю визначити довжини хвиль та інтенсивності тонкої структури рентгенівських спектрів випромінювання і поглинання. На основі таких відомостей можна визначити енергію зв'язку електронів у різних стаціонарних станах, стежити за змінами величин енергії зв'язку при зміні взаємодії і характеру взаємодії в конденсованих системах, тобто одержати відомості про енергетичний спектр електронів.

Велике практичне значення має рентгеноспектральний хімічний аналіз елементарного складу речовини. Один з його нових методів (так званий локальний рентгеноспектральний хімічний аналіз) дає змогу визначити елементарний хімічний склад усіх елементів таблиці Менделєєва в мікроскопічних об'єктах близько кубічного мікрметра. У наш час це єдиний метод визначення складу окремих вузлів схем мікроелектроніки, перехідних шарів у приладах квантової електроніки.

На практиці використовують кілька методів рентгеноспектрального і рентгеноструктурного аналізу, а саме: *метод Лауе* – нерухомий монокристал опромінюється вузьким пучком рентгенівського випромінювання, спектр якого неперервний (суцільний); *метод обертового кристала* – монокристал, що обертається, опромінюють монохроматичними променями; *метод порошків (метод Дебая – Шерпера – Хелла)* – полікристалічне тіло опромінюють монохроматичним рентгенівським випромінюванням.

Великого значення набули дослідження рентгенівського випромінювання космічних тіл, які проводяться з штучних супутників. На основі цих досліджень стає можливим визначення складу небесних тіл за їх рентгенівським випромінюванням. Ці дослідження привели до створення рентгенівської астрономії.

Широкого практичного застосування набула також рентгенівська мікроскопія. Хоч роздільна здатність рентгенівських мікроскопів на 2–3 порядки нижча від роздільної здатності електронних, проте велика проникна здатність рентгенівського випромінювання дає змогу розв'язувати ряд практичних задач металознавства, біології та інших галузей знань.

## Розділ 11. Теплове випромінювання

### § 11.1. Рівноважне випромінювання та його характеристики. Закон Кірхгофа

Випромінювання світла, що відбувається внаслідок переходів атомів, молекул та інших атомних систем із станів з більшою в стани з меншою енергією, називають тепловим або температурним випромінюванням. Воно відрізняється від інших видів випромінювання (люмінесценції) тільки способом переходу випромінювальних систем у збуджений стан. В явищах теплового випромінювання такий перехід здійснюється завдяки тепловому рухові атомів і молекул.

При вивченні теплового випромінювання особливо важливе значення має поняття так званого *рівноважного випромінювання*. Для визначення цього поняття розглянемо порожнину з нерухомими і непрозорими стінками, температура яких підтримується сталою. Атоми і молекули стінок переходять у збуджений стан завдяки енергії теплового руху і при зворотних переходах у незбуджений стан випромінюють енергію. Променева енергія, падаючи на стінки порожнини, частково відбивається і частково поглинається. Внаслідок цього відбувається зміна напряму поширення, спектрального складу, поляризації та інтенсивності випромінювання. Як наслідок всіх цих процесів у порожнині встановиться рівноважний стан, за якого величина енергії, що випромінюється стінками порожнини за одиницю часу, дорівнюватиме енергії, що поглинається цими ж стінками за одиницю часу. Через це стан випромінювання в порожнині залишається макроскопічно незмінним у часі. Таке випромінювання називають *рівноважним*.

Рівноважне випромінювання має такі властивості: густина променевої енергії, її розподіл у спектрі за довжинами хвиль (за частотами), напрям поширення, а також поляризація випромінювання не залежать від форми і речовини стінок порожнини. Ці властивості, подібно до стану газу в посудині, зумовлюються тільки температурою стінок порожнини. Рівноважне випромінювання однорідне: його густина однакова у всіх точках порожнини. Воно ізотропне і неполяризоване, тобто всі напрями поширення випромінювання в порожнині рівноймовірні, а напрями векторів напруженості електричного поля  $\vec{E}$  та індукції магнітного поля  $\vec{B}$  у кожній точці порожнини змінюються з часом хаотично.

Оскільки випромінювання знаходиться в тепловій рівновазі із стінками порожнини, то можна говорити не тільки про температуру стінок, а й про температуру самого випромінювання, вважаючи ці температури однаковими.

Введемо деякі величини, які характеризують стан випромінювання у просторі, й застосовні не тільки для рівноважного, але і для довільного випромінювання.

Однією з таких величин є *густина енергії випромінювання*  $u$ , тобто кількість енергії випромінювання в одиниці об'єму. Густина енергії випромінювання можна виразити так:

$$u = \int_0^{\infty} u_{\nu} d\nu = \int_0^{\infty} u_{\lambda} d\lambda, \quad (11.1)$$

де величини  $u_{\nu} d\nu$  і  $u_{\lambda} d\lambda$  мають зміст об'ємної густини променевої енергії, що припадає на інтервал частот  $\nu$ ,  $\nu + d\nu$  або інтервал довжин хвиль  $\lambda$  і  $\lambda + d\lambda$ . Коефіцієнти  $u_{\nu}$  і  $u_{\lambda}$  називаються спектральними густинами променевої енергії. Для випадку рівноважного випромінювання функції  $u_{\nu}$  і  $u_{\lambda}$  залежать тільки від частоти  $\nu$  (або довжини хвилі  $\lambda$ ) та від температури випромінювання  $T$  і не залежать від форми та матеріалу стінок порожнини. Для випадку, коли у порожнині вакуум,  $u_{\nu}$  буде універсальною функцією тільки  $\nu$  і  $T$ , а  $u$  – універсальною функцією тільки  $T$ . Встановлення функціональної залежності  $u_{\nu} = u_{\nu}(\nu, T)$  в явній формі є основним завданням теорії теплового випромінювання.

Перед тим, як аналізувати закони теплового випромінювання і поглинання тіл, введемо ще ряд необхідних понять.

*Випромінювальна здатність*  $E(T)$  чисельно дорівнює енергії, яку випромінює тіло при даній температурі з одиниці поверхні за одиницю часу в усьому інтервалі частот.

*Спектральна випромінювальна здатність тіла*  $E(\nu, T)$  чисельно дорівнює енергії, що випромінюється при заданій температурі одиницею поверхні за одиницю часу в інтервалі частот  $\nu$ ,  $\nu + d\nu$  або в інтервалі довжин хвиль  $\lambda$ ,  $\lambda + d\lambda$ .

Повна (сумарна, інтегральна) випромінювальна здатність тіла визначається так:

$$E(T) = \int_0^{\infty} E(\nu, T) d\nu = \int_0^{\infty} E(\lambda, T) d\lambda. \quad (11.2)$$

Якщо інтервали  $d\nu$  і  $d\lambda$  стосуються однієї й тієї самої частини спектра, то

$$E(\nu, T) d\nu = E(\lambda, T) d\lambda. \quad (11.3)$$

Оскільки  $\nu\lambda = c$ , то  $d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda$  і вираз (11.3) набуває вигляду

$$E(\lambda, T) = \frac{c}{\lambda^2} E(\nu, T). \quad (11.4)$$

Знак мінус опустимо, оскільки він означає, що зі збільшенням частоти довжина хвилі зменшується, а нас цікавить абсолютне значення величини.

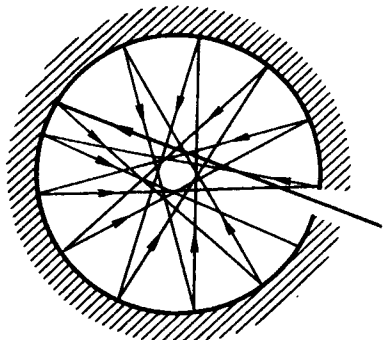


Рис. 11.1

солотно чорного тіла введено у 1859 р. Г. Кірхгофом. Для таких тіл поглинальна здатність

$$A(T) = A(\nu, T) = A(\lambda, T) = 1.$$

За аналогією до поглинальної здатності вводять поняття *відбивної здатності*  $R(T)$  і *спектральної відбивної здатності тіла*  $r(\nu, T)$  або  $r(\lambda, T)$ . Можна довести, що між спектральною об'ємною густиною енергії рівноважного випромінювання і спектральною випромінювальною здатністю абсолютно чорного тіла існує такий зв'язок:

$$u(\nu, T) = \frac{4}{c} E(\nu, T). \quad (11.5)$$

Абсолютно чорних тіл у природі немає. Найкращим наближенням до абсолютно чорного тіла є замкнута порожнина, у стінці якої зроблено малий отвір (рис. 11.1). Якщо стінки порожнини непрозорі, то за досить малих розмірів отвору в порожнині встановиться випромінювання, яке майже не відрізняється від рівноважного. Через отвір стінки порожнини виходитиме практично таке ж випромінювання, яке б випромінювалось при тій же температурі абсолютно чорною поверхнею, форма і розміри якої однакові з отвором порожнини. Основною властивістю абсолютно чорного тіла є незалежність характеру випромінювання і поглинання від природи та стану поверхні тіла.

Випромінювальна здатність і розподіл енергії випромінювання за довжинами хвиль реальних тіл залежать від температури, хімічного складу і фізичного стану тіла та його поверхні. Незважаючи на прояв індивідуальних особливостей різних тіл, їх випромінювання має підлягати певним загальним законам. Одним із таких фундаментальних законів теорії теплового випромінювання є закон, встановлений Г. Кірхгофом у 1859 р. і названий його ім'ям. Закон Кірхгофа являє собою

Поглиняльна здатність тіла  $A(T)$  показує, яку частину падаючого випромінювання поглинає тіло при заданій температурі.

Спектральна поглиняльна здатність тіла  $A(\nu, T)$  або  $A(\lambda, T)$  показує, яку частину падаючого випромінювання в інтервалі частот  $\nu, \nu + d\nu$  ( $\lambda, \lambda + d\lambda$ ) тіло поглинає при заданій температурі. Тіла, які здатні повністю поглинати падаюче на них випромінювання всіх довжин хвиль при будь-яких температурах, називають абсолютно чорними. Поняття аб-

кількісне узагальнення встановленого емпірично П. Прево (1751–1839) у 1809 р. правила, яке формулюється так: якщо поглиняльні здатності тіл різні, то будуть різними і їх випромінювальні здатності.

Закон Кірхгофа ґрунтується на другому законі термодинаміки і встановлює залежність між випромінювальною і поглиняльною здатностями тіл, а саме: відношення випромінювальної здатності тіла при деякій частоті і температурі до поглиняльної здатності цього тіла при тій же частоті і температурі не залежить від природи тіла і являє собою універсальну функцію частоти і температури, яка дорівнює випромінювальній здатності абсолютно чорного тіла при тій же частоті і температурі, тобто

$$\frac{E(\nu, T)}{A(\nu, T)} = f(\nu, T), \quad (11.6)$$

де  $f(\nu, T)$  – функція Кірхгофа.

Якщо позначити спектральну випромінювальну здатність абсолютно чорного тіла через  $e(\nu, T)$ , то через неї закон Кірхгофа запишеться так:

$$\frac{E(\nu, T)}{A(\nu, T)} = \frac{e(\nu, T)}{1} = f(\nu, T), \quad (11.7)$$

звідки випливає, що функція Кірхгофа є функцією розподілу енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла.

Закон Кірхгофа для інтегральних значень випромінювальної і поглиняльної здатностей тіла записується так:

$$\frac{E(T)}{A(T)} = \frac{e(T)}{1} = e(T). \quad (11.8)$$

Для доведення закону Кірхгофа уявімо довільне тіло у вигляді нескінченної однорідної пластини 1 (рис. 11.2). Паралельно до неї розміщено пластину 2, яка являє собою абсолютно чорне тіло. Позначимо випромінювальні і поглиняльні здатності тіл 1 і 2 для заданої температури  $T$  відповідно  $E_T = E(T)$ ,  $A(T)$ ;  $e_T = e(T)$ ,  $a(T) = 1$ . Якщо між пластинами створити вакуум, то теплообмін між ними здійснюватиметься тільки за допомогою випромінювання. Через певний проміжок часу між тілами і випромінюванням, що заповнює простір між ними, настане термодинамічна рівновага і тіла матимуть однакову температуру  $T$ . При цьому одиниця поверхні кожного тіла за одиницю часу поглинатиме стільки енергії, скільки втрачає на випромінювання. Запишемо рівняння балансу для тіл 1 і 2 відповідно

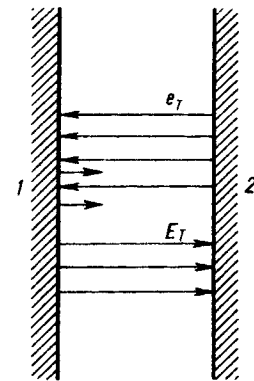


Рис. 11.2



$$E(T) = A(T)e(T); e(T) = E(T) + [1 - A(T)]e(T), \quad (11.9)$$

звідки одержуємо формулу (11.8).

Оскільки для реальних тіл  $A(T) < 1$ , то при одній і тій самій температурі абсолютно чорне тіло має найбільшу випромінювальну здатність. Із закону Кірхгофа також випливає, що будь-яке тіло при заданій температурі випромінює хвилі переважно тих довжин, які воно при тій самій температурі поглинає.

### § 11.2. Закон Стефана – Больцмана. Закон Віна. Формула Релея – Джінса

Залежність випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла від температури встановлює закон Стефана – Больцмана. Ця залежність була одержана експериментально у 1879 р. Й. Стефаном (1835–1893), а в 1884 р. за допомогою методів термодинаміки теоретично виведена Л. Больцманом (1844–1906). В основу доведення покладена аналогія між термодинамічними властивостями рівноважного випромінювання й ідеального газу. Суть цієї аналогії полягає в тому, що як енергія ідеального газу, так і енергія рівноважного випромінювання залежать тільки від температури; як газ, так і випромінювання здатні створювати тиск при взаємодії з поверхнею тіла. На основі цих уявлень з'ясовано, що випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому степеню температури

$$e(T) = \sigma T^4. \quad (11.10)$$

Формула (11.10) виражає закон Стефана – Больцмана;  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$  називається *сталю Стефана – Больцмана*. Її величина визначається за даними досліду.

Випромінювальна здатність реальних тіл може бути визначена на основі закону Кірхгофа

$$E(T) = A(T)\sigma T^4. \quad (11.11)$$

Закон Стефана – Больцмана встановлює залежність інтегральної випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла від температури, але не розкриває характеру розподілу енергії випромінювання за довжинами хвиль або частотами, тобто конкретний вигляд функції Кірхгофа  $f(\nu, T)$  залишається невідомим. Як уже зазначалось, основним завданням теорії теплового випромінювання є встановлення конкретного вигляду цієї функції.

Криві розподілу енергії в спектрі випромінювання чорної сажі для різних температур одержав експериментально В. Ленглей у 1866 р. за допомогою болометра. Його досліди показали, що для заданих темпера-

тур максимуми енергії випромінювання припадають на певні довжини хвиль, причому величина максимуму збільшується з підвищенням температури і зміщується у бік коротких довжин хвиль.

Користуючись законами термодинаміки та електродинаміки, В. Він у 1893 р. встановив характер залежності спектральної випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла  $e(\nu, T)$  від частоти і температури. Було встановлено, що величина  $e(\nu, T)$  прямо пропорційна кубу частоти і є функцією відношення  $\nu/T$ , тобто

$$e(\nu, T) = \nu^3 F(\nu/T), \quad (11.12)$$

де  $F(\nu/T)$  – функція, конкретний вигляд якої В. Віну був невідомий. Незважаючи на те, що одержана В. Віном залежність (11.12) не була встановлена в конкретному вигляді, з неї виведено ряд важливих висновків. Так, за допомогою виразу (11.12) легко одержати підтвердження закону Стефана – Больцмана. У разі переходу від частоти  $\nu$  до  $\lambda$  вираз (11.12) набуває вигляду

$$e(\lambda, T) = \frac{c}{\lambda^2} e(\nu, T) = \frac{c^4}{\lambda^5} f\left(\frac{c}{\lambda T}\right), \quad (11.13)$$

звідки можна визначити довжину хвилі  $\lambda$ , при якій величина  $e(\lambda, T)$  досягає максимуму. При цьому було встановлено закон зміщення Віна

$$\lambda_{\max} T = b, \quad (11.14)$$

де  $b = 2,89 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$  – стала Віна.

За законом Віна (11.14) довжина хвилі  $\lambda_{\max}$ , на яку припадає максимум спектральної випромінювальної здатності, при підвищенні температури зміщується в бік коротких хвиль.

Розподіл енергії у спектрі випромінювання чорного тіла для різних температур (рис. 11.3) показує, що для наведених температур максимуми кривих припадають на інфрачервону частину спектра. На рисунку також заштриховано площі під кривими розподілу для інтервалу довжин хвиль від 0,4 до 0,76 мкм. Вони показують, яка саме частина енергії випромінювання припадає на видиму частину спектра при заданих температурах.

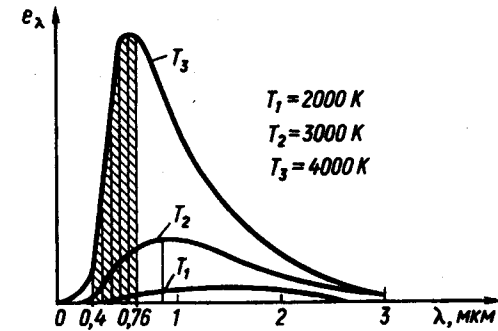


Рис. 11.3

Користуючись формулами (11.13) і (11.14), знаходимо, що спектральна випромінювальна здатність для довжини хвилі, на яку припадає максимум випромінювання, пропорційна п'ятому степеню температури, тобто

$$e(\lambda_{\max}, T) = \frac{c^4}{b^5} T^5 f\left(\frac{c}{b}\right) = aT^5, \quad (11.15)$$

де  $a = \frac{c^4}{b^5} f\left(\frac{c}{b}\right)$  – стала величина. Оскільки встановлення законності теплого випромінювання відбувалося на основі законів термодинаміки, то конкретний вигляд функції розподілу енергії випромінювання абсолютно чорного тіла одержати неможливо.

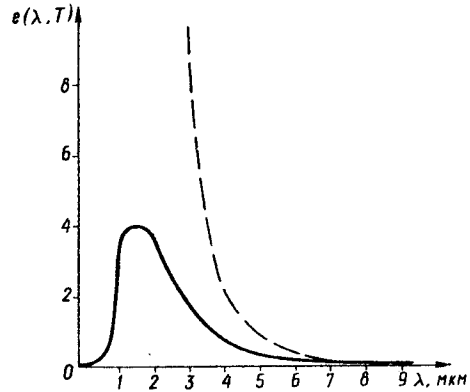


Рис. 11.4

Щоб одержати закони теплого випромінювання, Дж. Релей і Дж. Джінс (1877–1946) застосували, на відміну від своїх попередників, методи статистичної фізики, розглядаючи рівноважне випромінювання в порожнині як сукупність стоячих хвиль різних частот і довільних орієнтацій площин поляризації. Користуючись законом рівномірного розподілу енергії рівноважної системи за ступенями вільності, вони встановили співвідношення

$$e(\nu, T) = \left(\frac{2\pi\nu^2}{c^2}\right) kT, \quad (11.16)$$

яке називається *формулою Релея – Джінса*. Ця формула дуже добре описує розподіл енергії в довгохвильовій частині спектра випромінювання, тобто для малих частот  $\nu$ . Для великих частот вона непридатна. Розбіжність між експериментальною кривою (суцільна лінія) і кривою, одержаною за допомогою формули Релея – Джінса (штрихова крива), видно з рис. 11.4. Крім того, виявилось, що спроба вивести закон Стефана – Больцмана за допомогою формули Релея – Джінса призвела до абсурдного результату, а саме:

$$e(T) = \int_0^{\infty} \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT d\nu = \infty.$$

Здоровий глузд заперечує такий результат. Ця ситуація, що створилась у теорії теплового випромінювання, образно була названа П. Еренфестом (1880–1933) “ультрафіолетовою катастрофою”.

### § 11.3. Формула Планка

Недоліки формул Віна і Релея – Джінса вказують на те, що для одержання функції розподілу енергії в спектрі випромінювання треба врахувати додаткові дані, що стосуються механізму випромінювання.

У 1900 р. М. Планк спочатку за результатами дослідних даних одержав емпіричний вираз функції  $e(\nu, T)$ , а потім теоретично і формулу на основі таких припущень: випромінювання є результатом коливання атомних лінійних вібраторів, які збуджують електромагнітні хвилі будь-яких частот подібно до вібраторів Герца; вібратор випромінює енергію не безперервно, а певними порціями – квантами; енергія кванта, яка випромінюється вібратором, залежить від частоти випромінювання.

Формула Планка в змінних  $\nu$  і  $T$  має вигляд

$$e(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (11.17)$$

а в змінних  $\lambda$  і  $T$  на основі формули (11.4) відповідно

$$e(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/k\lambda T} - 1}, \quad (11.18)$$

де  $h = (6,626\ 176 \pm 0,000\ 036) \cdot 10^{-34}$  Дж·с – *стала Планка*.

Оскільки формула Планка справедлива для будь-яких частот і температур, то з неї мають впливати всі відомі закони випромінювання абсолютно чорного тіла (закон Стефана – Больцмана, закон зміщення Віна та ін.). Виведемо ці закони на основі формули Планка. Сумарна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла

$$e(T) = \int_0^{\infty} e(\nu, T) d\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \int_0^{\infty} \frac{\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (11.19)$$

Ввівши безрозмірну змінну інтегрування  $x = \frac{h\nu}{kT}$ , надамо виразу (11.19) такого вигляду:

$$e(T) = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1},$$

де  $\sigma = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}$ .

Оскільки  $\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$ , то

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} = (5,670\ 32 \pm 0,000\ 71) \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}.$$

Отже, формула Планка дає змогу не тільки встановити закон Стефана – Больцмана, але й знайти величину сталої  $\sigma$ .

Знайдемо довжину хвилі, на яку припадає максимум спектральної випромінювальної здатності при заданій температурі. Для цього треба розв'язати рівняння

$$\frac{de(\lambda, T)}{d\lambda} = 0. \quad (11.20)$$

З формули (11.18) маємо

$$\frac{hc}{kT\lambda^2} e^{hc/kT\lambda} - \frac{5}{\lambda} = 0. \quad (11.21)$$

Ця умова виконується, коли

$$\frac{hc}{kT\lambda} e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 5e^{\frac{hc}{kT\lambda}} + 5 = 0. \quad (11.22)$$

Ввівши змінну  $x = hc / kT\lambda$ , одержуємо трансцендентне рівняння

$$xe^x - 5e^x + 5 = 0, \quad (11.23)$$

розв'язком якого є  $x = 4,965$ . Тоді

$$T\lambda_{\max} = \frac{hc}{4,965k} = b = (2,897\ 790 \pm 0,000\ 090) \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}. \quad (11.24)$$

Отже, з формули Планка одержуємо закон зміщення Віна і величину сталої Віна  $b$ .

Підставивши величину  $\lambda_{\max}$  з формули (11.24) у формулу Планка (11.18), одержимо співвідношення, подібне до формули (11.15), але в конкретній формі.

Випромінювання всіх твердих тіл, рідин і газів характеризується нерівномірним розподілом енергії у спектрі випромінювання, а їхні інтегральні і спектральні поглинальні здатності завжди менші, ніж в абсолютно чорного тіла.

Якщо спектр випромінювання тіла суцільний, а розподіл енергії за довжинами хвиль подібний до розподілу енергії у спектрі абсолютно чорного тіла, то такі тіла називаються сірими. Для сірих тіл при заданій температурі

$$\frac{E(\lambda, T)}{e(\lambda, T)} = \text{const} = A(T). \quad (11.25)$$

Тіла, для яких умова (11.25) не виконується, називаються селективними. Випромінювання реальних тіл у деякій мірі має селективний характер. Найбільша селективність випромінювання характерна для газів, оскільки вони випромінюють хвилі у певних порівняно вузьких ділянках спектра.

Сірих тіл, так само, як і абсолютно чорних, у природі не існує. В інтервалі довжин хвиль від фіолетової до далекої інфрачервоної частини спектра для жодного тіла умова (11.25) не виконується. Однак для різних тіл у деяких частинах спектра умова (11.25) справджується з певною точністю.

#### § 11.4. Оптична пірометрія

Для вимірювання температур нагрітих тіл за термометричний параметр можна використати теплове випромінювання.

Сукупність оптичних методів визначення температур, які ґрунтуються на законах рівноважного випромінювання, називається оптичною термометрією, а методи вимірювання високих температур називаються оптичною пірометрією. Оптичні методи вимірювання температур не потребують безпосереднього контакту вимірювальних приладів із досліджуванним тілом. Завдяки цьому можна вимірювати високі температури, а також температури віддалених тіл. Застосування цих методів не змінює досліджувані тіла.

Залежно від того, який із законів теплового випромінювання покладено в основу методу вимірювання температур, розрізняють три умовних температури: енергетичну, або радіаційну; яскравісну; колірну. Вони функціонально зв'язані із справжньою температурою тіла і його випромінювальною здатністю.

Під *радіаційною* розуміють температуру абсолютно чорного тіла, при якій його випромінювальна здатність  $e(T)$  однакова з випромінювальною здатністю  $E(T)$  тіла, температуру якого визначають. Відповідно до означення радіаційної температури та закону Стефана – Больцмана для сірих тіл маємо

$$E(T) = \sigma T_p^4 = A(T)\sigma T^4, \quad (11.26)$$

звідки

$$T = T_p / \sqrt[4]{A(T)}. \quad (11.27)$$

Оскільки  $A(T) < 1$ , то справжня температура тіла більша від радіаційної.

Радіаційну температуру вимірюють радіаційним пірометром (рис. 11.5), об'єктив якого дає змогу одержати чітке зображення джерела

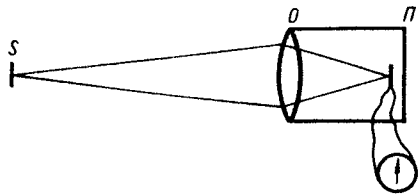


Рис. 11.5

світла  $S$  на приймачі  $\Pi$  так, щоб зображення повністю покривало поверхню приймача. Як приймачі в пірометрах часто використовують термобатарей або болометри. Пірометри попередньо градуують за допомогою абсолютно чорного тіла, температура якого відома.

Під *яскравісною* розуміють температуру абсолютно чорного

тіла, при якій його спектральна випромінювальна здатність  $e(\lambda, T)$  дорівнює спектральній випромінювальній здатності досліджуваного тіла для тієї самої довжини хвилі, тобто

$$e(\lambda, T_{\text{я}}) = E(\lambda, T),$$

де  $T$  – справжня температура тіла.

Оскільки для світлових хвиль видимої частини спектра, що випромінюється нагрітими тілами, температура яких  $T \sim 3000$  К, величина  $hc/kT \approx 7$ , то  $e^7 \gg 1$ . Нехтуючи одиницею у формулі Планка (11.19), вираз (11.7) можна записати так:

$$\exp\left[\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{\text{я}}}\right) \frac{hc}{k\lambda}\right] = A(\lambda, T) \quad (11.28)$$

Із співвідношення (11.28) маємо

$$\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{\text{я}}} = \frac{k\lambda}{hc} \ln A(\lambda, T), \quad (11.29)$$

що виражає взаємозв'язок між яскравісною і справжньою температурами тіла. Для нечорних тіл маємо  $A(\lambda, T) < 1$ ; яскравісна температура менша від справжньої.

Яскравісна температура вимірюється пірометром із зникаючою ниткою (рис. 11.6). Його дія полягає в тому, що за допомогою об'єктива  $O$  зображення поверхні нагрітого тіла, температуру якого визначають, суміщують із площиною нитки лампи розжарення  $L$ , яка вмикається в електричне коло. Поверхня тіла і нитка спостерігаються через окуляр  $O_1$ . Перед окуляром знаходиться світлофільтр  $\Phi$ , який пропускає досить вузьку частину спектра (для  $\lambda_0 = 0,66$  мкм). Під час вимірювань за допомогою реостата

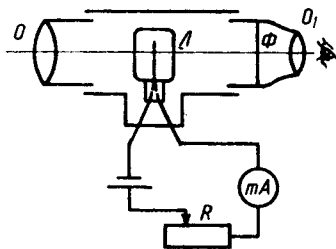


Рис. 11.6

змінюють струм доти, доки яскравості нитки і зображення поверхні тіла не стануть однаковими. Міліамперметр попередньо градуують у градусах за допомогою випромінювання абсолютно чорного тіла. Якщо величина  $A(\lambda_0, T)$  випромінювального тіла відома, то за яскравісною температурою можна визначити справжню температуру тіла.

Під *колірною* розуміють температуру абсолютно чорного тіла, при якій спектральний склад його випромінювання однаковий із спектральним складом досліджуваного тіла, тобто відношення спектральних випромінювальних здатностей для двох заданих довжин хвиль однакові. За означенням поняття колірної температури застосовуване до сірих тіл. Для тіл, в яких у значній мірі проявляється селективність випромінювання, поняття колірної температури не має змісту. Якщо для

сірого тіла  $E(\lambda_1, T)/E(\lambda_2, T) = \varepsilon$ , то має місце рівність  $\frac{e(\lambda_1, T)}{e(\lambda_2, T)} = \varepsilon$ .

На основі формули Планка це співвідношення запишеться так:

$$\varepsilon = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^5 \frac{e^{hc/kT\lambda_2} - 1}{e^{hc/kT\lambda_1} - 1}, \quad (11.30)$$

звідки, враховуючи, що  $\exp\left(\frac{hc}{kT\lambda}\right) \gg 1$ , маємо

$$T = \frac{hc \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right)}{\ln \frac{e(\lambda_1, T)}{e(\lambda_2, T)} - 5 \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1}}. \quad (11.31)$$

Ряд реальних випромінювачів, наприклад оксиди металів, кераміка, вогнетривкі вироби, графіт та інші, практично являють собою сірі тіла.

Колірна температура  $T_k$  вимірюється за червоно-синім відношенням інтенсивностей для  $\lambda_1 = 0,665$  мкм і  $\lambda_2 = 0,470$  мкм. Для несірих тіл здебільшого колірна температура вища за справжню температуру, тобто  $T_k > T$ . Колірна температура більшості твердих тіл і рідин значно менше відрізняється від справжньої температури, ніж радіаційна або яскравісна.

Отже, за допомогою оптичних пірометрів вимірюють не справжні, а умовні температури: радіаційну, яскравісну і колірну, від яких можна перейти до справжньої температури тіла, якщо відомі його оптичні характеристики.

## Розділ 12. Хвильові властивості речовин

### § 12.1. Хвилі де Бройля. Досліди Девіссона і Джермера

Аналізуючи корпускулярно-хвильові властивості світла, які цілком підтверджені дослідним шляхом, а також теорію Бора будови атома водню, Л. де Бройль у 1924 р. висловлює думку про те, що якщо світлові хвилі в багатьох випадках проявляють корпускулярні властивості, то і частинки, наприклад електрони, повинні проявляти хвильові властивості.

Як уже зазначалось (§ 9.4), для світла існують співвідношення, які зв'язують хвильові характеристики (частоту  $\nu$  і довжину хвилі  $\lambda$ ) з корпускулярними (енергією  $\epsilon$  і імпульсом  $\vec{p}$ ) у такій формі:

$$\epsilon = h\nu, \quad \vec{p} = \hbar\vec{k} \quad (p = h/\lambda), \quad (12.1)$$

де  $\hbar = h/2\pi$ ;  $\vec{k}$  – хвильовий вектор, модуль якого  $k = 2\pi/\lambda$ . За аналогією до співвідношення (12.1) Л. де Бройль припустив, що будь-якій частинці речовини масою  $m$ , яка рухається зі швидкістю  $\vec{v}$ , можна зіставити хвильовий процес, для якого енергія і імпульс збігаються з тими значеннями енергії рухомої частинки і її імпульсу, які задаються теорією відносності

$$\epsilon = mc^2, \quad \vec{p} = m\vec{v}, \quad \text{де } m = m_0/\sqrt{1-v^2/c^2},$$

тобто рухомій частинці мають відповідати певні частота та довжина хвилі

$$\epsilon = h\nu, \quad \vec{p} = \hbar\vec{k}, \quad \text{звідки } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\nu}. \quad (12.2)$$

Відповідно до його гіпотези, потоку вільних електронів притаманні як корпускулярні, так і хвильові властивості.

Співвідношення де Бройля (12.2) мають універсальний характер і застосовуються для аналізу корпускулярно-хвильових властивостей як світла, так і рухомих частинок. Співвідношення (12.1) є частинним випадком (12.2), бо стосуються об'єктів електромагнітної природи і ультрарелятивістських за властивостями ( $v = c$ ,  $m_0 = 0$  і т. ін.).

Знайдемо вирази для фазової і групової швидкостей поширення хвиль де Бройля. *Фазова швидкість* визначається співвідношенням  $v_\phi = \omega/k$ , де  $\omega = 2\pi\nu$  – циклічна частота;  $k = 2\pi/\lambda$  – хвильове число (§ 6.3). Перепишемо це співвідношення так:

$$v_\phi = \frac{2\pi\nu}{2\pi/\lambda} = \nu\lambda = \frac{h\nu\lambda}{h} = \frac{\epsilon}{p} = \frac{mc^2}{m\nu} = \frac{c^2}{\nu}. \quad (12.3)$$

Оскільки  $v < c$ , то з виразу (12.3) випливає, що  $v_\phi > c$ . Для фотонів у вакуумі  $v = c$ , у цьому випадку  $v_\phi = c$ . Одержаний результат не повинен непокоїти, оскільки на величину фазової швидкості немає ніяких обмежень.

Це також не створює яких-небудь суперечностей з теорією відносності, яка забороняє існування швидкостей, більших за швидкість світла  $c$ . Твердження теорії відносності справедливі тільки для процесів, пов'язаних з перенесенням маси і енергії. Фазова ж швидкість хвилі не характеризує швидкість перенесення енергії і маси частинки. Їх перенесення характеризується швидкістю частинки, яка визначається не фазовою, а груповою швидкістю хвиль де Бройля.

*Групова швидкість* визначається за формулою  $u = \frac{d\omega}{dk}$ . Перепишемо цей вираз так:

$$u = \frac{d(2\pi\nu h)}{d(2\pi h/\lambda)} = \frac{d\epsilon}{dp}.$$

Оскільки (в нерелятивістському випадку)

$$\epsilon = \frac{p^2}{2m}, \quad \text{то } \frac{d\epsilon}{dp} = \frac{p}{m} = \frac{mv}{m} = v,$$

тоді

$$u = v. \quad (12.4)$$

У релятивістському випадку одержимо той же результат. Як відомо (т. 1, § 9.6), за формулою Планка енергія

$$\epsilon = (p^2c^2 + m_0^2c^4)^{1/2}.$$

Тоді

$$\frac{d\epsilon}{dp} = \frac{1}{2} \frac{2c^2 p}{(p^2c^2 + m_0^2c^4)^{1/2}} = \frac{pc^2}{\epsilon} = \frac{m\nu c^2}{mc^2} = v,$$

тобто групова швидкість хвиль де Бройля завжди дорівнює швидкості частинки.

Гіпотеза де Бройля була підтверджена в 1927 р. дослідями К. Девіссона і Л. Джермера.

Оцінимо довжину хвилі де Бройля, яка відповідає рухомому електрону. У разі прискорень електрона в електричному полі з різницею потенціалів  $U \leq 10^4$  В його маса  $m_e$  практично не відрізняється від маси спокою електрона. У таких електричних полях електрон набуває швидкості

$$v = \sqrt{2eU/m_e},$$

тоді довжина хвилі де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{m_e v} = \frac{h}{\sqrt{2eUm_e}} = \frac{12,3}{\sqrt{U}} \cdot 10^{-10} \text{ м.} \quad (12.5)$$

З виразу (12.5) легко довести, що для електронів, прискорених напругою  $10^2$ – $10^4$  В, довжини хвиль де Бройля мають той же порядок, що і довжини хвиль м'якого рентгенівського випромінювання. Тому для виявлення хвильових властивостей рухомих електронів необхідно користуватись кристалічними дифракційними ґратками, як і під час вивчення рентгенівського випромінювання. За таку природну ґратку в досліді Девіссона і Джермера взято кристал нікелю (кристал кубічної системи), структура якого була добре вивчена за допомогою рентгеноструктурного аналізу.

Схема досліді показана на рис. 12.1. Перпендикулярно до шліфованої площини мішені  $M$  у вакуумі падав моноенергетичний пучок електронів, що випромінювався електронною гарматою  $G$ . Шліфована поверхня мішені паралельна кристалографічній площині з індексами Міллера (1, 1, 1). Для уловлювання розсіяних електронів застосовувався подвійний циліндр Фарадея з надійною кварцовою ізоляцією між зовнішнім і внутрішнім циліндрами. Внутрішній циліндр був з'єднаний з чутливим гальванометром. Щоб усунути вплив непружно розсіяних електронів, які при розсіюванні втрадили значну частину своєї енергії, на зовнішній циліндр подавався затримуючий (від'ємний) потенціал, величина якого була в десять разів менша прискорювального потенціалу. Приймача могли досягти тільки електрони, що зазнали

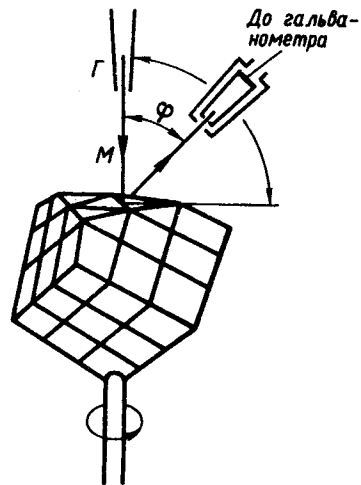


Рис. 12.1

пружного розсіяння. У досліді вимірювався струм електронів залежно від кута розсіяння та енергії падаючих електронів. З погляду уявлень класичної механіки можна чекати деякої залежності сили струму електронів від зміни кута і величини прискорювальної напруги  $U$ . Електрони з будь-якою кінетичною енергією розсіюються під різними кутами. У досліді на очікуваному фоні розсіяння виявлено максимум сили струму відбитих електронів, коли їх енергія дорівнювала 54 еВ, а кут  $\phi$  становив  $50^\circ$ . Згідно із формулою Брегга – Вульфа це відповідає довжині хвилі  $\lambda = 1,67 \cdot 10^{-10}$  м. За формулою (12.5) для зазначеної енергії електрона так само

матимемо  $\lambda = 1,67 \cdot 10^{-10}$  м. Такий збіг результатів досить переконливо підтверджує правильність гіпотези де Бройля. Формула (12.5) перевірялась неодноразово різними методами.

Для виявлення інтерференції електронних пучків було використано метод інтерференції рентгенівського випромінювання Дебая – Шеррера – Хелла. Якщо вузький пучок рентгенівського випромінювання проходить крізь дрібнокристалічний порошок або тонку металеву пластинку, то після його проходження на фотографічній пластинці утворюється інтерференційна картина у вигляді кілець. Аналогічну картину спостерігали у 1928 р. Д. П. Томсон (1892–1975) і П. С. Тартаковський (1895–1939) при пропусканні через металеві плівки потоків електронів. Щоб переконатись, що інтерференційна картина в цих досліді утворюється розсіяними електронами, а не вторинним рентгенівським випромінюванням, у просторі між металевую і фотографічною пластинками створювали магнітне поле. У цьому випадку відбувалось зміщення і спотворення інтерференційної картини. Інтерференційна картина, утворена рентгенівським випромінюванням під дією магнітного поля, ніяких зміщень не зазнавала.

Після виявлення дифракції електронів перед вченими постало запитання: можливо, хвильові властивості притаманні тільки потоку великої кількості електронів? У 1948 р. В. О. Фабрикант (н. 1907 р.), Л. М. Біberman (н. 1915 р.) і Н. Г. Сушкін на досліді довели, що хвильові властивості має кожен електрон окрема. Вони здійснили дифракцію електронів за такої малої сили струму, що кожний електрон проходив через прилад незалежно від інших. У разі досить тривалої експозиції спостерігалась така ж дифракційна картина, як і при короткій експозиції значної густини потоку електронів.

Відкриття хвильових властивостей електрона показало, що електрон не можна уявляти у вигляді маленької кульки. Він має корпускулярні і хвильові властивості. Прояв корпускулярних властивостей електрона вказує на те, що він неподільний під час взаємодії з іншими матеріальними об'єктами.

Відповідно до гіпотези де Бройля, хвильові властивості повинні мати не тільки електрони, але й будь-які частинки: протони, нейтрони, атоми і молекули. Дифракцію нейтронів вперше спостерігали в 1936 р. на монокристалах оксиду магнію. Дифракцію атомів гелію і молекул водню при відбиванні їх від кристалів LiF спостерігали О. Штерн (1888–1969) та І. Естерман (1900–1973). Таким чином, гіпотеза де Бройля цілком підтверджена експериментально для всіх матеріальних частинок і має універсальний характер. Вона стала основою електронної оптики, одним із практичних застосувань якої є створення електронного та іонного мікроскопів.

Перевага електронних пучків порівняно з пучками рентгенівського випромінювання полягає в їх здатності відхилятися під дією електричних

і магнітних полів. Відзначимо, що немає лінз для рентгенівського випромінювання. Електронний же пучок можна сфокусувати за допомогою системи спеціально підібраних індукційних котушок і конденсаторів. Це дає змогу конструювати різні електронні лінзи та електронні мікроскопи. Завдяки малій довжині хвилі, що відповідає потоку електронів, роздільна здатність електронних мікроскопів значно вища, ніж оптичних приладів. У наш час техніка електронної дифракції досягла настільки високого рівня, що в промисловості для вивчення структури різних матеріалів користуються цим методом замість дифракції рентгенівського випромінювання. Перевага електронної методики полягає, по-перше, у тому, що вона дає змогу одержати значно більші інтенсивності, ніж може дати рентгенівське випромінювання. Так, інтерференційну фотографію структури, яка в рентгенівському випромінюванні потребує часу експозиції кілька годин, в електронному за інших однакових умов можна одержати протягом однієї секунди. Це дає змогу вивчати кінетику процесів, які відбуваються в поверхневих шарах металів при їх шліфуванні, гартуванні тощо. Змінюючи прискорювальний потенціал у процесі досліду, можна змінювати довжину хвиль електронного пучка. У цьому випадку буде іншою і дифракційна картина.

Дифракція нейтронів лежить в основі нейтронографії – методу дослідження структури речовини у різних агрегатних станах. Нейтронографія особливо ефективна при дослідженні органічних кристалів, до складу яких входить водень. Для таких кристалів методи рентгенографії і електроннографії виявляються малоефективними, оскільки атоми водню досить слабо розсіюють як рентгенівські промені, так і електрони.

Зауважимо, що дебройлівська хвиля ні в якому разі не являє собою електромагнітну або хвилю якого-небудь іншого фізичного поля. Після відкриття хвильових властивостей частинок звертались до різних спроб пояснення їх корпускулярно-хвильових властивостей. Л. де Бройль спочатку вважав, що єдиною реальністю є хвиля, а корпускулярний прояв необхідно розглядати як деяку характеристику хвилі. Це означає, що двоїстість світла і речовини не випливає із незалежного існування хвилі і частинок, що хвилі являють собою основне явище, а частинки – супутні. Таке пояснення дуалізму зустрів цілий ряд утруднень і було відкинуто.

Було здійснено ряд інших спроб пояснити корпускулярно-хвильові властивості частинок, від яких довелося відмовитись. Статистичну інтерпретацію хвиль де Бройля, яка дає можливість поєднати атомізм частинок з їх хвильовими властивостями, запропонував М. Борн.

Відповідно до статистичної інтерпретації, хвилі де Бройля необхідно розглядати як хвилі ймовірності, тобто інтенсивність хвилі де Бройля в будь-якому місці простору пропорційна ймовірності виявити частинку в цьому місці. Проте статистичні або ймовірні властивості частинок мо-

жуть бути встановлені на досліді не з однією, а тільки з великою їх кількістю або тільки з однією частинкою, якщо дослід при заданих умовах проводиться багаторазово. Говорити про статистику і ймовірність має сенс тільки по відношенню до певної сукупності елементів, до яких ці поняття стосуються. Це може бути або сукупність багатьох одночасно спостережуваних елементів, або один елемент, який багаторазово спостерігають у різні моменти часу. Такі сукупності елементів у квантовій механіці називаються *квантовими ансамблями*. Квантовий ансамбль, і в цьому полягає одне з основних положень квантової механіки, реалізується шляхом задання певних макроскопічних параметрів. Це не означає, що хвильові властивості притаманні ансамблям частинок, а не самим частинкам. Ансамблі необхідні тільки для виявлення таких властивостей. Із статистичної точки зору дифракція електронів пояснюється так. Перед попаданням на дифракційний пристрій електрони проходять певну різницю потенціалів, якій відповідає одне й те ж значення довжини хвилі де Бройля. Прискорювальний потенціал і є тим макроскопічним параметром, який виділяє квантовий ансамбль частинок. Нехай реєстрування електронів відбувається фотопластинкою. Неможливо з достовірністю передбачити, в яке місце потрапить окремий електрон. Це можна зробити з тим чи іншим ступенем ймовірності. Ймовірність попадання електрона в те чи інше місце фотопластинки пропорційна інтенсивності хвилі де Бройля в цьому місці.

М. Борн і В. Гейзенберг висловили думку про те, що фотон, електрон та інші частинки – це не частинки у звичайному розумінні цього слова. Вони не локалізовані в будь-якій точці простору в даний момент часу, і тому неможливо говорити про траєкторію їхнього руху. Згідно з їх гіпотезою, хвиля і частинка не існують незалежно одна від одної, вони являють собою дві різні сторони тієї самої реальності. До Л. де Бройля рухому частинку і хвилю розглядали як два відокремлених явища. Рухома частинка могла існувати сама по собі, без зв'язку з будь-якою хвилею. Хвиля теж могла існувати сама по собі, не маючи ніякого відношення до будь-якої частинки. За гіпотезою де Бройля ця відокремленість усувається: вважається, що будь-яка рухома частинка одночасно є хвилею. Цим самим два розділи фізики: механіка точки і хвильова оптика, які розвивались окремо, виявились взаємозв'язаними.

## § 12.2. Співвідношення невизначеностей Гейзенберга

Як зазначалось, електрон та інші частинки матерії мають хвильові властивості, тобто вони не є матеріальними точками, як це уявлялось у рамках класичної механіки. У зв'язку з цим постає запитання: які розміри має електрон і яку область простору він займає? На відміну від фотона електрон має електричний заряд, від розподілу якого в просторі залежить взаємодія електрона з іншими частинками.

Нагадаємо, що локалізація матеріальної точки масою  $m$ , яка рухається вздовж осі  $Ox$ , у класичній механіці в деякий момент часу  $t$  визначається точкою  $A$ , координата якої  $x$ . Нехай у деякий початковий момент часу  $t_0$  матеріальна точка має швидкість  $v_{x0}$  і відповідний імпульс  $p_{x0} = mv_{x0}$ . У наступний момент часу матеріальна точка має швидкість  $v_{x1}$  і відповідний імпульс  $p_{x1} = mv_{x1}$ . Сукупність послідовних місць знаходження рухомої точки  $A, A_1, A_2, \dots$  утворює траєкторію руху матеріальної точки. Якщо відома сила  $F_x$ , що діє на матеріальну точку, то на основі другого закону Ньютона можна визначити координату  $x$  і складову імпульсу  $p_x$  рухомої матеріальної точки, а саме:

$$\frac{dp_x}{dt} = F_x; \quad \frac{dx}{dt} = \frac{1}{m} p_x. \quad (12.6)$$

З рівнянь (12.6) випливає: якщо відоме початкове положення матеріальної точки  $x_0$ , її початковий імпульс  $p_{x0} = mv_{x0}$  і діюча на неї сила  $F_x$ , то можна визначити зміну імпульсу  $\Delta p_x$  і зміну координати  $\Delta x$  за будь-який проміжок часу  $\Delta t = t - t_0$  і цим самим повністю описати рух матеріальної точки, тобто вказати її координату і відповідну складову імпульсу в будь-який момент часу  $t$

$$p_x(t) = p_{x0} + \Delta p_x, \quad x(t) = x_0 + \Delta x.$$

Підкреслимо, що і координата, і відповідна складова імпульсу в класичній механіці визначаються одночасно і з будь-якою точністю.

По-іншому вирішується питання просторової локалізації і визначення імпульсу мікрочастинки. Оскільки переміщення мікрочастинки необхідно пов'язувати з хвильовим процесом, то рівняння, яке описує її рух, характеризуватиме умови поширення відповідної хвилі де Бройля. У цьому випадку визначення місця знаходження мікрочастинки в будь-який момент часу не має фізичного змісту, оскільки хвиля являє собою протяжний об'єкт, який заповнює певну область простору і не може бути зосереджена в одній точці з координатою  $x$ . Для мікрочастинки неправомірно говорити про одночасне значення її координати й імпульсу. Вираз "довжина хвилі в даній точці" не має змісту, але імпульс виражається через довжину хвилі, тому координата частинки з певним імпульсом цілком невизначена. І навпаки, якщо координата частинки точно визначена, то її імпульс повністю невизначений. Для спрощення спочатку розглянемо випадок, коли рухається частинка (електрон) з постійною швидкістю  $v$ . У цьому разі рухомій частинці відповідатиме монохроматична хвиля де Бройля. Якщо хвиля плоска, то при поширенні вздовж осі  $Ox$  вона займає необмежену частину простору. Інтервал координат  $\Delta x$ , в якому знаходиться хвильовий об'єкт, дорівнює нескінченності.

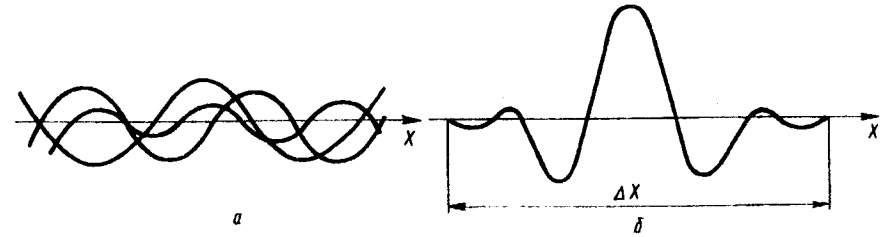


Рис. 12.2

Оскільки хвиля монохроматична ( $\lambda = \text{const}$ ), то їй відповідає цілком певне значення імпульсу частинки  $p_x$ , тобто  $\Delta p_x = 0$ . Отже, монохроматична плоска хвиля характеризується відповідно невизначеністю координати ( $\Delta x = \infty$ ) і точним значенням відповідної складової імпульсу ( $\Delta p_x = 0$ ). Зауважимо, що плоска хвиля є фізичною ідеалізацією, оскільки реальна хвиля займає обмежену частину простору. Як відомо, будь-яку реальну хвилю можна розглядати як результат накладання, тобто як сукупність плоских хвиль. Така група хвиль поширюється як деякий обмежений у просторі об'єкт, який називають *хвильовим пакетом*. Його можна одержати шляхом накладання монохроматичних хвиль різних амплітуд і довжин хвиль від  $\lambda$  до  $\lambda + \Delta\lambda$  (рис. 12.2, а). Для такого локалізованого хвильового пакета (рис. 12.2, б) вже втрачається визначеність його довжини хвилі й імпульсу, оскільки він являє собою суперпозицію монохроматичних хвиль. Невизначеність імпульсу частинки, зв'язаної з хвильовим пакетом, оцінюється інтервалом імпульсів складових хвиль:

$$\Delta p_x = \left| \Delta \left( \frac{h}{\lambda} \right) \right| = \frac{h}{\lambda^2} \Delta \lambda.$$

Чим вужчий інтервал  $\Delta x$  локалізації хвилі, тим ширший інтервал довжин інтерферуючих хвиль  $\Delta \lambda$  утворює хвильовий пакет. У цьому випадку зростає величина  $\Delta p_x$ . Отже, зменшення  $\Delta x$  зв'язане із зростанням невизначеності імпульсу  $\Delta p_x$ . Це означає, що координата  $x$  і проекція імпульсу  $p_x$  мікрочастинки не можуть одночасно мати певні фіксовані значення, вони можуть набирати будь-які значення у відповідних інтервалах  $x$  і  $x + \Delta x$ ,  $p_x$  і  $p_x + \Delta p_x$ . У 1927 р. В. Гейзенберг показав, що між вказаними невизначеностями  $\Delta x$  і  $\Delta p_x$  існує співвідношення

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar, \quad (12.7)$$

де  $\hbar = h/2\pi$ .



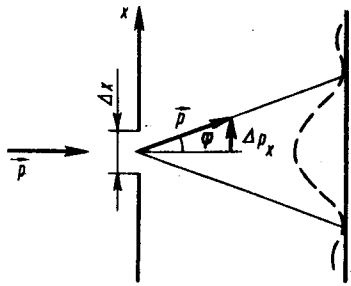


Рис. 12.3

Ця формула і називається *співвідношенням (принципом) невизначеностей Гейзенберга*. З нього випливає, що чим точніше фіксована координата, тобто чим менше  $\Delta x$ , тим більша невизначеність імпульсу  $\Delta p_x$  і, навпаки, чим точніше визначено імпульс, тим більша невизначеність координати. Це означає, що ми дійшли межі, за якою наші класичні уявлення про характеристики руху втрачають свою повну визначеність.

Співвідношення (12.7) проявляється при будь-яких спробах вимірювання точного розташування або точного значення величини імпульсу частинки. Уявімо собі, що мікрочастинка рухається горизонтально зі швидкістю  $v$  (рис. 12.3). Перпендикулярно до напрямку руху частинки мислено поставимо екран, в якому є щілина завширшки  $\Delta x$ . До проходження частинки через щілину її складова імпульсу  $p_x$  має точне значення, що дорівнює нулю: тоді  $\Delta p_x = 0$ . Координата  $x$  у цьому випадку зовсім невизначена. У момент проходження частинки крізь щілину картина змінюється, оскільки замість повної невизначеності координати  $x$  з'являється невизначеність її  $\Delta x$ , яка дорівнює ширині щілини. У цьому разі також з'являється невизначеність величини  $\Delta p_x$ , відмінної від нуля. Дійсно, внаслідок дифракції існує деяка ймовірність того, що частинка рухатиметься в межах кута  $2\varphi$  ( $\varphi$  – кут, що відповідає першому дифракційному мінімуму). Знехтувавши максимумами вищих порядків, маємо невизначеність величини  $\Delta p_x$ :

$$\Delta p_x = p \sin \varphi.$$

З умови першого мінімуму дифракційної картини від щілини маємо  $\sin \varphi = \lambda / \Delta x$ . Тоді

$$\Delta p_x = p \lambda / \Delta x. \quad (12.8)$$

Оскільки  $\lambda = h / p$ , то з формули (12.8) одержимо

$$\Delta p_x \cdot \Delta x = h. \quad (12.9)$$

Якщо враховувати максимуми дифракційної картини вищих порядків, то співвідношення (12.9) набуває вигляду

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq h \text{ або } \Delta p_x \cdot \Delta x > h. \quad (12.10)$$

Поряд із співвідношенням (12.7) у § 3.3 одержано співвідношення, які можна записати так:

$$\Delta t \cdot \Delta \omega \geq 2\pi \text{ або } \Delta t \cdot \Delta \nu \geq 1. \quad (12.11)$$

Зміст цих співвідношень полягає в тому, що обмежений у часі хвильовий процес не може бути монохроматичним. Якщо процес відбувається протягом часу  $\Delta t$ , то частотний розкид  $\Delta \omega$  хвиль, які його утворюють, задовольняє співвідношення (12.11). Тому якщо для спостереження навіть монохроматичного процесу відводиться досить малий проміжок часу  $\Delta t$ , то частота процесу буде знайдена в кращому випадку з похибкою, що визначається співвідношенням (12.11).

Якщо частоті  $\omega$  відповідає енергія  $\varepsilon = \hbar \omega$ , то вираз (12.11) набуває вигляду

$$\Delta t \cdot \Delta \varepsilon \geq 2\pi \hbar = h. \quad (12.12)$$

Формула (12.12) називається *співвідношенням невизначеностей Гейзенберга для часу і енергії*. Співвідношення (12.12) означає, що чим менший проміжок часу існування певного стану або час, відведений для його спостереження, тим з меншою означеністю можна говорити про енергію цього стану, тобто тим більша її невизначеність  $\Delta \varepsilon$ . Навпаки, чим більший цей час, тим з більшою точністю визначається енергія стану. Якщо стан стаціонарний, то він може існувати нескінченно довго. Тоді на основі формули (12.12) робимо висновок, що енергія стаціонарного стану має цілком означену величину.

У цьому співвідношенні під  $\Delta t$  необхідно розуміти проміжок часу, протягом якого реалізується перехід системи із стану з енергією  $\varepsilon$  в стан з енергією  $\varepsilon'$ . Проілюструємо це на прикладі випромінювання атомом. У разі переходу електрона в атомі з одного стану в інший випромінюється квант світла. Як відомо (§ 1.2), спектральні лінії випромінювання мають певну природну ширину. Це означає, що випромінювані кванти не мають строго означених енергій, тобто має місце розкид в значеннях енергій у випадку переходу атома з одного квантового стану в інший. Цей розкид у формулі (12.12) є величиною  $\Delta \varepsilon$ . Таким чином, за природною шириною лінії випромінювання можна визначити  $\Delta \varepsilon$ , а потім за допомогою формули (12.12) обчислити час перебування  $\Delta t = \tau \approx \hbar / \Delta \varepsilon$ .

З виразу (12.7) випливає, що стан, в якому частинка знаходиться в повному спокої, неможливий. Зазначимо, що у квантовій механіці втрачає смисл поділ повної енергії  $\varepsilon$  на кінетичну і потенціальну. Дійсно, одна з цих величин залежить від імпульсів, а друга – від координат. Ці ж змінні не можуть мати одночасно певних значень. Енергія  $\varepsilon$  повинна означатися і вимірюватися тільки як повна енергія без поділу на кінетичну і потенціальну.

Як уже зазначалось, із співвідношення невизначеностей (12.7) випливає, що не можна одночасно точно знати координату й імпульс мікрочастинки. Чим точніше визначена одна з цих величин, тим менш

точно відома інша. Часто величини  $\Delta x$  і  $\Delta p_x$  трактують як неточність вимірювання координати й імпульсу. Сам термін “неточність” немовби припускає можливість існування точних значень  $x$  і  $p_x$ . Таке припущення неправильне, оскільки неможливість одночасного точного вимірювання координати й імпульсу означає, що частинка за своєю природою не припускає одночасної локалізації в координатному й імпульсному просторах.

Принцип невизначеностей часто розглядають так, ніби вимірювання координати мікрочастинки робить невизначеною її швидкість і навпаки. Подібні тлумачення не виражають суті справи, оскільки дають підставу вважати, що мікрочастинка сама по собі має певні координату й імпульс, але ми не можемо їх одночасно і точно визначити. Прилад, що вимірює одну величину, неначе вносить неконтрольовані збурення, які не дають змоги виміряти другу величину. При такому розумінні принцип невизначеностей виражає обмеженість наших можливостей пізнання, що означає агностичне і суб’єктивістське його тлумачення. Справа тут не в здатності апаратури чи методики вимірювання, а в тому, що співвідношення невизначеностей відображає суть явищ мікросвіту, воно є одним із основних положень квантової механіки, об’єктивним законом природи. Отже, принцип невизначеностей має об’єктивний зміст і не пов’язаний із запереченням пізнання. Його суть полягає у своєрідному вираженні якісно нової природи мікрочастинки, які об’єктивно не мають точних координат і імпульсів.

Проте не можна нехтувати впливом приладу на результати вимірювань. Після встановлення співвідношення невизначеностей значна увага приділялась розгляду уявних дослідів на визначення координати й імпульсу мікрочастинки та з’ясуванню ролі вимірювального приладу в процесі вимірювань. Для вимірювань необхідна взаємодія приладу з досліджуванним об’єктом, коли між приладом і мікрочастинкою неминує виникає обмін енергією, який неможливо зробити як завгодно малим. Він призводить до істотного спотворення початкового стану частинки, а отже, до невизначеностей при наступних вимірюваннях.

Як підкреслював Н. Бор, у всіх уявних експериментах необхідно розрізняти засіб і об’єкт спостереження. Засіб спостереження (експериментальна установка, прилад) має бути описаний мовою класичної фізики, а об’єкт спостереження (мікрочастинка) – мовою квантових понять.

Співвідношення невизначеностей характеризує межі застосування уявлень класичної механіки для вивчення мікропроцесів. Його ні в якому випадку недопустимо трактувати як співвідношення, що визначає межі нашого пізнання. Уявлення класичної фізики не є єдино можливими, хоч вони найбільш звичні для нас і необхідні при аналізі результатів дослідів, які проводять з мікрочастинками за допомогою макроскопічних приладів.

Співвідношення невизначеностей – це математичне вираження наявності у частинок як корпускулярних, так і хвильових властивостей. Тому воно є об’єктивною закономірністю, що відображає об’єктивні властивості частинок, і не зумовлюється тими чи іншими особливостями вимірювання відповідних величин у конкретному експерименті.

Співвідношення невизначеностей є важливим кроком в інтерпретації закономірностей мікросвіту і побудові квантової механіки.

### § 12.3. Рівняння Шредінгера. Принцип суперпозиції

Оскільки мікрочастинки мають хвильові властивості, принципово неможливо використати класичну механіку для опису їхньої поведінки. У зв’язку з цим виникла необхідність створення механіки мікрочастинки, яка врахувала б їх хвильові властивості. Нова механіка, яку назвали хвильовою, або квантовою, була розроблена Е. Шредінгером, В. Гейзенбергом, П. Діраком та іншими вченими. У квантовій механіці важливе місце належить рівнянню Шредінгера. У нерелятивістській квантовій механіці це рівняння відіграє таку ж роль, як рівняння руху Ньютона в класичній механіці та рівняння Максвелла в електродинаміці.

Рівняння Шредінгера має бути хвильовим подібно до рівнянь для електромагнітних або звукових хвиль. Як відомо, хвильові рівняння являють собою диференціальні рівняння з частинними похідними (незалежними змінними є координати і час) відповідної функції. Для звукових хвиль такою функцією є тиск, для електромагнітних – напруженість електричного або магнітного полів. У нашому випадку необхідно ввести функцію іншої природи, яка на перший погляд є більш абстрактною, ніж такі величини, як напруженість електричного чи магнітного полів. Цю функцію називають хвильовою і позначають символом  $\Psi$  (пси-функція).

Пси-функція вводиться як деякий допоміжний символ і не відноситься до безпосередньо спостережуваних величин. Проте її знання дає можливість статистично завбачити значення величин, які одержують експериментально, і які мають реальний фізичний зміст. Пси-функція є функцією координат і часу, тобто  $\Psi = \Psi(x, y, z, t)$ . Введення хвильової функції для описання руху мікрочастинки зумовлено їх корпускулярно-хвильовим дуалізмом. Фізичний зміст хвильової функції став зрозумілим після того, як з’ясувалось, що в інтерференції мікрочастинки проявляються властивості окремої частинки, а не їх системи. Про це свідчить незалежність інтерференційної картини від інтенсивності пучка частинок. Цей факт необхідно розуміти так, що рух будь-якої окремої мікрочастинки підпорядкований статистичним закономірностям. Розподіл імовірностей, що характеризують цей рух, проявляється після реєстрування досить великої кількості частинок.

Як відомо, квадрат амплітуди хвилі визначає ймовірність попадання фотона в дану точку поверхні. За аналогією квадрат модуля хвильової

функції  $|\Psi|^2$  для будь-якої точки простору, помножений на елементарний об'єм  $dV$ , що включає цю точку, має визначати ймовірність  $dP$  знаходження частинки в межах об'єму  $dV$ , тобто

$$dP = |\Psi|^2 dV = \Psi\Psi^* dV, \quad (12.13)$$

де  $|\Psi|^2$  має зміст густини ймовірності;  $\Psi^*$  – функція, комплексно спряжена з  $\Psi$ .

Таким чином, квантова механіка має статистичний характер, і за допомогою хвильової функції  $\Psi$  визначається тільки ймовірність виявлення мікрочастинки в різних точках простору. Функція  $\Psi$  має задовольняти умову нормування

$$\int_V |\Psi|^2 dV = 1.$$

Рівняння Шредінгера для руху частинок у вільному просторі, в якому відсутні силові поля, має вигляд

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi, \quad (12.14)$$

де  $i = \sqrt{-1}$ ;  $m$  – маса частинки;  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  – оператор Лапласа.

Для випадку руху частинок у потенціальних силових полях рівняння Шредінгера має вигляд

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U(r)\Psi, \quad (12.15)$$

де  $U(r)$  – потенціальна функція або потенціальна енергія, які характеризують потенціальне силове поле. Єдиними непотенціальними силами, які зустрічаються в атомній фізиці, є магнітні сили. Рівняння (12.15) є основним рівнянням квантової механіки. Воно справджується тільки в нерелятивістській квантовій механіці, тобто для рухів, повільних порівняно зі швидкістю світла у вакуумі. Потенціальна функція  $U(r)$  у рівнянні (12.15) розглядається так само, як і в класичній фізиці, тобто як функція локалізованої частинки в силовому полі. Так, в атомі водню для електрона в полі ядра вважають, що  $U(r) = -e^2 / 4\pi\epsilon_0 r$ , тобто так само, як за умови, що ці дві частинки локалізовані.

Рівняння Шредінгера для виконання принципу суперпозиції є лінійним і однорідним відносно функції  $\Psi$ . У математичній формі принцип суперпозиції зводиться до таких тверджень. По-перше, якщо  $\Psi_1$  і  $\Psi_2$  – два будь-яких розв'язки рівняння Шредінгера, то й лінійна комбінація їх  $\alpha_1\Psi_1 + \alpha_2\Psi_2$  з постійними (взагалі кажучи, комплексними)

коефіцієнтами  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  є також розв'язком того ж рівняння. По-друге, якщо хвильові функції  $\Psi_1$  і  $\Psi_2$  описують два будь-яких стани системи, то й лінійна комбінація  $\alpha_1\Psi_1 + \alpha_2\Psi_2$  також описує якийсь стан тієї ж системи.

Цей принцип особливо добре відомий для електромагнітних хвиль. Його іноді називають “принципом накладання хвиль без їх взаємних спотворень”. Так, якщо відбувається накладання двох електромагнітних хвиль, то напруженість електричного чи магнітного полів у будь-якій точці поля простору дорівнює сумі напруженостей електричних чи магнітних полів. Одне з важливих положень квантової механіки, яке ґрунтується на результатах дослідів, полягає в тому, що принцип суперпозиції справджується і для хвиль де Бройля.

Принцип суперпозиції у квантовій механіці відіграє більш фундаментальну роль, ніж в електродинаміці. Він виражає саму можливість квантово-механічного опису та можливість фізичної інтерпретації результатів квантової механіки.

Особливе значення у квантовій механіці мають *стаціонарні стани*, за яких усі спостережувані фізичні параметри не змінюються з часом. Сама функція  $\Psi$  до таких параметрів не належить. Не повинні змінюватися з часом тільки фізично спостережувані величини, які можуть бути утворені з  $\Psi$  за правилами квантової механіки.

Хвильову функцію будь-якого стаціонарного стану однієї частинки можна подати в такому вигляді:

$$\Psi(x, y, z, t) = \varphi(x, y, z)e^{-i\omega t}, \quad (12.16)$$

де частота  $\omega$  – постійна, а функція  $\varphi(x, y, z)$  не залежить від часу. Легко показати, що одна із спостережуваних величин – густина ймовірності  $\rho = \Psi\Psi^*$  – з часом не змінюється. Дійсно,

$$\rho = \varphi(x, y, z)e^{-i\omega t}\varphi(x, y, z)e^{i\omega t} = \varphi^2(x, y, z).$$

Для визначення функції  $\varphi(x, y, z)$  у стаціонарних станах підставимо вираз (12.16) у рівняння (12.15) і знайдемо

$$\hbar\omega\varphi = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U(r) \right] \varphi.$$

За аналогією із світловими квантами приймемо гіпотезу, що величина  $\hbar\omega$  являє собою повну енергію частинки  $\epsilon$  у стаціонарному стані. Таким чином, для енергії в стаціонарному стані одержимо рівняння

$$\Delta\varphi + \frac{2m}{\hbar^2} [\epsilon - U(r)]\varphi = 0. \quad (12.17)$$

У рівняння (12.17) час не входить, і воно називається *рівнянням Шредінгера для стаціонарних станів*. Відносно потенціальної функції  $U(r)$ , що

входить у рівняння (12.17), повністю залишаються ті ж зауваження, які були зроблені для рівняння (12.15). Функція  $U(r)$  визначається так, наче ніяких хвильових властивостей частинка не має.

Рівняння Шредінгера для стаціонарних станів також задовольняє принципу суперпозиції. Проте суперпозиція стаціонарних станів з різними енергіями вже не буде стаціонарним станом.

Таким чином, Е. Шредінгер показав, що рівняння (12.17) повністю розв'язує проблему квантування енергії системи. Для цього під  $\epsilon$  необхідно розуміти енергію системи в стаціонарному стані.

На хвильові функції, які є розв'язком рівняння (12.17), накладаються певні природні обмеження. За цих обмежень рівняння Шредінгера (12.17) має розв'язки не для всіх, а тільки для певних значень параметра  $\epsilon$ .

Природні обмеження, які накладаються на розв'язання рівняння Шредінгера (12.17), полягають у тому, що хвильова функція  $\psi(r)$  і її перші похідні за координатами повинні бути скінченні, однозначні і неперервні навіть у точках розриву потенціальної функції  $U(r)$ . Вибрані значення параметра  $\epsilon$ , для яких рівняння (12.17) має розв'язки, що задовольняють перерахованим обмеженням, називаються власними значеннями величини  $\epsilon$  для диференціального рівняння (12.17), а відповідні їм розв'язки – власними функціями того ж рівняння. Власні значення  $\epsilon$  і беруть за можливі значення енергії в стаціонарних станах. Власні значення енергії  $\epsilon$  можуть бути дискретними, а можуть неперервно заповнювати скінченний або нескінченний інтервал. У першому випадку енергетичний спектр називають дискретним, у другому випадку – неперервним.

Рівняння Шредінгера подібно до законів Ньютона в механіці – це не результат теоретичних висновків, а узагальнення великої кількості експериментальних даних, одержаних при вивченні мікросвіту. Справедливість рівняння Шредінгера підтверджується спільними з експериментальними даними висновками, зробленими під час його розв'язування в конкретних задачах.

#### § 12.4. Частинка в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі

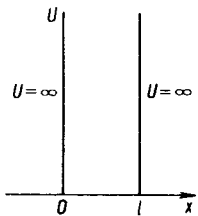


Рис. 12.4

Розглянемо застосування рівняння Шредінгера до розв'язування задач, які деякою мірою наближено моделюють рух електрона в атомі, коливання атомів у молекулах та ін. Нехай частинка рухається в нескінченно глибокій потенціальній ямі. Графічно такий випадок можна подати за допомогою рис. 12.4, де зображено залежність потенціальної функції  $U(x)$ . Цей випадок є досить грубим наближенням до задачі про рух електрона в атомі.

Для одновимірної задачі стаціонарне рівняння Шредінгера (12.17) матиме вигляд

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(\epsilon - U)\psi = 0. \quad (12.18)$$

Для  $0 < x < l$  потенціальна енергія електрона стала і можна прийняти  $U = 0$ , оскільки за початковий рівень її вимірювання можна вибрати довільне значення. Тоді рівняння (12.18) перепишемо так:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\epsilon\psi = 0. \quad (12.19)$$

Оскільки потенціальна яма нескінченно глибока, то електрон знаходиться всередині цієї ями і залишити її він не може. Імовірність знаходження електрона в областях  $x < 0$  і  $x > l$  дорівнює нулю, і функція  $\psi$  в цих областях також дорівнює нулю. Тому граничні умови для даної задачі в силу неперервності хвильової функції будуть:

$$\psi(0) = 0; \quad \psi(l) = 0. \quad (12.20)$$

Загальний розв'язок рівняння (12.19) має вигляд

$$\psi = A \sin \sqrt{\frac{2m\epsilon}{\hbar^2}} x + B \cos \sqrt{\frac{2m\epsilon}{\hbar^2}} x. \quad (12.21)$$

Величини  $A$  і  $B$  знайдемо з граничних умов

$$\psi(0) = B = 0; \quad \psi(l) = A \sin \frac{\sqrt{2m\epsilon}}{\hbar} l = 0. \quad (12.22)$$

Рівняння (12.22) виконується за умови

$$\frac{\sqrt{2m\epsilon}}{\hbar} l = \pi n \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (12.23)$$

звідки випливає, що не існують розв'язки рівняння (12.19) для всіх значень енергії  $\epsilon$ , вони є тільки для тих значень, які утворюють дискретний спектр енергій, тобто для

$$\epsilon_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2. \quad (12.24)$$

Тоді розв'язок (12.19) можна записати у вигляді

$$\psi_n = A \sin \frac{n\pi}{l} x. \quad (12.25)$$

З умови нормування  $\int_0^l |\psi(x)|^2 dx = 1$  знаходимо  $A = \sqrt{2/l}$ . Тоді формулу (12.25) запишемо так:

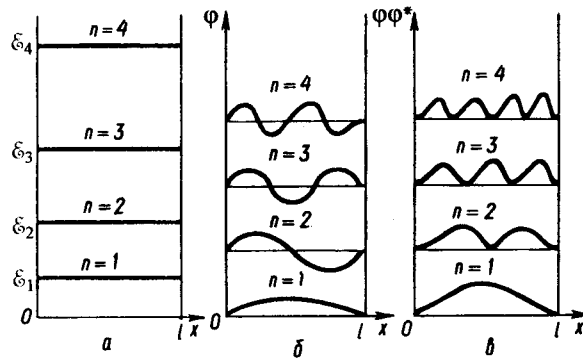


Рис. 12.5

$$\varphi_n = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x. \quad (12.26)$$

Число  $n$ , яке визначає вигляд хвильової функції і енергію частинки в стані, якому відповідає ця хвильова функція, називається *головним квантовим числом системи*.

Формула (12.24) показує, що існує деяка мінімальна, не рівна нулю енергія

$$\varepsilon_1 = \hbar^2 \pi^2 / 2ml^2, \quad (12.27)$$

яка відповідає основному стану руху частинок. Хвильова функція цього стану

$$\varphi_1(x) = \sqrt{2/l} \sin(\pi x/l)$$

у жодній точці всередині ями в нуль не перетворюється. Ця властивість хвильової функції основного стану має загальний характер, а саме: хвильова функція основного стану не перетворюється в нуль всередині області, що розглядається, і може перетворюватись в нуль тільки на її межах.

З виразу (12.27) видно, що мінімальна енергія зі зменшенням лінійних розмірів ями ( $l$ ) збільшується. Фізична причина цього полягає в тому, що зі зменшенням лінійних розмірів ями зменшується довжина хвилі де Бройля частинки, яка відповідає основному стану, а зменшення довжини хвилі де Бройля означає збільшення енергії частинки. Таким чином, уточнення локалізації частинок неминуче супроводжується збільшенням енергії частинки. Це є одним із проявів принципу невизначеностей.

На рис. 12.5 наведені відповідно: схема енергетичних рівнів (рис. 12.5, а), графіки функцій  $\varphi$  (рис. 12.5, б) та густини ймовірності  $\varphi\varphi^*$

виявлення частинки на різних відстанях від стінок ями (рис. 12.5, в). З графіка видно, що для стану з  $n=2$  неможливо виявити частинку посередині ями, хоча перебування її як в лівій, так і в правій половині ями рівноймовірне. Така поведінка частинки, очевидно, несумісна з поняттям траєкторії.

## § 12.5. Гармонічний осцилятор

Поняття осцилятор можна застосувати до фізичних систем, в яких наявні періодичні коливальні процеси. Вони характеризуються значенням деякої величини  $x$ , що періодично змінюється з часом. Величина  $x$  залежить від природи коливального процесу. Внаслідок коливань потенціальна функція частинки має вигляд

$$U = \frac{kx^2}{2}, \quad (12.28)$$

де  $k$  – константа коливальної системи. Якщо  $U$  змінюється за законом (12.28), то такий осцилятор називають *гармонічним*. У випадку, коли до виразу (12.28) входять доданки, що містять вищі степені величини  $x$ , осцилятор називають *ангармонічним*. Коливання атомів у двоатомних молекулах можна розглядати як коливання осцилятора. Іноді рух електрона в атомі розглядають як коливальний рух лінійного гармонічного осцилятора. Електричні коливання в коливальному контурі також розглядають як коливальний рух осцилятора.

Відомо, що рівняння руху гармонічного осцилятора в класичній механіці має вигляд

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx. \quad (12.29)$$

Розв'язком рівняння (12.29) є функція  $x = x_0 \cos \omega t$ , де  $x_0$  – амплітуда коливань;  $\omega = \sqrt{k/m}$  – циклічна частота коливань. Потенціальна енергія виражається співвідношенням  $U = kx^2/2 = \frac{m\omega^2 x^2}{2}$  (де  $m$  – маса осцилюючої частинки). Графіком  $U(x)$  є параболічна яма (рис. 12.6, крива 1, яка обмежує рух класичного осцилятора).

Розглянемо розв'язок, який дає квантова механіка. Для одновимірної задачі рівняння Шредінгера має вигляд

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\varphi}{dx^2} + \left( \varepsilon - \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 \right) \varphi = 0. \quad (12.30)$$

Це рівняння на перший погляд здається простим. Проте складності знаходження хвильових функцій осцилятора зумовлені наявністю члена, до якого входить  $x^2$ . Тому наведемо тільки результати розв'язку. За

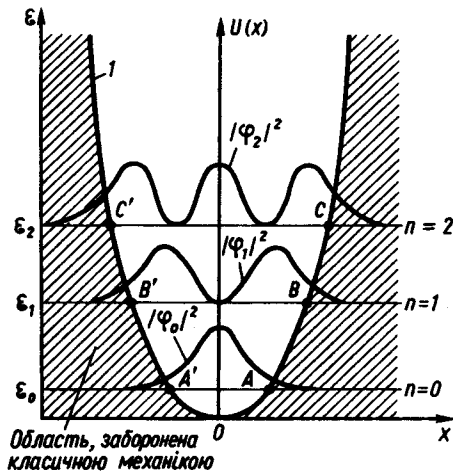


Рис. 12.6

характером розв'язки подібні до зв'язаних станів у задачах з прямокутною потенціальною ямою. Розв'язки, які мають фізичний зміст, отримують за умови

$$\varepsilon_n = (n + 1/2)\hbar\omega, \quad (12.31)$$

де  $n = 0, 1, 2, \dots$  (додатне ціле число). Наводимо власні функції для нижніх енергетичних рівнів, коли  $n = 0, 1, 2$ :

$$\varphi_0 = 2^{1/4} \pi^{-1/4} a^{1/2} e^{-a^2 x^2};$$

$$\varphi_1 = 2^{5/2} \pi^{-1/4} a^{3/2} e^{-a^2 x^2};$$

$$\varphi_2 = 2^{-1/4} \pi^{-1/4} a^{1/2} (4a^2 x^2 - 1) e^{-a^2 x^2},$$

де  $a = m\omega / \hbar$ .

На рис. 12.6 наведено графік функції  $U(x)$  (крива 1), дозволених рівнів енергії для  $n = 0, 1, 2$  та відповідний розподіл густини ймовірності  $\varphi^*$  ( $|\varphi_0|^2, |\varphi_1|^2, |\varphi_2|^2$ ). Точки  $A$  і  $A'$ ,  $B$  і  $B'$ ,  $C$  і  $C'$  є тими точками, де потенціальна енергія дорівнює допустимій певній енергії для даного значення квантового числа  $n$ .

На відміну від класичного осцилятора, мінімальна енергія якого дорівнює нулю, у квантового осцилятора вона не дорівнює нулю ( $\varepsilon_0 = \hbar\omega/2$ ) і являє собою основний рівень квантового осцилятора. У

спектрі (12.31) проміжки  $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n = \hbar\omega$  між сусідніми рівнями не залежать від квантового числа  $n$ . Таке розміщення рівнів у спектрі називають *еквідистантним*.

Те, що мінімальна енергія осцилятора не дорівнює нулю, зумовлено специфічними квантовими властивостями системи і зв'язано із співвідношенням невизначеностей. Якби енергія частинки дорівнювала нулю, то частинка знаходилася б у спокої, а її імпульс і координата мали б одночасно певні значення, що суперечить вимогам співвідношення невизначеностей. Те, що мінімальна енергія осцилятора не дорівнює нулю, підтверджено експериментально при дослідженні залежності розсіяння світла кристалами зі зміною їх температури.

Модель квантового осцилятора використовується також для аналізу коливальних спектрів молекул та пояснення інших фізичних явищ.

## § 12.6. Проходження частинки крізь потенціальний бар'єр

При розгляданні задачі з гармонічним осцилятором ми бачили, що хвильові функції мають відмінні від нуля значення в тих областях простору, в яких відповідно до уявлень класичної механіки перебування частинки неможливе (рис. 12.6).

Розглянемо задачу, коли частинка рухається вздовж осі  $Ox$  і зустрічає потенціальний бар'єр висотою  $U_0$  і шириною  $l$  (рис. 12.7). Умова цієї задачі така: частинка рухається зліва направо паралельно осі  $Ox$  у полі, яке ми розділимо на три області. В області 1 при  $x < 0$  потенціальна функція  $U = 0$ , в області 2 при  $0 \leq x \leq l$  потенціальна функція стала і відмінна від нуля, тобто  $U = \text{const} \neq 0$ , в області 3 при  $x > l$   $U = 0$ .

Відповідно до уявлень класичної механіки, частинка може знаходитись тільки в тих точках простору, в яких потенціальна енергія  $U$  менша від її повної енергії  $\varepsilon$ . Це випливає з того, що кінетична енергія частинки

$$p^2 / 2m = \varepsilon - U$$

завжди має бути додатною величиною. Якщо  $U > \varepsilon$ , то імпульс частинки має уявне значення і її присутність там, згідно з уявленнями класичної фізики, зовсім неприпустима.

Тому якщо дві області простору відокремлені одна від однієї потенціальним бар'єром, усередині якого  $U > \varepsilon$ , то за законами класичної фізики проникнення частинки крізь потенціальний бар'єр неможливе. У хвильовій теорії уявному значенню імпульсу відповідає тільки експоненціальна

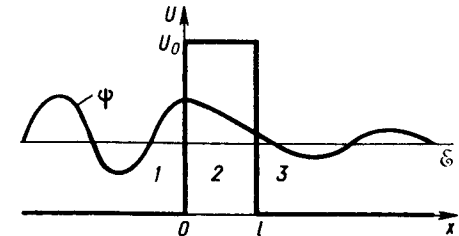


Рис. 12.7

залежність хвильової функції від координати. Тому зовсім інша картина має місце для квантових частинок. Запишемо рівняння Шредінгера для кожної з областей 1, 2 і 3, тобто

$$\frac{d^2\varphi_1}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \varepsilon \varphi_1 = 0; \quad (12.32)$$

$$\frac{d^2\varphi_2}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (\varepsilon - U_0) \varphi_2 = 0; \quad (12.33)$$

$$\frac{d^2\varphi_3}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \varepsilon \varphi_3 = 0. \quad (12.34)$$

Розв'язками цих рівнянь будуть функції

$$\varphi_1 = A_1 e^{-ik_1 x} + B_1 e^{ik_1 x}; \quad (12.35)$$

$$\varphi_2 = A_2 e^{-k_2 x} + B_2 e^{k_2 x}; \quad (12.36)$$

$$\varphi_3 = A_3 e^{-ik_3 x} + B_3 e^{ik_3 x}, \quad (12.37)$$

де  $k_1^2 = k_3^2 = 2m\varepsilon/\hbar^2$ ;  $k_2^2 = 2m(U_0 - \varepsilon)/\hbar^2$ .

Якщо частинка рухається зліва направо, їй відповідатиме хвиля де Бройля, яка поширюється в додатному напрямі осі  $Ox$ . Враховуючи залежність від часу хвильової функції для хвилі падаючої і хвилі, що проходить крізь бар'єр, одержуємо:

$$\Psi_1(x, t) = B_1 e^{-i(\omega t - kx)}; \quad (12.38)$$

$$\Psi_3(x, t) = B_3 e^{-i(\omega t - kx)}, \quad (12.39)$$

де  $k = k_1 = k_3$ ;  $\omega = \varepsilon/\hbar$ .

Оскільки в цій задачі розглядаємо дві хвилі: хвилю, що падає, і хвилю, що проходить крізь потенціальний бар'єр, то вважатимемо  $A_1 = A_3 = 0$ . Амплітуда хвилі, яка проходить крізь бар'єр, менша від амплітуди падаючої хвилі:  $B_3 < B_1$ . Оскільки хвильова функція має бути неперервною, то  $\varphi_2$  має спадати всередині бар'єра зі зміною  $x$  від 0 до  $l$ , а її амплітуда – зменшуватись від  $B_1$  до  $B_3$ . На основі цього вважатимемо  $B_2 = 0$ ,  $A_2 = B_1$ , тоді для  $\varphi_2$  одержимо співвідношення

$$\varphi_2(x) = B_2 e^{-k_2 x}; \quad \varphi_2(0) = B_1; \quad \varphi_2(l) = B_1 e^{-k_2 l} = B_3. \quad (12.40)$$

Знайдемо ймовірність проходження частинки крізь потенціальний бар'єр, або коефіцієнт пропускання. Цей коефіцієнт також називають прозорістю бар'єра. За означенням коефіцієнт пропускання дорівнює відношенню інтенсивності хвилі, що проходить через бар'єр, до

інтенсивності хвилі, яка падає на межу поділу областей 1 і 2. Оскільки інтенсивність хвилі пропорційна квадрату амплітуди коливань, то коефіцієнт прозорості бар'єра

$$D = B_3^2 / B_1^2. \quad (12.41)$$

Враховуючи співвідношення (12.40), вираз (12.41) перепишемо так:

$$D = \exp(-2k_2 l) = \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \varepsilon)} l\right]. \quad (12.42)$$

Формулу (12.42) можна узагальнити на випадок потенціального бар'єра довільної форми. Тоді бар'єр поділяють на ряд вузьких майже прямокутних бар'єрів з шириною  $\Delta x_i$ , для кожного з яких коефіцієнт прозорості

$$D_i = \exp\left[-\frac{2\Delta x_i}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \varepsilon)}\right].$$

Оскільки коефіцієнт прозорості всього бар'єра дорівнює добутку коефіцієнтів прозорості окремих його ділянок, то коефіцієнт

$$D = \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \sum_i \Delta x_i \sqrt{2m(U_i - \varepsilon)}\right]. \quad (12.43)$$

Якщо товщини  $\Delta x_i$  виділених бар'єрів вважати нескінченно малими, то співвідношення (12.43) має вигляд

$$D = \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U(x) - \varepsilon)} dx\right]. \quad (12.44)$$

З виразу (12.42) випливає, що коефіцієнт прозорості потенціального бар'єра значною мірою залежить від його ширини  $l$ . Наводимо цю залежність для електрона, коли  $U_0 - \varepsilon = 5 \text{ eV}$ :

$l \cdot 10^{10}, \text{ м}$	1	1,3	1,5	1,8	2,0	5,0
$D$	0,101	0,051	0,032	0,016	0,008	$1,02 \cdot 10^{-5}$

Характерним є те, що енергія частинки, яка проходить крізь потенціальний бар'єр, не змінюється. Частинка виходить за межі бар'єра з тією ж енергією, з якою в нього входила. Проходження частинки через потенціальний бар'єр називають *тунельним ефектом*, оскільки частинка не піднімається на вершину бар'єра, а проходить його нижче, ніби через тунель. Основи теорії тунельних переходів розроблені Л. І. Мандельштамом і М. О. Леонтовичем (1903–1981).

Тунельний ефект лежить в основі ряду фізичних явищ, які неможливо пояснити в межах уявлень класичної фізики. До них належать виникнення контактної різниці потенціалів і холодна емісія електронів з металів. Сюди ж відносяться такі явища, як  $\alpha$ -розпад, спонтанний поділ атомних ядер, ядерні реакції, коли за класичними уявленнями кінетичної енергії ядер, які зазнають зіткнення, недостатньо для подолання кулонівського потенціального бар'єра між ними, та ін. Явище тунельного ефекту лежить в основі дії тунельних діодів, а також роботи тунельних електронних мікроскопів, роздільна здатність яких близько  $10^{-9}$  м, та ін.

## Розділ 13. Будова атомів і молекул

### § 13.1. Спектральні серії випромінювання атомів водню

При вивченні спектрів атомів водню було виявлено певні закономірності між спектральними лініями. У 1885 р. Й. Бальмер (1825–1898) показав, що довжини хвиль чотирьох ліній видимої частини спектра випромінювання атомів водню можуть бути подані за допомогою емпіричної формули

$$\lambda = B \frac{n^2}{n^2 - 4}, \quad (13.1)$$

де  $B = 3645,6 \cdot 10^{-10}$  м – емпірична стала;  $n = 3, 4, 5, 6$ .

Закономірність, виражена формулою Бальмера (13.1), стає особливо наочною, якщо цю формулу подати в тому вигляді, в якому нею користуються тепер. Для цього треба перетворити цю формулу так, щоб за її допомогою можна було проводити розрахунки не довжин хвиль, а частот або хвильових чисел. У практичній спектроскопії переважно застосовують *хвильове число* – це кількість довжин хвиль, що вміщується в 1 см (тобто величина, обернена до довжини хвилі):

$$\nu_0 = 1/\lambda_0,$$

де  $\lambda_0$  – довжина хвилі у вакуумі. Тоді формулу (13.1) перепишемо так:

$$\nu_0 = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{B} \frac{n^2 - 4}{n^2} = \frac{4}{B} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (13.2)$$

Сталу  $4/B$  позначають через  $R$  і називають *сталою Рідберга*. Тоді

$$\nu_0 = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (13.3)$$

Для атомів водню стала Рідберга  $R = 10\,967\,734,5 \text{ м}^{-1}$ . Величина  $hcR = 13,6 \text{ еВ}$  – це енергія іонізації атома водню, що являє собою досить зручну одиницю для вимірювання енергії атомних станів.

Вираз (13.3) – звичайний вигляд формули Бальмера, за допомогою якої легко показати, що зі збільшенням  $n$  різниця між хвильовими числами сусідніх ліній зменшується і у випадку  $n \rightarrow \infty$  одержуємо постійну величину  $\nu_0 = R/2^2$ . Крім цього, виявляється, що зі збільшенням номера лінії  $n$  її інтенсивність зменшується. Якщо схематично зобразити розміщення спектральних ліній відповідно до формули (13.3), а довжиною штриха виразити інтенсивність спектральної лінії, то одержимо картину, зображену на рис. 13.1.

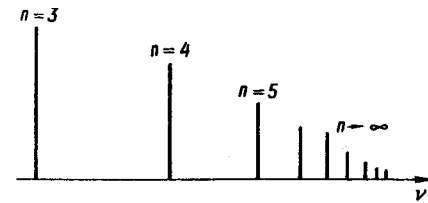


Рис. 13.1

Сукупність спектральних ліній, які у своїй послідовності і в розподілі інтенсивності виявляють певну закономірність, називають *спектральною серією*. У 1920 р. Р. Вуд у спектрі випромінювання водню виявив 22 лінії серії Бальмера, тепер їх виявлено до 37. Поряд із серією Бальмера в спектрі атомів водню було виявлено ряд інших серій, розміщення ліній яких виражалось аналогічними формулами. Так, в ультрафіолетовій частині спектра Т. Лайман (1874–1954) відкрив серію

$$\nu_0 = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 2, 3, 4, \dots). \quad (13.4)$$

В інфрачервоній області спектра відкрито чотири серії:

$$\text{Пашена } \nu_0 = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 4, 5, 6, \dots); \quad (13.5)$$

$$\text{Бреккета } \nu_0 = R \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 5, 6, 7, \dots); \quad (13.6)$$

$$\text{Пфунда } \nu_0 = R \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 6, 7, 8, \dots); \quad (13.7)$$

$$\text{Хемфрі } \nu_0 = R \left( \frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 7, 8, 9, \dots). \quad (13.8)$$

Аналізуючи формули (13.3)–(13.8), дійдемо висновку, що всі відомі спектральні серії атомів водню можна виразити за допомогою загальної формули

$$\nu_0 = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (13.9)$$



де  $m$  для кожної серії має певне значення ( $m = 1, 2, 3, 4, 5$ );  $n$  – ряд цілих чисел, що починається з числа, на одиницю більшого за  $m$  для даної серії. Формулу (13.9) називають узагальненою *формулою Бальмера*.

Аналіз узагальненої формули Бальмера (13.9) показує, що хвильове число будь-якої спектральної лінії атома водню можна виразити як різницю двох функцій від цілих чисел  $m$  і  $n$ :

$$\nu = T(m) - T(n),$$

де  $T(m) = R/m^2$ ;  $T(n) = R/n^2$  – спектральні терми або просто терми. Ця формула виражає *комбінаційний принцип Рітца*. Він полягає в тому, що коли відомі хвильові числа двох спектральних ліній належать до однієї серії, їх різниця виражає хвильове число деякої третьої лінії спектра цього ж атома.

Глибокий зміст цього принципу розкрито після того, як були сформульовані постулати Бора. Він вперше вказав на те, що комбінаційний принцип виражає своєрідні квантові закони, які керують внутрішньо-атомними рухами.

### § 13.2. Дослід Резерфорда

На початку ХХ ст. було відомо, що атоми являють собою складні системи, до яких входять електрони. Першу модель будови атома запропонував Дж. Томсон у 1901 р. У 1903 р. У. Кельвін (1824–1907) і Х. Нагаока (1865–1950) висунули ідею про планетарну модель атома, вважаючи, що позитивний заряд розміщений у центрі атома, а навколо нього знаходяться електрони.

Якщо ця модель атома відповідає дійсності, то атом повинен бути “прозорим” для частинок, які його пронизують. Експериментальне підтвердження цієї моделі було здійснено Е. Резерфордом (1871–1937) у 1911 р. За пропозицією і під керівництвом Е. Резерфорда його учні Г. Гейгер і Е. Марсден (1889–1970) провели дослідження розсіяння  $\alpha$ -частинок за допомогою листів тонкої металеві фольги. В їх досліді паралельний пучок  $\alpha$ -частинок спрямовувався у вакуумі на тонку металеву фольгу і розсіювався нею. Було виявлено, що переважна більшість  $\alpha$ -частинок розсіювалась на кути близько  $1$ – $3^\circ$ . Проте спостерігалися також окремі  $\alpha$ -частинки, які зазнавали відхилення на значні кути близько  $150^\circ$ . Відносна кількість таких частинок була досить малою. Так, у разі проходження через платинову фольгу  $\alpha$ -частинок від RaC' із 8000 падаючих  $\alpha$ -частинок у середньому тільки одна зазнавала відхилення на кут, більший за  $90^\circ$ . На основі цього Е. Резерфорд зробив висновок, що кожне таке велике відхилення є наслідком одиночного акту взаємодії якогось практично точкового силового центру з

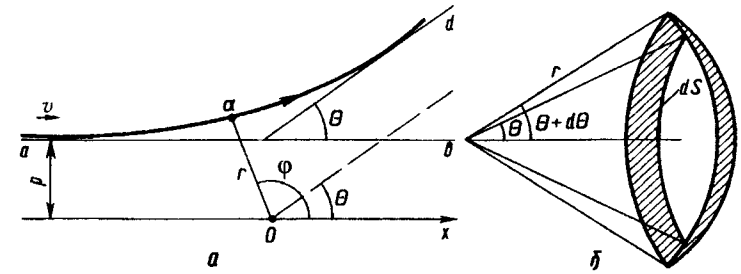


Рис. 13.2

$\alpha$ -частинкою, яка досить близько пролітає біля цього центру. Таким силовим центром він вважав позитивно заряджене ядро атома.

Вважаючи, що взаємодія між  $\alpha$ -частинкою і позитивно зарядженим ядром атома відбувається за законом Кулона, Е. Резерфорд розробив кількісну теорію розсіяння  $\alpha$ -частинок. Вважатимемо, що  $\alpha$ -частинка на значній відстані від атома має швидкість  $v$  і рухається вздовж прямої лінії  $ab$ , яка знаходиться на відстані  $p$  від центра атома  $O$  (від ядра) (рис. 13.2, а). Рух  $\alpha$ -частинки опишемо за допомогою полярних координат  $r$  і  $\phi$ .

Знайдемо повну енергію  $\mathcal{E}$   $\alpha$ -частинки. У довільному її положенні вона складається з потенціальної енергії електричного відштовхування  $U$  і кінетичної енергії  $T$ . Потенціальна енергія взаємодії (відштовхування)  $\alpha$ -частинки визначається на основі закону Кулона

$$U = \frac{2eq}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{eq}{2\pi\epsilon_0 r},$$

де  $2e$  – заряд  $\alpha$ -частинки;  $q$  – позитивний заряд ядра;  $\epsilon_0$  – електрична стала.

Кінетична енергія руху  $\alpha$ -частинки  $T = mv^2/2$ . Швидкість  $\alpha$ -частинки змінюється з часом як за величиною, так і за напрямом. Тому величину  $v$  можна розкласти на радіальну складову  $\dot{v}_r = dr/dt = \dot{r}$  і азимутальну складову  $v_a = r\omega = r \frac{d\phi}{dt} = r\dot{\phi}$  (де  $\omega = \dot{\phi}$  – кутова швидкість).

Оскільки  $v^2 = v_r^2 + v_a^2$ , то

$$T = \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2).$$

Тоді повна енергія  $\alpha$ -частинки

$$\mathcal{E} = U + T = \frac{eq}{2\pi\epsilon_0 r} + \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2). \quad (13.10)$$

Момент імпульсу  $\alpha$ -частинки

$$L = mvr = mr^2\omega = mr^2\dot{\phi}. \quad (13.11)$$

З розв'язку цих рівнянь випливає, що траєкторією руху є гіпербола, кут між асимптотами якої визначається формулою

$$\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} = \frac{2\pi\varepsilon_0 m v^2}{e q} p. \quad (13.12)$$

Значимо, що можлива експериментальна перевірка в області атомних явищ не самої формули (13.12), а статистичних наслідків з неї.

Припустимо, що на металеву фольгу спрямовується паралельний пучок  $\alpha$ -частинок і за одиницю часу через одиницю площі пролітає  $n_0$   $\alpha$ -частинок. Знайдемо кількість частинок, що відхиляються за одиницю часу на кут, який лежить в інтервалі від  $\theta$  до  $\theta + d\theta$ , якщо йому відповідають прицільні відстані відповідно  $p$  і  $p - dp$ . Очевидно, відхилитимуться на такі кути всі  $\alpha$ -частинки, які пролітають через площу кільця  $d\sigma$ , описаного навколо кожного центру розсіяння радіусами  $p$  і  $p - dp$ . Площа кожного такого кільця  $d\sigma = 2\pi p dp$ .

Число  $\alpha$ -частинок, що відхиляються на шуканий кут від одного центра розсіяння, дорівнює  $n_0 d\sigma$ . Якщо на одиниці площі фольги знаходиться  $N$  центрів розсіяння (атомів), то загальна кількість  $\alpha$ -частинок, що відхиляються за одиницю часу на кут від  $\theta$  до  $\theta + d\theta$ , буде

$$dn = n_0 N d\sigma = 2\pi n_0 N p dp.$$

Для визначення виразу  $p dp$  з формули (13.12) знайдемо

$$p^2 = \frac{e^2 q^2}{4\pi^2 \varepsilon_0^2 m^2 v^4} \operatorname{ctg}^2 \frac{\theta}{2}. \quad (13.13)$$

Здиференціювавши (13.13), одержимо

$$p dp = \frac{e^2 q^2}{8\pi^2 \varepsilon_0^2 m^2 v^4} \frac{\operatorname{ctg}(\theta/2)}{\sin^2(\theta/2)} d\theta,$$

тоді

$$dn = \frac{n_0 N e^2 q^2}{4\pi \varepsilon_0^2 m^2 v^4} \frac{\operatorname{ctg}(\theta/2)}{\sin^2(\theta/2)} d\theta = \frac{n_0 N e^2 q^2}{8\pi^2 \varepsilon_0^2 m^2 v^4} \frac{2\pi \sin \theta d\theta}{\sin^4(\theta/2)}, \quad (13.14)$$

де  $dn$  — кількість  $\alpha$ -частинок, що пролітають за одиницю часу в просторі між конусами з кутами розхилу  $2\theta$  і  $2(\theta + d\theta)$ . Ці частинки потраплятимуть на сцинтиляційний екран площею  $dS = 2\pi r \sin \theta r d\theta = 2\pi r^2 \sin \theta d\theta$  (рис. 13.2, б). На одиницю площі за одиницю часу потраплятиме кількість  $\alpha$ -частинок, яка дорівнює

$$dn' = \frac{dn}{dS} = \frac{n_0 N e^2 q^2}{8\pi^2 \varepsilon_0^2 m^2 v^4 r^2} \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}. \quad (13.15)$$

Перепишемо формулу (13.15) так:

$$dn' \sin^4 \frac{\theta}{2} = \frac{n_0 N e^2 q^2}{8\pi^2 \varepsilon_0^2 m^2 v^4 r^2}. \quad (13.16)$$

Якщо в досліді всі умови залишаються без змін, а тільки змінюється кут  $\theta$ , то з формули (13.16)

$$dn' \sin^4(\theta/2) = \text{const}. \quad (13.17)$$

Формула (13.17) була підтверджена на досліді.

Незважаючи на те, що кут  $\theta$  змінювався від 0 до 180°, добуток співмножників виразу правої частини формули (13.16) у межах похибок залишався постійним. Таким шляхом була визначена константа в рівнянні (13.16), в яку входить позитивний заряд  $q$  атома. Це дало можливість визначити величину цього заряду. На основі експериментальних даних Е. Резерфорд і Дж. Чедвік (1891–1974) встановили, що позитивний заряд атома дорівнює добутку порядкового номера елемента  $Z$  в таблиці Менделєєва на електричний заряд електрона  $e$ , тобто  $q = Ze$ . Оскільки атом — це електронейтральна система, то кількість електронів, які входять до складу атома, також дорівнює  $Z$ .

Знаючи заряд  $q$ , швидкість руху і масу  $\alpha$ -частинки, за формулою (13.12) можна визначити значення прицільних віддалей для різних кутів  $\theta$  розсіяння  $\alpha$ -частинок. Так, у випадку пропускання  $\alpha$ -частинок, які випромінює радій  $^{226}_{88}\text{Ra}$  (кінетична енергія  $\alpha$ -частинок  $\frac{1}{2}mv^2 = 4,78 \text{ MeV}$ ),

через фольгу із золота  $^{197}_{79}\text{Au}$  зареєстровано розсіяння з найбільшим значенням кута  $\theta \sim 142^\circ$ . Цим даним відповідає прицільна віддаль  $p = 8,19 \cdot 10^{-15} \text{ м}$ . З дослідів по розсіянню  $\alpha$ -частинок алюмінієвою  $^{27}_{13}\text{Al}$  фольгою одержано  $p = 4,3 \cdot 10^{-15} \text{ м}$ . Для важких елементів  $p \approx 10^{-14} \text{ м}$  при  $\theta = 160^\circ$ . З цих та інших даних випливає, що позитивний заряд атома займає область, розміри якої не перевищують  $10^{-14} - 10^{-15} \text{ м}$ .

Оскільки формула (13.17) одержана на основі закону Кулона, то її експериментальне підтвердження можна розглядати як непрямий доказ закону Кулона для таких малих відстаней, до яких можуть зближатися центри  $\alpha$ -частинки і взаємодіючого з нею ядра.

Таким чином, для приціальних віддалей близько  $10^{-14}$  м ще виконується закон Кулона. Оскільки цей закон справджується для точкових зарядів, то позитивний заряд атома повинен мати ще менший розмір, тобто близько  $10^{-15}$  м. Це вказує на те, що позитивний заряд атома зосереджений у дуже малому об'ємі порівняно з об'ємом атома, тобто утворює ядро. На ядро припадає в основному вся маса атома. Так, у найпростішому атомі водню ядром є протон, маса якого у 1836,5 разів більша маси електрона. Після відкриття ядра була запропонована модель будови атома, за якою атом складається з позитивно зарядженого ядра. Воно займає область, лінійні розміри якої не перевищують  $10^{-14} - 10^{-15}$  м. Навколо ядра нейтрального атома по замкнутих орбітах рухається  $Z$  електронів. Така модель будови атома називається *ядерною*, або *планетарною*. Уявлення про співвідношення розмірів атома і атомного ядра можна одержати, якщо порівняти атом з полем стадіону, а атомне ядро із зерном маку.

Незважаючи на те, що ця модель зазнала значних уточнень, вона зберігає своє значення і в наш час. Ядерна модель у поєднанні з квантовими закономірностями пояснює виникнення і структуру атомних спектрів, процеси збудження й іонізації атомів, властивості молекул, властивості твердих тіл та ряд інших явищ.

### § 13.3. Постулати Бора. Принцип відповідності

Ядерна модель атома Резерфорда разом із класичною механікою та електродинамікою виявилась неспроможною пояснити стійкість атома як системи та механізм випромінювання (поглинання) лінійчастих спектрів й існування закономірностей в їх зв'язку. Для пояснення будови атома водню та воднеподібних іонів (іонів з одним електроном) Н. Бор у 1913 р. розробив теорію, яка базується на двох постулатах.

1. Атом може знаходитись не у всіх станах, які допускає класична механіка, а тільки в деяких вибраних (квантових) станах, які характеризуються певними дискретними значеннями енергії  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \dots$  У цих станах, у супереч класичній електродинаміці, атом не випромінює світло. Тому вони називаються *стаціонарними станами*.

2. Під час переходу із стаціонарного стану з більшою енергією  $\epsilon_n$  у стаціонарний стан з меншою енергією  $\epsilon_m$  відбувається випромінювання фотона з енергією

$$h\nu = \epsilon_n - \epsilon_m. \quad (13.18)$$

Енергії стаціонарних станів визначаються правилом квантування. Якщо розглядати колові орбіти електронів в атомі, то відповідно до теорії Бора стаціонарними є тільки ті орбіти, при русі на яких момент імпульсу електрона кратний величині  $h/2\pi$ , тобто

$$mvr = nh/2\pi, \quad (13.19)$$

де  $m, v, r$  – відповідно маса, швидкість і радіус орбіти електрона;  $h$  – стала Планка;  $n$  – квантове число ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).

На основі цих постулатів знайдемо радіуси стаціонарних орбіт та частоти електромагнітних хвиль випромінювання атома водню при переході електрона із одного стаціонарного стану в інший. Оскільки електрон рухається навколо ядра під дією кулонівської сили, то вона відіграватиме роль доцентрової сили. Отже,

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (13.20)$$

звідки

$$r = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 mv^2}.$$

Підставивши сюди величину  $v$  з виразу (13.19), знаходимо

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{Ze^2 m} n^2, \quad (13.21)$$

де  $\hbar = h/2\pi$ . Для  $Z=1$  і  $n=1$  одержуємо перший радіус борівської орбіти  $r_1 = 5,3 \cdot 10^{-11}$  м. Знайдені розміри атома водню збігаються з його розмірами, знайденими в кінетичній теорії газів.

З погляду уявлень класичної механіки повна енергія атома водню складається з кінетичної енергії руху електрона та енергії взаємодії електрона з ядром, тобто

$$\epsilon = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (13.22)$$

Підставивши  $mv^2$  з формули (13.20) у вираз (13.22), одержимо

$$\epsilon = -\frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r}. \quad (13.23)$$

Підставимо  $r$  у вираз (13.23), тоді

$$\epsilon_n = -\frac{mZ^2 e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2 n^2}. \quad (13.24)$$

Під час переходу атома із стаціонарного стану з енергією  $\epsilon_k$  у стаціонарний стан з енергією  $\epsilon_n$  випромінюється фотон. На основі другого постулату Бора знаходимо частоту світла, що у цьому разі випромінюється:

$$\nu = \frac{\epsilon_k - \epsilon_n}{h} = \frac{mZ^2 e^4}{64\pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right), \quad (13.25)$$

де  $k = n+1, n+2, \dots$

Таким чином, теорія Бора дала можливість аналітично одержати узагальнену формулу Бальмера. Тут же з'ясовується фізичний зміст спектральних термів, одержано значення сталої Рідберга

$$R = \frac{mZ^2 e^4}{64\pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3}, \quad (13.26)$$

в якій необхідно прийняти  $Z = 1$ .

Експериментальне значення сталої Рідберга виявилось дещо меншим, ніж теоретичне. Для точнішого збігу їх у формулу (13.26) замість маси електрона  $m$  необхідно брати зведену масу  $\mu$  системи електрон – ядро, оскільки вони обертаються відносно спільного центра мас. Зведена маса системи електрон – ядро визначається формулою

$$\mu = \frac{mM}{m+M},$$

де  $M$  – маса ядра. Такий збіг переконливо доводить справедливість застосування Бором теорії квантів для описання поведінки електрона в атомі водню.

Теорія Бора дала можливість з'ясувати фізичний зміст квантових чисел та виникнення спектральних серій. У формулі (13.25) квантове число  $n$  визначає рівень, на який переходить атом, а квантове число  $k$  – рівень, з якого він переходить. Тоді спектральні серії, визначені формулами (13.3)–(13.8), можна пояснити як переходи між рівнями атома водню (рис. 13.3).

За допомогою теорії Бора вдалось пояснити механізм виникнення лінійчастих спектрів випромінювання атомів водню, наявність серій спектральних ліній, а також отримати досить точний збіг частот цих ліній, одержаних за формулою (13.25) і на досліді. Однак теорія Бора неспроможна пояснити ряд фактів, наприклад, залежність інтенсивності спектральних ліній від частоти, поляризованість світла, дисперсію та поглинання світла. Крім того, при спробах використати теорію Бора для пояснення будови багатоелектронних атомів виникав цілий ряд утруднень. По суті, ця теорія змогла пояснити тільки спектри елементів першої групи таблиці Менделєєва і то тільки якісно.

Основний недолік теорії Бора – її непослідовність, внутрішнє логічне протиріччя, тому що в ній одночасно користуються класичними і квантовими уявленнями, які суперечать одне одному, і немає єдиного підходу до всіх явищ мікросвіту. Ці недоліки було усунено квантовою механікою, яка не тільки детально з'ясувала будову атома водню, але й з успіхом застосовується для описання багатоелектронних атомів, молекул тощо.

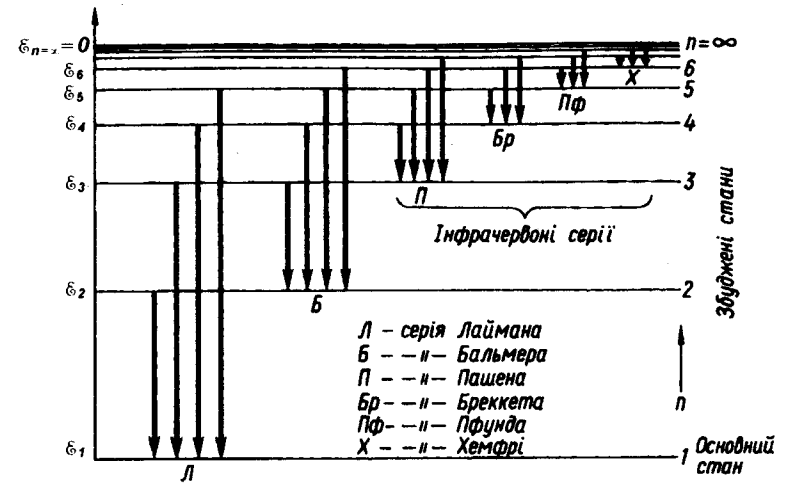


Рис. 13.3

З огляду на історію розвитку фізики зрозуміло, що теорія Бора, яка опиралась на класичну механіку, могла бути тільки перехідним етапом на шляху до створення сучасної теорії атомних явищ.

Незважаючи на всю незвичність борівських постулатів, їх доводилося враховувати, оскільки саме вони давали змогу з єдиного погляду охопити значний емпіричний матеріал. Створюючи свою теорію, Н. Бор керувався важливою ідеєю наступності в розвитку фізичних теорій. Цю ідею він сформулював стосовно співвідношення між його теорією атома та класичною механікою і назвав її принципом відповідності. Згідно з принципом відповідності Бора при досить великих квантових числах квантові співвідношення переходять у класичні. Принцип відповідності відіграє досить важливу роль у сучасній фізиці. За цим принципом будь-яка нова теорія, яка претендує на більшу узагальненість, цілком не відкидає стару теорію, основу на дослідних даних, а включає її в себе і вказує межі її застосування. Так, формули теорії відносності, що стосуються механіки, переходять у формули класичної механіки Ньютона за умови, що швидкість руху тіл значно менша від швидкості світла. Як відомо, за гіпотезою де Бройля хвильові властивості притаманні всім тілам. Однак у випадках, коли розглядаються макроскопічні тіла, хвильовими властивостями можна нехтувати, тобто для описання їх руху можна застосувати класичну механіку Ньютона. Отже, будь-яка нова теорія, що претендує на глибше описання фізичної реальності й ширшу сферу застосування, ніж стара, має включати останню як граничний випадок.

### § 13.4. Дослід Франка і Герца

Для перевірки теорії Бора необхідно довести, що атомам можна надавати тільки певну енергію і що вони після цього випромінюватимуть світло з частотою, яка однозначно зв'язана з поглинутою енергією співвідношенням  $\nu = \Delta\varepsilon / h$ . Це здійснили Дж. Франк (1882–1964) і Густав Герц (1887–1975) у своїх класичних дослідах. Схема їх експериментальної установки показана на рис. 13.4, а. Трубка наповнена парами ртуті при тиску близько 133,3 Па. Між катодом і анодом у вигляді сітки С плавно змінювалась різниця потенціалів  $U$ . Між електродами С і А прикладена гальмівна напруга близько 1 В. Електрони, що випромінюються розжареним катодом, прискорюються між катодом і анодом, рухаються до колектора А і створюють струм. Сила цього струму реєструється чутливим гальванометром  $G$ . Графік залежності сили струму  $I$  від напруги  $U$  показано на рис. 13.4, б. Характерна особливість залежності  $I = I(U)$  – це різке падіння сили струму через гальванометр при певних напругах. У досліді зразу ж після першого різкого зменшення струму виникало ультрафіолетове випромінювання ртутних парів, якому відповідає довжина хвилі  $\lambda = 0,2537$  мкм. Максимуми сили струму повторювались при напругах  $U = 4,9; 9,8; 14,7$  В. Такий вигляд кривої  $I = I(U)$  може бути пояснений тим, що за наявності дискретних енергетичних станів атома останні можуть одержувати енергію тільки певними порціями. Доти, доки енергія електронів менша від енергії, що відповідає різниці енергій двох станів (у нашому випадку менша від 4,9 еВ), співударення електрона з атомом ртуті матиме пружний характер. Оскільки маса електрона в сотні тисяч разів менша від маси атома ртуті, то електрон при такому зіткненні практично не втрачає енергії. Частина електронів потрапляє на сітку, а інші проходять сітку і, долаючи гальмівну дію електричного поля між сіткою і колектором, досягають електрода А, створюють струм у колі гальванометра  $G$ . Зі збільшенням напруги між катодом і сіткою енергія електрона зростає і у разі досягнення величини  $\Delta\varepsilon_1$  або  $\Delta\varepsilon_2$  між електроном і атомом ртуті поблизу

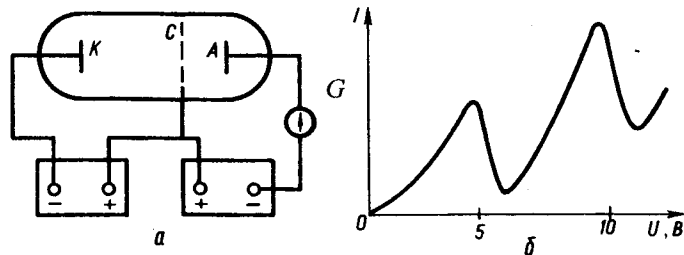


Рис. 13.4

сітки можливий непружний удар. У цьому випадку електрон майже всю енергію передає атому, внаслідок чого він не може подолати гальмівну дію поля між сіткою та електродом А і сила струму зменшується. При енергії електрона 4,9 еВ відбувається непружний удар електрона і атома ртуті. Подальше збільшення напруги між катодом і сіткою приводить до зміщення точок непружних ударів електронів з атомами ртуті ліворуч від сітки. Після таких ударів електрона на шляху від місця непружного удару до сітки його енергія збільшуватиметься зі збільшенням  $U$ . Сила струму зростатиме. Наступне непружне зіткнення електрона з атомом відбудеться для  $U = 9,8$  В. У цьому випадку різко зменшується сила струму в колі гальванометра. Оскільки електронів, які зазнають дворазових пружних зіткнень, відносно мало, то зменшення сили струму менш значне.

Атом ртуті при непружному ударі одержує від електрона енергію  $\Delta\varepsilon = 4,9$  еВ, переходить у збуджений стан і через досить малий проміжок часу повертається в основний стан, випромінюючи при цьому фотон з частотою  $\nu = \Delta\varepsilon / h$ . Частоті  $\nu$  відповідає довжина хвилі

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta\varepsilon} = 2,525 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 0,2525 \text{ мкм.}$$

Цей результат досить точно збігається з дослідом. Таким чином, у дослідах Франка і Герца безпосередньо доведено наявність в атомах дискретних енергетичних рівнів. Тобто атом при бомбардуванні електронами може набувати не довільні, а цілком певні значення енергії. Під час іонізації атома, тобто при вибиванні електрона з атома, електрон може поглинути будь-яку порцію енергії за умови, що вона не менша від енергії іонізації.

### § 13.5. Квантування енергії, моменту імпульсу і проекції моменту імпульсу. Спін електрона. Досліди Штерна і Герлаха

Застосуємо рівняння Шредінгера до атома водню. Потенціальна енергія електрона в полі ядра визначається виразом  $U = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ . Тоді рівняння Шредінгера матиме вигляд

$$\Delta\psi + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left( \varepsilon + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0, \quad (13.27)$$

де  $m_e$  – маса електрона;  $Ze$  – заряд ядра.

Рівняння (13.27) доцільно розв'язувати у сферичній системі координат, тому що рух електрона відбувається в симетричному полі ядра.

Рівняння Шредінгера в полярних координатах у випадку сферичної симетрії має вигляд

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi}{dr} + \left( \frac{2m_e \epsilon_0}{\hbar^2} + \frac{m_e Z e^2}{2\pi \epsilon_0 \hbar^2 r} \right) \psi = 0. \quad (13.28)$$

Рівняння (13.28) має розв'язки за умови, коли власні значення енергії атома набирають значення

$$\epsilon_n = -\frac{m_e Z^2 e^4}{32\pi \epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}. \quad (13.29)$$

Власні значення енергії, одержані в результаті розв'язання рівняння Шредінгера, збігаються зі значеннями, які дає теорія Бора (формула (13.24)).

Розв'язки рівняння Шредінгера для атома водню залежать від трьох квантових чисел:  $n$ ,  $l$ ,  $m$ . Квантове число  $n$  називають головним. Воно збігається з числом  $n$ , що входить у формулу (13.29). Число  $l$  називають орбітальним квантовим числом, а  $m$  – орбітальним магнітним квантовим числом. Квантові числа  $n$ ,  $l$ ,  $m$  можуть набирати такі значення:

$$\left. \begin{aligned} n &= 1, 2, 3, \dots; \\ l &= 0, 1, 2, \dots, n-1; \\ m &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l. \end{aligned} \right\} \quad (13.30)$$

Енергія електрона в атомі водню відповідно до виразу (13.29) залежить тільки від головного квантового числа  $n$  і не залежить від  $l$  і  $m$ . У випадку заданого значення  $n$  квантове число  $l$  може набирати  $n$  різних значень, а кожному значенню  $l$  відповідає  $2l + 1$  різних значень квантового числа  $m$ . З цього випливає, що одному енергетичному рівню з квантовим числом  $n$  відповідає декілька наборів значень чисел  $l$  і  $m$ . Кількість таких наборів знаходимо за допомогою виразу

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2. \quad (13.31)$$

Таким чином, певному значенню головного квантового числа  $n$ , крім  $n = 1$ , відповідає сукупність хвильових функцій  $\psi_{n,l,m}$ . Це означає, що атом водню може мати те саме значення енергії, але знаходитиметься в декількох різних станах. Стани з однаковими значеннями енергії називають виродженими, а їх кількість називають кратністю виродження. Для даного квантового числа  $n$  кратність виродження станів дорівнює  $n^2$ .

У квантовій механіці доведено, що орбітальне квантове число  $l$  визначає момент імпульсу електрона в атомі, а орбітальне магнітне квантове число  $m$  – проекцію цього моменту на заданий напрям у просторі.

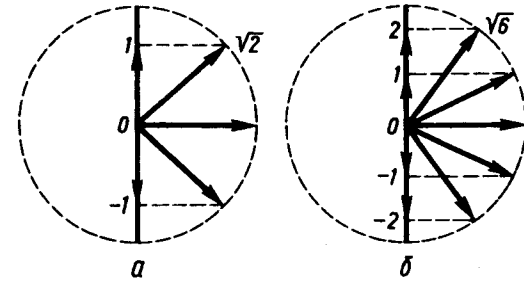


Рис. 13.5

Момент імпульсу може набирати тільки такі значення:

$$M = |\vec{M}| = \hbar \sqrt{l(l+1)}. \quad (13.32)$$

Проекція цього моменту на заданий напрям  $Z$  визначається співвідношенням

$$M_z = m\hbar. \quad (13.33)$$

Отже, орбітальне магнітне квантове число  $m$  визначає проекцію моменту імпульсу на напрям осі  $Z$  в одиницях  $\hbar$ .

Одержані результати, які визначають можливі значення  $\vec{M}$  і  $M_z$ , називають просторовим квантуванням. Цей термін запозичено з теорії Бора, в якій просторове квантування визначало можливі напрями вектора кутового моменту  $\vec{M}$  у просторі. З погляду квантової механіки термін “просторове квантування” не зовсім вдалий, оскільки вектор  $\vec{M}$  принципово не має певних напрямів у просторі. Для наочності просторове квантування зображають за допомогою векторних діаграм. На осі  $Z$  відкладають можливі значення  $m$ , розглядаючи їх як проекції вектора  $\vec{M}$  довжиною  $\sqrt{l(l+1)}$ , який має дискретні напрями у просторі. Як приклад, на рис. 13.5 наведено векторні діаграми для випадків  $l = 1$  і  $l = 2$  (за одиницю кутового моменту взято сталу Планка  $\hbar$ ). Ці діаграми не можна розуміти буквально. Вони правильно передають тільки два факти: можливі значення проекції  $m$  і можливі значення кутового моменту  $\vec{M}$ .

Все висловлене стосовно співвідношень між  $M$  і  $M_z$  можна поширити і на вектор магнітного моменту  $\vec{\mu}$  та його проекцію  $\mu_z$  на вісь  $Z$ .

Як відомо з курсу електромагнетизму (див. т. 2), між орбітальним магнітним моментом  $\vec{\mu}$  електрона і його механічним моментом імпульсу існує взаємозв'язок, який виражається співвідношенням

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m_e} M, \quad \mu_z = -\frac{e}{2m_e} M_z. \quad (13.34)$$

Тут знак мінус вказує на те, що магнітний і механічний моменти протилежно спрямовані, оскільки заряд електрона негативний. Враховуючи формули (13.32) і (13.33), для вектора магнітного моменту і його проекції на вісь  $Z$  можна записати вирази

$$|\vec{\mu}| = \frac{e}{2m_e} \hbar \sqrt{l(l+1)}; \quad (13.35)$$

$$\mu_Z = -\frac{e}{2m_e} M_Z = -\frac{e}{2m_e} m \hbar. \quad (13.36)$$

Таким чином, з аналізу розв'язку рівняння Шредінгера для атома водню випливає, що квантуванню підлягають енергія електрона в атомі, а також момент імпульсу орбітального руху електрона і його проекція, магнітний момент та його проекція.

Якщо для електрона  $l=0$ , то його стан називають  $s$ -станом;  $l=1$  –  $p$ -станом;  $l=2$  –  $d$ -станом;  $l=3$  –  $f$ -станом;  $l=4$  –  $g$ -станом. Для значень головного квантового числа  $n = (1, 2, 3, 4, 5, \dots)$  відповідно можливі такі стани:  $1s$ ;  $2s2p$ ;  $3s3p3d$ ;  $4s4p4d4f$ ;  $5s5p5d5f5g, \dots$

З формули (13.35) випливає, що в основному енергетичному стані ( $n=1$ ) момент імпульсу і магнітний момент орбітального руху електрона дорівнюють нулю. Стан з нульовим моментом імпульсу ( $s$ -стан) сферично симетричний, тобто електрон з однаковою ймовірністю може бути виявлений у будь-якій точці, що знаходиться на даній відстані  $r$  від ядра. Ймовірність виявлення електрона  $w_{1s}(r)$  залежно від  $r$  для основного стану наведена на рис. 13.6. Вона максимальна для відстані від ядра, що дорівнює радіусу першої борівської орбіти  $r_1$ .

Відомо, що випромінювання або поглинання світла відбувається при переході атома з одного стану в інший. У квантовій механіці доведено, що такі переходи можливі тільки за умови, що квантове число  $l$  змінюється на  $\pm 1$ , тобто

$$\Delta l = \pm 1. \quad (13.37)$$

Ця рівність виражає так зване правило відбору у квантовій механіці.

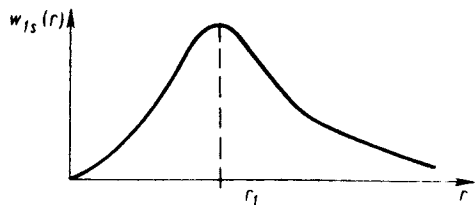


Рис. 13.6

Рівняння Шредінгера дає можливість розрахувати енергетичний спектр атома водню та інших воднеподібних атомів. Однак визначення дослідним шляхом рівнів енергії атомів вказувало на деяку розбіжність теорії і досліду. Точні вимірювання показали наявність тонкої структури рівнів.

При аналізі спектрів лужних металів за допомогою спектральних приладів високої роздільної здатності виявилось, що кожна з випромінених ліній розщеплюється на дві лінії, тобто є дублетом. Для описання дублетної структури спектрів стало недостатньо трьох квантових чисел  $n, l, m$ . Виникла необхідність введення четвертого квантового числа. Це послужило основним мотивом Дж. Уленбеку (1900–1974) і С. Гаудеміту (1902–1979) для висунення гіпотези про спін електрона. Суть цієї гіпотези полягає в тому, що в електрона є не тільки момент імпульсу і магнітний момент, які зумовлені рухом цієї частинки як цілого. Електрон має також власний, або внутрішній, механічний момент імпульсу, який називається *спіном* (від англійського слова spin – вертїтися). Відповідний йому магнітний момент називається спіновим магнітним моментом. Наявність спіна в мікрочастинці означає, що деякою мірою вона подібна до маленької дзиги.

Спочатку Дж. Уленбек і С. Гаудеміт припустили, що спін зумовлений обертанням електрона навколо осі. Проте зразу ж виявилась неспроможність такого класичного уявлення про спін. Така аналогія суто формальна, оскільки квантові закони істотно змінюють властивості моменту імпульсу. Згідно з квантовою механікою власний момент може мати точкова частинка. Важлива і нетривіальна властивість спіна частинки полягає в тому, що тільки він може задавати виділену орієнтацію в частинці.

У 1928 р. П. Дірак показав, що з його теорії електрона, яка основана на релятивістському хвильовому рівнянні, безпосередньо випливає наявність у електрона спіна і магнітного моменту, а величина гіромагнітного відношення збігається з дослідом. (Гіромагнітним відношенням називається відношення модуля магнітного моменту до модуля механічного моменту і виражається в одиницях  $e/2m_e$ ). При цьому про внутрішню структуру електрона нічого не говорилось, він розглядався як точкова частинка, яка має електричний заряд і масу. Таким чином, спін електрона є квантовою величиною, яка не має класичного аналога.

Наявність в електронах власного магнітного моменту, а отже, і спіна підтверджують дослід *Штерна і Герлаха* при спостереженні розщеплення вузького пучка атомів срібла на два пучки під дією неоднорідного магнітного поля. Зазначимо, що серія дослідів, виконаних О. Штерном і В. Герлахом, переконливо довела наявність просторового квантування магнітного моменту  $\mu$  атомів. Схема досліду Штерна і Герлаха показана на рис. 13.7. Деяка кількість атомів срібла, що випаровується в електропечі  $A$ , пропускається через вузькі щілини коліматора  $B$  і проходить уздовж клиноподібного полюсного наконечника магніту  $M$ . Ці атоми електрично нейтральні, і на них сила Лоренца не діє. На атом, який має магнітний момент  $\mu$ , у неоднорідному магнітному полі діє сила, що визначається за формулою

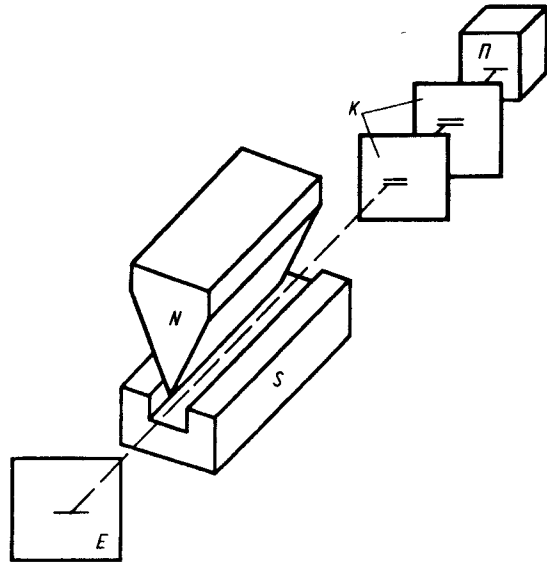


Рис. 13.7

$$F_z = \mu \frac{dB}{dz} \cos(\vec{\mu}, \vec{B}),$$

де  $\frac{dB}{dz}$  – градієнт індукції магнітного поля вздовж осі  $Z$ .

Магнітний момент атома срібла має визначатись орбітальним рухом валентного електрона. Оскільки атом срібла знаходиться не в збудженому стані, тобто валентний електрон знаходиться в  $s$ -стані ( $l = 0$ ), то його момент імпульсу за виразом (13.32) дорівнює нулю, а отже, і магнітний момент атома, зумовлений орбітальним рухом валентного електрона, також дорівнює нулю. Це означає, що пучок атомів срібла не повинен розщеплюватись у неоднорідному магнітному полі. На скляній пластинці  $\#$  має утворитись вузька смужка. У досліді пучок атомів срібла в неоднорідному магнітному полі розщепився на два пучки, і на скляній пластинці в досліді утворилось дві смужки. Досліди з атомами водню та з атомами лужних металів дали такі ж результати. Їх можна пояснити, припустивши, що електрон володіє спіном і зв'язаним з ним власним магнітним моментом.

Для характеристики спіна було введено нове квантове число  $s$ . Відповідно до правила просторового квантування кількість можливих проекцій орбітального моменту імпульсу дорівнює  $2l+1$ . Аналогічно кількість проекцій для власного механічного моменту електрона (спіна) також має дорівнювати  $2s+1$ .

Оскільки пучок атомів водню і воднеподібних атомів у досліді Штерна і Герлаха розщеплювався на два пучки, то  $2s+1 = 2$ ;  $s = 1/2$ .

Подібно до квантового числа  $m$ , яке зв'язане з числом  $l$ , вводиться квантове число  $m_s = \pm 1/2$ , яке визначає проєкції спіна на заданий напрям.

Отже, крім трьох квантових чисел  $n, l, m$ , які характеризують стан електрона в атомі, вводиться четверте квантове число  $m_s = \pm 1/2$ , яке має тільки два значення. Власний момент імпульсу електрона за аналогією до формули (13.32) визначається співвідношенням

$$M_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}.$$

З механічним моментом (спіном) зв'язаний власний магнітний момент електрона  $\vec{\mu}_s$ , напрям якого протилежний до напрямку  $\vec{M}_s$ .

З дослідів Штерна і Герлаха була знайдена величина проєкції спінового магнітного моменту електрона. Вона дорівнює так званому магнетону Бора:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$$

Численні досліди на визначення відношення  $\mu_s / M_s$  показали, що гіромагнітне відношення для спіна у два рази більше гіромагнітного відношення завдяки орбітальному руху електрона, тобто

$$\mu_s / M_s = -e / m_e.$$

Наявність в електрона магнітного моменту дає можливість пояснити дублетний характер спектрів лужних металів, оскільки він створює додаткову взаємодію, яка називається спін-орбітальною. Вона зумовлена енергією взаємодії магнітного моменту електрона із зовнішнім магнітним полем.

Для пояснення суті спін-орбітальної взаємодії скористаємося моделлю атома водню теорії Бора. Нехай система координат зв'язана з електроном, який рухається навколо ядра. У цій системі електрон знаходиться в спокої, а позитивно заряджене ядро рухається навколо електрона. При цьому ядро створює у точці знаходження електрона магнітне поле, яке діє на спіновий магнітний момент  $\mu_s$  електрона, що знаходиться в цій системі у спокої. Оскільки заряди протона і електрона рівні за величиною і протилежні за знаком, то рухоме ядро в рухомій системі відліку створює в місці знаходження електрона таке ж магнітне поле, як і рухомий електрон у нерухомій системі відліку в місці знаходження ядра. Тому спін-орбітальну взаємодію можна формально розглядати як взаємодію між спіновим і орбітальним магнітними моментами. Оскільки магнітний момент електрона може орієнтуватися тільки двома



способами відносно напрямку магнітної індукції  $\vec{B}_{\text{еф}}$ , то енергія взаємодії

може набирати тільки два значення, а саме:  $\epsilon = \vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_{\text{еф}} = \pm e\hbar B_{\text{еф}} / 2m$ .

Енергія спин-орбітальної взаємодії додається або віднімається від енергії відповідного стану. Тому внаслідок спин-орбітальної взаємодії кожний енергетичний рівень атома розщеплюється на два підрівні. Винятком є випадок, коли атом знаходиться в  $s$ -стані, в якому атом не має орбітального магнітного моменту. В цьому випадку відсутня спин-орбітальна взаємодія. Зазначимо, що власним моментом імпульсу володіє не тільки електрон, але й протон, нейтрон, фотон та інші частинки.

### § 13.6. Принцип Паулі. Електронні шари складних атомів. Періодична система елементів Менделєєва

У попередньому параграфі з погляду квантової механіки було розглянуто рух електрона в атомі водню, що має лише один електрон. Розглядаючи атоми з двома і більшою кількістю електронів, необхідно враховувати також взаємодію між ними. Найбільш очевидною взаємодією є електростатичне відштовхування, і потенціальна енергія електрона залежить не тільки від його відстані до ядра, але й від відстані до кожного з інших електронів. Така взаємодія зустрічається досить часто, але її математичний розрахунок – досить складна проблема. У розв'язанні цієї проблеми надзвичайно важливе значення має принцип Паулі. Його введено у квантову теорію в 1925 р. для пояснення періодичної системи елементів Менделєєва.

Як відомо, стан атома характеризується чотирма квантовими числами:  $n, l, m, m_s$ . Оскільки квантове число  $m_s$  має тільки два значення, то головному квантовому числу  $n$  відповідатиме не  $n^2$  станів (див. формулу (13.31)), а  $2n^2$  станів.

[Принцип Паулі полягає в тому, що в атомі не може бути двох електронів, які знаходяться у двох однакових стаціонарних станах, що визначаються однаковим набором чотирьох квантових чисел:  $n, l, m, m_s$ . Згідно з цим принципом будь-яка пара електронів багатоелектронного атома повинна мати набори з чотирьох квантових чисел:  $n, l, m, m_s$ , які відрізняються хоча б одним з них.

Кількість електронів в атомі дорівнює порядковому номеру елемента в періодичній системі елементів Менделєєва. Електрони в атомі утворюють електронну оболонку. Вважатимемо оболонкою або підшаром сукупність електронів, що мають однакові квантові числа  $n$  і  $l$ ; шаром – сукупність електронів з однаковим квантовим числом  $n$ . Шари, для яких  $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ , відповідно називають  $K$ -,  $L$ -,  $M$ -,  $N$ -,  $O$ -шарами. Максимально можлива кількість електронів (вірніше, їх станів) у цих шарах така:

$K$ -шар:  $n = 1 - 2$  стани;  
 $L$ -шар:  $n = 2 - 8$  станів;  
 $M$ -шар:  $n = 3 - 18$  станів;  
 $N$ -шар:  $n = 4 - 32$  стани;  
 $O$ -шар:  $n = 5 - 50$  станів.

У табл. 13.1 наведено набори квантових чисел електронів, які утворюють шари і підшари (квантове число  $m$ , зображено у вигляді стрілок).

Таблиця 13.1

Шар	$n$	$l$	$m_l$	$m_s$	Підшар (оболонка)	Максимальна кількість електронів у шарі
$K$	1	0	0	$\uparrow\downarrow$	$K(1s)$	2
$L$	2	0	0	$\uparrow\downarrow$	$L_1(2s)$	8
		1	0	$\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$	$L_2(2p)$	
$M$	3	0	0	$\uparrow\downarrow$	$M_1(3s)$	18
		1	0	$\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$	$M_2(3p)$	
		2	0	$\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$	$M_3(3d)$	
$N$	4	0	0	$\uparrow\downarrow$	$N_1(4s)$	32
		1	0	$\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$	$N_2(4p)$	
		2	0	$\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$	$N_3(4d)$	
		3	0	$\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$	$N_4(4f)$	

Так, шар  $N$  має складатись з чотирьох підшарів, в кожному з яких відповідна кількість електронів (станів) – 2, 6, 10, 14. Кількість заповнених електронами підшарів і шарів зростатиме із збільшенням кількості електронів в атомах. Із зростанням заряду ядра і відповідно кількості електронів у першу чергу заповнюватимуться підшари і шари з мінімальною енергією, тобто найнижчі енергетичні стани з виконанням принципу Паулі.

Як було показано при аналізі рівняння Шредінгера для атома водню, енергія його електрона залежить тільки від головного квантового числа  $n$  і не залежить від  $l$ . Для багатоелектронних атомів енергія електронів залежить як від квантового числа  $n$ , так і від квантового числа  $l$ . Правило заповнення електронних шарів атомів при зростанні суми  $n+l$  сформулював О. Маделунг. Для кожного значення суми  $n+l$  заповнення відбувається зі зростанням  $n$ , тобто взаємодія між електронами в атомі приводить до того, що для досить великих головних квантових чисел  $n$  стани з більшим  $n$  і меншим  $l$  можуть мати меншу енергію, ніж стани з меншим  $n$ , але з великим  $l$ . У цьому і полягає причина відхилень у заповненні станів електронами в атомі в періодичній системі елементів від заповнень, наведених у табл. 13.1. Зазначимо, що правило Маделунга виконується тільки в загальних рисах і реальна картина заповнення електронами станів у атомі зазнає значного відхилення від цього правила для елементів, в яких відбувається заповнення  $f$ -станів.

Розглянемо коротко послідовність заповнення електронами станів в атомах. В атомі водню є один електрон, який в основному стані характеризується квантовими числами  $n=1$ ,  $l=0$ ,  $m_l=0$ ,  $m_s=1/2$  або  $-1/2$ . Два електрони в атомі гелію мають однакові числа:  $n=1$ ,  $l=0$ ,  $m_l=0$ , але різні значення спінових чисел. Для одного  $m_s=1/2$ , для другого  $m_s=-1/2$ . Ці два електрони повністю заповнюють  $K$ -шар. В атомі літію є три електрони. З них два заповнюють  $K$ -шар, а третій електрон буде в  $2s$ -стані.

В атомі берилію є чотири електрони. Четвертий електрон також знаходитиметься в  $2s$ -стані, завершуючи будову  $L_1$ -підшару. При зростанні порядкового номера хімічних елементів  $Z$  аж до неона ( $Z=10$ ) відбувається будова  $L_2(2p)$ -підшару, завершується повністю будова  $L$ -шару. Атом Не завершує другий період періодичної системи елементів.

У натрію ( $Z=11$ ) одинадцятий електрон займає  $3s$ -стан, тобто розпочинає будову  $M$ -шару. При зростанні  $Z$  аж до  $Z=18$  (аргон) відбувається будова підшарів  $M_1(3s)$  і  $M_2(3p)$ . Атом аргону завершує третій період періодичної системи.

В атомі калію дев'ятнадцятий електрон розміщений не в станах  $3d$  ( $M_3$ -підшар), а в  $4s$ -стані шару  $N$ . В атомі кальцію двадцятий електрон знаходиться також в  $4s$ -стані. Заповнення електронами  $3d$ -станів починається зі скандію ( $Z=21$ ) до міді ( $Z=29$ ). Для атомів  $Z \geq 30$  до кріптону включно ( $Z=36$ ) відбувається будова  $N$ -шару (підшарів  $N_1$  і  $N_2$ ). Криптон завершує четвертий період періодичної системи елементів. Елемент рубідій ( $Z=37$ ) за своїми властивостями подібний до атомів лужних металів Na і K. Тому його тридцять сьомий електрон заповнює не  $4f$ -стани, а  $5s$ -стан  $O$ -шару. Атом стронцію за своїми властивостями подібний до атомів кальцію. Це означає, що тридцять восьмий електрон знаходиться також у  $5s$ -стані.

Заповнення  $4d$ -станів починається з ітрію ( $Z=39$ ) аж до паладію ( $Z=46$ ). При цьому змінюється кількість електронів у  $5s$ -станах від двох у атомі ітрію до нуля у паладію. В атомах срібла ( $Z=47$ ) і кадмію ( $Z=48$ ) знову заповнюються  $5s$ -стани. Ксеноном ( $Z=54$ ) завершується п'ятий період. З цезію ( $Z=55$ ) відбувається заповнення  $P$ -шару ( $n=6$ ).

Елементи від лантану ( $Z=57$ ) до лютецію ( $Z=71$ ) мають подібні хімічні і фізичні властивості. Це зумовлено заповненням електронами станів  $4f$ . В атомі лантану стани  $5s$ ,  $5p$  і  $6s$  повністю заповнені і 57-й електрон знаходиться в  $5d$ -стані, а стани  $4f$  залишаються незаповненими. В атомів, починаючи з  $Z=58$  до  $Z=71$ , відбувається заповнення  $4f$ -станів, а стани  $6s$  залишаються без змін. Так пояснюється подібність хімічних властивостей цих елементів. Їх називають *лантаноїдами*.

В атомі гафнію ( $Z=72$ ) відбувається заповнення  $5d$ -станів. В атомах від талію ( $Z=81$ ) до радону ( $Z=86$ ) відбувається заповнення  $6p$ -станів. У атомів францію ( $Z=87$ ) і радію ( $Z=88$ ) відбувається заповнення  $7s$ -станів. Починаючи з актинію ( $Z=89$ ), у всіх трансуранових елементах відбувається заповнення  $5f$ -станів. Всю цю групу елементів називають *актиноїдами*.

Хімічні властивості елементів, як відомо, пов'язані з будовою зовнішнього електронного шару. Атоми з однаковою будовою зовнішнього електронного шару мають однакову хімічну активність.

Сумарний орбітальний і сумарний спіновий моменти електронів, які утворюють замкнуті електронні шари, дорівнюють нулю. Заповнені шари виявляються найбільш міцними. Цим і пояснюються хімічна інертність і високий потенціал іонізації атомів інертних газів.

Таким чином, періодичність хімічних властивостей елементів пояснюється періодичністю заповнення електронами станів в атомах.

Періодичність проявляється і в інших властивостях атомів. Особливо чітко проявляється періодичність залежності потенціалу іонізації елементів.

### § 13.7. Застосування квантової теорії до багатоелектронних атомів

Як уже зазначалося, кожний електрон в атомі має орбітальний момент імпульсу  $\vec{l}_i$  і власний момент імпульсу  $\vec{s}_i$ . Механічні моменти зв'язані з відповідними магнітними моментами.

Із зростанням порядкового номера елемента періодичної системи Менделєєва відповідно збільшується кількість електронів. У багатоелектронних атомах кожний  $i$ -й електрон електронного шару можна характеризувати орбітальним  $\vec{l}_i$  і спіновим  $\vec{s}_i$  векторами моменту імпульсу. Проте дослід показує, що при розгляді найбільш важливих питань можна обійтися значно менш детальною характеристикою, об'єднуючи (зв'язуючи) певним чином за правилом векторного додавання орбітальні і спінові моменти окремих електронів. Якби нас цікавив повний момент імпульсу  $\vec{J}$ , то порядок додавання  $\vec{l}_i$  і  $\vec{s}_i$  не мав би значення, оскільки кінцевий результат не залежить від порядку розташування доданків. Вибір груп, які необхідно виділити і провести в них додавання  $\vec{l}_i$  і  $\vec{s}_i$ , залежить від відносної величини різних взаємодій між електронами атома. Найбільш важливим і поширеним є так званий нормальний зв'язок, або зв'язок Рассела – Саундерса, який був розроблений у 1925 р. Цей зв'язок здійснюється, коли електростатична взаємодія електронів (відштовхування їх за законом Кулона) велика порівняно із спіно-орбітальними взаємодіями, тобто взаємодіями між орбітальними і спіновими магнітними моментами електронів. Це, як правило, має місце в легких та не досить важких атомах. Розглянемо більш детально цей зв'язок.

Будемо вважати, що крім заповнених електронних шарів в атомі є ще валентні електрони, які не утворюють заповненого електронного шару. Якщо внутрішні електронні шари повністю заповнені електронами, то моменти імпульсу електронів як орбітальні, так і спінові повністю зкомпенсовані, тобто повні моменти внутрішніх шарів дорівнюють нулю.

Нормальний зв'язок полягає в тому, що орбітальні  $\vec{l}_i$  і спінові  $\vec{s}_i$  моменти електронів зовнішнього електронного шару окремо додаються за правилом векторного додавання в загальні орбітальні  $\vec{L}$  і спінові  $\vec{S}$  моменти атома, тобто

$$\vec{L} = \sum_i \vec{l}_i \quad \text{і} \quad \vec{S} = \sum_i \vec{s}_i. \quad (13.38)$$

Повному орбітальному моменту імпульсу атома відповідає квантове число  $L$ , яке набирає тільки цілі значення. Так, якщо в атомі є два електрони, що знаходяться на незаповнених повністю шарах, з квантовими числами  $l_1$  і  $l_2$ , то квантове число  $L$  визначається так:

$$L = l_1 + l_2; \quad l_1 + l_2 - 1; \quad l_1 + l_2 - 2; \quad \dots, \quad |l_1 - l_2|. \quad (13.39)$$

Якщо в атомі є три таких електрони, то спочатку визначають величину  $L'$  для перших двох електронів за правилом (13.39), а потім визначають аналогічно квантове число  $L$ . Для більшої кількості електронів знаходять квантове число  $L$  таким самим методом.

Повному спіновому моменту  $\vec{S}$  відповідає квантове число  $S$ , яке також визначається за правилом (13.39). Оскільки квантове число  $s_i = 1/2$ , то квантове число  $S$  буде цілим при парному числі електронів і півцілим при непарному числі електронів в атомі.

Величина, що визначає можливе число проєкцій вектора  $\vec{S}$  на заданий напрям, визначає мультиплетність терму

$$\chi = 2S + 1. \quad (13.40)$$

Термом називають сукупність станів атома з певною електронною конфігурацією при заданих значеннях квантових чисел  $L$  і  $S$ . У табл. 13.2 наведено значення квантового числа  $S$  і величини  $\chi$  для кількості електронів від одного до десяти. Терми для значень числа  $\chi = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$  відповідно називають синглет, дублет, триплет, квіртет, квінтет і т. д. Стани, що належать до одного терму, відрізняються значенням повного моменту імпульсу  $\vec{J}$  атома, який визначається векторною сумою  $\vec{L}$  і  $\vec{S}$ :

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}. \quad (13.41)$$

Таблиця 13.2

Кількість електронів	$S$										
1	$1/2$										
2	0	1									
3	$1/2$	$3/2$									
4	0	1	2								
5	$1/2$	$3/2$	$5/2$								
6	0	1	2	3							
7	$1/2$	$3/2$	$5/2$	$7/2$							
8	0	1	2	3	4						
9	$1/2$	$3/2$	$5/2$	$7/2$	$9/2$						
10	0	1	2	3	4	5					
$\chi$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Вектору  $\vec{J}$  відповідає квантове число  $J$ , яке також визначається співвідношенням типу (13.39), тобто

$$J = L + S; L + S - 1; L + S - 2; \dots, |L - S|. \quad (13.42)$$

Кратність виродження  $g$  електронного стану визначається числом можливих орієнтацій вектора  $\vec{J}$ :  $g = 2J + 1$ .

Для зв'язку Рассела – Саундерса прийнята така система позначень. Числам  $L$ , як і числам  $l$ , ставлять у відповідність великі букви латинського алфавіту:  $L = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$

$S P D F G H \dots$

Стан атома за цією схемою зв'язку визначають за допомогою чисел  $\kappa, L, J$ . Замість  $L$  записують відповідне літерне позначення, біля якого зверху ліворуч у вигляді індексу ставиться число  $\kappa$ , а внизу праворуч у вигляді індексу ставиться число  $J$ . Так, запис  ${}^3P_2$  означає, що  $\kappa = 3, L = 1, J = 2$ .

Для прикладу визначимо стани атома у випадку електронної конфігурації  $pd (l_1 = 1, l_2 = 2)$ . Тоді для двох електронів із табл. 13.2 маємо  $S = 0$  і  $1$ , а  $\kappa = 1$  і  $3$ . За співвідношенням (13.39) знаходимо, що  $L = (3, 2, 1)$ . Відповідно до прийнятих позначень електронній конфігурації  $pd$  відповідають такі стани:  ${}^1P_1, {}^1D_2, {}^1F_3, {}^3P_0, {}^3P_1, {}^3P_2, {}^3D_1, {}^3D_2, {}^3D_3, {}^3F_2, {}^3F_3, {}^3F_4$ . Тобто одержано три синглетних терми  ${}^1PDF$  і три триплетних терми  ${}^3PDF$ . Кожний триплетний терм має три рівні, які відрізняються значеннями квантового числа  $J$ .

Зауважимо, що нормальний зв'язок не є єдино можливим. Це один із крайніх випадків зв'язку. Другим крайнім випадком є так званий  $(j, j)$ -зв'язок, який здійснюється, коли магнітна спин-орбітальна взаємодія велика порівняно з електростатичною взаємодією різних електронів між собою. У  $(j, j)$ -зв'язку орбітальні і спінові моменти кожного електрона складаються в один повний момент  $\vec{j}_i = \vec{l}_i + \vec{s}_i$ . Цими моментами та відповідними їм квантовими числами і характеризується стан електронного шару атома. Повний момент усього атома  $\vec{J}$  не залежить від розташування доданків  $\vec{l}_i$  і  $\vec{s}_i$  і визначається за формулою

$$\vec{J} = \sum \vec{j}_i.$$

Зв'язок  $(j, j)$  зустрічається у важких атомах.

### § 13.8. Природа характеристичного рентгенівського випромінювання. Закон Мозлі

У § 10.2 розглянуто одержання і спектри гальмівного та характеристичного рентгенівського випромінювання. З'ясуємо природу характеристичного рентгенівського випромінювання. Як відомо, при підвищенні напруги на рентгенівській трубці до значення, більшого за деяке критичне, що залежить від матеріалу анода, на фоні суцільного спектра виникають лінійчасті спектри. Оскільки лінійчастий рентгенівський спектр визначається природою речовини, з якої виготовлено анод, то його називають характеристичним. На відміну від лінійчастих спектрів розріджених газів, які також характеризують речовину, кожний хімічний елемент дає характеристичне рентгенівське випромінювання, яке не залежить від того, чи атоми вільні, чи входять до складу хімічних сполук.

Спектральні лінії утворюють серії. Їх позначають буквами  $K, L, M, N, O$  і так далі відповідно до позначень електронних шарів. Кожна серія має невелику кількість ліній, які позначають у порядку зменшення довжини хвилі індексами  $\alpha, \beta, \gamma$  і т.д. Із усіх серій рентгенівських спектрів найпростішою за своєю структурою є  $K$ -серія. Вона складається з трьох ліній:  $K_\alpha, K_\beta, K_\gamma$ . Найбільшу інтенсивність і найбільшу довжину хвилі має  $K_\alpha$ -лінія.

Лінійчасті рентгенівські спектри різних речовин подібні між собою. Це зумовлено подібністю забудови нижніх (найближчих до ядра) підшарів електронами в атомах.

При збільшенні атомного номера  $Z$  речовини антикатаода весь рентгенівський спектр лише зміщується в короткохвильову частину спектра, не змінюючи своєї структури. Це можна пояснити тим, що лінійчасті рентгенівські спектри утворюються внаслідок переходів електронів у внутрішніх підшарах атомів, які подібні між собою за будовою. Механізм виникнення лінійчастих рентгенівських спектрів такий. Якщо під впливом падаючих електронів високих енергій на атоми анода вибивається один із двох електронів  $1s$ -стану  $K$ -шару, то звільнене місце може зайняти електрон з якого-небудь зовнішнього шару ( $L, M, N$  і т.д.). При цьому виникає  $K$ -серія. Аналогічно виникають й інші серії. Характерним є те, що  $K$ -серія завжди супроводжується появою інших серій. Схема виникнення спектральних серій показана на рис. 13.8.

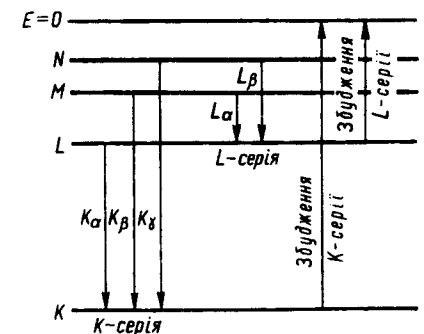


Рис. 13.8

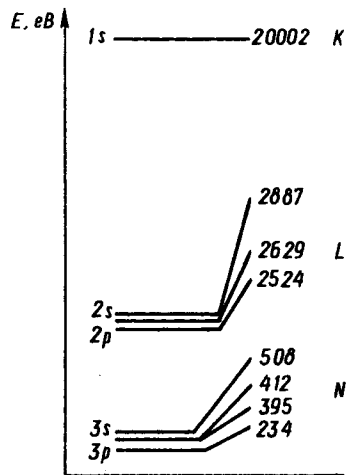


Рис. 13.9

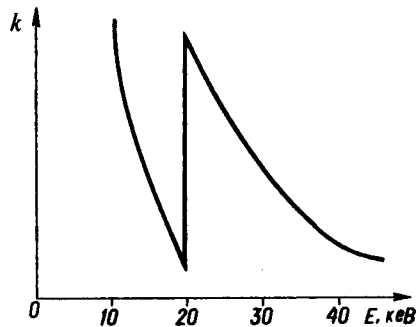


Рис. 13.10

Для прикладу на рис. 13.9 показано енергетичні рівні в електрон-вольтах для атома молібдену, побудовані на основі дослідних даних про довжини хвиль ліній випромінювання. Щоб одержати одну із спектральних ліній  $K$ -серії

молібдену, треба вирвати електрон з  $K$ -шару, для чого необхідна енергія не менш як 20 000 еВ. Отже, напруга 20 000 В – це та найнижча напруга, за якої рентгенівська трубка з молібденовим анодом випромінюватиме спектральні лінії  $K$ -серії.

Вирвати електрон з  $K$ - чи  $L$ -шару можна також внаслідок рентгенівського фотоелефекту. Якщо на атом падають рентгенівські фотони досить високих енергій, то один із них зможе вибити електрон з  $K$ - або  $L$ -шару. Для реалізації цього процесу, очевидно, гранична енергія падаючого рентгенівського фотона має бути однаковою з граничною енергією бомбардуючого електрона, який здатний вирвати електрон з  $K$ - або  $L$ -шару. Це означає, що поглинання рентгенівського випромінювання різко зростає при переході енергії фотона через граничне значення. Цей висновок повністю підтверджується дослідом. На рис. 13.10 показано залежність коефіцієнта поглинання  $k$  з формули (10.8) від енергії рентгенівських фотонів для молібдену.

При дослідженні лінійчастих рентгенівських спектрів Г. Мозлі (1887–1951) в 1913 р. встановив закон, який виражає зв'язок між хвильовим числом спектральної лінії  $\nu_0 = 1/\lambda$  і атомним номером  $Z$  елемента, що випромінює ці лінії. Так, для  $K_\alpha$ -лінії ця залежність має вигляд

$$\nu_{0K_\alpha} = R(Z-1)^2(1-1/2^2), \quad (13.43)$$

Для ліній інших серій залежність (13.43) виражається подібними формулами. Так, для ліній  $L$ -серії закон Мозлі має вигляд

$$\nu_{0L} = R(Z-\sigma)^2(1/2^2 - 1/3^2), \quad (13.44)$$

де  $R$  – стала Рідберга;  $\sigma$  – деяка стала величина в межах однієї серії. Величину  $\sigma$  називають *сталою екранування*. Для  $K$ -серії  $\sigma = 1$ , для  $L$ -серії  $\sigma = 7,5$ .

Лінійна залежність у законі Мозлі між величиною  $\sqrt{1/\lambda}$  і зарядовим числом  $Z$  дала можливість точно розмістити елементи в періодичній системі елементів. Так, до встановлення закону Мозлі в деяких частинах періодичної системи елементів залишались незаповнені місця. Незрозумілою була ситуація з елементами з порядковим номером у межах 58–71. Закон Мозлі дав змогу не тільки з'ясувати ці питання, але й встановити, що між елементами водню й урану існує тільки 92 типи атомів з різними атомними номерами. На основі цього закону вперше було показано, що не атомна маса, а зарядове число визначає хімічні властивості атомів.

Аналіз залежностей величини  $\sqrt{1/\lambda}$  від  $Z$  для різних серій показує, що хвильове число для лінії певної серії може бути виражене комбінацією двох термів, як і для атома водню і воднеподібних атомів.

Як зазначалось, серед ліній  $K$ -серії найбільшу інтенсивність має лінія  $K_\alpha$ , потім  $K_\beta$  і  $K_\gamma$ . Таку залежність інтенсивності у послідовності спектральних ліній можна пояснити тим, що на звільнене місце при вириванні електрона з  $K$ -шару існує більша ймовірність переходу з  $L$ -шару, ніж з  $M$ - чи  $N$ -шару.

Дослідження характеристичних променів за допомогою прецизійних рентгенівських спектральних приладів показує, що крім основних ліній біля них виникають додаткові лінії малої інтенсивності. Ці лінії називають супутниками. Їх вивчення дає досить цінну інформацію про внутрішньоатомні процеси.

### § 13.9. Поняття про хімічний зв'язок і валентність. Будова молекул. Молекулярні спектри

Молекула являє собою найменшу частинку певної речовини, яка є носієм її основних хімічних та фізичних властивостей і здатна самостійно існувати. Молекули складаються з різних або однакових атомів, об'єднаних в одне ціле хімічними зв'язками. Здатність атома до утворення хімічного зв'язку з іншими атомами або групами атомів називають його *валентністю*.

Валентність атома визначається кількістю електронів, які утворюють зв'язок з іншими атомами.

Багато хімічних елементів можуть мати різну валентність залежно від того, в які сполуки вони входять. Хімічні властивості елементів

знаходять своє пояснення у квантовій механіці. Ці властивості елементів і їх валентність залежать в основному від будови зовнішніх електронних шарів атомів.

В основу класифікації хімічних зв'язків покладено такий критерій. Якщо при термічній дисоціації або при поглинанні світла молекула розпадається на іони, то такий хімічний зв'язок називають *іонним* (гетерополярним). Якщо молекула розпадається на атоми, то такий хімічний зв'язок називають *атомним*. До цього типу зв'язків належать ковалентний, або гомеополарний, зв'язок, металевий зв'язок та ін. Іонний зв'язок зумовлює утворення молекул NaCl, KCl, LiF. Ковалентний зв'язок характерний для молекул H<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, Cl<sub>2</sub> та ін. Іонний і ковалентний зв'язки є граничними. У молекулах частіше існує проміжний зв'язок, який може наближатись до іонного чи ковалентного.

Молекулярні спектри істотно відрізняються від атомних. Атомні спектри складаються з окремих ліній, які збігаються до межі серії, де інтенсивність ліній мала. У молекулярних спектрах спостерігається скупчення великої кількості окремих ліній, причому з одного краю вони розміщуються настільки густо, що зливаються і в цілому утворюють смугу. Тому молекулярні спектри називають смугастими. Смуга з одного боку обмежується різким краєм, який для різних молекул може знаходитись з боку як коротких, так і довгих хвиль. Смуги об'єднуються в групи і в спектрі може бути декілька груп. Енергія молекул виражається у вигляді суми

$$\epsilon = \epsilon_{\text{ел}} + \epsilon_{\text{кол}} + \epsilon_{\text{об}}, \quad (13.45)$$

де  $\epsilon_{\text{ел}}$ ,  $\epsilon_{\text{кол}}$ ,  $\epsilon_{\text{об}}$  – відповідно енергія станів електронів, енергія коливальних рухів, енергія оберտальних рухів молекули як цілого ( $\epsilon_{\text{ел}} > \epsilon_{\text{кол}} > \epsilon_{\text{об}}$ ).

Безумовно, всі ці три види рухів пов'язані між собою. При зміні стану електронного шару молекули змінюються коливальні і обертальні стани, при зміні коливальних станів змінюються обертальні.

Якщо при зміні стану молекули  $\Delta\epsilon_{\text{ел}} \neq 0$ , то виникають електронні спектри випромінювання або поглинання, які знаходяться у видимій або ультрафіолетовій частинах спектра.

Енергія коливального руху гармонічного осцилятора виражається формулою (12.31)

$$\epsilon_{\text{кол}} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_{\text{кол}}, \quad \text{де } n = 0, 1, 2, \dots$$

Зміна  $\epsilon_{\text{кол}}$  зумовлює випромінювання у ближній інфрачервоній області. Молекула, як мікроскопічна система, підпорядкована законам квантової механіки, її енергія квантується і зображується у вигляді енергетичних рівнів.

Енергію оберտального руху можна одержати на основі класичної механіки. Кінетична енергія оберտального руху  $\epsilon_{\text{об}} = J\omega^2 / 2 =$

$= (J\omega)^2 / 2J$ , де  $J\omega$  – момент імпульсу. Якщо врахувати, що момент імпульсу квантується  $p = \sqrt{l(l+1)}\hbar$ , то  $(J\omega)^2 = r(r+1)\hbar^2$ , де  $r = 0, 1, 2, \dots$  – обертальне квантове число. Тоді

$$\epsilon_{\text{об}} = r(r+1)\hbar^2 / 2J,$$

де  $J$  – момент інерції молекули.

Зміна енергії оберտального руху супроводжується випромінюванням у далекій інфрачервоній області.

Знайдемо вигляд спектра при зміні енергії обертального руху:

$$\hbar\omega_{\text{об}} = \epsilon'_{\text{об}} - \epsilon_{\text{об}} = [r'(r'+1) - r(r+1)] \frac{\hbar^2}{2J}.$$

Звідси

$$\omega_{\text{об}} = [r'(r'+1) - r(r+1)] \frac{\hbar}{2J}.$$

Квантова механіка встановлює правила відбору, які визначають рівні, між якими переходи дозволені. Для обертального квантового числа  $r' - r = \pm 1$ , тобто переходи можливі між сусідніми рівнями. Враховуючи це, одержимо

$$\omega_{\text{об}} = [(r+1)(r+2) - r(r+1)] \frac{\hbar}{2J} = (r+1)2 \frac{\hbar}{2J},$$

де  $\hbar / 2J = B$  – називають обертальною сталою. Вона має розмірність частоти і для легких двохатомних молекул має значення близько  $10^{-13} \text{ с}^{-1}$ .

Надаючи значення  $r' = r+1$  ( $r = 0, 1, 2, \dots$ ), частота  $\omega_{\text{об}}$  набирає значення  $2B; 2 \cdot 2B; 3 \cdot 2B, \dots$  Таким чином, обертальний спектр являє собою в шкалі частот ряд рівновіддалених спектральних ліній.

При зміні енергії коливальних і обертальних рухів виникає коливально-обертальний спектр. Нехай  $n'$  і  $n$  – квантові числа двох коливальних рівнів, які належать одній і тій електронній конфігурації. Частота при переходах між коливальними і обертальними рівнями  $\omega_{\text{кол-об}}$  виразиться так:

$$\omega_{\text{кол-об}} = \frac{\Delta\epsilon_{\text{кол}}}{\hbar} + \frac{\Delta\epsilon_{\text{об}}}{\hbar} = \omega_{\text{кол}} + [r'(r'+1) - r(r+1)]B.$$

Для різних коливальних рівнів можливі переходи між обертальними рівнями, коли  $r' = r+1$  і  $r' = r-1$ . Переходи між обертальними рівнями за різних коливальних рівнів дають систему спектральних ліній, які утворюють смуги. Частота  $\omega_{\text{кол}}$  зміщує спектр в цілому в близьку інфрачервону область. Зміна всіх трьох складових енергій дає групи смуг, а спектр, який називають електронно-коливально-обертальним, зміщується у видиму та ультрафіолетову області.

Дослідження молекулярних спектрів є одним із способів вивчення будови молекул.

### § 13.10. Комбінаційне розсіяння світла

Розсіяння світла розглядалось у розділі 7. Як уже відомо, при ре-лейвському розсіянні не змінюється довжина хвилі. Під час спектральних досліджень розсіяння світла у кристалах кварцу й ісландського шпату Г. С. Ландсбергом і Л. І. Мандельштамом та у рідинах Ч. Раманом (1888–1970) і К. С. Крішнаном (1898–1961) у 1928 р. було виявлено, що кожна спектральна лінія падаючого світла супроводжується появою системи ліній зміненої частоти. Зміна довжини хвилі виявилася значно більшою, ніж при розсіянні Мандельштама – Бріллюена. Наведемо основні закономірності цього розсіяння світла, які встановлено експериментально.

Якщо на розсіювальне середовище падає світло з частотою  $\nu_0$ , то в розсіяному світлі з'являється випромінювання з частотами  $\nu_0 - \Delta\nu_i$  і  $\nu_0 + \Delta\nu_i$ . Спектральні лінії, які відповідають цим частотам, називають *сателітами*, або супутниками. Вони розміщені в шкалі частот симетрично відносно спектральної лінії з частотою  $\nu_0$ . Спектральні лінії  $(\nu_0 - \Delta\nu_i)$ , які зміщені відносно  $\nu_0$  в бік довших хвиль, називають *стоксовими*, або *червоними*, а ті спектральні лінії  $(\nu_0 + \Delta\nu_i)$ , що зміщені відносно  $\nu_0$  в бік коротших хвиль, називають *антистоксовими*, або *фіолетовими*. Це явище називається *комбінаційним розсіянням світла*, або *ефектом Рамана*. Кількість і розташування спектральних ліній, що виникають при цьому, залежать від молекулярної будови розсіювальної речовини.

При переході від однієї спектральної лінії падаючого світла до іншої сукупність спектральних ліній сателітів і величини  $\Delta\nu_i$  залишаються одними і тими ж для заданої речовини. При переході до іншої речовини ця картина змінюється.

Число різних сателітів (тобто число значень індекса  $i$ ) і їх відносна інтенсивність при одній і тій же температурі також залежать від розсіювальної речовини. При цьому інтенсивності фіолетових сателітів значно менші інтенсивностей відповідних їм червоних сателітів і мають загальну тенденцію до їх зменшення у разі збільшення величини  $\Delta\nu_i$ .

Величини  $\Delta\nu_i$ , які характерні для даної речовини, збігаються з власними частотами інфрачервоних спектрів випромінювання тієї ж речовини.

Спектральні лінії комбінаційного розсіяння світла частково поляризовані. Ступінь поляризації різних сателітів однієї і тієї ж спектральної лінії падаючого світла неоднаковий. Характер поляризації червоних і

фіолетових сателітів, що відповідають даному значенню  $\Delta\nu_i$ , завжди однаковий і не залежить від частоти падаючого світла  $\nu_0$ .

Повне пояснення закономірностей комбінаційного розсіяння світла як одного із видів взаємодії світла з молекулами речовини дає квантова теорія випромінювання.

При комбінаційному розсіянні світла зміна частоти падаючого світла супроводжується переходом розсіювальних молекул на інші коливальні або обертальні рівні. Таке розсіяння світла зі зміною стану електронів молекул спостерігається досить рідко. Комбінаційне розсіяння світла можна розглядати як процес, що складається з двох зв'язаних актів – поглинання кванта  $h\nu_0$  падаючого світла, частота якого  $\nu_0$ , і випромінювання кванта  $h\nu'$  частотою  $\nu'$ . Зауважимо, що при комбінаційному розсіянні світла в системі під дією кванта з енергією  $h\nu_0$  не відбувається змін електронних станів. Тому енергія падаючого кванта  $h\nu_0$  може бути значно меншою від енергії  $h\nu_e$  кванта, здатного перевести електрон молекули з основного у збуджений стан (рис. 13.11, а). У процесі комбінаційного розсіяння світла квант  $h\nu_0$  діє на електронну систему молекули, передаючи їй (або сприймаючи від неї) частину енергії. При цьому молекула переходить з одного коливального стану в інший, а розсіяний нею квант має енергію  $h\nu'$ , яка в загальному випадку не дорівнює енергії кванта  $h\nu_0$ .

При розсіянні світла, що виникає внаслідок переходу молекули з незбудженого коливального стану ( $n = 0$ ) у збуджений коливальний стан ( $n = 1, 2, \dots$ ), випромінюються фотони, енергія яких  $h\nu' < h\nu_0$  (рис. 13.11, б). Якщо ж до взаємодії світла молекула знаходилась у збудженому коливальному стані (наприклад  $n = 1$ ), то при розсіянні світла вона може перейти у незбуджений (основний) коливальний стан ( $n = 0$ ). При цьому енергія розсіяного кванта  $h\nu'' > h\nu_0$  (рис. 13.11, в).

Все вищесказане відноситься і до комбінаційного розсіяння світла, зумовленого змінами обертальних станів молекул, які характеризуються обертальними квантовими числами  $r$  (§ 13.9).

Співвідношення між енергіями (частотами) падаючого і розсіяного фотонів для випадків стоксового і антистоксового комбінаційного розсіяння світла відповідно мають вигляд

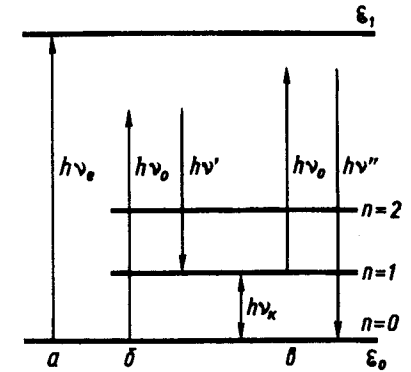


Рис. 13.11

$$h\nu' = h\nu_0 - h\nu_k \quad (\nu' = \nu_0 - \nu_k), \quad (13.46)$$

$$h\nu'' = h\nu_0 + h\nu_k \quad (\nu'' = \nu_0 + \nu_k), \quad (13.47)$$

де  $h\nu_k$  – енергія переходу з основного стану в збуджений коливальний ( $n=1$ ) або обертальний ( $r=1$ ) стан молекули.

Співвідношення (13.46) і (13.47) пояснюють основні закономірності в коливальних спектрах комбінаційного розсіяння світла.

Спектральна лінія кожного із сателітів є комбінацією частоти  $\nu_0$  і частоти коливального  $\nu_{\text{кол}}$  або обертального  $\nu_{\text{об}}$  переходів  $\nu_k$  розсіювальних молекул (цим і зумовлена назва комбінаційного розсіяння світла).

Оскільки при звичайних температурах кількість молекул у збудженому стані відносно невелика, то стокова компонента має більшу інтенсивність, ніж антистокова. Із підвищенням температури кількість молекул у збуджених станах зростає. Внаслідок цього збільшується відносна інтенсивність антистокових ліній.

Оскільки параметри спектрів комбінаційного розсіяння світла (частота, інтенсивності ліній, ступінь поляризації, ширина спектральних ліній та ін.) однозначно визначаються структурою розсіювальних молекул, таке розсіяння світла являє собою чутливий метод для вивчення будови молекул і встановлення природи хімічних зв'язків. На основі частот ліній обертальних спектрів комбінаційного розсіяння світла з великою точністю визначають моменти інерції молекул.

Методи комбінаційного розсіяння світла стали значно ефективнішими із використанням лазерів як потужних джерел світла високої монохроматичності. Розвиток техніки лазерів привів у 1962 р. до відкриття вимушеного комбінаційного розсіяння світла, в якому проявляються риси звичайного комбінаційного розсіяння світла і вимушеного випромінювання, що відбувається у квантових генераторах.

Дослідження спектрів комбінаційного розсіяння світла мають особливо важливе значення для тих молекул, в яких коливальні або обертально-коливальні переходи заборонені. Наприклад, симетричні двоатомні молекули  $\text{H}_2$ ,  $\text{N}_2$ ,  $\text{Cl}_2$ , в яких не існує інфрачервоних спектрів, характеризуються інтенсивними лініями комбінаційного розсіяння. Для багатоатомних молекул залежно від їх симетрії можливі також випадки, коли окремі коливальні частоти не проявляються в інфрачервоній області спектра. Виявляється, їх можна одержати в спектрах комбінаційного розсіяння світла. Отже, спектри комбінаційного розсіяння світла істотно доповнюють інфрачервоні спектри, тобто розширюють можливості вивчення будови складних молекул.

### § 13.11. Люмінесценція

Вище вже розглянуто такі види випромінювання, як теплове, відбите і розсіяне світло, гальмівне рентгенівське випромінювання, випромінювання Вавилова – Черенкова. Крім них, існують інші види випромінювання, серед яких є і люмінесценція (від латинського *lumen* – світло і ... *escent* – суфікс, який означає слабку дію).

Люмінесценція – це випромінювання, надлишкове над тепловим випромінюванням тіла при даній температурі, яке має тривалість більшу за період світлових хвиль. Перша частина цього визначення запропонована Е. Відеманом для розмежування люмінесценції і рівноважного теплового випромінювання. Якщо теплове випромінювання у видимій області спектра стає помітним тільки при температурі тіла декілька сотень або тисяч градусів, то люмінесціювати воно може при будь-якій температурі. Тому люмінесценцію іноді називають холодним світінням. Друга частина цього визначення про тривалість світіння введена С. І. Вавиловим для того, щоб відрізнити люмінесценцію від інших видів світіння. Люмінесцентне випромінювання може відбуватись у видимій, близькій ультрафіолетовій та інфрачервоній ділянках спектра.

При люмінесценції, як і при інших видах випромінювання, тілом витрачається енергія. Тому для підтримання люмінесценції необхідно поповнювати енергію тіла. Люмінесценцію класифікують залежно від типу збудження. Так, катодолюмінесценція, рентгенолюмінесценція та іонолюмінесценція виникають у разі опромінювання речовини електронними, рентгенівськими та іонними пучками відповідно. Світіння, що виникає під час хімічних реакцій, називають *хемілюмінесценцією*. Світіння, яке виникає при розтиранні, роздавлюванні або розколюванні деяких кристалів, називають *триболюмінесценцією*. Одним із важливих видів люмінесценції є *фотолюмінесценція*, яка виникає при опромінюванні речовини світлом. За тривалістю люмінесценції її поділяють на *флуоресценцію* ( $\tau < 10^{-8}$  с) і *фосфоресценцію* ( $\tau > 10^{-8}$  с). За механізмом висвічування люмінесценцію поділяють на резонансну, спонтанну, вимушену та рекомбінаційну.

Резонансну люмінесценцію спостерігають в атомних парах, в яких при збудженні атом переходить на вищий енергетичний рівень і, повертаючись у початковий стан, випромінює (рис. 13.12, а). Спонтанна люмінесценція включає перехід збудженого атома до проміжного збудженого стану. Цей перехід може бути безвипромінювальним або випромінювальним. Перехід із проміжного збудженого стану на нижчий енергетичний рівень супроводжується випромінюванням (рис. 13.12, б). Цей вид люмінесценції характерний для складних молекул, які знаходяться в парах і розчинах. Вимушена, або метастабільна, люмінесценція характеризується переходом збудженого атома на метастабільний



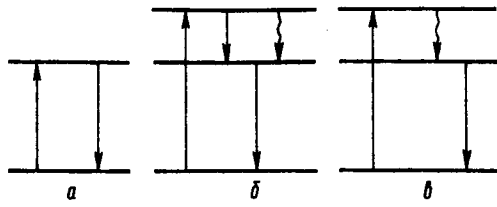


Рис. 13.12

рівень з наступним переходом на рівень випромінювання (рис. 13.12, в). Перехід з метастабільного рівня на рівень випромінювання відбувається за рахунок внутрішньої (коливальної) енергії тіла або додаткового кванта світла зовнішнього інфра-

червоного випромінювання. Прикладом вимушеної люмінесценції є фосфоресценція органічних речовин. Рекомбінаційна люмінесценція відбувається при молізації іонів, рекомбінації електронів і дірок. Вона характерна для кристалофосфорів і напівпровідників.

У наш час вивчені всі види люмінесценції. Особлива увага була приділена вивченню фотолюмінесценції. Випромінювання, яке викликає люмінесценцію, називають оптичним збудженням і характеризують спектром поглинання. Люмінесцентне випромінювання, що при цьому виникає, характеризують спектром люмінесценції.

У 1852 р. Дж. Стокс (1819–1903) виявив, що спектр люмінесценції припадає на більші довжини хвиль, ніж спектр поглинання. Таке випромінювання називають стоксовим. Подальші дослідження люмінесценції показали, що спостерігається також випромінювання з довжинами хвиль, які менші за ті, що збуджують люмінесценцію. Таке випромінювання називають антистоксовим. Та Е. Ломмель показав, що це не завжди має місце, і встановив закономірність, яка виконується завжди і називається законом Стокса – Ломмеля. Він формулюється так: спектр люмінесценції і його максимум зміщені в бік довших хвиль порівняно із спектром поглинання і його максимумом.

У багатоатомних молекулах стоксове і антистоксове випромінювання зумовлене переходами між електронно-коливальними рівнями. Переходи 1 і 2 викликають стоксове, а 3 і 4 – антистоксове люмінесцентне випромінювання (рис. 13.13).

При низьких температурах інтенсивність стоксового випромінювання значно переважає інтенсивність антистоксового випромінювання. З підвищенням температури інтенсивність стоксового випромінювання зменшується, а антистоксового збільшується, проте залишається меншою за стоксове випромінювання.

Існують люмінесцентні речовини, для яких спектр люмінесценції 2 перекривається з спектром поглинання 1 (рис. 13.14). Область перекриття (на рис. 13.14 заштриховано) називають антистоксовою.

Для кількісної характеристики люмінесценції С. І. Вавилов ввів поняття енергетичного і квантового виходів. Під енергетичним виходом

люмінесценції  $\eta_e$  розуміють відношення енергії люмінесценції  $\epsilon_{\text{л}}$  до енергії поглинутого світла, тобто

$$\eta_e = \epsilon_{\text{л}} / \epsilon_{\text{п}}.$$

Квантовий вихід люмінесценції  $\eta_{\text{кв}}$  визначається відношенням числа квантів люмінесценції  $N_{\text{л}}$  до числа поглинутих квантів  $N_{\text{п}}$ , тобто

$$\eta_{\text{кв}} = N_{\text{л}} / N_{\text{п}}.$$

Квантовий вихід залежно від довжини хвилі випромінювання, яке збуджує люмінесценцію, та від структури молекул речовини може набирати значення менше, рівне і більше одиниці. Між енергетичним і квантовим виходами легко встановити зв'язок, оскільки  $\epsilon_{\text{л}} = N_{\text{л}} h c / \bar{\lambda}_{\text{л}}$  ( $\bar{\lambda}_{\text{л}}$  – середнє значення довжини хвилі люмінесценції), а  $\epsilon_{\text{п}} = N_{\text{п}} h c / \lambda_{\text{п}}$ . Тоді

$$\eta_e = \eta_{\text{кв}} \frac{\lambda_{\text{п}}}{\bar{\lambda}_{\text{л}}}.$$

Дослідним шляхом С. І. Вавилов встановив, що енергетичний вихід люмінесценції в області сталого квантового виходу до певної міри зростає пропорційно довжині хвилі збуджувального світла, а потім різко спадає до нуля (рис. 13.15). Спад величини  $\eta_e$  відбувається за таких довжин хвиль збуджувального світла, енергія фотона яких недостатня для переведення центра люмінесценції у збуджений стан.

Якщо люмінесціюючу речовину опромінювати потоком збуджувального світла постійної інтенсивності, то потужність люмінесценції також буде сталою. Раптове припинення збудження приводить до затухання люмінесценції. Час затухання люмінесценції залежно від природи речовини та інших фізичних умов складає від  $10^{-9}$  с до кількох діб для деяких кристалофосфорів. Кристалофосфорами, або люмінофорами, називають кристалічні речовини, здатні люмінесціювати під дією збудження. Часто вони являють собою синтетичні кристалічні речовини, в які

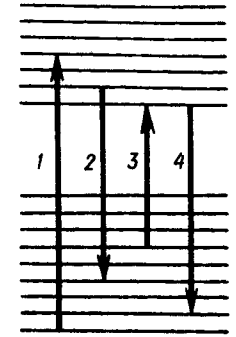


Рис. 13.13

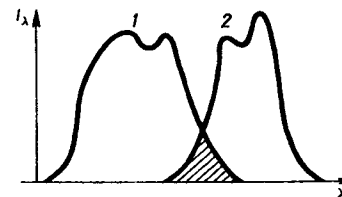


Рис. 13.14

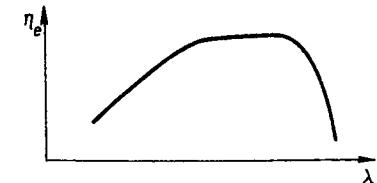


Рис. 13.15

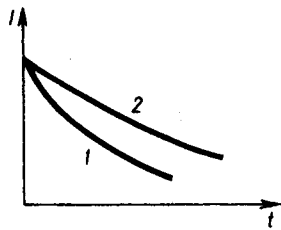


Рис. 13.16

спеціально введені домішки – активатори. Після припинення збудження світіння кристалосфосфорів затухає в часі за гіперболічним законом (рис. 13.16, крива 2) на відміну від затухання світіння дискретних центрів (крива 1), яке відбувається за експоненціальним законом.

Важливою особливістю люмінесценції є можливість спостереження світіння за наявності досить малої кількості речовин люмінофора ( $10^{-13}$  кг). Така висока чутливість дає змогу широко застосовувати люмінесцентний аналіз. Явище люмінесценції застосовується в люмінесцентних джерелах світла, в скінтіляційних лічильниках тощо.

### § 13.12. Спонтанне та індуковане випромінювання

Відомо, що будь-яка мікросистема (атом, молекула та ін.) залежно від її внутрішньої будови, тобто від величини і характеру діючих у ній сил, може знаходитись тільки в певних станах, які характеризуються дискретним набором значень енергії. Переходи її з одного рівня на інший приводять до зміни її енергії. При таких переходах можуть відбуватись випромінювання або поглинання фотонів.

Якщо мікросистема знаходиться у збудженому стані і має енергію  $\epsilon_n$ , то при переході в стан з енергією  $\epsilon_m < \epsilon_n$  відбувається випромінювання фотона, енергія якого визначається відомим співвідношенням (13.18)  $\epsilon_n - \epsilon_m = h\nu_{nm}$ .

Процес випромінювання збудженою мікросистемою фотона без будь-якого зовнішнього впливу називають *спонтанним*, або *самовільним*, *випромінюванням*. Акти спонтанного випромінювання відбуваються випадково і мають нерегулярний, тобто хаотичний, характер. Фотони випромінюються різними частинками в різні моменти часу і мають різні частоти, різні поляризації і напрям поширення. Всі звичайні джерела світла (лампи розжарювання, газорозрядні лампи) випромінюють спонтанно.

Крім спонтанного випромінювання, А. Ейнштейн у 1916 р. передбачав існування індукованого, або *вимушеного*, випромінювання. Воно відбувається під дією зовнішнього по відношенню до збудженої системи випромінювання, частота якого має задовольняти умову (13.18).

Зупинимось на цьому питанні більш детально. Нехай атом знаходиться у світловому полі. Воно може зумовити переходи як із вищого рівня  $\epsilon_n$  на нижчий  $\epsilon_m$ , так і навпаки, з нижчого  $\epsilon_m$  на вищий  $\epsilon_n$ . Перші переходи супроводжуються випромінюванням світла. Воно називається індукованим (вимушеним) випромінюванням. У другому випадку переходів відбувається поглинання світла атомом.

Для описання спонтанного і індукованого випромінювання А. Ейнштейн застосував теорію ймовірностей.

Розглянемо сукупність великої кількості однакових атомів у світловому полі, яке будемо вважати ізотропним і неполяризованим. За такої умови коефіцієнти, які будуть вводитися, не залежатимуть від поляризації та напрямку поширення світла. Нехай  $N_m$  і  $N_n$  – кількість атомів у станах  $\epsilon_m$  і  $\epsilon_n$ . Середня кількість переходів атомів із стану  $\epsilon_n$  в стан  $\epsilon_m$  за одиницю часу в одиниці об'єму при спонтанному випромінюванні буде пропорційна початковій кількості атомів  $N_n$ . Нехай вона виражається  $A_n^m N_n$ . А. Ейнштейн постулював, що при індукованому випромінюванні середня кількість переходів атомів між тими ж рівнями буде пропорційна не тільки  $N_n$ , а й спектральній густині випромінювання  $u(\nu_{mn})$  при частоті випромінюваного світла, що відповідає цим переходам. Позначимо цю кількість через  $B_n^m N_n u(\nu_{mn})$ . Аналогічно середню кількість переходів із рівня  $\epsilon_m$  на рівень  $\epsilon_n$ , що відбувається при поглинанні світла, можна подати як  $B_m^n N_m u(\nu_{mn})$ . Величини  $A_n^m, B_n^m, B_m^n$  називаються коефіцієнтами Ейнштейна. Вони є характеристиками самого атома і можуть залежати тільки від частоти  $\nu_{mn}$ .

Знайдемо зв'язок між коефіцієнтами Ейнштейна. Будемо вважати, що атоми знаходяться у рівновазі з випромінюванням абсолютно чорного тіла при температурі  $T$ . Поняття рівноваги включає в себе таке. Поперше, заселеність рівнів визначається розподілом Больцмана

$$N_m / N_n = \frac{g_m}{g_n} e^{-h\nu_{nm}/kT}, \quad (13.48)$$

де  $g_m$  і  $g_n$  – статистична вага, або кратність виродження електронного стану;  $N_m$  і  $N_n$  – заселеність рівнів. Під заселеністю розуміють кількість частинок з енергією  $\epsilon_n$  і відповідно  $\epsilon_m$  в одиниці об'єму. По-друге, кількість переходів з вищого на нижчий рівень дорівнює кількості переходів з нижчого на вищий за одиницю часу в одиниці об'єму, тобто

$$A_n^m N_n + B_n^m N_n u(\nu_{mn}) = B_m^n N_m u(\nu_{mn}). \quad (13.49)$$

Співвідношення (13.49) перепишемо так:

$$u(\nu_{mn}) = \frac{A_n^m N_n}{B_m^n N_m - B_n^m N_n}. \quad (13.50)$$

Формулу (13.50) з урахуванням (13.48) можна подати у вигляді

$$u(\nu_{mn}) = \frac{A_n^m N_n}{g_m B_m^n \exp(h\nu_{mn}/kT) - g_n B_n^m}. \quad (13.51)$$

Зіставимо формулу (13.51) з формулою Планка для  $u(\nu)$ , одержану на основі формул (11.5) і (11.18). Тоді

$$u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}. \quad (13.52)$$

Оскільки формули (13.51) і (13.52) характеризують одну і ту ж величину  $u(\nu)$ , то формула Планка неминує приводить до висновку про існування індукованого випромінювання. Крім цього, обидві формули повинні давати один результат за будь-яких однакових умов, у тому числі й за екстремальних. З формули (13.52) видно, що при  $T \rightarrow \infty$   $u(\nu) \rightarrow \infty$ . Такий же результат має бути і на основі формули (13.51). Оскільки при  $T \rightarrow \infty$   $\exp(h\nu/kT) \rightarrow 1$ , то одержуємо

$$g_m B_m^n = g_n B_n^m. \quad (13.53)$$

### § 13.13. Квантові генератори (лазери) та їх застосування

У процесі вимушеного випромінювання мікросистеми беруть участь два фотони: зовнішній, або первинний, фотон, який зумовлює випромінювання збудженою мікросистемою, і вторинний фотон, що випромінюється цією системою. Характерною особливістю індукованого випромінювання є повна тотожність первинного і вторинного фотонів.

Ця особливість індукованого випромінювання і використовується в оптичних квантових генераторах, або лазерах.

Розглянемо не одиничний атом, а середовище з атомів. Позначимо через  $N_1$  і  $N_2$  кількість атомів в одиниці об'єму на рівнях відповідно  $\epsilon_1$  і  $\epsilon_2$ . За час  $dt = dx/v$  ( $v$  – швидкість поширення,  $dx$  – відстань, яку проходить світлова хвиля) з нижнього рівня  $\epsilon_1$  на вищий рівень  $\epsilon_2$  перейде в середньому  $B_1^2 N_1 u(\nu) dt$  атомів і така ж кількість фотонів буде поглинута. При індукованому випромінюванні з вищого рівня на нижчий перейде  $B_2^1 N_2 u(\nu) dt$  атомів і при цьому випромінюється така ж кількість фотонів тієї ж поляризації і напряму поширення, що й у падаючій хвилі. Фотони, які випромінюються спонтанно, а також фотони, індуковані іншими хвилями, можна не враховувати, оскільки незначна частина з них буде поширюватись у необхідному напрямі і матиме необхідну поляризацію. Збільшення кількості фотонів в одиниці об'єму у разі проходження хвилею відстані  $dx = v dt$  виражається так:

$$dN_\Phi = (B_1^2 N_2 - B_2^1 N_1) u(\nu) \frac{dx}{v}. \quad (13.54)$$

На основі формули (13.53) вираз (13.54) набуває вигляду

$$dN_\Phi = \left( \frac{N_2}{g_2} - \frac{N_1}{g_1} \right) g_1 B_1^2 u(\nu) \frac{dx}{v}. \quad (13.55)$$

З формули (13.55) видно, що при поширенні хвилі в середовищі її підсилення буде за умови

$$\frac{N_2}{g_2} > \frac{N_1}{g_1}. \quad (13.56)$$

Умову (13.56) запишемо у вигляді

$$n_2 > n_1, \quad (13.57)$$

де  $n_1 = N_1/g_1$  і  $n_2 = N_2/g_2$  – відповідно кількість атомів на кожному з простих рівнів  $\epsilon_1$  і  $\epsilon_2$ .

За звичайних умов, коли середовище знаходиться в термодинамічній рівновазі,  $n_2 < n_1$ , тобто на кожному простому верхньому рівні знаходиться менше атомів, ніж на нижньому. Це безпосередньо впливає і з формули Больцмана

$$n = n_0 e^{-\epsilon/kT}.$$

Можна штучно одержати термодинамічне нерівноважне середовище, в якому буде виконуватись співвідношення (13.57) або (13.56). Таке середовище називається активним або середовищем з інверсним заселенням по відношенню до енергетичних рівнів  $\epsilon_1$  і  $\epsilon_2$ . Отже, для підсилення світлової хвилі необхідно, щоб середовище (речовина), в якому вона поширюється, було активним.

Підсилення світла в активному середовищі певною мірою можна з'ясувати, порівнявши це явище з картиною поширення плоскої монохроматичної хвилі в однорідному середовищі. Хвиля викликає коливання в атомах і молекулах середовища, внаслідок чого вони випромінюють сферичні хвилі, які когерентні одна з одною і з падаючою хвилею. Ці сферичні хвилі, інтерферуючи між собою, створюють знову плоский хвильовий фронт, що поширюється у середовищі. Якщо середовище абсолютно прозоре, то амплітуда коливань хвилі на основі закону збереження енергії залишається постійною. В активному середовищі молекули і атоми перебувають у збуджених станах. Завдяки енергії збудження вторинні хвилі, що випромінюються молекулами і атомами, підсилюються, а їх фази і поляризації залишаються такими ж. Тому залишаються без змін поляризація і фаза результуючої хвилі, що виникає внаслідок інтерференції вторинних хвиль, тобто підсилюється тільки її амплітуда.



Рис. 13.17

Індуковане випромінювання було використане для генерування когерентних світлових хвиль. Щоб активне середовище перетворити в генератор світлових коливань, необ-

хідно здійснити зворотний зв'язок, при якому частина випромінюваного світла весь час знаходилась би у зоні активного середовища і викликала б індуковане випромінювання все нових і нових атомів. Для цього активне середовище розташовують між двома паралельними дзеркалами. Припустимо, що воно являє собою циліндр, а площини дзеркал  $S_1$  і  $S_2$  перпендикулярні до осі циліндра (рис. 13.17). Тоді промінь світла, який знає багаторазового відбивання від дзеркал  $S_1$  і  $S_2$ , буде проходити багато разів через активне середовище і підсилюватись внаслідок вимушених переходів атомів із вищого енергетичного рівня  $\epsilon_2$  на нижчий  $\epsilon_1$ . При цьому одержимо відкритий резонатор, який не тільки підсилює світло, але і створює паралельний пучок та монохроматизує його. Будемо вважати, що дзеркала ідеальні. Тоді промені, паралельні до осі циліндра, будуть проходити через активну речовину в одному і протилежному напрямках необмежену кількість разів. Промені, що нахилені під деяким кутом до осі циліндра, попадуть на бокову стінку циліндра, де вони розсіються або вийдуть за його межі. Тому зазнають максимального підсилення промені, що поширюються паралельно осі циліндра. Цим і пояснюється створення паралельних пучків. Як відомо, паралельні промені одержати неможливо. Причиною цього є дифракція світла. Кут розходження променів принципово не може бути меншим від кута  $\delta\theta \approx \lambda/D$ , де  $D$  – ширина пучка. У сучасних лазерах такої межі практично досягнуто.

Тепер розглянемо питання про монохроматизацію світла. Припустимо, що роль дзеркал  $S_1$  і  $S_2$  виконують відшліфовані і посріблені торці циліндра активної речовини, які перпендикулярні до його геометричної осі. Нехай  $L$  є довжина циліндра. Якщо  $2L = m\lambda$ , тобто на довжині  $L$  вміщається ціле число півхвиль  $m$ , то різниця фаз між коливаннями світлової хвилі, яка від дзеркала  $S_1$  проходить уздовж циліндра і повертається знову до  $S_1$ , дорівнюватиме  $2\pi$ . Така хвиля буде підсилюватись. Найближчу довжину хвилі  $\Delta + \Delta\lambda$ , для якої відбуватиметься таке ж підсилення, знаходимо з умови  $2L = (m \pm 1)(\lambda \mp \Delta\lambda)$ . Отже,  $\Delta\lambda = \lambda/m$ , тобто  $\Delta\lambda$  збігається із спектральною областю, яка визначається формулою (3.24). Якщо світло проходить через активне середовище в прямому і зворотному напрямках  $N$  разів, то  $\delta\lambda \sim \lambda/Nm$ . При  $N \rightarrow \infty$  маємо, що  $\delta\lambda \rightarrow 0$ , тобто одержуємо монохроматичне світло. Оскільки при розгляді цього питання було зроблено ряд припущень, які можна вважати

ідеальними, то можна стверджувати про високий ступінь монохроматичності світла, при якому  $\delta\lambda$  має скінченну величину.

Для створення інверсного заселення енергетичних рівнів, як зазначалось, необхідний додатковий зовнішній вплив, який перешкоджає би процесам встановлення рівноважного заселення енергетичних рівнів. На це потрібні затрати енергії, яку називають енергією підкачування. Існує декілька способів підкачування. Найбільш істотні з них такі: сортування, внаслідок якого відбувається розподіл атомів, які знаходяться в станах  $\epsilon_1$  і  $\epsilon_2$ ; електричний розряд; хімічна реакція; дія електромагнітного поля.

Останній метод досить часто використовується в оптичних квантових генераторах – лазерах. Слово “лазер” – це аббревіатура від англійської назви Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation – підсилення світла за допомогою вимушеного випромінювання. Розробку і створення квантових генераторів (лазерів) здійснили в 1955 р. М. Г. Басов і О. М. Прохоров та незалежно від них Ч. Таунс. Зазначимо, що спочатку ними були створені квантові генератори електромагнітних хвиль сантиметрового діапазону – мазери. Слово “мазер” також аббревіатура англійських слів Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation – підсилення мікрохвиль за допомогою індукованого випромінювання.

У першому газовому квантовому генераторі (мазері) інвертована система створювалась методом сортування молекул аміаку  $\text{NH}_3$ . У 1955 р. М. Г. Басов і О. М. Прохоров запропонували новий метод створення інверсного заселення енергетичних рівнів, в якому збуджені частинки не відбираються шляхом сортування, а створюються в активному середовищі. У цьому методі, відомому під назвою методу трьох рівнів, для збільшення кількості збуджених частинок застосовують потужне додаткове випромінювання – підкачування. В активному середовищі, частинки якого в енергетичному спектрі мають три рівні:  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  ( $\epsilon_1 < \epsilon_2 < \epsilon_3$ ), підкачування здійснюють світлом, частота якого відповідає резонансним умовам поглинання, а саме  $\nu_n = (\epsilon_3 - \epsilon_1)/h$ . Це випромінювання поглинається частинками середовища і переводить їх з нижнього рівня  $\epsilon_1$  на  $\epsilon_3$ , а з рівня  $\epsilon_3$  частинки переходять на метастабільний рівень  $\epsilon_2$ . Цей перехід відбувається без випромінювання світла. За певних умов підкачування добиваються того, що заселення енергетичного рівня  $\epsilon_2$  перевищуватиме заселення рівня  $\epsilon_1$ , тобто матиме місце інверсне заселення енергетичних рівнів  $\epsilon_1$  і  $\epsilon_2$  ( $N_2 > N_1$ ). При переході  $\epsilon_2 \rightarrow \epsilon_1$  випромінюється фотон, енергія якого  $h\nu = \epsilon_2 - \epsilon_1$ . Як правило, реальні схеми рівнів, що застосовуються в методі трьох рівнів, складніші. Однак суть явищ саме така. Метод трьох рівнів виявився універсальним і широко застосовується.

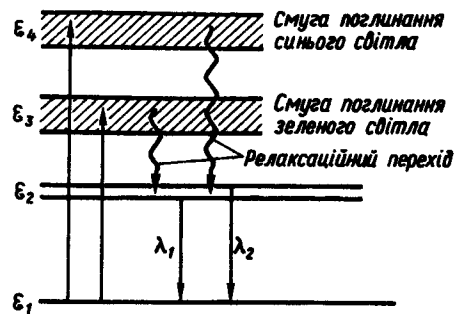


Рис. 13.18

тичні смуги  $\epsilon_3$  і  $\epsilon_4$ , а між рівнем  $\epsilon_1$  і смугою  $\epsilon_3$  знаходиться метастабільний рівень  $\epsilon_2$ , який складається з двох енергетичних станів. Підкачування в лазері здійснюється потужним спалахом ксенонової лампи. Атоми хрому, які до спалаху знаходились на основному рівні  $\epsilon_1$ , внаслідок поглинання зеленого або синього світла, яке випромінює ксенонова лампа, переходять у збуджені стани  $\epsilon_3$  і  $\epsilon_4$ . Час перебування атомів у збуджених станах складає близько  $10^{-8}$  с, і вони здійснюють релаксаційний перехід на збуджений рівень  $\epsilon_2$ . Рівень  $\epsilon_2$  метастабільний, і час життя на ньому складає близько  $10^{-3}$  с, тобто в  $10^5$  разів більший за час перебування іона у звичайному збудженому стані  $\epsilon_3$  і  $\epsilon_4$ . Завдяки порівняно довгому часу життя іона хрому в метастабільному стані виникає реальна можливість інверсного заселення енергетичних рівнів стану  $\epsilon_2$ . При переході іонів хрому з метастабільного стану в основний рубіновий лазер випромінює світло двох хвиль:  $\lambda_1 = 0,6929$  мкм і  $\lambda_2 = 0,6943$  мкм, що лежать у червоній частині спектра.

Інверсія заселення енергетичних рівнів у кристалі може бути реалізована двома шляхами. Якщо резонатор настроєний у резонанс і зафіксований, то у разі накопичення на метастабільному рівні достатньої кількості частинок розпочинається процес генерування світла, який продовжується близько 0,001 с. Внаслідок такого вільного генерування при значних розмірах кристала і потужному підкачуванні випромінюється імпульс, енергія якого перевищує 1000 Дж. При цьому потужність має порядок  $10^6$  Вт.

Другий режим устатковується введенням в дію резонатора в момент часу, коли інверсія заселення досягає максимального значення. Тоді всі частинки, що знаходяться на метастабільному рівні, випромінюють

Вперше лазерне генерування світла було здійснене за допомогою рубінового лазера. Основним елементом його є монокристал синтетичного рубіна високої однорідності. Рубін являє собою оксид алюмінію  $Al_2O_3$  (матриця), в якого частина атомів алюмінію замінена атомами хрому (активні центри).

На рис. 13.18 показана схема енергетичних рівнів іона хрому  $Cr^{3+}$ . У ньому над нормальним рівнем  $\epsilon_1$  розміщені дві енергетичні

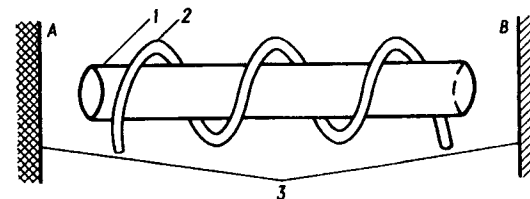


Рис. 13.19

практично одночасно ( $10^{-8}$ – $10^{-9}$  с). При енергії випромінювання імпульсу близько 3 Дж потужність становить  $10^8$ – $10^9$  Вт. На рис. 13.19 показана схема рубінового лазера: 1 – рубіновий стрижень, 2 – ксенонова лампа, 3 – відкритий резонатор, який створено із дзеркала A і напівпрозорого дзеркала B. Крім рубінового лазера, широко застосовується лазер на ітрій-алюмінієвому гранаті з неодимом (матриця  $Y_3Al_5O_{12}$ , активатор – іони  $Nd^{3+}$ ).

У 1961 р. побудовано перший газовий лазер безперервної дії на суміші атомів неону і гелію. Серед газових лазерів широкого застосування набули аргонний лазер, лазер на парах міді, молекулярний лазер на оксиді вуглецю (IV) та ін.

У 1963 р. побудовані досить ефективні лазери на напівпровідниках. Одне із важливих досягнень в галузі лазерної техніки – це створення рідинних лазерів.

Винайдення квантових генераторів (лазерів) має важливе значення у розвитку різних галузей знань. Внаслідок створення лазерної техніки з'явився новий розділ оптики – нелінійна оптика, значно розвинувся метод голографії.

Велика концентрація променевої енергії у просторі і по спектру відкриває широкі перспективи застосування лазерів для досліджень у мікробіології, фотохімії, генетиці, хімічному синтезі, каталізі. Застосування лазерів значно підвищило точність вимірювальної техніки. Використання лазерів дає змогу розвивати нові методи очистки речовин від домішок та розділення ізотопів.

Використання оптичних квантових генераторів лежить в основі цілого ряду нових методів спектрального аналізу. Так, за допомогою рідинних лазерів удалось зареєструвати наявність парів натрію аж до концентрацій  $3 \cdot 10^{-12}$  г·см<sup>-3</sup>. Нові можливості відкриває застосування лазерів в оптичних лініях зв'язку, телебаченні, електронно-обчислювальній техніці тощо. З'явився один із перспективних напрямів термоядерного синтезу – лазерний термоядерний синтез. Все ширше впроваджується лазерна техніка в різні технологічні процеси. Тому цілком виправданий вислів про те, що одним із найвидатніших наукових досягнень ХХ ст. є створення квантових генераторів.

## Розділ 14. Предмет фізики твердого тіла

Фізика твердого тіла займається вивченням фізичних властивостей і структури твердих тіл (механічних, теплових, електричних, оптичних та ін.), створенням мікроскопічної теорії, яка встановлює залежність цих властивостей від атомно-електронної структури речовини, розробкою методів одержання і дослідження нових матеріалів з наперед заданими властивостями. При описанні властивостей твердих тіл і встановленні залежності цих властивостей від атомно-електронної структури речовини фізика твердого тіла широко користується методами квантової статистики та квантової механіки.

Тверді тіла поділяються на кристалічні та аморфні. Фізика твердого тіла значно більше уваги приділяє кристалічним, ніж аморфним тілам, будова і властивості останніх вивчені поки що недостатньо.

Кристалічними називають тверді тіла, в яких просторове розташування атомів, іонів чи молекул повторюється періодично.

Аморфні тіла, як і рідини, характеризуються тільки близьким порядком, який проявляється у зв'язках з найближчими структурними одиницями (атомами, іонами, молекулами). Наявність у кристалах далекого порядку в розташуванні цих частинок підтверджується дифракцією рентгенівського випромінювання і дифракцією електронів та іншими методами.

У кристалах атоми, іони, молекули здійснюють коливання навколо вузлів відповідних кристалічних ґраток. Геометричні властивості кристалічних ґраток (їх симетрія) розглянуто у розділі "Тверді тіла" (т. 1, розд. 18).

### § 14.1. Типи зв'язків структурних одиниць у твердих тілах

Правильне розташування структурних одиниць кристала (атомів, іонів, молекул) у вузлах кристалічної ґратки пояснюється з атомістичної точки зору будови речовини.

Сили, що зв'язують структурні одиниці у твердих тілах, практично електричного походження. Роль магнітної взаємодії, як правило, незначна.

За типом зв'язку кристали поділяють на п'ять класів. Така класифікація умовна, оскільки не завжди вдається чітко визначити переважаючий тип зв'язку в кристалах. Кожний тип зв'язку характеризується певним розподілом електронів в атомах або молекулах. Тому цю класифікацію можна розглядати як виділення деяких граничних розподілів електронів, що якісно відрізняються один від іншого. Розглянемо кожний тип зв'язку окремо.

**Іонні кристали.** Іонний зв'язок зумовлений кулонівським притяганням протилежно заряджених іонів. Атоми металів легко втрачають свої зовнішні електрони, а атоми неметалевих елементів, як правило, намагаються приєднати додаткові електрони. Таким чином виникають

стабільні аніони і катіони, які при наближенні один до одного в основному зберігають свої електронні структури. Типовими представниками іонних кристалів є NaCl, LiF, KJ та ін. Електронні оболонки іонів, як правило, відповідають електронним оболонкам інертних газів, наприклад, іони  $\text{Li}^+$  і  $\text{F}^-$  мають такі ж електронні конфігурації, як і атоми Ne і Ne, а іони  $\text{Na}^+$  і  $\text{Cl}^-$  – як Ne і Ar відповідно.

Оскільки для замкнутих електронних оболонок характерною є сферична симетрія розподілу зарядів, то й для іонів іонного кристала має місце така ж симетрія. Для більшості іонних кристалів відстань між центрами сусідніх іонів з точністю до 1–3 % збігається із сумою радіусів окремих ізольованих іонів. Це вказує на досить значну упаковку атомів в іонних кристалах. Іонні кристали характеризуються енергією зв'язку, під якою розуміють роботу, яку необхідно виконати, щоб при температурі абсолютного нуля розкласти систему на складові частини. Для іонних кристалів такими складовими частинами є позитивно і негативно заряджені іони, з яких складається кристалічна ґратка.

Потенціальна енергія взаємодії іонів, які знаходяться на відстані  $r$ , дорівнює  $e^2/4\pi\epsilon_0 r$ . Для відстаней порядку часток нанометра ця енергія має величину декількох електрон-вольт. Так, енергія зв'язку ґратки NaCl становить 764 кДж/моль. Для іонних кристалів характерна мала електропровідність при низьких і значна провідність при високих температурах. Значимо, що при малих відстанях сили притягання переходять у сили відштовхування завдяки взаємодії ядер і електронних оболонок.

**Ковалентні кристали.** У ковалентних кристалах (алмаз, силіцій, германій та ін.), як і в молекулах водню, гомеополарний зв'язок виникає між однаковими атомами як наслідок квантово-механічної взаємодії, яку називають обмінною. Сама назва цього явища зумовлена класичними уявленнями про сили, що виникають завдяки неперервному обміну валентними електронами взаємодіючих атомів. Важливою особливістю обмінних сил є їх залежність від напрямів спінів електронів, які утворюють зв'язок. Зв'язок буде сильнішим, якщо спіні антипаралельні. З цим пов'язана різка просторова напрямленість ковалентного зв'язку. Для ковалентних кристалів типовим є будова ґратки, в якій число найближчих атомів, що оточують атом, який ми розглядаємо, дорівнює валентності елемента. Такі кристали утворюються з легких елементів середніх груп періодичної системи елементів. Валентні електрони атомів ґратки усупільнені.

Часто електричний заряд, який забезпечує виникнення ковалентного зв'язку, поділяється між взаємодіючими атомами не порівну, тобто електрон одного із атомів знаходиться навколо другого атома відносно більше часу, ніж електрон другого атома навколо першого. Внаслідок цього обидва атоми виявляються частково іонізованими й між ними виникають електростатичні сили. Зв'язок між атомами буде частково

ковалентним і частково іонним, тобто змішаним. Таким чином, має місце неперервний перехід від ковалентного до змішаного і до іонного зв'язків, які відрізняються один від одного характером усупільнення електронів. Для цих кристалів характерні висока твердість, мала електропровідність у чистих зразках при низьких температурах. Енергія зв'язку кристалічної ґратки таких кристалів складає приблизно 700–1200 кДж/моль.

**Металевий зв'язок.** До металів належать елементи, атоми яких мають недозабудовані зовнішні електронні оболонки. Електрони таких оболонок порівняно слабо зв'язані з атомними ядрами. Вони можуть переходити від одного ядра до іншого. Навіть якщо на їх шляху буде потенціальний бар'єр, електрони долатимуть його на основі тунельного ефекту. Внаслідок цього ядра атомів металу втрачають електрони своїх зовнішніх оболонок. Їх електрони не зв'язані з окремими атомами, а усупільнені, тобто належать всьому металу. Такі “вільні” електрони поведуть себе подібно до електронного газу. Ці електрони називають електронами провідності. Їх концентрація дорівнює приблизно концентрації атомів металу, тобто на один атом металу припадає приблизно один електрон провідності. Так, на один атом срібла в середньому припадає 0,7 електрона, міді – 0,8, золота – 0,9, а алюмінію – близько двох електронів. У металах концентрація атомів становить  $10^{28} \text{ м}^{-3}$ . Наявністю вільних електронів пояснюється висока електропровідність і теплопровідність металів, їх специфічний блиск та особливі механічні властивості.

**Молекулярні кристали.** Ці кристали складаються з нейтральних атомів або молекул. До молекулярних кристалів належать майже всі органічні кристали та багато інших речовин (метан, бензол, нафталін, феноли, вуглекислі солі металів  $\text{CaCO}_3$ ,  $\text{MgCO}_3$  та ін.), а також структури з атомів інертних газів, які існують при низьких температурах: Ar ( $\leq 84 \text{ K}$ ), Kr ( $\leq 117 \text{ K}$ ), Xe ( $\leq 161 \text{ K}$ ). У таких речовин, як Ar,  $\text{CH}_4$ , енергія зв'язку приблизно 8 кДж/моль.

Молекулярні кристали погано проводять електричний струм. Більшість із них є діелектриками, проте деякі органічні сполуки мають напівпровідникові властивості. Майже всі молекулярні кристали діамагнітні, за винятком кристалів  $\text{O}_2$ , NO,  $\text{NO}_2$ ,  $\text{ClO}_2$ .

Зв'язок між атомами в молекулярних кристалах здійснюється слабкими електростатичними силами, зумовленими взаємною поляризацією. Ці сили називають силами Ван-дер-Ваальса. Розрізняють декілька типів сил Ван-дер-Ваальса: орієнтаційні, деформаційні та дисперсійні. Орієнтаційні сили виникають між полярними молекулами як диполями, які здійснюють один на одного орієнтуючі дії, оскільки їх різномірні полюси притягуються, а однойменні відштовхуються. Деформаційні сили виникають між полярною і неполярною молекулами. Електронна оболонка неполярної молекули в полі молекули – диполя деформується,

внаслідок чого виникає індукований дипольний момент. Дисперсійні сили пояснюють взаємодії неполярних молекул. Їх виникнення зумовлене взаємодією “миттєвих диполів”, що виникають у молекулах внаслідок руху електронів. Для молекулярних кристалів характерними є низька температура плавлення, кипіння і сублімації, а також значна стисливість.

**Кристали з водневими зв'язками.** Наприкінці XIX ст. виявили, що експериментально одержані значення молекулярної маси речовин, до яких входять гідроксильні групи OH, значно більші, ніж значення, одержані на основі відповідних хімічних формул даної сполуки. Це свідчить про наявність сильної асоціації молекул. Було зроблено припущення, що атом водню за певних умов здатний приєднувати два атоми кисню, які входять у дві різні молекули. Завдяки цьому виникає стійкий комплекс і молекулярна маса наче збільшується, оскільки в експериментах маємо справу не з окремими молекулами, а з їх асоціатами. Міжмолекулярний зв'язок, зумовлений гідроксильними групами OH, схематично зображають так:  $\text{O}-\text{H}\dots\text{O}$ . Він є окремим випадком водневого зв'язку. Крім кисню, за допомогою водневого зв'язку ефективно зв'язуються азот і фтор. Таким чином, атом водню створює між двома атомами кисню, фтору, азоту та іншими специфічний зв'язок, який і називають водневим. Рентгенографічним аналізом було встановлено, що водневий зв'язок, як правило, прямолінійний. Три атоми, що беруть участь у водневому зв'язку, по можливості розташовуються вздовж прямої лінії, а молекули в кристалі розміщуються так, щоб утворювалося як можна більше водневих зв'язків. Типовим прикладом кристала з переважаючим водневим зв'язком є кристал льоду. Наявність водневих зв'язків приводить до зменшення густини льоду порівняно з густиною води. У разі плавлення льоду частина водневих зв'язків руйнується і густина збільшується.

Водневий зв'язок пояснюється тим, що електрон атома водню слабо зв'язаний з протоном і легко зміщується до електровід'ємного атома кисню або азоту. Внаслідок цього протон майже “оголюється”, і створюється умова для зближення електровід'ємних атомів сусідніх молекул. При цьому електровід'ємні атоми в кристалах зближуються так, неначе атоми водню відсутні.

Водневі зв'язки можуть бути не тільки міжмолекулярними, але й внутрішньомолекулярними. Внутрішньомолекулярні зв'язки є одним з основних факторів, що забезпечує стабільність глобулярної структури молекул білків, яка визначає функціонування білків у живих клітинах та ін.

## § 14.2. Утворення енергетичних зон у кристалах

У § 3.3 т. 2 було введено поняття про енергетичні зони в кристалах. Це поняття базується на квантових уявленнях. Тому знову повернемося до питання про енергетичні зони. Будемо розглядати якісну сторону



цього питання, оскільки кількісні результати вимагають складних і громіздких обчислень. Крім того, для реальних кристалів при сучасному стані теорії провести точні розрахунки неможливо.

Візьмемо досить велике число тотожних атомів, які знаходяться один від одного на досить великих відстанях, тому взаємодія їх між собою практично відсутня. У такому випадку кожен з атомів поводить себе як ізольований. Йому властиві певні енергетичні рівні. Система з  $N$  віддалених атомів буде мати ті ж рівні енергії, але кожний рівень повториться  $N$  разів. Почнемо тепер неперервно наближати атоми один до одного. При цьому виникає взаємодія між ними, внаслідок чого кожний початковий енергетичний рівень почне якось неперервно зміщуватись. Врешті з великої кількості  $N$  атомів утвориться кристал. Стежачи за еволюцією окремих енергетичних рівнів, можна визначити й енергетичні рівні утвореного кристала. Якщо число  $N$  атомів досить велике, провести таку операцію практично неможливо. Проте це вдається зробити для двох атомів, а одержані результати використати для з'ясування питання про те, як якісно буде поводити себе і система з великого числа атомів.

Розглянемо більш детально процес зближення тотожних нескінченно віддалених атомів, якщо їх число  $N$  надзвичайно велике. У початковому стані взаємодія між ними відсутня. Тому кратність виродження кожного енергетичного рівня системи цих атомів буде також надзвичайно великою. Зближення атомів зумовлює взаємодію між ними і знімає виродження.

У кінцевому розташуванні, коли з атомів утворюється кристал, в якому наявні  $N$  атомів, кожен квантовий стан ізольованого атома розщеплюється на  $N$  квантових станів. Замість одного виродженого рівня виникає величезна їх кількість, утворюючи при цьому смугу або енергетичну зону.

Взаємодія атомів у разі їх зближення проявляється перш за все на електронах зовнішніх шарів, хвильові функції яких значно перекриваються. На внутрішніх електронах, хвильові функції яких перекриваються мало, ця взаємодія проявляється слабше. Тому атомні рівні таких електронів у твердому тілі переходять у досить вузькі смуги, а атомні рівні електронів зовнішніх шарів породжують значно більш широкі енергетичні зони. Найширшими виявляються зони, які відповідають рівням валентних електронів. Саме з цієї причини при нагріванні твердих тіл випромінюються не лінійчасті, а суцільні оптичні спектри.

Таким чином, енергетичний спектр кристала складається з декількох смуг, які називають *енергетичними зонами*, кожна з яких виникає внаслідок розщеплення енергетичних рівнів окремих атомів завдяки їх взаємодії. В процесі цього розщеплення беруть участь в основному валентні електрони, тобто електрони зовнішніх шарів атомів. Через надзвичайно велику кількість рівнів, на які зазнають розщеплення енерге-

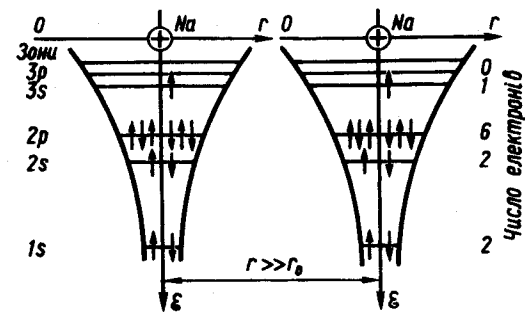


Рис. 14.1

тичні рівні ізольованих атомів, енергія кристала в межах кожної зони, можна вважати, змінюється неперервно. Сусідні енергетичні зони можуть бути розділені проміжками скінченної ширини. Енергія кристала не може набирати значень, що належать цим проміжкам. Вони утворюють в енергетичному спектрі кристала "щілини", які називають забороненими зонами. Всі інші зони називаються дозволеними. Можуть бути й такі випадки, коли сусідні зони впритул примикають одна до одної або перекривають одна одну. Крайня зона, якій відповідають найвищі рівні енергії, називається зоною провідності, а зони, яким відповідають енергії менші, ніж для зони провідності, називають валентними зонами.

Для прикладу розглянемо утворення енергетичних зон при утворенні кристала натрію. На рис. 14.1 показано електронну структуру двох атомів натрію в основному стані. Кожен атом представлено у вигляді потенціальної ями, що утворена кривою потенціальної енергії. Енергетичні рівні  $1s$ ,  $2s$  і  $2p$  заповнені електронами повністю, рівень  $3s$  – наполовину, а решта рівнів не заповнені. З рис. 14.1 видно, що в кожному з них є рівні з однаковими значеннями енергії, які завдяки різним значенням магнітних квантових чисел  $\epsilon$  ( $2l+1$ ) кратно виродженими (виродження за спіном не враховується).

У випадку зближення атомів до рівноважної відстані  $r_0$  (рис. 14.2) виродження знімається, тобто кожен вироджений рівень атома розщеплюється на  $(2l+1)$  невироджених підрівнів.

За принципом Паулі в кристалі не може бути двох однакових за енергією невироджених підрівнів. Тому кожен енергетичний рівень у кристалі розщеплюється в енергетичну зону, яка складається з відмінних за енергією невироджених підрівнів. Зближення атомів приводить також до зменшення як висоти потенціальних бар'єрів, так і їх ширини. Для стану на рис. 14.1 потенціальні бар'єри не дають можливості будь-яким, у тому числі й валентним,  $3s$ -електронам переходити від одного атома до другого, хоча висота бар'єрів для різних електронних станів різна.



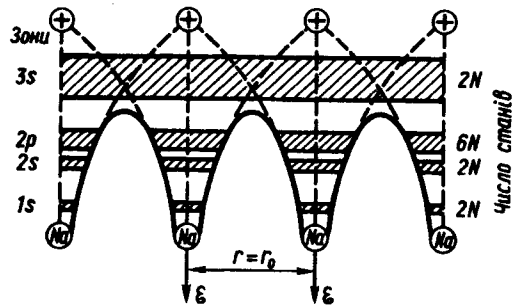


Рис. 14.2

Для атомів кристала натрію зниження бар'єрів стає більшим за положення рівня валентних  $3s$ -електронів (рис. 14.2). Тому ці електрони одержують можливість переходити від одного атома до іншого. Це означає, що валентні  $3s$ -електрони стають повністю усупільненими по всій ґратці, тобто стають вільними. Імовірність перебування таких електронів у будь-якому місці ґратки однакова.

На рис. 14.3 показано найбільш простий випадок утворення енергетичних зон із дискретних атомних рівнів. Видно, що вищі рівні розщеплюються сильніше (значніше), що відповідає тому порядку, в якому електронні підшари атомів взаємодіють між собою при зближенні атомів. Середні енергії смуг спочатку зменшуються, що свідчить про наявність сил притягання. Рівноважна відстань між атомами ( $r = r_0$ ) відповідає умовам мінімальної середньої енергії.

Електрони у твердому тілі можуть мати тільки ті енергії, значення яких лежить всередині енергетичних смуг, тобто в зонах дозволених енергій. Проміжки між ними являють собою енергії, що їх електрони даних речовин набувати не можуть (заборонені зони). Із збільшенням енергії електрона в атомі ширина дозволених зон збільшується, а ширина заборонених зон – зменшується.

На рис. 14.4 показано схему утворення енергетичних зон металічного натрію. Видно, що зони  $3s$  і  $3p$  перекриваються і утворюють мішану (гібридну) зону, яка заповнена електронами частково. Це означає, що коли до шматка твердого натрію прикладається електричне поле, то електрони легко набувають додаткових енергій до тих пір, поки вони залишаються в межах даної енергетичної

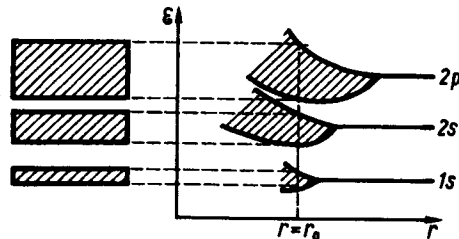


Рис. 14.3

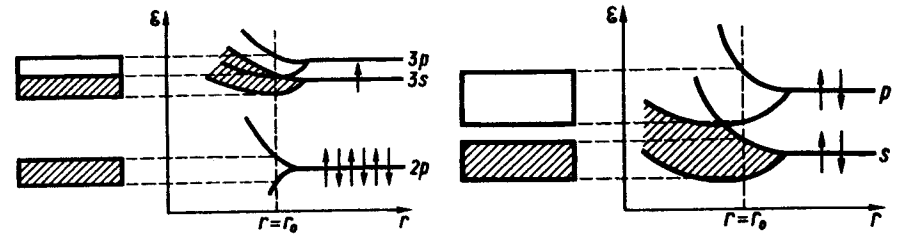


Рис. 14.4

Рис. 14.5

зони. Додаткова енергія проявляється у вигляді кінетичної енергії, а рухомі електрони вносять вклад в електричний струм. Отже, натрій є добрим провідником струму, як і інші кристалічні речовини, енергетичні смуги яких заповнені тільки частково.

На рис. 14.5 показано схему утворення енергетичних зон хімічних елементів, що мають структуру алмаза (алмаз, силіцій, германій). Тут зони, що виникають із  $s$ - і  $p$ -рівнів, перекриваються і розділяються на дві зони так, що в кожній із них міститься по чотири стани на атом: один  $s$ -стан і по три  $p$ -стани. Ці зони розділені забороненою зоною. Нижню дозволу зону називають валентною, верхню – зоною провідності. В алмаза ширина забороненої зони становить 6 еВ. Це означає, що електрону треба передати щонайменше 6 еВ додаткової енергії, щоб він зміг перейти із валентної зони в зону провідності. Для того, щоб електрон набув енергії 6 еВ на шляху  $10^{-8}$  м (така середня довжина вільного пробігу його в кристалі), потрібна напруженість електричного поля  $6 \cdot 10^8$  В/м, тобто приблизно в  $10^{10}$  разів більша за напруженість електричного поля для створення струму в натрії. Через це алмаз є дуже поганим провідником електричного струму і належить до ізоляторів.

Силіцій має подібну будову енергетичних зон. Проте ширина забороненої зони у нього становить 1,1 еВ. При низьких температурах силіцій як провідник набагато кращий за алмаз, але при кімнатній і вищих температурах невелика частка його електронів має достатню кінетичну енергію теплового походження, щоб перескочити заборонену смугу і з'явитися в зоні провідності. Цих електронів досить, щоб у разі наявності зовнішнього електричного поля виник струм певної сили. Електричний опір силіцію проміжний між опорами провідників та ізоляторів і дуже залежить від зовнішніх факторів (температури, опромінення тощо), через що він і належить до напівпровідників. У кристалах такого типу (які є напівпровідниками з власною недомішковою провідністю) число електронів у зоні провідності дорівнює числу дірок (незаповнених місць) у валентній зоні.

Якщо дно зони провідності розміщено трохи нижче, ніж верхній рівень валентної зони, то речовина є напівметалом. У напівметалах на

відміну від напівпровідників навіть при  $T \rightarrow 0$  в зоні провідності є невелика кількість електронів, що дорівнює числу дірок у валентній зоні. Незначне перекриття зон призводить до того, що в напівметалах число електронів провідності, які припадають на один атом речовини, значно менше, ніж у металах. Так, у напівметалічному вісмуті один електрон провідності припадає на  $10^5$  атомів. Зазначимо також, що на відміну від металів, в яких число електронів у зоні провідності практично не залежить від температури, у напівметалах (як і в напівпровідниках) число електронів у зоні провідності і дірок у валентній зоні збільшується з підвищенням температури.

Якщо валентна зона і зона провідності не перекриваються, але верхній рівень валентної зони дотикається до нижнього рівня зони провідності, то речовина є безщілинним напівпровідником.

У реальних кристалах завжди існують дефекти, тому матимуть місце відхилення реальних зон від наведених вище для ідеальних кристалів.

Якщо у вузлі іонної ґратки відсутній позитивний заряджений іон, то пустий вузол поводитиме себе так, ніби в цьому вузлі є негативний заряд. Енергетичні рівні електронів сусідніх вузлів підвищуються і з дозволеної зони можуть перейти в заборонену. Якщо ж у вузлі ґратки відсутній негативний іон, то такий пустий вузол притягуватиме електрони сусідніх вузлів, зменшуючи їхню енергію. Внаслідок цього енергетичні рівні цих електронів можуть зміститися із дозволеної зони в розташовану нижче неї заборонену зону. Енергетичні рівні в забороненій зоні кристала можуть виникати й тоді, коли в кристалі наявні домішкові атоми іншого хімічного елемента.

Введення в чистий напівпровідниковий кристал, наприклад, силіцію або германію, п'ятивалентних або тривалентних домішкових атомів істотно впливає на електричні властивості напівпровідника. Так, добавка в силіцій одного атома бору на  $10^5$  атомів силіцію збільшує провідність чистого силіцію в тисячі разів при кімнатній температурі. Оскільки при тій самій температурі ширина забороненої зони не змінюється, то значна зміна електропровідності напівпровідника при введенні в нього домішкових атомів може бути пояснена на основі припущення, що енергетичні рівні валентних електронів домішкових атомів розташовуються в забороненій зоні, причому поблизу нижнього рівня вільної зони або поблизу верхнього рівня валентної зони.

Розглянемо випадок, коли в силіційовий напівпровідник введено домішкові атоми, які мають більше валентних електронів, ніж атоми силіцію. Такими домішками можуть бути атоми фосфору, арсену, стибію, в яких є п'ять валентних електронів. Чотири із п'яти електронів домішкових атомів беруть участь в утворенні ковалентних зв'язків з чотирма найближчими сусідніми атомами силіцію. П'ятий електрон атома домішки не бере участі у зв'язках із сусідніми атомами. Його енергія зв'язку з атомом домішки зменшується, оскільки кулонівські сили

притягання цього електрона в кристалі зменшуються в  $\epsilon$  разів (діелектрична проникність силіцію  $\epsilon = 11,7$ ). Внаслідок цього енергія іонізації домішкового атома значно зменшиться і такі атоми порівняно легко втрачатимуть незадіяні у валентних зв'язках електрони, які у цьому разі ставатимуть електронами провідності. Втрата п'ятого електрона домішковим атомом не призводить до порушень ковалентних зв'язків у ґратці силіцію. Електрон стає вільним, але дірка на його місці не утворюється. Отже, з введенням п'ятивалентних домішкових атомів у кристалі з'являються вільні електрони.

Домішки, які зумовлюють додаткову появу електронів, називають донорами, або донорними домішками. Напівпровідники з донорною домішковою провідністю називають електронними, або напівпровідниками *n*-типу. У зонній теорії електропровідність напівпровідників *n*-типу пояснюється так. Із введенням у кристал донорних домішок у забороненій зоні поблизу нижнього краю зони провідності 1 розміщується домішковий донорний енергетичний рівень 2 (рис. 14.6, а). Утворення домішкового рівня, а не домішкової зони, пояснюється тим, що концентрація домішкових атомів у кристалі напівпровідника незначна, і вони між собою практично не взаємодіють. Різниця між значеннями енергії донорного рівня і нижнім рівнем зони провідності являє собою енергію іонізації донорних домішок.

Опишемо випадок, коли в напівпровідник введено домішкові атоми, валентність яких менша від валентності атомів кристала. Для германію та силіцію такими домішковими атомами можуть бути атоми бору, індію та ін. При заміні атома силіцію у вузлі кристалічної ґратки тривалентним домішковим атомом один із ковалентних зв'язків буде незаповненим, оскільки домішковий атом має тільки три валентних електрони. Домішковий атом нейтральний, і незаповнений ковалентний зв'язок біля домішкового атома не несе незкомпенсованого заряду, тобто не являє собою дірку. Внаслідок теплового руху деякі валентні електрони атомів силіцію здатні перейти на незаповнений ковалентний зв'язок біля домішкового атома. Для цього необхідна значно менша енергія, ніж енергія для подолання забороненої зони. У місцях розривання ковалентних зв'язків між атомами силіцію виникає дірка, якій відповідає незкомпенсований позитивний заряд. Домішки, які зумовлюють діркову провідність, називають акцепторними. Біля тривалентного атома вини-

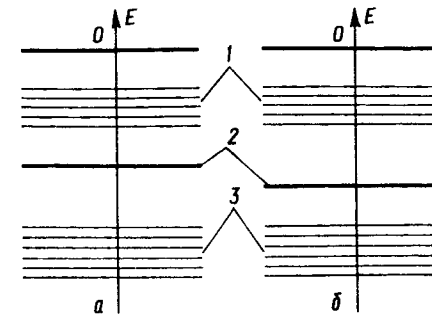


Рис. 14.6

кає надлишковий негативний заряд, але він зв'язаний з даним атомом, а тому не може бути носієм струму.

Через хаотичність теплового руху заповнення дірки валентним електроном відбуватиметься від будь-якого сусіднього атома силіцію. При цьому дірка рухатиметься хаотично, а її траєкторія буде подібна до траєкторії руху броунівської частинки. За наявності зовнішнього електричного поля дірки рухатимуться в напрямі поля. Домішкову провідність напівпровідників, зумовлену рухом дірок, називають дірковою, або провідністю  $p$ -типу. Провідність  $p$ -типу зонна теорія пояснює так. При введенні в кристал акцепторних домішок у забороненій зоні поблизу верхнього рівня валентної зони 3 розміщується акцепторний енергетичний рівень 2 (рис. 14.6, б). Різниця між значеннями енергії акцепторного рівня і верхнього рівня валентної зони являє собою енергію іонізації акцепторних домішок.

Оскільки властивості напівпровідників та контактні явища у металах і напівпровідниках розглядаються у т. 2, розд. 4, то на цьому питанні не зупиняємося.

### § 14.3. Рівняння Шредінгера для електрона у кристалі

До визнання наявності енергетичних зон у кристалах приводить аналіз розв'язків рівняння Шредінгера для електрона у кристалі. Як уже зазначалося, розв'язати точно рівняння Шредінгера для кристала в цілому практично неможливо, оскільки в нього входить величезна кількість змінних ( $\sim 10^{23}$  для макроскопічного зразка). Тому для пояснення фізичних властивостей твердого тіла користуються наближеними методами, які спрощують і саму задачу, і загальний вигляд її розв'язку. Так, застосування адіабатичного і одноелектронного наближення перетворює рівняння для всього кристала в рівняння для однієї частинки.

Адіабатичне наближення базується на тому, що середня швидкість електронів як легких частинок набагато перевищує швидкість ядер. За час, протягом якого електрони проходять значний шлях, розташування ядер у кристалі практично не змінюється. Тому вважають, що ядра при цьому нерухомі.

Одноелектронне наближення є одним із фундаментальних методів теорії твердого тіла. Воно полягає в тому, що справжнє потенціальне поле, яке визначається миттєвим положенням всіх електронів і описується потенціальною енергією  $U_e$ , замінюється на поле, створене усередненим просторовим зарядом решти електронів  $\Omega(r_i)$  та нерухомими іонами кристалічної ґратки  $V(r_i)$

$$U_e(r_i) = \Omega(r_i) + V(r_i).$$

Таке поле називають самоузгодженим (поле Хартрі – Фока). Тоді стаціонарне рівняння Шредінгера  $i$ -го електрона матиме вигляд

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \varphi(r) + [\Omega(r) + V(r)]\varphi(r) = \epsilon \varphi(r). \quad (14.1)$$

Розв'язок рівняння (14.1) знаходять так. Обчислюють  $\Omega$  на основі одноелектронних хвильових функцій нульового наближення, підібраних інтуїтивно. Після цього із системи рівнянь типу (14.1) визначають хвильові функції в першому наближенні, потім – хвильові функції в другому наближенні і т.д. У теорії твердого тіла поле  $\Omega$  часто розглядають як постійну величину і вважають, що вона дорівнює нулю. Таким чином, задача про електронні властивості кристала зводиться до задачі про рух одного електрона в періодичному полі кристалічної ґратки.

Розглянемо деякі особливості руху електрона в кристалі на прикладі лінійної моделі кристалічного тіла, яку називають моделлю Кроніга – Пенні. Ця модель визначається потенціальною енергією електрона  $V(x)$ , графік якої наведено на рис. 14.7. Функція  $V(x)$  – періодична з періодом  $a$ , тобто  $V(x+a) = V(x)$ .

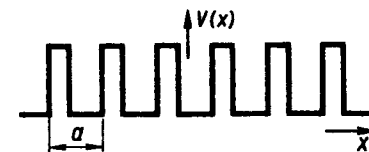


Рис. 14.7

Для спрощення обмежимося розглядом одновимірного кристала (тобто нескінченного прямолінійного ланцюжка однакових атомів, що знаходяться на постійній відстані  $a$  один від одного). Рівняння Шредінгера для стаціонарних станів у цьому випадку має вигляд

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + U(x)\varphi = \epsilon \varphi, \quad (14.2)$$

або

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \kappa^2(x)\varphi = 0, \quad (14.3)$$

де  $\kappa^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(\epsilon - U)$ . Рівняння (14.3) – лінійне диференціальне рівняння другого порядку зі змінними періодично коефіцієнтами, оскільки у разі відсутності зовнішнього поля  $\kappa^2(x+a) = \kappa^2(x)$  для будь-якого  $x$ . Його називають рівнянням Хілла.

Проведемо дослідження загального вигляду розв'язків цього рівняння, користуючись періодичністю функції  $\kappa^2(x)$ , результатом якої є

$$\frac{d^2 \varphi(x+a)}{dx^2} + \kappa^2(x+a)\varphi(x+a) = \frac{d^2 \varphi(x+a)}{dx^2} + \kappa^2(x)\varphi(x+a). \quad (14.4)$$

З (14.4) видно, що якщо функція  $\varphi(x)$  є розв'язком рівняння Хілла, то функція  $\varphi(x+a)$  також буде розв'язком того ж рівняння. Якщо  $\varphi_1(x)$  і  $\varphi_2(x)$  – будь-яких два довільних лінійно незалежних розв'язки рівняння (14.3), то його загальний розв'язок можна подати у вигляді

$$\varphi(x) = C_1\varphi_1(x) + C_2\varphi_2(x),$$

де  $C_1$  і  $C_2$  – довільні сталі.

Доведемо, що серед розв'язків рівняння (14.3) існує такий розв'язок  $\Phi(x)$ , коли для будь-якого  $x$   $\Phi(x+a) = \lambda\Phi(x)$ , де  $\lambda$  – стала. Якщо такий розв'язок існує, то його також можна подати у вигляді

$$\Phi(x) = C_1\varphi_1(x) + C_2\varphi_2(x).$$

Для спрощення розрахунків виберемо лінійно незалежні розв'язки  $\varphi_1(x)$  і  $\varphi_2(x)$  так, щоб вони задовольняли умовам

$$\varphi_1(0) = 1, \quad \varphi_1'(0) = 0;$$

$$\varphi_2(0) = 0, \quad \varphi_2'(0) = 1.$$

(У такому випадку кажуть, що функції  $\varphi_1(x)$  і  $\varphi_2(x)$  утворюють фундаментальну систему розв'язків). Тоді при  $x=0$  вимоги  $\Phi(x+a) = \lambda\Phi(x)$  і  $\Phi'(x+a) = \lambda\Phi'(x)$  запишуться так:

$$C_1\varphi_1(a) + C_2\varphi_2(a) = \lambda C_1,$$

$$C_1\varphi_1'(a) + C_2\varphi_2'(a) = \lambda C_2$$

або

$$[\varphi_1(a) - \lambda]C_1 + \varphi_2(a)C_2 = 0,$$

$$\varphi_1'(a)C_1 + [\varphi_2'(a) - \lambda]C_2 = 0.$$

Розв'язки цієї системи лінійних однорідних рівнянь (відносно  $C_1$  і  $C_2$ ) існують за умови

$$\begin{vmatrix} \varphi_1(a) - \lambda & \varphi_2(a) \\ \varphi_1'(a) & \varphi_2'(a) - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

або

$$\lambda^2 - [\varphi_1(a) + \varphi_2'(a)]\lambda + [\varphi_1(a)\varphi_2'(a) - \varphi_1'(a)\varphi_2(a)] = 0. \quad (14.5)$$

Шляхом диференціювання з врахуванням рівняння (14.3) легко переконатися, що

$$\frac{d}{dx} [\varphi_1(x)\varphi_2'(x) - \varphi_1'(x)\varphi_2(x)] = 0.$$

Отже, третій доданок (14.5) являє собою функцію, яка є сталою величиною. Її значення для  $x=0$  перетворюється в одиницю. Такого ж

значення набирає ця функція і для  $x=a$ . Позначимо  $\varphi_1(a) + \varphi_2'(a) = 2L$ . Величина  $L$  є стала і називається *сталою Ляпунова*. Її значення визначається функцією  $\kappa$ , тобто параметром  $\varepsilon$ .

На основі цього рівняння (14.5) набирає вигляду

$$\lambda^2 - 2L\lambda + 1 = 0,$$

розв'язками якого є

$$\lambda_{1,2} = L \pm \sqrt{L^2 - 1}.$$

Цим самим визначиться не один, а два розв'язки рівняння (14.3):  $\Phi_1(x)$  і  $\Phi_2(x)$ , які задовольняють необхідним вимогам. Розв'язки  $\Phi_1(x)$  і  $\Phi_2(x)$  лінійно незалежні, і їх зручно для подання загального розв'язку взяти у вигляді

$$\varphi = C_1\Phi_1(x) + C_2\Phi_2(x). \quad (14.6)$$

Самі розв'язки  $\Phi_1(x)$  і  $\Phi_2(x)$  не можуть бути знайдені, якщо функція  $x^2(x)$  невідома, а параметр  $\varepsilon$  нефіксований. Проте це не перешкоджає оперувати функціями  $\Phi_1(x)$  і  $\Phi_2(x)$  для встановлення загальних властивостей розв'язків рівняння (14.3). Властивості цих розв'язків істотно залежать від сталої  $L$ .

Припустимо спочатку, що стала  $L$  за модулем більша від одиниці  $|L| > 1$ . Тоді корені  $\lambda_1$  і  $\lambda_2$  є дійсними і різними. Тому з рівняння  $\Phi(x+a) = \lambda\Phi(x)$  випливає, що у випадку, коли  $x \rightarrow \infty$ , одна з функцій  $\Phi_1(x)$  або  $\Phi_2(x)$  необмежено зростає, а коли  $x \rightarrow -\infty$ , необмежено зростає інша. Внаслідок цього при  $|L| > 1$  ні один із розв'язків  $\Phi_1(x)$  і  $\Phi_2(x)$ , а отже, і довільна лінійна комбінація їх зі сталими коефіцієнтами (14.6) не може бути хвильовою функцією електрона в кристалі. Це означає, що в кристалі не існує станів з енергією  $\varepsilon$ , для яких  $|L| > 1$ . Такі енергії утворюють заборонені енергетичні зони.

Якщо ж  $|L| < 1$ , то можна взяти  $L = \cos ka$ , де  $k$  – стала. Тоді

$$\lambda_{1,2} = \cos ka \pm i \sin ka = e^{\pm ika}.$$

Отже,

$$\Phi_{1,2}(x+a) = e^{\pm ika} \Phi_{1,2}(x), \quad (14.7)$$

тобто зі зміною  $x$  на  $a$  модуль функції  $\Phi(x)$  не змінюється, а змінюється тільки її фаза. Обидві функції  $\Phi_1(x)$  і  $\Phi_2(x)$ , а також їх довільна лінійна комбінація зі сталими коефіцієнтами можуть бути розв'язками рівняння Шредінгера (14.2). Тому можливі тільки такі значення енергії  $\varepsilon$ , для яких  $|L| < 1$ . Вони утворюють дозволені енергетичні зони кристала. Таким чином, ми прийшли до зонної структури енергетичного спектра

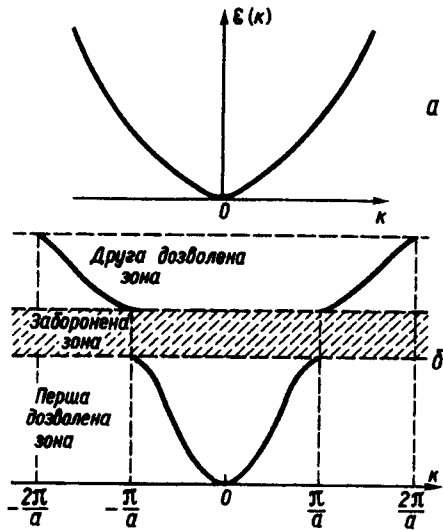


Рис. 14.8

електрона у кристалі. У межах кожної зони енергія електрона змінюється неперервно. Це зумовлено припущенням про безмежність ланцюжка періодично розташованих атомів. Якби цей ланцюжок був обмежений, то на його кінцях повинні виконуватись певні граничні умови, які й перетворили б неперервний спектр зони в ряд з більш чи менш тісно розташованих ліній. На рис. 14.8 показано графіки залежності енергії від хвильового вектора для вільного електрона (рис. 14.8, а) і для лінійного ланцюжка з однакових атомів (рис. 14.8, б), відстань між якими дорівнює  $a$ .

Хвильові функції  $\Phi_1(x)$  і  $\Phi_2(x)$  можуть бути подані в такому вигляді:

$$\Phi_{1,2}(x) = e^{\pm ikx} P_{1,2}(x).$$

Очевидно,  $\Phi_{1,2}(x+a) = e^{\pm ik(x+a)} P_{1,2}(x+a)$ .

На основі формули (14.7)

$$\Phi_{1,2}(x+a) = e^{\pm ikx} \Phi_{1,2}(x) = e^{\pm ik(x+a)} P_{1,2}(x).$$

Отже,

$$P_{1,2}(x+a) = P_{1,2}(x), \quad (14.8)$$

тобто функції  $P_1(x)$  і  $P_2(x)$  періодичні з періодом  $a$ .

Якщо ще врахувати часовий множник  $e^{-i\omega t}$ , то у разі відсутності зовнішніх силових полів можливі повні хвильові функції в кристалі можна подати у вигляді

$$\begin{aligned} \Psi_1(x,t) &= P_1(x) e^{-i(\omega t - kx)}; \\ \Psi_2(x,t) &= P_2(x) e^{-i(\omega t - kx)}. \end{aligned} \quad (14.9)$$

Ці хвилі описують "вільний рух" електрона в кристалі, коли всі діючі на нього сили обмежені взаємодією з іонами кристалічної ґратки та іншими електронами, а зовнішніх силових полів немає. Вони називаються *хвилями Блоха*. На відміну від плоских хвиль де Бройля, що поширюються у вільному просторі, у хвилях Блоха величини  $P_1(x)$  і  $P_2(x)$  не сталі, а просторово модульовані, тобто періодично змінюються

вздовж ланцюжка з періодом  $a$ . Через таку просторову модуляцію при вільному поширенні  $\Psi$ -хвиль у кристалі величину  $\hbar k$  називають *квазіімпульсом електрона*, тоді як при русі електрона у вільному просторі така величина є просто імпульсом.

У тривимірних кристалах плоска хвиля Блоха має вигляд, аналогічний (14.9). Тільки  $P(x)$  замінюється на функцію  $P(\vec{r})$ , яка має ту ж просторову періодичність, що й сама ґратка, а хвильове число  $k$  – на хвильовий вектор  $\vec{k}$ , якому відповідає квазіімпульс  $\hbar \vec{k}$ .

Вибором сталої Ляпунова, а з нею і квазіімпульсу визначається з точністю до сталого множника хвильова функція Блоха. Отже, визначається і енергія електрона  $\epsilon$ , яка входить у стаціонарне рівняння Шредінгера як сталий параметр. Таким чином, у межах кожної зони допустимі значення енергії електрона можуть бути подані як функції квазіімпульсу

$$\epsilon = \epsilon(p).$$

Звідси отримуємо

$$\omega = \omega(k),$$

оскільки  $\epsilon = \hbar\omega$ . Обидва ці співвідношення називаються законами дисперсії електронних хвиль або електрона в кристалі.

У всіх попередніх розрахунках як масу електрона розглядали масу  $m_e$  вільного електрона. Проте вимірювання параметрів енергетичних зон реальних металів та інші вимірювання показали, що електрон у стані трансляційного руху поводить себе не так, як повинен був би при масі  $m_e$ . Такому електрону відповідає інше значення маси, яке залежить від природи речовини. Ця величина, що має цілком певне значення для конкретної речовини, називається ефективною масою електрона  $m_{\text{еф}}^*$ .

Виділимо яку-небудь дозволена зону і розглянемо співвідношення поблизу її меж, за якими знаходяться заборонені зони. На нижній межі дозволена зона енергія  $\epsilon$  мінімальна, а на верхній – максимальна. Це означає, що похідна  $d\epsilon/dp$ , а з нею й усереднена швидкість електрона на обох межах такої зони перетворюються в нуль. Тому поблизу межі кожної зони розкладання  $\epsilon$  за степенями  $p = \hbar k$  може починатись тільки з квадратичного члена. Якщо енергію відраховувати від межі зони, а квазіімпульси в місцях максимуму або мінімуму вважати рівними нулю, то одержимо

$$\epsilon = p^2 / 2m_{\text{еф}},$$

де

$$\frac{1}{m_{\text{еф}}} = \left( \frac{d^2\epsilon}{dp^2} \right)_{p=0}.$$

Ефективна маса  $m_{\text{еф}}$  на нижній межі зони (мінімум  $\epsilon$ ) додатна, тоді як на верхній межі (максимум  $\epsilon$ ) вона від'ємна. Так, електрони провідності заліза, кобальту і платини мають ефективну масу  $m_{\text{еф}} \approx 10m_e$ , а вісмуту –  $m_{\text{еф}} \approx 10^{-2}m_e$ . Зазначимо, що відмінність між  $m_e$  і  $m_{\text{еф}}$  зумовлена взаємодією електрона з кристалічною ґраткою.

#### § 14.4. Поняття про квантові статистики.

##### Функція розподілу Фермі – Дірака

Як відомо, статистична фізика вивчає специфічні закономірності систем, що складаються з величезної кількості мікрочастинок. Головне завдання статистичної фізики полягає у визначенні макроскопічних характеристик систем за властивостями і поведінкою їх складових мікрочастинок (молекул, атомів, іонів, електронів, фотонів та ін.) без урахування динаміки окремих частинок.

Для визначення властивостей систем, які складаються з величезної кількості частинок, рух яких підпорядкований квантовій механіці, створена квантова статистика.

Оскільки мікрочастинок мають хвильові властивості, то неможливо точно визначити їх координати і необхідно їх уявляти “розмазаними” в просторі. При наявності в деякому об'ємі великої кількості частинок їх не можна відрізнити одну від одної. У цьому і полягає принцип тотожності, або нерозрізненості, мікрочастинок.

Під тотожністю частинок, наприклад електронів, розуміють частинки, які мають ту саму масу, однакові електричні заряди та інші характеристики.

Згідно з цим принципом стани системи частинок, отримані шляхом перестановки тотожних частинок місцями, неможливо розрізнити в жодному експерименті, і такі стани повинні розглядатися як один фізичний стан.

У класичній механіці навіть однакові частинки завжди можна розрізнити за їх станами, тобто за їх розміщенням у просторі й імпульсами. Якщо пронумерувати частинки в певний момент часу, то в наступні моменти часу можна простежити за траєкторіями їх руху. Властивості систем з однакових частинок нічим істотно не відрізняються від властивостей систем із різних частинок.

У квантовій механіці становище зовсім інше. Відповідно до співвідношення невизначеностей поняття траєкторії незастосовне до мікрочастинок. Тому неможливо простежити за рухом кожної частинки окремо. Оскільки мікрочастинок мають хвильові властивості, то їх рух розглядається як поширення хвильового пакета. У тій області простору, де відбувається перекривання хвильових пакетів, через нерозрізнюваність частинок неможливо визначити, яку саме частинку реєструватиме

відповідний прилад. З цих самих причин у квантовій механіці неможливо вказати, яка з частинок і в якому напрямі відхилитиметься при зіткненні з іншою. Таким чином, у квантовій механіці однакові частинки цілком втрачають свою індивідуальність.

Відповідно до принципу тотожності частинок хвильові функції системи, одержаної перестановкою пари частинок, відрізняються множителем  $e^{if}$  ( $f$  – дійсне число), який не впливає на густину ймовірності

$|\Psi|^2$  виявлення частинки та на середні значення фізичних величин. У разі наступної перестановки частинок хвильова функція відрізнитиметься від вихідної множителем  $e^{2if}$ . Оскільки при цьому система повертається в початковий стан, то  $e^{2if} = 1$  і  $e^{if} = \pm 1$ . Отже, при перестановці пари частинок місцями хвильова функція або залишається без змін, або міняє свій знак на протилежний. У першому випадку хвильова функція симетрична, а в другому – асиметрична.

Дослід показує, що симетрія або антисиметрія хвильової функції залежить від спіна частинки. Системи частинок із півцілим спіном (електрони, протони, нейтрони та ін.) описуються тільки антисиметричними хвильовими функціями, а системи частинок із цілим спіном (фотони, мезони та ін.) – симетричними хвильовими функціями. Цей дослідний факт В. Паулі обґрунтував у межах квантової теорії поля. Таким чином, спін являє собою одну з фундаментальних характеристик елементарних частинок. Він визначає поведінку системи однакових частинок навіть у тих випадках, коли силовою взаємодією між ними можна знехтувати. Так, у квантовій статистиці встановлено, що властивості ідеального газу залежать від того, який спін мають складові частинки газу.

Від типу симетрії хвильової функції залежить число різних можливих станів системи частинок, які, у свою чергу, описуються різними квантовими статистиками.

Системи частинок, що описуються симетричними хвильовими функціями, підлягають статистиці Бозе – Ейнштейна. Системи частинок, які описуються антисиметричними функціями, підлягають статистиці Фермі – Дірака.

При розгляді як класичної, так і квантової систем основне завдання полягає в знаходженні функції розподілу системи за можливими її станами. До таких функцій належать функції розподілу частинок за швидкостями, імпульсами та енергіями в умовах термодинамічної рівноваги. Ці функції одержують методом комірок Больцмана, за яким систему з  $N$  частинок в об'ємі  $V$  і повною енергією  $\epsilon$  поділяють на скінченне число  $m$  комірок ( $m \ll N$ ) з різними енергіями  $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$  і числами заселення частинок  $n_1, n_2, \dots, n_m$ , де  $n_i$  – число частинок в  $i$ -й комірці з енергією  $\epsilon_i$ . Цей метод застосовують до різних моделей поведінки частинки: Максвелла – Больцмана, Бозе – Ейнштейна, Фермі – Дірака. У

моделі Максвелла – Больцмана розглядається система частинок, які можуть за певними ознаками відрізнятися одна від одної. На основі такої моделі одержано функцію розподілу Максвелла – Больцмана. Як відомо, мікрочастинки нерозрізніми, тому, щоб отримати функції розподілу їх за відповідними станами, необхідні інші моделі. Моделі, в яких частинки розглядаються як тотожні, називають моделями Бозе – Ейнштейна і Фермі – Дірака. Вони між собою відрізняються поведінкою частинок по відношенню до мікростанів. Якщо в певному стані може знаходитись не більше однієї частинки, то таку модель називають моделлю Фермі – Дірака. Якщо в певному стані може знаходитись будь-яка кількість частинок, то таку модель називають моделлю Бозе – Ейнштейна. Статистична теорія, яка ґрунтується на моделі Фермі – Дірака або Бозе – Ейнштейна, відповідно називається *статистикою Фермі – Дірака* або *Бозе – Ейнштейна*.

Реальні частинки являють собою нерозрізніми частинки, тому вони не відповідають моделі Максвелла – Больцмана, а підлягають статистикам Фермі – Дірака або Бозе – Ейнштейна. Незважаючи на те, що не існує частинок, які підлягають статистиці Максвелла – Больцмана, вона правильно описує поведінку частинок у багатьох випадках. Це зумовлено тим, що формули статистик Фермі – Дірака і Бозе – Ейнштейна переходять у формули статистики Максвелла – Больцмана, коли число можливих для частинок станів значно більше, ніж число частинок, які могли б зайняти ці стани.

Розглянемо детальніше стан вільних електронів, які утворюють у металах електронний газ. За своїми властивостями вони відрізняються від молекул звичайного газу. Тому і закони статистичного розподілу цих частинок виявляються також різними: звичайний газ описується статистикою Максвелла – Больцмана, електронний газ – квантовою статистикою Фермі – Дірака. Для з'ясування відмінностей між цими статистиками розглянемо вихідні положення, на яких вони базуються.

1. Статистика Максвелла – Больцмана має справу з частинками, рух яких описується законами класичної механіки. Стан будь-якої з цих частинок однозначно визначається координатами  $x, y, z$  і складовими імпульсу  $p_x, p_y, p_z$ . Як координати, так і імпульси можуть змінюватися неперервно. Тому можливі стани, які нескінченно мало відрізняються один від одного координатами, імпульсами й енергіями. Ці стани класична статистика вважає різними.

Електрони, що утворюють електронний газ, мають хвильові властивості, і їх стан описується хвильовим рівнянням Шредінгера. Вивчення мікрочастинок показало, що за законами квантової механіки їх енергія, момент імпульсу, магнітний момент та інші характеристики електрона у твердому тілі можуть набирати дискретний ряд значень, тобто вони можуть набирати тільки певні значення. Кожне таке значення відповідає певному квантовому стану електрона у твердому тілі.

Наявність у електрона хвильових властивостей виключає можливість розрізнити два стани  $x, y, z, p_x, p_y, p_z$  і  $x + dx, y + dy, z + dz, p_x + dp_x, p_y + dp_y, p_z + dp_z$ , якщо добуток  $dx dy dz dp_x dp_y dp_z$  виявиться меншим  $h^3$  (співвідношення невизначеностей), тобто

$$dx dy dz dp_x dp_y dp_z < h^3, \quad (14.10)$$

де  $h$  – стала Планка. Оскільки добуток  $dx dy dz dp_x dp_y dp_z$  являє собою елемент шестивимірного фазового простору  $dt$ , то із співвідношення (14.10) випливає, що різним елементам фазового простору  $dt$  будуть відповідати різні квантові стани електрона тільки в тому випадку, якщо розмір цих елементів не менший  $h^3$ . Тому у квантовій статистиці за елементарну комірку шестивимірного фазового простору беруть об'єм, рівний  $dt = h^3$ .

При розгляді вільних електронів вважають, що їх потенціальна енергія однакова у всіх точках металу, внаслідок чого розподіл їх в об'ємі  $V$  є рівномірним. У такому випадку замість шестивимірного фазового простору  $X, Y, Z, P_x, P_y, P_z$  користуються тривимірним простором імпульсів  $P_x, P_y, P_z$  і розбивають його на елементарні комірки розміром

$$dt = \frac{h^3}{V}.$$

Кожній такій комірці відповідає окремий квантовий стан, який відрізняється від інших станів. Таким чином, перша відмінність квантової статистики від статистики Максвелла – Больцмана полягає в методі поділу фазового простору на елементарні комірки. Класична статистика не накладає ніяких обмежень на величину цих комірок, вважаючи, що вони можуть бути як завгодно малими. Квантова статистика вважає, що фізичний зміст мають тільки комірки, розміри яких не менші  $h^3$  для шестивимірного фазового простору і  $h^3/V$  – для тривимірного простору імпульсів.

2. Електрони підпорядковані принципу Паулі, згідно з яким у твердому тілі в кожному квантовому стані з енергією  $\epsilon$  може знаходитись не більше двох електронів, спіни яких антипаралельні. Це означає, що кожна комірка  $h^3/V$  простору імпульсів, яка відповідає даному квантовому стану, може вмістити не більше двох електронів.

3. Статистика Максвелла – Больцмана індивідуалізує молекули газу, вважаючи, що їх можна відрізнити одну від одної. Тому переставлення місцями двох молекул, які знаходяться в різних станах, призводить, згідно з класичною статистикою, до нового мікроскопічного стану системи. Квантова ж статистика вважає всі частинки нерозрізними

(тотожними), тому переставлення їх місцями, як уже зазначалось, не призводить до появи нового мікростану.

Головне завдання статистики Фермі – Дірака, як і будь-якої іншої фізичної статистики, полягає у відшуканні функції розподілу  $f$ , що відповідає рівноважному (найімовірнішому) стану системи і має такий зміст. Уявімо шматок металу об'ємом  $V$ , в якому знаходиться  $N$  вільних електронів, що утворюють електронний газ. Збудуємо простір імпульсів з осями координат  $P_x, P_y, P_z$ . Поділимо цей простір на елементарні комірки об'ємом  $h^3/V$ . Кожній такій комірці відповідає певний квантовий стан з енергією  $\epsilon$ . Функція розподілу виражає ймовірність заповнення цих комірок електронами або, що те ж саме, середній ступінь заповнення комірок електронами. Так, комірки, для яких  $f(\epsilon) = 1/2$ , заповнені в середньому наполовину, а комірки, для яких  $f(\epsilon) = 1$ , заповнені повністю і т.д.

Статистичний розрахунок, який ґрунтується на врахуванні зазначених вище властивостей частинок електронного газу, дає такий вираз для функції розподілу Фермі – Дірака:

$$f(\epsilon) = \frac{1}{e^{(\epsilon-\mu)/kT} + 1}, \quad (14.11)$$

де  $\epsilon$  – енергія, що відповідає заповнюваній комірці;  $k$  – стала Больцмана;  $T$  – абсолютна температура;  $\mu$  – хімічний потенціал, віднесений до однієї частинки і рівний  $\mu = (U - TS + pV)/N$ ; тут  $U$  – внутрішня енергія системи;  $S$  – ентропія;  $p$  – тиск;  $V$  – об'єм системи;  $N$  – кількість частинок у системі. Хімічний потенціал виражає роботу, яка виконується за даних умов для збільшення числа частинок системи на одиницю. Величину  $\mu$  називають також енергією Фермі, яку позначають  $\epsilon_F$ . В наступних викладках у формулах замість  $\mu$  будемо користуватись величиною  $\epsilon_F$ .

Найважливіша особливість функції розподілу Фермі – Дірака (14.11) полягає в слабкій залежності розподілу від температури і в появі так званого нульового рівня енергії. Остання властивість тісно зв'язана з принципом Паулі. У класичній теорії газів абсолютний нуль характеризується тим, що при цій температурі дорівнює нулю середня кінетична енергія частинок газу, а разом з нею і енергія кожної окремої частинки. Отже, з класичної точки зору при абсолютному нулі частинки газу знаходяться у спокої.

Сукупність частинок, які описуються статистикою Фермі – Дірака, називають Фермі-газ. Фермі-газ при абсолютному нулі поводить себе зовсім не так, як ідеальний газ. Прикладом Фермі-газу може бути електронний газ у металі. У такому газі електрони розподіляються

відповідно до принципу Паулі на різних квантових станах так, щоб повна енергія газу мала найменше значення. Оскільки в кожному квантовому стані може перебувати не більше одного електрона, то вони займають всі стани з енергіями від найменшого, так званого нульового, рівня до деякого найбільшого, величина якого ви-

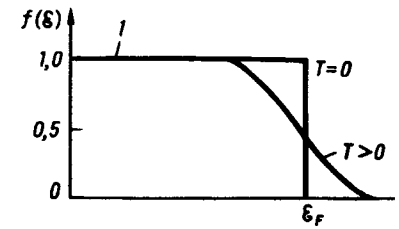


Рис. 14.9

значається числом електронів у газі. Останній електрон займає рівень із максимальною енергією. Цей рівень називають рівнем Фермі, а енергію, що відповідає цьому рівню, – енергією Фермі.

На рис. 14.9 показано функцію розподілу (14.11) для двох температур ( $T = 0$  і  $T > 0$ ). При абсолютному нулі функція (14.11) дорівнює одиниці для значень  $\epsilon < \epsilon_F$ , після чого функція  $f(\epsilon)$  стрибком падає до нуля. Це означає, що всі стани з енергіями, які нижчі за рівень Фермі, заповнені електронами, а з більш високими енергіями – вільні. Таким чином, функцію (14.11) можна трактувати і як ймовірність, і як середню кількість частинок, що припадає на один стан, враховуючи, що  $f(\epsilon)$  завжди знаходиться між нулем і одиницею. З підвищенням температури графік розподілу стає більш пологим. Для  $T > 0$  стани з енергією порядку  $kT < \epsilon_F$  починають частково звільнитись, а стани з енергією порядку  $kT > \epsilon_F$  починають частково заповнюватись. Розподіл називають виродженим, якщо  $kT \ll \epsilon_F$ , і не виродженим, коли  $kT > \epsilon_F$ . Це означає, що електронний газ у металах при  $T = 0$  повністю вироджений.

Для розрахунку концентрації електронів у твердому тілі, крім функції розподілу, потрібно знати число станів, що відповідають певній енергії. Якщо відома густина станів  $g(\epsilon)$ , то розподіл електронів  $n(\epsilon) = g(\epsilon)f(\epsilon)$ . На рис. 14.10 для статистики Фермі – Дірака показано розподіл електронів  $n(\epsilon)$  для  $T = 0$  і  $T > 0$ .

Знайдемо формулу, яка виражає закон розподілу електронів за енергіями. Для цього визначимо число електронів в одиниці об'єму металу, енергія яких знаходиться в інтервалі від  $\epsilon$  до  $\epsilon + d\epsilon$ . Для цього збудуємо у просторі імпульсів дві концентричні сфери з радіусами  $p$  і  $p + dp$  (рис. 14.11). Цим сферам відповідають енергії  $\epsilon$  і  $\epsilon + d\epsilon$ . Об'єм шару між цими сферами дорівнює  $4\pi p^2 dp$ . У цьому шарі розташується  $Z$  елементарних комірок  $h^3/V$

$$Z = \frac{4\pi p^2 dp}{h^3/V}$$



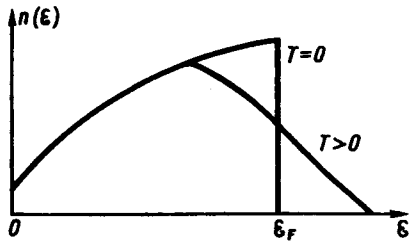


Рис. 14.10

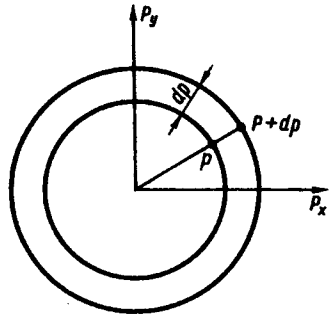


Рис. 14.11

Оскільки  $p^2 = 2m\varepsilon$  і  $dp = \left(\frac{m}{2\varepsilon}\right)^{1/2} d\varepsilon$ , то для  $Z$  одержуємо вираз

$$Z = \frac{2\pi V (2m)^{3/2} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon}{h^3}$$

Число квантових станів (число комірок) в одиниці об'єму металу  $z$ , що припадає на інтервал енергій від  $\varepsilon$  до  $\varepsilon + d\varepsilon$ , знаходимо за формулою

$$z = \frac{Z}{V} = \frac{2\pi (2m)^{3/2} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon}{h^3}$$

Число електронів в одиниці об'єму металу, енергія яких лежить в інтервалі від  $\varepsilon$  до  $\varepsilon + d\varepsilon$ , одержимо, помноживши число комірок на  $f(\varepsilon)$  і на 2. Тоді

$$dn(\varepsilon) = 2 \cdot 1(\varepsilon) z = \frac{4\pi (2m)^{3/2} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon}{h^3} \frac{1}{e^{(\varepsilon - \varepsilon_F)/kT} + 1} \quad (14.12)$$

Формула (14.12) виражає закон розподілу електронів за енергіями у металі. На рис. 14.12 показана залежність числа електронів в одиниці об'єму, що припадає на одиничний інтервал енергій,  $dn(\varepsilon)/d\varepsilon$  від енергії  $\varepsilon$ . Площа заштрихованої площини відповідає числу електронів, що припадає на інтервал  $d\varepsilon$ . З рис. 14.12 видно, що із збільшенням  $\varepsilon$  площа смуг збільшується. Це означає, що в рівних за величиною інтервалах  $d\varepsilon$  міститься тим більша кількість квантових станів, чим вища енергія  $\varepsilon$ , що відповідає цим станам.

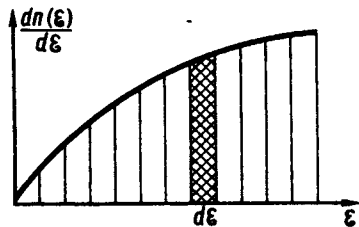


Рис. 14.12

Якщо у формулу (14.12) замість  $\varepsilon$  і  $d\varepsilon$  підставити відповідно  $\varepsilon = p^2 / 2m$ ;  $d\varepsilon = \frac{p}{m} dp$ , то одержимо вираз

$$dn(p) = \frac{8\pi p^2}{h^3} \frac{dp}{e^{(\varepsilon - \varepsilon_F)/kT} + 1} \quad (14.13)$$

Співвідношення (14.13) визначає число електронів в одиниці об'єму металу, повні імпульси яких знаходяться в інтервалі від  $p$  до  $p + dp$ .

У фізиці твердого тіла, крім функції розподілу Фермі – Дірака, мікрочастинки з нульовим або цілим спіном описуються статистикою Бозе – Ейнштейна, де функція розподілу  $f(\varepsilon)$  виражається так:

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{e^{(\varepsilon - \mu)/kT} - 1} \quad (14.14)$$

На відміну від функції (14.11) у функції (14.14)  $\mu < 0$  для всіх температур, бо в іншому випадку  $f(\varepsilon)$  набирала б від'ємні значення, що не має фізичного змісту.

#### § 14.5. Модель вільних електронів та її застосування до металів

На основі моделі вільних електронів було пояснено ряд важливих фізичних властивостей металів. Відповідно до цієї моделі валентні електрони атомів металу можуть майже вільно переміщатись у межах об'єму зразка, слабо взаємодіючи з іонним каркасом кристалічної ґратки. Саме валентні електрони зумовлюють електропровідність металів.

Теорія властивостей металів, яка ґрунтується на моделі вільних електронів, була розроблена задовго до створення квантової механіки. На її основі було одержано закон Ома, теоретично обґрунтовано зв'язок між електро- і теплопровідністю металів (закон Відемана – Франца) та ін. Проте вона не змогла пояснити значну розбіжність між спостережуваними і теоретично передбачуваними значеннями теплоємності електронів, залежності питомого опору від температури, явища надпровідності та ін.

З молекулярної фізики відомо, що для молекул газу за звичайних умов застосовуваним є закон розподілу Максвелла – Больцмана.

Класичний розподіл буде добрим наближенням для опису властивостей системи частинок тільки в тих випадках, якщо середня відстань між частинками велика порівняно з дебройлівською довжиною хвилі, яку можна розрахувати, користуючись величиною теплової швидкості частинки.

Електрони значно легші від молекул, крім того, концентрація валентних електронів у металі в  $10^4$  разів більша за концентрацію молекул

у газі за нормальних умов. Тому для електронів у металі класична статистика замінена квантовою статистикою.

Для подолання труднощів, з якими зустрілась класична електронна теорія металів, А. Зоммерфельд (1868–1951) зберіг модель вільних електронів і застосував до них замість класичної статистики квантову статистику Фермі – Дірака з урахуванням принципу Паулі.

Оскільки властивості електронів у металах описуються функцією Фермі – Дірака (14.11), то в стані теплової рівноваги кількість електронів в одиниці об'єму з енергіями в інтервалі  $\varepsilon$  і  $\varepsilon + d\varepsilon$  виражається формулою (14.12).

Величину  $\varepsilon_F$  визначають з умови, що інтеграл від  $dn$  дорівнює числу частинок в одиниці об'єму, тобто  $n$ . Оскільки при абсолютному нулі  $f(\varepsilon) = 1$ , коли  $\varepsilon < \varepsilon_F(0)$  (тут  $\varepsilon_F(0)$  означає  $\varepsilon_F$  при  $T = 0$  К), і  $f(\varepsilon) = 0$  для  $\varepsilon > \varepsilon_F(0)$ , то всі стани аж до  $\varepsilon_F$  заповнені, а величина  $\varepsilon_F$  визначається через число електронів в одиниці об'єму  $n$

$$n = \frac{4\pi(2m)^{3/2}}{h^3} \int_0^{\varepsilon_F} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon = \frac{4\pi(2m)^{3/2}}{h^3} \cdot \frac{2}{3} [\varepsilon_F(0)]^{3/2}. \quad (14.15)$$

З виразу (14.15) маємо

$$\varepsilon_F(0) = \frac{h^2}{2m} \left( \frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}. \quad (14.16)$$

У металах енергія Фермі  $\varepsilon_F$  для будь-якої температури зв'язана з енергією Фермі при  $T = 0$  співвідношенням

$$\varepsilon_F \approx \varepsilon_F(0) \left[ 1 - \frac{(\pi kT)^2}{12\varepsilon_F(0)^2} \right]. \quad (14.17)$$

Другий член у дужках є набагато меншим від одиниці, тому зміна енергії  $\varepsilon_F$  із зміною температури досить незначна і величину  $\varepsilon_F$  називають енергією Фермі без зазначення температури, до якої вона належить.

При звичайних температурах енергія більшої частини електронів електронного газу в металі менша від енергії Фермі на декілька  $kT$ . Ці електрони не зазнають розсіювальних зіткнень, оскільки всі стани з близькими значеннями енергії вже зайняті, а додаткове їх заповнення заборонено принципом Паулі. Тому можна стверджувати, що тільки електронні стани, які знаходяться поблизу  $\varepsilon_F$ , визначають властивості металу.

При абсолютному нулі повна енергія електронного газу має мінімум і визначається так:

$$U_0 = \int_0^{\varepsilon_F(0)} \varepsilon dn(\varepsilon) = \frac{8\pi(2m)^{3/2}}{5h^3} [\varepsilon_F(0)]^{5/2}.$$

Користуючись виразом (14.16), одержимо

$$U_0 \approx \frac{3}{5} n \varepsilon_F(0). \quad (14.18)$$

Тоді на кожний електрон при  $T = 0$  К припадає середня енергія

$$\langle \varepsilon \rangle \approx \frac{3}{5} \varepsilon_F(0) = \frac{3h^2}{10m} \left( \frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}. \quad (14.19)$$

Підставивши у (14.19)  $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$  Дж·с,  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг,  $n = 6 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ , одержимо  $\langle \varepsilon \rangle = 9 \cdot 10^{-19}$  Дж = 5,4 еВ. Таку енергію молекули звичайного газу мали б при температурі в декілька десятків тисяч градусів.

Той факт, що властивості електронного газу в металах різко відрізняються від властивостей звичайного молекулярного газу, вказує на те, що електронний газ знаходиться у виродженому стані.

Величина

$$T_b = \frac{\langle \varepsilon \rangle}{k} = \frac{3h^2}{10m} \left( \frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3} \quad (14.20)$$

має розмірність температури і її називають *температурою виродження електронного газу*. Газ вважають виродженим, якщо його температура  $T < T_b$ , і сильно виродженим, якщо  $T \ll T_b$ . Легко показати, що для всіх металів температура виродження електронного газу лежить за межами температур плавлення металів і має значення порядку  $10^4$  К. Так, для міді ( $n = 10^{28} \text{ м}^{-3}$ ) за допомогою формули (14.20) знаходимо  $T_b \approx 5 \cdot 10^4$  К.

Отже, електронний газ у металах при кімнатних температурах можна вважати сильно виродженим. Температура виродження визначає межу, вище за яку квантові ефекти стають неістотними.

Оскільки температура виродження  $T_b$  обернено пропорційна масі частинок, то вона досить висока для електронів і низька для таких важких частинок, як атомні ядра. Для всіх температур, при яких метал може існувати у твердому стані, електронний газ у металі вироджений. Температура виродження досить висока тільки для металів. Для таких речовин, як арсен, стибій, вісмут, вона має значення порядку 100 К. Для звичайних газів із частинок з півцілим спіном температура виродження досить низька (приблизно 0,05 К), тобто умови виродження не виконуються навіть при температурах зрідження газів. Тому звичайні гази можна описувати класичною статистикою, а електронний газ у металах необхідно описувати квантовою статистикою.

При сильному виродженні, але не повному, тобто при  $0 < T \ll T_b$ , залежність середнього числа заповнення від енергії вже не буде передаватися залежністю (рис. 14.9, лінія 1). У цьому випадку майже всі квантові стани нижче рівня Фермі, для яких  $\varepsilon_F - \varepsilon \gg kT$ , будуть заповнені електронами, як і при абсолютному нулі температури. Незначне число електронів з енергіями, близькими до енергії Фермі, знаходиться у

збудженому стані внаслідок теплового руху. Такі електрони безперервно переходитимуть рівень Фермі в прямому і зворотному напрямках, тобто братимуть участь у тепловому русі. У цьому русі бере участь дуже незначне число електронів. Так, для  $T_F = 3 \cdot 10^4$  К при кімнатній температурі  $T \sim 300$  К приблизно одна стотисячна частка від загального числа електронів бере участь у тепловому русі.

Енергія електронів при будь-якій температурі, вищій за абсолютний нуль, буде більшою, ніж  $U_0$ . Повна енергія електронного газу при будь-якій температурі визначається за формулою

$$U = \int_0^{\infty} \epsilon dn(\epsilon) = \frac{4\pi}{h^3} (2m)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{\epsilon^{3/2} d\epsilon}{e^{(\epsilon - \epsilon_F)/kT} + 1}.$$

Користуючись виразом (14.17), можна показати, що

$$\int_0^{\infty} \frac{\epsilon^{3/2} d\epsilon}{e^{(\epsilon - \epsilon_F)/kT} + 1} \approx \frac{2}{5} [\epsilon_F(0)]^{5/2} \left[ 1 + \frac{5}{12} \left( \frac{\pi kT}{\epsilon_F} \right)^2 \right]; \quad \epsilon_F \gg kT.$$

Тоді

$$U = \frac{[\epsilon_F(0)]^{5/2} 8\pi (2m)^{3/2}}{h^3} \left[ 1 + \frac{5}{12} \left( \frac{\pi kT}{\epsilon_F} \right)^2 \right] = \left( U_0 + \frac{\pi^2 k^2 T^2}{4\epsilon_F} \right); \quad T \ll \frac{\epsilon_F}{k}. \quad (14.21)$$

З формули (14.21) у першому наближенні одержуємо, що питома теплоємність електронного газу в разі сталого об'єму

$$C_e = \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{\pi^2 nk^2 T}{2\epsilon_F}. \quad (14.22)$$

На основі класичних уявлень одержано формулу питомої теплоємності електронного газу у разі сталого об'єму, яка має вигляд

$$C_{кл} = \frac{3}{2} nk. \quad (14.23)$$

З урахуванням (14.23) формулу (14.22) можна записати так:

$$C_e = \frac{\pi^2 kT}{3\epsilon_F} C_{кл}. \quad (14.24)$$

Для прикладу наводимо величини енергії Фермі: для срібла  $\epsilon_F = 9 \cdot 10^{-19}$  Дж = 5,6 еВ, для платини  $\epsilon_F = 9,6 \cdot 10^{-19}$  Дж = 6 еВ, для натрію  $\epsilon_F = 5,1 \cdot 10^{-19}$  Дж = 3,2 еВ, а величини енергій  $kT$  при температурах від 300 до 2000 К мають значення порядку від  $10^{-2}$  до  $10^{-1}$  еВ. Для звичайних температур  $kT/\epsilon_F \approx 0,01$ , тому  $C_e \approx 0,01 C_{кл}$ .

Цей результат часто формулюється так: теплоємність електронів у металі вирождена, тобто вона менша за її величину, одержану на основі класичної фізики. Тут термін "вирожденний" використовується в тому розумінні, що теплоємність електронів вироджується (деградує) порівняно з її великим значенням, яке випливає з класичних уявлень.

Вираз (14.22) дає величину питомої теплоємності електронного газу і її температурну залежність, що підтверджується експериментально.

Таким чином, вклад теплоємності електронного газу в теплоємність металів досить малий, і практично теплоємність металів зумовлена тепловим рухом атомів ґратки.

Зауважимо, що висновок про незначний вклад електронного газу в стані його виродження у теплоємність металів справедливий тільки для порівняно високих температур. Оскільки теплоємність, зумовлена коливаннями атомів ґратки твердого тіла, при досить низьких температурах зменшується пропорційно  $T^3$  (§ 14.6), то вона за цих умов може набирати значення, набагато менші від теплоємності електронного газу.

#### § 14.6. Квантова теорія теплоємності твердих тіл

У класичній теорії теплоємності твердих тіл на основі теореми Больцмана про рівномірний розподіл енергії за ступенями вільності теоретично було обґрунтовано емпіричний закон Дюлонга і Пті про те, що молярна теплоємність  $C_V$  моноатомних твердих тіл приблизно дорівнює  $3R$  ( $R$  – універсальна газова стала). Поширення закону Дюлонга і Пті на сполуки приводить до закону Неймана – Коппа про те, що молярна теплоємність сполук приблизно дорівнює сумі молярних теплоємностей компонент сполук. Закон Дюлонга і Пті наближено виконується для багатьох твердих тіл при температурах, близьких до кімнатної та вищих. Проте цей закон не виражає зменшення  $C_V$  при зниженні температури. Отже, класична теорія теплоємності не пояснює залежності  $C_V$  від температури. Це є наслідком того, що в рамках класичної теорії здійснюється тільки загальний підрахунок числа ступенів вільності частинок без їх диференціації відносно частоти коливань.

У рамках квантової теорії вдається більш-менш задовільно пояснити температурну залежність  $C_V$  твердих тіл. Одним із перших це зробив А. Ейнштейн у 1907 р. Він користувався тією ж моделлю твердого тіла, яка застосовується у класичній фізиці. Атоми кристалічної ґратки розглядалися як гармонічні осцилятори, що здійснюють теплові коливання навколо положень рівноваги з однією і тією ж частотою  $\omega$ . Осцилятори брались тривимірними, тобто такими, що мають три ступені вільності. На кожен ступінь вільності квантового осцилятора припадає середнє значення енергії  $\langle \epsilon \rangle$ , яка визначається формулою Планка

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}, \quad (14.25)$$

а на один атом –  $3 \langle \varepsilon \rangle$ . Внутрішня енергія одного моля визначається виразом

$$U = 3N_A \langle \varepsilon \rangle = \frac{3N_A \hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}, \quad (14.26)$$

де  $N_A$  – число Авогадро. Звідси для атомної теплоємності кристалічної ґратки твердих тіл одержуємо

$$C_V = \frac{dU}{dT} = \frac{3R \left( \frac{\hbar\omega}{kT} \right)^2}{\left( e^{\hbar\omega/kT} - 1 \right)^2} e^{\hbar\omega/kT}. \quad (14.27)$$

Це і є формула Ейнштейна. При високих температурах  $\hbar\omega/kT \ll 1$ . На основі співвідношення  $e^x \approx 1 + x$   $|x| \ll 1$  формула (14.27) переходить у відому формулу  $C_V = 3R$ .

При низьких температурах, коли  $\hbar\omega/kT \gg 1$ , можна нехтувати одиницею в знаменнику формули (14.27). Тоді

$$C_V = 3R \left( \frac{\hbar\omega}{kT} \right)^2 e^{-\hbar\omega/kT}. \quad (14.28)$$

Очевидно, що за теорією Ейнштейна на температурну залежність  $C_V(T)$  при  $T \rightarrow 0$  найбільше впливає експоненціальний множник. Проте  $C_V$  для твердих тіл при  $T \rightarrow 0$  зменшується не за експоненціальним законом, а пропорційно  $T^3$ . Цей результат знаходить своє пояснення в теорії П. Дебая (1912 р.). Модель Ейнштейна лише якісно пояснює факт зменшення  $C_V$  при  $T \rightarrow 0$ . З погляду фізики модель Ейнштейна не строго передає реальну дійсність, оскільки згідно з нею гармонічні осцилятори ґратки розглядаються як цілком незалежні один від одного.

Проте було б ближче до дійсності розглядати їх зв'язаними. У такому випадку в тілі збуджуються не тільки коливання з однією частотою, а виникає цілий спектр частот  $\omega_i$ . Число цих частот  $3N$ , тобто дорівнює числу ступенів вільності  $N$  частинок, з яких складається тіло. Такі коливання називаються власними коливаннями системи, а частоти, з якими вони відбуваються, називаються власними частотами.

Знайдемо повну енергію твердого тіла як системи  $N$  зв'язаних частинок. Кожний атом ми розглядаємо як лінійний квантовий осцилятор, середня енергія якого, що припадає на один ступінь вільності (на одну частоту), визначається формулою Планка (14.25). Тоді середня енергія тіла може бути визначена за формулою

$$\langle \varepsilon \rangle = \sum_{i=1}^{3N} \langle \varepsilon_i \rangle = \sum_{i=1}^{3N} \frac{\hbar\omega_i}{e^{\hbar\omega_i/kT} - 1}. \quad (14.29)$$

Число власних коливань з частотами, меншими за  $\omega$ , скінченне, дискретне і досить велике. Його можна апроксимувати неперервною функцією  $Z(\omega)$ . Число власних коливань в інтервалі частот від  $\omega$  до  $\omega + d\omega$  також буде великим, але його можна розглядати як диференціал  $dZ(\omega)$  тієї ж функції. В указаному наближенні формулу (14.29) можна подати у вигляді

$$\langle \varepsilon \rangle = \int_0^{\omega_{\max}} \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} dZ(\omega), \quad (14.30)$$

де  $\omega_{\max}$  означає максимальну частоту власних коливань. Вона визначається із співвідношення

$$Z(\omega_{\max}) = 3N, \quad (14.31)$$

оскільки загальне число власних коливань дорівнює числу ступенів вільності  $3N$ . Таким чином, у квантовій теорії задача визначення середньої енергії твердого тіла зводиться до визначення власних частот коливань. У класичній теорії цього робити не потрібно, оскільки в цій теорії середня енергія залежить від загальної кількості ступенів вільності.

Розглядаючи питання теплоємності твердих тіл при низьких температурах, П. Дебай цю задачу значно спростив. Внаслідок значної взаємодії між частинками він розглядав тверде тіло як суцільне неперервне середовище, в якому встановлюватиметься система пружних стоячих хвиль. Коливання у твердому тілі П. Дебай розглядав як коливання струни. Дискретний характер кристалічної ґратки та її атомна структура передаються лише тим, що число можливих коливань ґратки обмежено  $3N$  ступенями вільності  $N$  частинок, які утворюють ґратку. Отже, коливання частинок у твердому тілі розглядається як набір позовжних і поперечних стоячих хвиль певного спектра частот, найвища з яких визначається відстанню між сусідніми частинками  $a$ . Їй відповідає довжина хвилі  $\lambda_{\min} = 2a$ . На відміну від коливань “суцільного” тіла, частота яких могла б бути як завгодно великою, спектр коливань кристала “зрізаний” зверху  $\omega_{\max} \neq \infty$ , що, звичайно, зумовлено дискретністю його структури. Згідно з дослідними даними, спектр пружних коливань ґратки охоплює інтервал частот від акустичних ( $\nu_{\min} \approx 10^4$  Гц) до високих ( $\nu_{\max} \approx 10^{12} - 10^{14}$  Гц), які відповідають інфрачервоній області спектра. Розглядаючи енергетичний спектр пружних коливань твердого тіла як квантову систему зв'язаних тривимірних осциляторів, П. Дебай проаналізував його структуру.

Розглянемо середню енергію осцилятора  $\langle \varepsilon \rangle$  [формула (14.25)] як функцію абсолютної температури  $T$  і подамо її в такому вигляді:

$$\langle \varepsilon \rangle = kT \frac{x}{e^x - 1}, \quad (14.32)$$

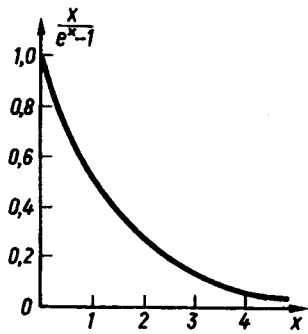


Рис. 14.13

де  $x = \hbar\omega / kT$ . Графік цієї функції наведено на рис. 14.13. З нього видно, що у виразі (14.30) для середньої енергії тіла істотну роль відіграють члени, які відповідають тільки низьким частотам власних коливань. У цьому випадку довжини хвиль більші порівняно зі сталою кристалічної ґратки. Це дає можливість відійти від атомістичної структури тіла і розглядати власні коливання в ньому як стоячі інфразвукові хвилі у пружному суцільному середовищі. Ці ж хвилі викликають тонку структуру спектральних ліній в ефекті Мандельштама – Бріллюена. Таким чином, істотні низькі власні частоти тіла можуть бути розраховані методами теорії пружності, в якій середовище вважається суцільним. Слід врахувати, що у твердому тілі можуть поширюватись як поздовжні, так і поперечні звукові хвилі і що в одному й тому ж напрямі може поширюватись тільки одна поздовжня хвиля певної частоти, а поперечних хвиль, що поширюються з тією ж частотою, може бути дві. Тоді вираз для  $dZ(\omega)$  може бути знайдений з диференціальних рівнянь теорії пружності, а саме:

$$dZ(\omega) = \frac{V\omega^2 d\omega}{2\pi^2} \left( \frac{1}{c_{\parallel}^3} + \frac{2}{c_{\perp}^3} \right) = \frac{3V\omega^2 d\omega}{2\pi^2 c^3}, \quad (14.33)$$

де  $V$  – об'єм тіла;  $c_{\parallel}$  і  $c_{\perp}$  – відповідно швидкості поздовжніх і поперечних звукових хвиль. Величина  $c$  становить “середню швидкість”, яка визначається співвідношенням

$$\frac{3}{c^3} = \frac{1}{c_{\parallel}^3} + \frac{2}{c_{\perp}^3}.$$

При одержанні виразу (14.33) тіло вважалось ізотропним і його пружні властивості характеризувались двома сталими, за які можна взяти швидкості звуку  $c_{\parallel}$  і  $c_{\perp}$ .

Формулу (14.30) для середньої енергії кристала перепишемо

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{3V\hbar}{2\pi^2 c^3} \int_0^{\omega_{\max}} \frac{\omega^3 d\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \quad (14.34)$$

Ввівши відповідно до позначення  $x = \hbar\omega / kT$   $x_{\max} = \frac{\hbar\omega_{\max}}{kT}$ , вираз (14.34) перепишемо

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{3Vk^4 T^4}{2\pi^2 c^3 \hbar^3} \int_0^{x_{\max}} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}. \quad (14.35)$$

Для низьких температур підінтегральний вираз при високих частотах ( $x \gg 1$ ) дуже малий. У цьому випадку точне визначення верхньої межі  $x_{\max}$  у формулі (14.35) неістотне і її можна взяти за нескінченність, тобто

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{3Vk^4 T^4}{2\pi^2 c^3 \hbar^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}.$$

Як відомо (див. § 11.3),  $\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$ , тоді

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{V\pi^2 k^4}{10c^3 \hbar^3} T^4 = DT^4, \quad (14.36)$$

де  $D = V4\pi^2 k^4 / (10c^3 \hbar^3)$ .

Тоді теплоємність тіла

$$C_V = \left( \frac{\partial \langle \epsilon \rangle}{\partial T} \right)_V = 4DT^3. \quad (14.37)$$

Залежність (14.37) називають *законом кубів Дебая*.

Для високих температур ( $\hbar\omega / kT \ll 1$ ) формула (14.34) з урахуванням (14.31) дає вираз  $\langle \epsilon \rangle = 3NkT$ , який приводить до закону Дюлонга і Пті.

Таким чином, формула (14.34) дає змогу одержати правильний результат як в області досить низьких, так і в області досить високих температур. Тому шляхом інтерполяції її доцільно поширити і на проміжну область температур.

Користуючись неперервною моделлю тіла, визначимо значення  $\omega_{\max}$ . На основі (14.31)

$$Z(\omega_{\max}) = \int_0^{\omega_{\max}} dZ(\omega) = \frac{3V}{2\pi^2 c^3} \int_0^{\omega_{\max}} \omega^2 d\omega = \frac{V}{2\pi^2 c^3} \omega_{\max}^3 = 3N.$$

Тоді

$$\omega_{\max} = \left( \frac{6\pi^2 c^3 N}{V} \right)^{1/3} = \frac{2\pi c}{a} \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{1/3},$$

де  $a$  – стала кристалічної ґратки, яка визначається співвідношенням  $V = Na^3$ . Мінімальна довжина пружної хвилі, якій відповідає  $\omega_{\max}$ , дорівнює

$$\lambda_{\min} = \frac{2\pi c}{\omega_{\max}} = a \left( \frac{4\pi}{3} \right)^{1/3} \approx 1,6a.$$

Цей розрахунок дає тільки порядок дійсних величин  $\omega_{\max}$  і  $\lambda_{\min}$ , оскільки для таких коротких хвиль неперервна модель твердого тіла не може дати точні результати.

Ввівши поняття “дебаївської температури” як

$$T_D = \frac{\hbar\omega_{\max}}{k} = \frac{2\pi\hbar}{ka} \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{1/3},$$

формулу (14.37) запишемо у вигляді

$$C_V = \frac{12}{5} \pi^4 R \left( \frac{T}{T_D} \right)^3 = b \left( \frac{T}{T_D} \right)^3, \quad (14.38)$$

де  $b = 1,94 \cdot 10^6$  Дж/(моль · К).

Формулу (14.35) для одного моля можна записати так:

$$\langle \varepsilon \rangle = 9N_A kT \left( \frac{T}{T_D} \right)^3 \int_0^{\frac{x^3 dx}{e^x - 1}} = 3RT \cdot 3 \left( \frac{T}{T_D} \right)^3 \int_0^{T_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1},$$

де  $N_A$  – число Авогадро. Для високих температур  $T \gg T_D$  цей вираз переходить у формулу  $\langle \varepsilon \rangle = 3RT$ , тобто отримуємо закон Дюлонга і Пті. При температурах  $T < T_D$  отримуємо формулу (14.36) і закон кубів Дебая.

Температура  $T_D$  для різних твердих тіл неоднакова. Так, для алюмінію  $T_D = 402$  К, для міді – 332, для срібла – 214, для свинцю – 73, а для алмазу – 2000 К.

Залежність  $C_V(T/T_D)$ , як це впливає з (14.38), є універсальною і зображається кривою, спільною для всіх кристалів. Дослід підтверджує закон кубів Дебая для цілого ряду твердих тіл. Проте питання про межі застосування теорії Дебая ще не розв’язане до кінця. Ряд спрощень (нехтування взаємодією між атомами і молекулами, з яких складається кристал; припущення про однакову швидкість всіх пружних хвиль та про однаковість граничної максимальної частоти для всіх збуджуваних у кристалі хвиль) є причиною того, що теорія Дебая для кристалів складної структури та хімічного складу не зовсім відповідає дослідам. До таких речовин насамперед належать кристалічні полімери з гнучкими макромолекулами та кристали шаруватої структури. Для них при низьких температурах  $C_V$  пропорційні відповідно температурі та квадрату температури. Пояснення цих відхилень зроблено В. В. Тарасовим та І. І. Сиротою, які вказали, що теорія Дебая застосовна лише для тривимірних, об’ємних структур.

Значно більшою мірою атомна будова твердих тіл врахована в теорії теплоємності Борна – Кармана, в якій тверде тіло розглядається як ґратка, що складається з матеріальних точок, з’єднаних між собою

пружинами. У цій теорії М. Борн і Т. Карман (1881–1963) розглянули не тільки дію центральних пружних сил, а й спробували врахувати ці сили на більш значних відстанях. Вони показали, що припущення Дебая про відсутність дисперсії швидкості пружних хвиль (залежність фазової швидкості гармонічних звукових хвиль від їх частоти) є неправомірним. У цій теорії враховано також,

що величина граничної частоти  $\omega_{\max}$  має бути різною для кожної пружної хвилі в кожному напрямі. Проте розрахунки спектра власних коливань становлять значні труднощі. Зважаючи на це, найчастіше при дослідженні теплоємності твердих тіл використовується теорія Дебая.

Дослідні дані температурної залежності теплоємностей діелектрика і металу при низьких температурах показано на рис. 14.14. Для КСІ залежність  $C_V/T$  від  $T^2$  зображається прямою лінією, яка проходить через початок координат. Це означає, що для передбаченої моделі Дебая виконується закон кубів. Для міді зв’язок між величинами  $C_V/T$  і  $T^2$  також зображається прямою лінією. Проте в цьому випадку пряма не проходить через початок координат і залежність можна записати так:

$$C_V = AT + BT^3. \quad (14.39)$$

Другий доданок відповідає теплоємності кристалічної ґратки відповідно до моделі Дебая, а перший доданок описує теплоємність вільних електронів. Точніша модель теплоємності твердих тіл має обов’язково враховувати наявність електронного газу як сукупності вільних електронів. Особливо це стосується металів.

Значення теорій Дебая і Борна – Кармана не тільки в тому, що вони правильно якісно, а в багатьох випадках і кількісно передають залежність  $C_V$  від температури кристалів, а також і в тому, що вони встановлюють кореляційні зв’язки між пружними та тепловими властивостями твердих тіл.

## § 14.7. Поняття про квазічастинки.

### Теплопровідність твердих тіл

Теоретично описати і пояснити властивості конденсованих середовищ на основі властивостей їх молекул, атомів, іонів та електронів, як уже відзначалось, досить складно у зв’язку з тим, що число частинок велике ( $10^{22} - 10^{23} \text{ см}^{-3}$ ) і сили взаємодії їх значні.

Динаміка атомів ідеальних кристалів описується колективними рухами, прикладами яких можуть бути як теплові хвилі, так і рухи

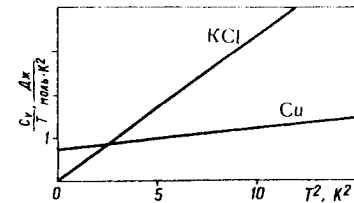


Рис. 14.14

усуспільнених електронів. З погляду квантової теорії колективні рухи у кристалах еквівалентні газу деяких частинок. Ці частинки називають елементарними збудженнями, або квазічастинками. Зауважимо, що квазічастинки необхідно відрізнити від реальних частинок (таких, як електрони, атоми, іони), з яких складаються кристали.

Квазічастинки – це корпускулярна модель колективних хвильових рухів. Формально вони виникають внаслідок квантування хвиль, що поширюються в періодичній структурі. Квазічастинки відображають специфіку конкретної структури, вони існують постільки, поскільки існує сама структура, з руйнуванням кристала вони зникають.

Відповідно до гіпотези де Бройля з кожною біжучою монохроматичною хвилею зв'язані енергія і імпульс, які визначаються співвідношеннями  $\varepsilon = \hbar\omega$  і  $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ , введеними за аналогією з теорією фотонів. Уявлення кристала у вигляді газу квазічастинок являє собою суть так званого методу елементарних збуджень. Цей метод широко застосовується в сучасній теорії твердого тіла. Він дає змогу звести досить складну динаміку великого колективу сильно взаємодіючих реальних частинок до відносно простої динаміки газу квазічастинок.

Колективні рухи можуть мати різну фізичну природу, у зв'язку з чим існують різні типи квазічастинок. Їх поділяють на дві групи, а саме: квазічастинки колективного і індивідуального походження. У першому випадку квазічастинки не мають нічого спільного з реальними частинками. У другому випадку квазічастинка “походить” від окремої реальної частинки, характеристики якої пояснюються результатом її усуспільнення колективом.

Теплові коливання кристалічної ґратки твердого тіла можна уявити у вигляді пружних хвиль, що поширюються у кристалі. Відповідно до теорії корпускулярно-хвильового дуалізму будь-яким хвилям відповідають частинки і навпаки. Квантування пружних хвиль призводить до появи квазічастинок, які називають *фононами*. Отже, кожен з біжучих хвиль у кристалі можна трактувати як сукупність рухомих квазічастинок-фононів з енергією  $\hbar\omega$ , їх швидкість дорівнює швидкості пружних хвиль відповідного типу. Збуджений стан ґратки можна уподібнити ідеальному газу фононів, які рухаються у кристалі. Подібно до реальних частинок вони мають певну енергію, імпульс, спин. Якщо взаємодії між хвилями немає (такий стан реалізується при низьких температурах, коли коливання атомів є гармонічними), то “газ” фононів можна вважати ідеальним.

Вивчаючи непружне розсіяння теплових нейтронів у кристалах, вимірюють енергію фононів, час їх життя та їх квазіімпульс. Дослідним шляхом не тільки доведено реальність існування фононів, але й вивчено фононний спектр кристалічного гелію.

В упорядкованій магнітній структурі, наприклад у феромагнетиках, виникають колективні рухи у вигляді так званих спінових хвиль,

зв'язаних із змінами орієнтації спінових моментів іонів магнітної структури. Квантування спінових хвиль приводить до поняття нових квазічастинок, які називають *магнонами*. Магنون являє собою хвильове поширення магнітного збудження в магнетикі.

В електронно-дірковому колективі виникають колективні рухи у вигляді плазмових хвиль, зумовлених змінами густини електронно-діркової плазми. Квантування плазмових хвиль веде до поняття квазічастинок, які називають *плазмонами*.

Фонони, магнони, плазмони – приклади квазічастинок колективного походження.

Прикладом квазічастинок другої групи можуть бути електрони провідності і дірки. Кожна така квазічастинка походить від певного реального електрона, який здійснив певний квантовий перехід. Тут має місце прояв відповідності між квазічастинкою і її реальною частинкою. Проте і в цьому випадку рух квазічастинок має колективний характер. Колективний характер руху електронів провідності і дірок проявляється в неможливості локалізації їх біля будь-якого вузла ґратки, тобто в усуспільненні цих квазічастинок усім атомним колективом, який утворює кристал.

Характерною для іонних кристалів квазічастинкою є *полярон*, який являє собою зв'язаний стан, зумовлений взаємодією електронів і фононів. Ця взаємодія проявляється у поглинанні і випусканні електроном фонона, що й призводить до затухання в кристалах звукових хвиль. Цим і пояснюється тепловий опір твердих тіл. Розсіяння електронів на фононах необхідно розглядати як один з основних механізмів виникнення електричного опору кристала. Полярони є носіями струму в іонних кристалах, визначають їх електричні, ряд оптичних та інші властивості.

При поглинанні фотонів діелектриками і напівпровідниками відбувається народження пари електрон – дірка. Якщо енергія фотона більша за ширину забороненої зони, то утворені електрон і дірка поведуть себе самостійно. Якщо ж енергія фотона менша від ширини забороненої зони, то народжена пара електрон – дірка утворює зв'язану пару, яку називають *екситоном*. Екситон поводить себе як нейтральна квазічастинка. Його енергетичний спектр дискретний, і рівні енергії розміщуються біля дна зони провідності. Поява екситона у кристалі, на відміну від внутрішнього фотоефекту, не змінює його провідності, бо екситон електрично нейтральний. При зіткненні з фотонами та дефектами ґратки екситон може або розпадатись, збільшуючи кількість носіїв, або рекомбінувати, переводячи збуджені атоми в нормальний стан. В останньому випадку енергія екситона передається ґратці або випромінюється. З цієї причини екситони часто називають “атомними акумуляторами енергії”, які здатні переносити енергію від одних точок кристала до інших. Час життя екситонів може бути досить великим. У цих випадках під дією потужного лазерного випромінювання може бути

створена досить висока щільність екситонів. Квазічастинки, як і звичайні частинки з півцілим спіном, підлягають статистиці Фермі – Дірака, а з цілим спіном – статистиці Бозе – Ейнштейна. До останніх (бозонів) належать фонон, магнон, екситон.

Поняття квазічастинок застосовується не тільки для кристалічних, але й для аморфних, а також рідких і газоподібних тіл за умови, що їх температури досить низькі.

Основною проблемою при розв'язуванні будь-якої задачі за допомогою уявлень про квазічастинки є встановлення енергетичного спектра квазічастинок. Наблизено енергетичний спектр знаходять на основі квантової теорії багатіох частинок. Введення квазічастинок дає можливість провести розрахунки термодинамічних властивостей систем методами квантової статистики.

Взаємодія квазічастинок зумовлює ряд фізичних явищ. Так, фонон-фононні взаємодії пояснюються ангармонічними коливаннями ґратки. Вони зумовлюють такі явища, як теплове розширення кристалів, появу лінійного члена у формулі теплоємності кристалів та ін.

Особливо значні відмінності між реальними частинками і квазічастинками колективного походження. Для реальних частинок закон дисперсії універсальний:  $\varepsilon = p^2 / 2m$  – для нерелятивістських частинок,  $\varepsilon = pc$  – для фотонів.

Що ж стосується квазічастинок колективного походження, то для них закон дисперсії істотно залежить від структурно-динамічних особливостей даного кристала. Закон дисперсії квазічастинок залежить також і від напрямку в кристалі.

Фониони можуть збуджуватись в одному і тому ж стані у значних кількостях, причому повне число їх у системі не є постійною величиною. Отже, з погляду статистики, фониони є бозонами, тобто вони описуються статистикою Бозе – Ейнштейна (14.14) незалежно від статистики атомів, при цьому у (14.14)  $\mu = 0$ . Таким чином, рівноважний фононний газ описується функцією

$$f(\varepsilon) = [\exp(\varepsilon / kT) - 1]^{-1}.$$

На основі уявлень про квазічастинки вдається пояснити залежність теплоємності твердих тіл від температури (теорія Дебая), а також з'ясувати механізм теплопровідності в металах, діелектриках та напівпровідниках.

Розглянемо теплопровідність твердих тіл на основі уявлень про фониони. У діелектриках перенесення тепла здійснюється фонионами, тоді як у металах головну роль в цьому процесі відіграють електрони.

Для аналізу теплопровідності твердих тіл П. Дебай застосував до фонионів метод кінетичної теорії газів, на основі якої коефіцієнт теплопровідності

$$\lambda = \frac{1}{3} C_V \langle v_{\text{фон}} \rangle \langle l_{\text{фон}} \rangle, \quad (14.40)$$

де  $C_V$  – об'ємна теплоємність кристала (фононного газу);  $\langle v_{\text{фон}} \rangle$  – середня швидкість поширення фонионів (швидкість звуку);  $\langle l_{\text{фон}} \rangle$  – середня довжина вільного пробігу фонионів, що визначається фонон-фононною взаємодією. Величину  $\langle l_{\text{фон}} \rangle$  П. Дебай визначав як відстань, на яку поширюється пружна хвиля до того, як її інтенсивність зменшується в  $e$  разів порівняно з початковою.

Для визначення залежності коефіцієнта теплопровідності від температури треба показати, як залежить  $\langle l_{\text{фон}} \rangle$  від температури (про залежність  $C_V(T)$  йшлося у § 14.6). При високих температурах  $T > T_D$ , справедливим є співвідношення  $\langle l_{\text{фон}} \rangle \sim T^{-1}$ . Оскільки при високих температурах теплоємність не залежить від  $T$ , то  $\lambda \sim 1/T$ .

Із зниженням температури ( $T < T_D$ ) середнє число фонионів зменшується за експоненціальним законом  $e^{-T_D/T}$ , тому й довжина вільного пробігу фонионів із зниженням температури збільшується експоненційно, тобто  $\langle l_{\text{фон}} \rangle \sim e^{T_D/T}$ . Питома теплоємність із зниженням температури зменшується відповідно до закону Дебая як  $T^3$ , але ріст теплопровідності відбувається переважно завдяки різко зростаючому експоненціальному члену для  $\langle l_{\text{фон}} \rangle$ , тоді  $\lambda \sim T^3 e^{T_D/T}$ .

Біля абсолютного нуля температур, коли теплових фонионів практично немає, середня довжина вільного пробігу фониона обмежується розмірами кристала. Приймаючи у формулі (14.40)  $\langle l_{\text{фон}} \rangle = l$ , де  $l$  – розміри кристала, отримуємо величину  $\lambda$ , яка характеризує не тільки внутрішні властивості кристала, але залежить і від його розмірів. При низьких температурах швидкість  $\langle v_{\text{фон}} \rangle$  практично постійна, а теплоємність за теорією Дебая пропорційна  $T^3$ , тому й теплопровідність кристала також пропорційна  $T^3$ .

Експериментальні дослідження показують, що у разі низьких температур для діелектричних кристалів має місце різкий максимум функції  $\lambda(T)$ . Теоретичні та експериментальні дослідження показали, що теплопровідність кристала в області максимуму  $\lambda(T)$  досить чутлива до дефектів кристалічної ґратки.

Теплопровідності кристалічних і аморфних тіл значно різняться між собою. Це зв'язано з відсутністю в аморфних тілах трансляційної симетрії (“далекого порядку”). Якісно відмінний також характер залежностей  $\lambda(T)$ . Для аморфних тіл відсутній максимум на кривих  $\lambda(T)$  і є



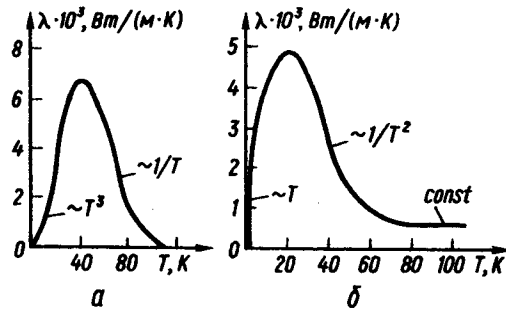


Рис. 14.15

характерним збільшення  $\lambda$  при підвищенні  $T$ . Теплопровідність  $\lambda$  описується формулою Дебая  $\lambda = \frac{1}{3} C_V \langle v_{\text{фон}} \rangle \langle l_{\text{фон}} \rangle$  ( $\langle l_{\text{фон}} \rangle \approx \text{const}$ ) і дорівнює приблизно відстані між структурними частинками аморфного тіла. При високих температурах  $\lambda$  прямує до сталої величини.

Дослід показує, що теплопровідність металів значно більша за теплопровідність діелектриків. Це пояснюється тим, що в металах перенесення тепла в основному здійснюється вільними електронами. Механізм електронної теплопровідності можна вважати аналогічним механізму фснної теплопровідності, якщо врахувати, що в теплообміні беруть участь не всі електрони провідності, а тільки ті, енергія яких відрізняється від енергії Фермі на декілька  $kT$ . Загальна теплопровідність для металів складається з теплопровідності кристалічної ґратки  $\lambda_{\text{тр}}$  і електронної теплопровідності  $\lambda_e$

$$\lambda = \lambda_{\text{тр}} + \lambda_e. \quad (14.41)$$

За аналогією до формули (14.40) для коефіцієнта теплопровідності електронного газу можна записати

$$\lambda_e = \frac{1}{3} C_e \langle v_e \rangle \langle l \rangle, \quad (14.42)$$

де  $C_e$  – теплоємність одиниці об'єму електронного газу.

Для напівпровідників складовими загальної теплопровідності є такі:

$$\lambda = \lambda_{\text{тр}} + \lambda_e + \lambda_{\text{магн}} + \lambda_{\delta} + \lambda_{\text{екс}}, \quad (14.43)$$

де  $\lambda_{\delta}$ ,  $\lambda_{\text{екс}}$  – відповідно біполярна теплопровідність (дифузія електронно-діркових пар від гарячого до холодного місць тіла) та екситонна теплопровідність за рахунок дифузії екситонів від гарячого кінця зразка до холодного. На рис 14.15, *a* і *б* показано температурні залежності коефіцієнта теплопровідності відповідно для діелектрика (штучного сапфіру  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) і міді.

## § 14.8. Квантові явища при низьких температурах. Надпровідність. Надплинність

У 1911 р. Г. Камерлінг-Оннес (1853–1926) відкрив явище стрибкоподібного переходу в нуль електричного опору деяких металів при досить низьких температурах. Уперше це було виявлено в дослідах із ртуттю при температурах  $T \leq 4,2\text{ К}$ . Сучасні методи вимірювання дають підставу зробити висновок, що питомий опір провідника в такому стані менший від  $10^{-25}$  Ом·м. Явище переходу в нуль опору деяких металів при низьких температурах називають *надпровідністю*.

Зменшення електричного опору до нуля відбувається в досить вузькому інтервалі температур  $\Delta T \sim 10^{-3}$  К для чистих монокристалічних зразків, а за наявності дефектів –  $\Delta T \sim 10^{-1}$  К і навіть більше. Температура, при якій відбувається фазовий перехід із стану з нормальною електропровідністю в надпровідний, називається *критичною температурою*  $T_k$ . Надпровідні властивості мають не тільки метали, але і їх сплави та сполуки.

Речовини, які перебувають у надпровідному стані, мають ряд специфічних властивостей. Основна з них – це відсутність електричного опору. В 1914 р. Г. Камерлінг-Оннес виявив, що надпровідний стан руйнується магнітним полем, коли магнітна індукція  $\bar{B}$  перевищує деяке критичне значення  $\bar{B}_k$ . Величина  $\bar{B}_k$  залежить від природи надпровідника та його температури. Критичне поле, яке руйнує надпровідність, може бути створене і самим струмом у надпровіднику. Тому існує критичне значення сили струму, при якому надпровідність зникає. Крім цього, у 1933 р. В. Мейснер (1882–1974) і Р. Оксенфельд встановили, що при температурі, нижчій від критичної, відбувається виштовхування магнітного поля з надпровідника. Це явище називають *ефектом Мейснера*. Виштовхування магнітного поля із надпровідника означає, що в ньому магнітна індукція  $\bar{B}$  дорівнює нулю.

Фізично ефект Мейснера зв'язаний з тим, що в надпровіднику, розміщеному в слабкому магнітному полі, у поверхневому шарі завтовшки  $10^{-7}$ – $10^{-8}$  м створюються такі колівні незатухаючі струми, які повністю компенсують зовнішнє магнітне поле.

Явище надпровідності частіше спостерігається в сплавах, ніж у чистих речовинах. Для чистих речовин має місце повний ефект Мейснера. У сплавах відбувається часткове виштовхування магнітного поля із об'єму. Речовини, в яких проявляється повний ефект Мейснера, називають надпровідниками першого роду, а речовини, в яких не повністю має місце ефект Мейснера, – надпровідниками другого роду. В надпровідниках першого роду надпровідність у певному критичному магнітному полі зникає раптово, і металевий провідник переходить у

нормальний стан. У надпровідниках другого роду, існування яких передбачив у 1952 р. О. О. Абрикосов (н. 1928 р.), є два критичних поля – нижнє  $H_n$  і верхнє  $H_v$ . У магнітних полях  $H < H_n$  має місце повний ефект Мейснера. Для полів  $H_n < H < H_v$  ефект Мейснера має місце частково, а при  $H > H_v$  надпровідність зовсім зникає.

Після створення теорії надплинності вважали, що надпровідність є надплинністю “електронної рідини”, утвореної валентними електронами в металах. Проте такі припущення зустріли серйозні труднощі. Справа в тому, що спін атомів  ${}^4_2\text{He}$  цілочисловий та, на відміну від електронів, атоми  ${}^4_2\text{He}$  є бозонами і описуються статистикою Бозе – Ейнштейна. Електрони мають спін  $(1/2)\hbar$ , вони підпорядковані принципу Паулі, тому описуються статистикою Фермі – Дірака. З цим і зв’язана істотна відмінність між основними станами атомів  ${}^4_2\text{He}$  і електронів. Для атомів  ${}^4_2\text{He}$  в окремих випадках має місце бозе-ейнштейнівська конденсація, що, як спочатку вважалось, неможливо для електронів.

Важливим етапом на шляху подолання значного утруднення було відкриття *ізотопічного ефекту*, виявленого експериментально у 1950 р. на ізотопах олова і ртуті. Він полягає в тому, що для критичної температури  $T_k$  кристалічних ґраток, збудованих із різних ізоотопів одного і того ж хімічного елемента, виконується співвідношення  $T_k \sqrt{M} = C = \text{const}$  ( $T_k$  – критична температура переходу в надпровідний стан;  $M$  – масове число атомів, з яких збудована кристалічна ґратка;  $C$  – стала для всіх ізоотопів даного хімічного елемента). Оскільки маса  $M$  визначає частоту коливань ґратки  $\omega \sim \sqrt{1/M}$ , тому ізоотопічний ефект наводить на думку про те, що надпровідність зумовлена взаємодією електронів з коливаннями кристалічної ґратки. На це також вказує і те, що надпровідність не виявлена у чистих металах з доброю електронпровідністю (Li, Na, K, Cu, Ag, Au). У таких провідників велика довжина вільного пробігу електронів зумовлена їх слабкою взаємодією з коливаннями кристалічної ґратки. У поганих провідниках, навпаки, довжина вільного пробігу електронів мала, тобто взаємодія електронів з коливаннями ґратки значніша, що і, відповідно до передбачення, вимагається для виникнення надпровідності.

Відкриття ізоотопічного ефекту дало можливість вибрати правильний напрям у створенні мікроскопічної теорії надпровідності, яка була розроблена у 1957 р. Дж. Бардінім (1908–1991), Л. Купером (н. 1930 р.) і Дж. Шріффером (н. 1931 р.) (теорія БКШ). Математична теорія надпровідності була обґрунтована М. М. Боголюбовим.

Як зазначалось, коливання кристалічної ґратки квантуються і можуть розглядатися як квазічастинки – фонони. Електрони провідності в металі можуть безперервно обмінюватись фононами. Один електрон

випромінює фонон, а інший його поглинає. Такі фонони називають *віртуальними*, оскільки вони мають короткий час життя, тому їх енергія не фіксована. Це дає можливість не брати до уваги закон збереження енергії протягом процесу взаємодії віртуального фонона з електроном. Електрон, що випромінює фонон, зазнає віддачі, внаслідок чого змінюється його імпульс. Імпульс другого електрона, що поглинув цей фонон, також змінюється. Явище відбувається так, як між електронами, крім кулонівського відштовхування існує ще додаткова взаємодія. Ця додаткова взаємодія може проявлятися у притяганні або відштовхуванні електронів.

У теорії металів стан електронів характеризується одночастинчастими функціями, тобто електрони розглядаються незалежними. Явище надпровідності не вписується в таку схему. Завдяки електрон-фононній взаємодії між електронами існують кореляції, які необхідно враховувати. В теорії БКШ враховуються тільки парні кореляції, що виявилось достатнім для якісного розуміння основних властивостей надпровідників. Сили електрон-фононного притягання між парою скорельованих електронів повинні перевищувати сили кулонівського відштовхування, щоб у цілому між електронами діяло притягання. Такі спарені електрони утворюють пари, які називають *куперівськими*. Куперівські пари є бозонами і можуть здійснювати надплинний рух.

Для з’ясування властивостей куперівських пар припустимо спочатку, що метал знаходиться при температурі абсолютного нуля. Будемо також вважати, що через метал електричний струм не протікає. Оскільки електрони підпорядковані принципу Паулі, то в кожному квантовому стані може знаходитись не більше одного електрона. Тому будуть заповнені всі стани нижче енергії Фермі  $\epsilon_F$ , а всі стани з більшою енергією будуть повністю вільними. Енергія  $\epsilon$  є функцією імпульсу, тобто  $\epsilon = \epsilon(\vec{p})$ . Рівняння  $\epsilon_F = \epsilon(\vec{p})$  у просторі імпульсів визначає деяку поверхню, яку називають поверхнею Фермі. Якщо вважати, що метал ізотропний, то поверхня Фермі буде сферичною  $\epsilon_F = p^2/2m$ , радіус якої позначимо через  $p_F$ . Коли температура металу підвищується, але залишається нижчою від  $T_k$ , електрони починають виходити за межі сфери Фермі, заповнюючи частково енергетично більш високі квантові стани. Внаслідок цього з обох боків сфери Фермі утворюється тонкий шар, обмежений сферами радіусами  $p_F - \Delta p/2$  і  $p_F + \Delta p/2$ , заповнений електронами не повністю, а тільки частково. Енергії електронів на межах цього шару поблизу критичної температури  $T_k$  відрізняється одна від одної на величину порядку  $kT_k$ .

Припустимо, що два електрони, які утворюють куперівську пару, з імпульсами  $\vec{p}_1$  і  $\vec{p}_2$  зазнають зіткнення між собою і переходять у стан з імпульсами  $\vec{p}'_1$  і  $\vec{p}'_2$ , причому перед зіткненнями стани з імпульсами  $\vec{p}'_1$

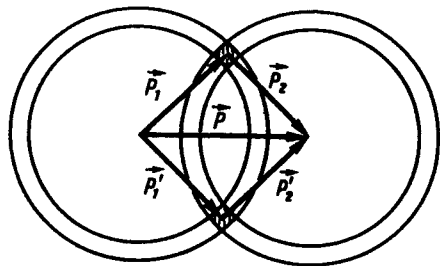


Рис. 14.16

і  $\vec{p}'_2$  повинні бути вакантними, тобто знаходитись у межах зазначеного вище тонкого сферичного шару. Те саме стосується і вихідних векторів  $\vec{p}_1$  і  $\vec{p}_2$ . У протилежному випадку після зіткнення стан з імпульсами  $\vec{p}_1$  і  $\vec{p}_2$  виявився б незаповненим, що було б неможливим, якби цей стан знаходився в імпульсному просторі, обмеженому внутріш-

ньою сферою шару. Закон збереження імпульсу при цьому запишемо так:  $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 = \vec{P} = \text{const}$ , де  $\vec{P}$  – результуючий імпульс обох електронів. Процес зіткнення цих електронів показано на рис. 14.16. Кінець вектора  $\vec{p}_1$  і початок вектора  $\vec{p}_2$  повинні лежати у верхньому заштрихованому чотирикутнику, який одержано перетином двох сферичних шарів із середніми радіусами  $p_1$  і  $p_2$ . Аналогічно в нижньому заштрихованому чотирикутнику повинні лежати кінець вектора  $\vec{p}'_1$  і початок вектора  $\vec{p}'_2$ . Зіткнення будуть відбуватись тим частіше, чим коротший вектор  $\vec{P}$ . Практично будуть відбуватись тільки такі зіткнення, коли обидва сферичних шари збігаються, тобто коли  $\vec{P} = 0$ . Це означає, що  $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$  і  $\vec{p}'_1 = -\vec{p}'_2$ . Таким чином, у разі відсутності струму імпульси електронів, які утворюють куперівську пару, рівні за величиною і протилежні за напрямом.

Як уже зазначалось, при температурах порядку  $T_k$  енергія електронів у сферичному шарі відрізняється від енергії Фермі на величину порядку  $k T_k$ , так що

$$k T_k \approx \frac{p^2}{2m} - \frac{p_F^2}{2m} \approx \frac{p + p_F}{m} \Delta p,$$

де  $\Delta p = p - p_F$ . Тоді невизначеність у розташуванні електронів куперівської пари  $\Delta x \approx \hbar / \Delta p \approx \hbar p_F / m k T_k$ . Для  $T_k \sim 10$  К неозначеність  $\Delta x$  має порядок мікрметра. Величина  $\Delta x$  характеризує розміри області, в якій локалізовані електрони, що утворюють куперівську пару, тобто “просторові розміри” цієї пари. Електрони, що утворюють куперівську пару, знаходяться на досить великій відстані один від одного, яка дорівнює тисячам міжатомних відстаней. Цей результат свідчить про те, що утворення електронних пар спарування не є наслідком їх взаємодії з одним іоном у вузлі кристалічної ґратки, а виникає як наслідок колективної взаємодії з багатьма вузлами. Ці розміри майже у 10 000 разів

переважають середню відстань між електронами провідності у металі. Це означає, що між електронами, які утворюють куперівську пару, знаходиться досить багато інших електронів.

На основі цього кажуть, що стани електронів куперівських пар слабо скорельовані за координатами звичайного простору. Ця кореляція на відстанях таких порядків не може бути пояснена з класичної точки зору і є суто квантовою властивістю. Навпаки, за імпульсами кореляція сильна, оскільки  $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$ .

Існування куперівських пар електронів у надпровіднику при  $T < T_k$  було доведено безпосередніми дослідями при вивченні квантування магнітного потоку. У 1950 р. Ф. Лондон (1900–1954) теоретично обґрунтував, що магнітний потік крізь поверхню, яка охоплює надпровідниковий замкнутий контур, змінюється не неперервно, а дискретно, тобто магнітний потік квантується. Квант магнітного потоку  $\Phi_0 = 2,07 \cdot 10^{-15}$  Вб. Квантування магнітного потоку було встановлено експериментально, а також виміряно й величину  $\Phi_0$ . Результати цих вимірювань дають надійні експериментальні підтвердження того, що надпровідний струм зумовлений рухом пар електронів, а не окремих.

Як уже зазначалось, електрони в куперівській парі мають однакові за величиною, але протилежні за напрямом імпульси. Їх спіни можуть бути паралельними або антипаралельними. В обох випадках повний спін куперівської пари буде цілим, тому куперівська пара є бозоном, а не ферміоном. Оскільки стан з паралельними спінами електронів нестійкий, тому спін куперівської пари буде дорівнювати нулю. Свійким є стан з антипаралельними спінами електронів, який в дійсності і реалізується. Таким чином, куперівські пари є бозонами і на них принцип Паулі не поширюється. Цим і усуваються ті труднощі, про які йшлося на початку цього параграфа. Куперівські пари утворюють “рідину”, яка здатна здійснювати надплинний рух між іонами кристалічної ґратки. Це і є надпровідність.

При  $T = 0$  всі куперівські пари знаходяться в основному стані з нульовими імпульсами. При  $T < T_k$  в основному стані буде знаходитись більшість куперівських пар. Вони утворюють зв'язаний колектив, і, як бозе-частинки, всі знаходяться в одному і тому ж квантовому стані. Якщо розірвати куперівську пару і видалити з цього колективу утворений електрон, то виникає збуджений стан, енергія якого вища за енергію вихідного стану колективу. Ці два стани відокремлені один від одного енергетичною зоною скінченної ширини, яку називають енергетичною щільною. В енергетичній щільності немає квантових станів системи. Незважаючи на те, що ширина цієї щільності досить мала (для  $T = 0$  всього порядку  $10^{-3} - 10^{-4}$  еВ), вона призводить до якісних змін поведінки всієї системи електронів. Так, у випадку взаємодії куперівських пар з коливаннями кристалічної ґратки відбуваються розривання цих пар, але при

$T < T_k$  електрони, що утворилися при цьому, не можуть подолати енергетичну щільну, оскільки їх енергія недостатня. Звільнений електрон “підшукує” собі нового “партнера” серед інших звільнених електронів, щоб утворити з ним нову куперівську пару з нульовими імпульсом і спіном. Проте такий процес “зміни партнерів” внаслідок totoжності електронів не призводить до нового стану, тобто до руйнування колективу. При  $T < T_k$  колектив поводить себе і рухається як єдине ціле. Якщо ж  $T > T_k$ , то електрони, що утворилися при розриванні куперівських пар, долають енергетичну щільну і вибувають із колективу, що й веде до його руйнування.

Наявність в енергетичному спектрі надпровідного стану щільної скінченної ширини пояснює зникнення опору електричному струму та руйнування цього стану при критичному значенні сили струму.

Теорія БКШ пояснює і ефект Мейснера – Оксенфельда.

Явище надпровідності лежить в основі дії ряду пристроїв для надзвичайно точних вимірювань слабких магнітних полів (до  $10^{-18}$  Тл), малих струмів (до  $10^{-10}$  А), малих напруг (до  $10^{-15}$  В). Вони використовуються також як швидкодіючі елементи логічних пристроїв ЕОМ, детекторів надвисоких частот (НВЧ), у підсилювачах та інших електронних приладах.

Однією з основних проблем у фізиці надпровідності є проблема підвищення температури переходу в надпровідний стан, тобто створення таких матеріалів, температура переходу яких у надпровідний стан була б значно вищою за температуру рідкого азоту. Майже за 60 років з часу відкриття явища надпровідності вдалось підвищити температуру переходу в надпровідний стан від 4,2 до 23,2 К ( $\text{Nb}_3\text{Ge}$ ). У 1986 р. виявлено надпровідність у системах Ва – La – Cu – O при температурах 30–35 К. У 1987 р. групою фізиків США на кераміці V – Ba – Cu – O досягнута температура переходу в надпровідний стан порядку 92 К. У 1988 р. синтезовані нові вісмутові і талієві сполуки з критичною температурою 100 і 125 К. Нині провідні лабораторії світу ведуть пошуки шляхів створення нових матеріалів, які задовольняли б вимогам високотемпературної надпровідності. Успішне розв’язання цієї проблеми матиме надзвичайно важливе значення для науково-технічного прогресу.

До квантового явища при низьких температурах належить також надплинність гелію  $^4_2\text{He}$ , яку відкрив П. Л. Капіца (1894–1984) у 1937 р. Основні явища, які спостерігаються у надплинному гелію, описані у § 21.7 т. 1. Характерним у розвитку теорій явищ надпровідності і надплинності є їх взаємний вплив. Прогрес, досягнутий у з’ясуванні надплинності і розвитку її мікроскопічної теорії, значною мірою сприяв створенню мікроскопічної теорії надпровідності. У свою чергу, внаслідок створення теорії надпровідності вдалося передбачити явище надплинності рідкого гелію, що складається з атомів ізотопу  $^3_2\text{He}$ .

Зупинимося коротко на питанні надплинності  $^3_2\text{He}$ . Атом  $^3_2\text{He}$  має два протони, один нейтрон і два електрони. Кожна з цих частинок має спін 1/2. Тому спін атома  $^3_2\text{He}$  напівцілий, а значить атоми  $^3_2\text{He}$  підлягають статистиці Фермі – Дірака. У цьому відношенні вони відрізняються від атомів  $^4_2\text{He}$ , для яких спін цілий і застосовується статистика Бозе – Ейнштейна. Як зазначалось, утворення конденсату і поява надплинності можливі тільки в системах частинок, які описуються статистикою Бозе – Ейнштейна. Тому спочатку також вважалося, що надплинність  $^3_2\text{He}$  неможлива. Ця думка змінилась після створення теорії надпровідності. Справа в тому, що між атомами  $^3_2\text{He}$  діють сили притягання Ван-дер-Ваальса, які на великих відстанях зменшуються обернено пропорційно сьомому степеню відстані. У разі наявності таких сил атомам  $^3_2\text{He}$  енергетично вигідно кооперуватися в пари, що і проявляється при досить низьких температурах. Спін такої пари завжди цілий. Тому пари описуються статистикою Бозе – Ейнштейна. На основі цього була передбачена надплинність рідкого  $^3_2\text{He}$ , яку експериментально відкрито у 1974 р. при температурі, нижчій 0,002 65 К, і тиску близько 34 атм. При зниженні тиску до 21 атм температура переходу рідкого  $^3_2\text{He}$  у надплинний стан знижується до 0,002 4 К.

## Розділ 15. Фізика атомного ядра

### § 15.1. Експериментальні методи ядерної фізики

У ядерній фізиці досліджується субатомна структура речовини. Характерні розміри цієї структури малі порівняно не тільки з макроскопічними відстанями, але й з розмірами атомів. Фізичні явища, що відбуваються на таких малих відстанях, можна вивчати тільки за зіткненнями і розпадами атомних ядер та елементарних частинок. Вивчення цих процесів має важливе значення для ядерної фізики, оскільки одержана інформація являє собою основне джерело знань про склад, будову і властивості атомних ядер та елементарних частинок.

Основними складовими будь-якого експерименту в ядерній фізиці є джерела частинок, мішені і детектори. Джерелами частинок можуть бути радіоактивні препарати, космічні промені, ядерні реактори і прискорювачі. Радіоактивні препарати бувають природні і штучні. Останні одержують опроміненням деяких мішеней пучками частинок від ядерних реакторів та прискорювачів. Радіоактивні препарати випромінюють частинки з енергією в декілька мегаелектрон-вольт (MeV), якої недостатньо для дослідження переважної більшості ядерних процесів. Тому випромінювання радіоактивних препаратів, в основному, використовують для вивчення самого явища радіоактивності та в прикладних науках.

Майже до 50-х років ХХ ст. основним джерелом частинок високих енергій було космічне випромінювання. Поверхні Землі досягає вторинне космічне випромінювання, яке виникає внаслідок перетворень первинних космічних частинок при взаємодії з атмосферою. Космічне випромінювання складається, в основному, з протонів і  $\alpha$ -частинок. Енергетичний спектр первинного космічного випромінювання надзвичайно широкий. Він охоплює енергії від десятків мегаелектрон-вольт до надзвичайно високих. Середня енергія космічних частинок  $10^{10}$  еВ (зарєєстровані також події, зумовлені первинними космічними частинками з енергіями  $\sim 10^{20}$  еВ). До створення потужних прискорювачів саме в космічному випромінюванні були відкриті нові елементарні частинки: позитрони, мюони, піони та ін. Космічне випромінювання як джерело частинок високих енергій має ряд істотних недоліків. Це неконтрольованість подій з участю частинок надвисоких енергій і надзвичайно висока вартість експериментів.

Ядерні реактори як джерела частинок високих енергій являють собою потужні джерела нейтронів, енергії яких утворюють неперервний спектр від сотих долей електрон-вольта до десятків мегаелектрон-вольтів. Ядерні реактори можуть використовуватись і як джерела антинейтрини.

## § 15.2. Прискорювачі заряджених частинок

В ядерних дослідженнях основними джерелами частинок високих енергій у наш час є прискорювачі. Збільшення енергії заряджених частинок у прискорювачах відбувається внаслідок дії на них електричного поля. Прискорювані частинки не повинні зазнавати зіткнень з молекулами повітря. З цією метою їх прискорюють у вакуумі, а тому всі прискорювачі є вакуумними установками. За способом розгону частинок прискорювачі можуть бути нерезонансними чи резонансними. За формою траєкторії руху прискорених частинок прискорювачі поділяють на лінійні і циклічні.

Прискорювачі – це досить складні установки. За обладнанням і принципом дії вони відносяться до фізичної електроніки і радіотехніки надвисоких частот. Оскільки роль прискорювачів у ядерній фізиці і особливо у фізиці елементарних частинок вирішальна, то зупинимось на з'ясуванні основних принципів їх роботи. Крім застосування у фізиці, прискорювачі використовуються в хімії, біофізиці, геофізиці, медицині та ін.

Залежно від прискорюваних частинок розроблені різні типи прискорювачів. Так, прискорювачі для протонів,  $\alpha$ -частинок та важких іонів (багаторазово іонізовані атоми вуглецю, азоту, кисню та ін.) непридатні для прискорення електронів. Енергія прискорених заряджених частинок змінюється в межах від кількох МеВ до сотень гігаелектрон-вольт (ГеВ).

Верхня межа визначається не принциповими утрудненнями, а рівнем розвитку техніки прискорювачів. Ця межа постійно підвищується приблизно на порядок за десятиріччя.

Першим прискорювачем, який ще з початку 30-х років ХХ ст. мав практичне застосування в ядерній фізиці, є електростатичний генератор Ван-де-Граафа, принцип дії якого розглянуто у т. 2, § 1.12. Звичайні генератори Ван-де-Граафа дають можливість одержати напругу до 2–5 МВ, а модифіковані – до 15–20 МВ.

Ефективну напругу генератора Ван-де-Граафа можна збільшити удвічі. Це досягається використанням двох прискорювальних трубок, розташованих вертикально одна на продовженні другої, між якими знаходиться тонка металева фольга. До неї приєднаний високовольтний позитивний електрод. На верхньому кінці верхньої трубки розташовано джерело іонів, а на нижньому кінці нижньої трубки – випускний отвір. Джерело іонів і випускний отвір заземлюються, тобто мають нульовий потенціал. Джерело іонів створює негативно заряджені іони, тобто частинки, в яких є надлишок електронів. Частіше такими частинками є іони водню, тобто протон, навколо якого рухаються слабо з ним зв'язаних два електрони. Такий іон спрямовується до позитивно зарядженого електроду і зазнає прискорення. При пронизуванні фольги іон позбавляється обох електронів, тобто перетворюється в позитивно заряджений іон, і продовжує рухатись прискорено до випускного отвору. Внаслідок перезарядки частинка, досягнувши випускного отвору, отримує таку ж енергію, яку вона отримала на першій половині шляху. Такий прискорювач називають перезарядним, або тандем-генератором.

Недоліком генератора Ван-де-Граафа є жорстке обмеження енергії пучка зверху. Проте цей генератор забезпечує найвищий ступінь монохроматичності пучка порівняно з іншими прискорювачами і легкість регулювання його енергії. Перевагою генератора Ван-де-Граафа є також можливість одержати значні струми в пучку при високих ККД. Струм у пучку досягає кількох сотень мікроампер.

Лінійні прискорювачі належать до резонансних прискорювачів, оскільки в них для прискорення заряджених частинок застосовують високочастотні змінні поля, частота яких строго узгоджується зі швидкістю руху прискореної частинки. Найпростішим із таких прискорювачів є прискорювач Відерое, в якому трубчасті електроди (дрейфові трубки) розташовуються одна за одною у вакуумованому циліндрі (рис. 15.1). Трубчасті електроди через один з'єднані з одним полюсом генератора змінної напруги, інші трубчасті електроди – з другим. Прискорювач є імпульсним, тобто не створює неперервного потіку прискорених частинок, а прискорює окремі згустки частинок. На рис. 15.1, а показано знаки зарядів на трубках і напрямки напруженостей електричних полів у проміжках між ними в момент часу  $t$ , а на рис. 15.1, б – стан через півперіоду зміни напруги генератора.

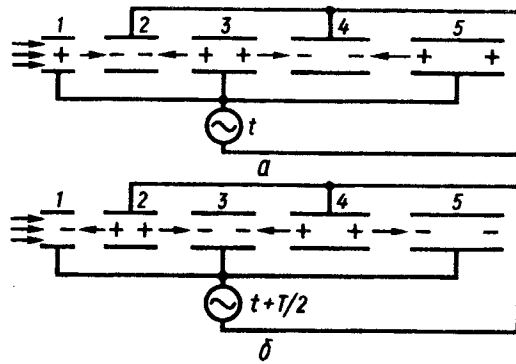


Рис. 15.1

Вважатимемо, що прискорюваними частинками є протони, які влітають у прискорювач зліва і рухаються всередині першої дрейфової трубки (рис. 15.1, а). При русі протона в проміжку між електродами 1 і 2 відбувається його прискорення. Потім прискорювана частинка рухається всередині другої дрейфової трубки. Пролітаючи в ній, протони не зазнають дії ніяких сил, оскільки електричне поле всередині металевої трубки, як і всередині будь-якого провідника, відсутнє. Продовжуючи свій рух, протони потрапляють у проміжок між електродами 2 і 3. За той час, протягом якого частинки пролітають другу дрейфову трубку, потенціали на електродах змінюються так, що напрям електричного поля і потенціали визначаються нижніми знаками (рис. 15.1, б). За такої умови протони у другому проміжку прискорюватимуться і їхня енергія зростатиме. Ідея цього методу прискорення полягає в тому, що напруга змінюється за той час, поки протони знаходяться всередині тієї чи іншої дрейфової трубки. Тому такий метод прискорення називають резонансним. Довжина дрейфових трубок із ростом їх номера в цих прискорювачах збільшується. Оскільки частинки рухаються в кожній наступній дрейфовій трубці з наростаючими швидкостями, то вони мають пролітати всі дрейфові трубки за той самий час, який дорівнює половині періоду змінної прискорювальної напруги (або непарному числу півперіодів).

Проект лінійного резонансного прискорювача, в якому дрейфові трубки не з'єднуються з генератором високої напруги, запропонував і практично здійснив Л. Альверс (1911–1988). Його прискорювач являє собою циліндричну трубку (об'ємний резонатор). В ньому збуджується стояча електромагнітна хвиля, в якій вектор напруженості електричного поля паралельний осі трубки. Електричне поле в такому резонаторі змінюється за законом  $E = A(r) \cos kx \cos \omega t$ , де координата  $x$  відраховується вздовж труби, а амплітуда  $A(r)$  залежить від відстані  $r$  до осі

резонатора. Частота  $\omega$  повинна задовольняти умовам, за яких у трубці можна збудити стоячі хвилі тільки з цілком певними характеристиками. Такого обмеження на частоту не було у прискорювачах Відерое. У вузлах 1, 2, 3, ... напруженість електричного поля дорівнює нулю (рис. 15.2). Через кожних півперіоду  $T$  напрям вектора напруженості електричного поля змінюється на протилежний.

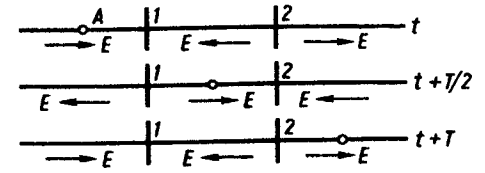


Рис. 15.2

Нехай у такому полі протон рухається з постійною швидкістю  $v$  і знаходиться в точці  $A$  у той момент часу, коли напруженість електричного поля максимальна. Тоді частинка буде прискорюватись, а її енергія буде збільшуватись. Припустимо, що через чверть періоду вона виявиться у вузлі 1, де  $E = 0$ . У цей момент часу електричне поле скрізь змінює напрям на протилежний і буде прискорювати частинку між вузлами 1 і 2. До вузла 2 частинка повинна підходити в момент часу, коли знову відбувається зміна напрямку напруженості електричного поля. Тому за вузлом 2 рух частинки буде також прискореним. Таким же буде її рух між вузлами 2 і 3 та іншими наступними вузлами. При реальному русі частинка повинна послідовно проходити і через прискорювальні, і через сповільнювальні ділянки. Для подолання цієї труднощі Л. Альверс помістив на сповільнювальних ділянках дрейфові трубки, і тим самим досяг нульового значення напруженості електричного поля на цих ділянках. Дрейфові трубки не приєднувались до джерела високої напруги, вони заряджались змінним електромагнітним полем.

Дію порожнистого резонатора як прискорювача можна пояснити і з іншого погляду. Для цього уявімо стоячу хвилю в резонаторі як наслідок накладання двох біжучих хвиль однакових частот, що поширюються назустріч одна одній,

$$E \cos kx \cos \omega t = \frac{E}{2} \cos(\omega t - kx) + \frac{E}{2} \cos(\omega t + kx).$$

Першу хвилю називають попутною, другу – зустрічною. Нехай частинка рухається з фазовою швидкістю  $v = \omega/k$ , перебуваючи весь час на гре-

бені попутної хвилі  $\frac{E}{2} \cos(\omega t - kx)$ . Тоді ця хвиля буде неперервно прискорювати частинку. Зустрічна хвиля буде здійснювати на частинку прискорювальну і сповільнювальну дію з великою частотою її зміни. Внаслідок цього виникають незначні коливання навколо деякого усередненого плавного руху частинки. Ці коливання істотної ролі не відіграють.

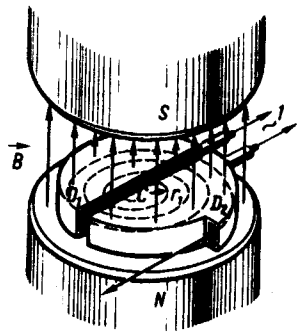


Рис. 15.3

Для прискорення частинок можна використати тільки одну попутну хвилю, усунувши шкідливу дію зустрічної хвилі. Такий прискорювач називається *прискорювачем з біжучою хвилею*.

Лінійний прискорювач з біжучою хвилею для прискорення електронів до 1,8 ГеВ споруджений у 1964 р. у Харкові (його довжина 240 м). Найбільший у світі лінійний прискорювач з біжучою хвилею, який прискорює електрони до 22,3 ГеВ, збудовано у Стенфордї (США). Його довжина 3,05 км. На основі цього прискорювача, енергія електронів у якому досягає 50 ГеВ, створюється установка для зустрічних електрон-позитронних пучків. Електрони і позитрони будуть прискорюватись у лінійному прискорювачі, а потім їх траєкторії будуть розводитись по різних колах. У місцях їх перетинання відбуватимуться зустрічні зіткнення. Лінійні прискорювачі дають високу інтенсивність пучка і можуть мати велике практичне значення, наприклад, для одержання ядерного палива  ${}^{239}_{94}\text{Pu}$ ,  ${}^{232}_{92}\text{U}$  з  ${}^{238}_{92}\text{U}$ ,  ${}^{232}_{90}\text{Th}$ .

Незважаючи на те, що лінійні прискорювачі не можуть надавати частинкам таких великих енергій, які тепер використовуються в ядерній фізиці, вони поки що залишаються важливими установками для ядерних досліджень, оскільки в них заряджені частинки менше втрачають енергії на випромінювання.

У *циклічних прискорювачах* використовується спільна дія на заряджену частинку електричного і магнітного полів. Електричне поле прискорює частинки, а магнітне утримує їх на певній траєкторії і багато разів повертає у прискорювальне поле. Циклічні прискорювачі поділяються на нерезонансні і резонансні.

Іонні і електронні циклічні прискорювачі істотно відрізняються за їх принципом дії. Це зумовлено тим, що швидкості прискорених іонів завжди менші за швидкість світла, а швидкість електронів близька до неї. До іонних циклічних прискорювачів відносяться циклотрон, фазотрон, синхрофазотрон, а до електронних – бетатрон, синхротрон.

Розглянемо принцип дії деяких циклічних резонансних прискорювачів. Перший *циклотрон* збудував Е. Лоуренс (1901–1958) у 1930 р. Замість того, щоб одержувати іони високих енергій шляхом збільшення напруги, він розробив і реалізував метод багаторазового використання порівняно низьких напруг. Прискорювальною частиною циклотрона є електроди  $D_1$  і  $D_2$  у вигляді двох порожнистих напівциліндрів з основами, які називають *дуантами* (рис. 15.3). Дуанти живляться від генератора змінної напруги. Між дуантами є щілина, в якій завдяки прикладеній напрузі виникає електричне поле. Прискорені іони вводяться між дуантами поблизу центра в точці  $C$ . Дуанти розміщені у вакуумній камері, яка знаходиться між полюсними наконечниками магніта з постійною індукцією поля  $\vec{B}$ .

Нехай із джерела іонів  $C$  вилітає позитивний іон у той момент, коли дуант  $D_1$  має позитивний потенціал, а дуант  $D_2$  – негативний. Позитивний іон під дією електричного поля знає прискорення і влітає в порожнину дуанта  $D_2$ , в якій через дію магнітного поля іон перейде на колову орбіту. Циклічну частоту рівномірного обертання по колу  $\Omega$  знаходимо за умови, що роль доцентрової сили відіграє сила Лоренца, тобто

тоді

$$q\Omega RB = m\Omega^2 R,$$

$$\Omega = \frac{qB}{m}, \quad (15.1)$$

де  $q$ ,  $m$  і  $B$  – відповідно заряд, маса та індукція магнітного поля.

Якщо за час, протягом якого іон у дуанті опише майже півколо і підійде до щілини, напрям електричного поля зміниться на протилежний, то поле знову прискорюватиме його. Такий механізм прискорення зарядженої частинки в циклотроні можливий тільки за умови, що її рух відбувається синхронно (у резонансі) із зміною напруги між дуантами, тобто період змінного електричного поля збігається з періодом  $T$  колового руху іона в дуантах. Оскільки  $\Omega = 2\pi/T$ , то умова синхронізації має вигляд

$$T = \frac{2\pi m}{qB}. \quad (15.2)$$

У циклотроні іон рухається по розгорненій спіралі, періодично одержуючи прискорення через час  $T/2$ . На останньому витку спіралі вмикається електричне поле, яке відхиляє пучок і виводить його назовні.

Енергія, отримана частинкою при виході з прискорювача, від прискорювального поля не залежить. Вона визначається тільки індукцією магнітного поля  $B$  і радіусом  $R$  дуантів. Оскільки швидкість частинки  $v = \Omega R$ , то кінетична енергія частинки

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} m\Omega^2 R^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2 B^2 R^2}{m}.$$

Для роботи циклотрона необхідно, щоб частинка весь час рухалась у центральній площині циклотрона або у разі незначних відхилень від неї в один чи інший бік поверталась до цієї площини, а не потрапляла на один із дуантів. Це досягається фокусуванням самим циклотроном. Воно забезпечується неоднорідністю магнітного поля. Фокусуєча дія магнітного поля проявляється зменшенням його індукції від центра до периферії. Завдяки цьому лінії магнітної індукції повернуті опуклістю



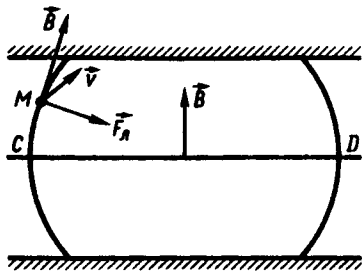


Рис. 15.4

назовні, тобто мають бочкоподібну форму (рис. 15.4). Нехай індукція магнітного поля  $\vec{B}$  напрямлена вгору, а позитивно заряджена частинка змістилась від середньої площини  $CD$  і знаходиться в точці  $M$ . При русі її у напрямі від читача за площину рисунка вертикальна складова сили Лоренца  $F_L$  напрямлена вниз. Ця сила примушує повернутись частинку до середньої площини  $CD$ .

Прискорення позитивних іонів у циклотроні можливе доти, поки частинки рухаються в резонанс із прискорювальним полем, тобто поки не проявляються релятивістські ефекти. За допомогою циклотронів можна прискорювати протони, дейтрони, іони гелію до енергій 10–20 МеВ.

Прискорення іонів до релятивістських швидкостей здійснюють у *фазотроні*. Відмінність його від циклотрона полягає в тому, що в ньому для прискорення частинок застосовують електричне поле, частота якого повільно змінюється. Причому вона змінюється так, щоб частота поля дорівнювала частоті обертання частинки, яка зменшується внаслідок релятивістського збільшення маси. Таке поле прискорює частинку на кожному витку траєкторії, незважаючи на релятивістську зміну маси. Фазотрон працює тільки в імпульсному режимі, тобто в кожний момент часу в камері прискорюється тільки один згусток частинок.

Однією з основних умов, необхідних для роботи фазотрона та більшості інших сучасних резонансних прискорювачів частинок до релятивістських швидкостей, є *автофазування*, яке відкрив у 1944–1945 рр. В. І. Векслер (1907–1966) і незалежно від нього майже одночасно з ним Е. Мак-Міллан (н. 1907 р.). Справа в тому, що повного збігу частот прискорювального поля і прискорюючої частинки в циклічних резонансних прискорювачах ніколи не буває. Насправді ці частоти дещо відрізняються одна від одної. Відповідно до формули (15.1) між частотою прискорювального поля  $\Omega_r$  (частотою генератора), середньою індукцією  $\langle B \rangle$  магнітного поля і повною енергією частинки  $\varepsilon = mc^2$  при резонансі має виконуватись співвідношення

$$\varepsilon = \frac{qc^2 \langle B \rangle}{\Omega_r}. \quad (15.3)$$

Для з'ясування принципу автофазування подамо напруженість електричного поля  $E$  у прискорювальних проміжках залежно від часу  $t$ . Поле  $E$  зображається синусоїдальною кривою, частота якої повільно змінюється з часом. Істотно зауважити, що час  $T$ , за який частинка

переходить від одного прискорювального проміжку до сусіднього, залежить від її енергії. Ця залежність визначається двома протилежно діючими факторами. Із збільшенням енергії частинки збільшується її швидкість, що зменшує  $T$ , але збільшується шлях між двома наступними прискореннями.

Результуючий ефект залежить від будови прискорювача. Так, у лінійному резонансному прискорювачі другий фактор не діє, час  $T$  зі збільшенням енергії зменшується. В інших прискорювачах це співвідношення може бути протилежним. Будемо вважати, що зі збільшенням енергії час  $T$  подовжується.

Нехай дві частинки, швидкості яких мало відрізняються, одночасно виходять з якого-небудь прискорювального проміжку. При підході до наступного прискорювального проміжку частинка  $1$ , яка має більшу швидкість, випереджає частинку  $1'$ , швидкість якої менша (рис. 15.5, а). Припустимо, що частинка проходить через прискорювальний проміжок тоді, коли електричне поле досягло максимуму і починає зменшуватись. За такої умови в новому прискорювальному проміжку частинка  $1'$  одержить більший приріст швидкості, ніж частинка  $1$ . При русі до наступного прискорювального проміжку частинка почне ліквідовувати своє відставання. Може навіть трапитись, що частинка  $1'$  пережене частинку  $1$  (рис. 15.5, б). У цьому разі в новому прискорювальному проміжку частинка  $1'$  одержить менший приріст швидкості, ніж частинка  $1$ . Випередження частинки  $1'$  буде зменшуватись, і може трапитись, що при підході до наступного прискорювального проміжку вона знову може виявитись відстаючою від частинки  $1$ . Таким чином, при русі двох близьких частинок відстань між ними буде то збільшуватись, то зменшуватись.

В окремих випадках зміну частоти поля можна підібрати так, щоб частинка  $1$  була резонансною, тобто проходила через усі прискорювальні проміжки в ті моменти часу, коли фаза прискорювального поля набирає одне і те ж значення. У цьому випадку виникають незначні коливання близьких частинок навколо положення резонансної частинки  $1$ , тобто утворюється стійкий згусток прискорюваних частинок.

З викладеного видно, що так буде відбуватись у тому випадку, коли згусток прискорених частинок проходить через прискорювальні проміжки в ті моменти часу, коли прискорювальне поле вже пройшло

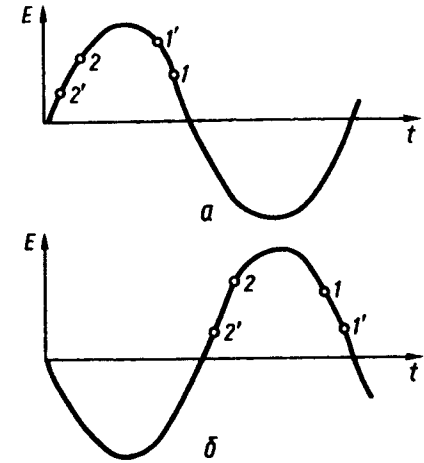


Рис. 15.5



через максимум і починає зменшуватись. Якщо ж воно ще не досягло максимуму, то відставання частинки 2' від частинки 2 (рис. 15.5, б) внаслідок одержання додаткової енергії в прискорювальному проміжку буде збільшуватись. Частинки будуть віддалятися одна від одної, і згусток розпадеться. Ситуація змінюється, коли із збільшенням енергії частинки час  $T$  зменшується. У цьому випадку стійкий згусток частинок утворюється за умови, що він проходить через прискорювальний проміжок ще до того, як прискорювальне поле досягає максимуму. Так чи інакше, стійкий згусток частинок утворюється або справа, або зліва від максимуму електричного поля. Там же, але не в самому максимумі, знаходиться і відповідна резонансна частинка. Автоматичне утворення стійкого згустка частинок у резонансних прискорювачах називається *автофазуванням*.

Після з'ясування принципу автофазування подамо деякі відомості про фазотрони. Фазотрони використовуються для прискорення важких частинок – протонів, дейтронів,  $\alpha$ -частинок. У фазотронах іони прискорюють до енергій порядку 1 GeV і одержують від кількох десятків до кількох сотень імпульсів у секунду. В одному імпульсі міститься  $10^9$ – $10^{10}$  іонів. Інтенсивність пучка у фазотроні значно менша, ніж у циклотроні, проте досить велика і дорівнює порядку 2 мкА. У Швейцарії працює прискорювач з інтенсивністю  $I = 200$  мкА, яка доводиться до 2 мА. З відкриттям принципу автофазування були створені нові типи циклічних резонансних прискорювачів.

Як зазначалось, із зростанням енергії прискореної частинки рівняння синхронізації порушується і наступне прискорення частинки припиняється. Відповідно до умови (15.3) для збільшення енергії частинки у прискорювачі при збереженні синхронізації необхідно нарощувати магнітне поле. Прискорювач, в якому режим прискорення частинок підтримується зміною магнітного поля, називається *синхротроном*. У таких прискорювачах частота прискорювального поля  $\Omega_r$  стала. Синхротрон використовується для прискорення електронів.

Прискорювач, в якому поєднуються принципи дії синхротрона і фазотрона, називають *синхрофазотроном*. Синхрофазотрони являють собою циклічні резонансні прискорювачі, в яких змінюється з часом як індукція магнітного поля, так і частота прискорювального електричного поля, причому так, що радіус рівноважної орбіти залишається майже постійним.

До прискорювачів, в яких використовують постійне в часі магнітне поле, належить *мікротрон*. Він застосовується для прискорення електронів. Ідеї про роботу мікротрона були висловлені В. І. Векслером у 1944 р., а експериментальна установка була вперше збудована в Канаді у 1948 р. На відміну від циклотрона і фазотрона джерело електронів у мікротроні знаходиться не в центрі, а на периферії магнітного поля. Там же розташовано порожнистий прискорювальний резонатор, при про-

ходженні через який енергія електрона кожний раз збільшується на енергію спокою електрона  $m_0c^2 = 0,511$  MeV. Після цього електрон, описавши колову орбіту в магнітному полі, повертається у прискорювальний проміжок, де його енергія знову зростає на  $m_0c^2$ .

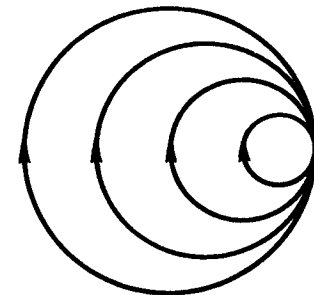


Рис. 15.6

Послідовні колові траєкторії, що описують електрони в мікротроні, схематично показано на рис. 15.6.

У мікротроні, як і в інших прискорювачах релятивістських частинок, здійснюється автофазування. Енергія частинок, які прискорюються мікротронами, досягає 50–100 MeV.

До нерезонансних циклічних прискорювачів належить *бетатрон*, який використовується для прискорення  $\beta$ -частинок (електронів). Теорію бетатрона в 1940 р. розробив Я. П. Терлецький (н. 1912 р.), а в 1940–1941 рр. Д. Керст (н. 1911 р.) збудував перший бетатрон, який давав змогу прискорювати електрони до енергій 2–3 MeV. На рис. 15.7 показано схематичний переріз бетатрона, де 1 – полюсні наконечники; 2 – переріз вакуумної тороїдальної камери; 3 – центральне осердя; 4 – обмотка електромагніта; 5 – ярмо магніта.

Як відомо, змінне магнітне поле створює вихрове електричне поле, лінії напруженості якого являють собою замкнені криві, що охоплюють лінії магнітної індукції  $\vec{B}$ . Це вихрове електричне поле використовується для прискорення електронів у тороїдальній камері. Під час зростання магнітного поля у камеру вводять електрони. На них діє сила з боку вихрового електричного поля, яка прискорює їх до високих енергій. Через чверть періоду індукція магнітного поля досягає макси-

муму внаслідок зміни сили струму в електромагніті і прискорення електронів припиняється. За цей час електрони набувають енергії до 100 MeV. Дальшому зростанню їх енергії перешкоджають значні втрати її на електромагнітне випромінювання електронів, що рухаються по колу з прискоренням.

Для ефективного підвищення енергії частинок тепер широко застосовуються установки із

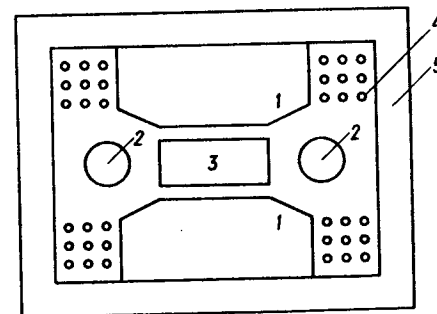


Рис. 15.7

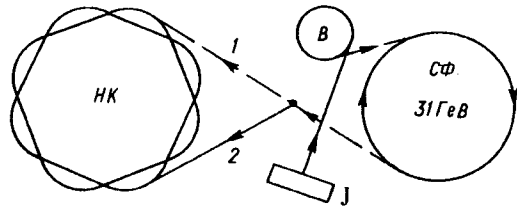


Рис. 15.8

зустрічними пучками. Найпоширенішими є установки на електрон-позитронних, протон-протонних і протон-антипротонних пучках. Такі установки називають колайдерами. Перший *електронний прискорювач на зустрічних пучках* був введений у дію в Новосибірську в 1967 р. Енергія частинок у кожному пучку становила 0,16 ГеВ. Відповідно до розрахунків для еквівалентного прискорювача з нерухомою мішенню це відповідає  $\varepsilon = 100$  ГеВ. Планується введення в дію у Новосибірську прискорювача на зустрічних електрон-позитронних пучках, у якого енергія частинок кожного пучка  $\sim 1000$  ГеВ. Це відповідатиме енергії частинок прискорювача з нерухомою мішенню  $\varepsilon \approx 4 \cdot 10^9$  ГеВ.

На рис. 15.8 наведено схему установки на зустрічних протон-протонних пучках (ЦЕРН<sup>\*</sup>, енергія частинок кожного пучка 31 ГеВ,  $\varepsilon = 2 \cdot 10^3$  ГеВ). Прискорювальна система складається з інжектора *J* (лінійного прискорювача), бустера *B* (малого прискорювача) і потужного синхрофазотрона *СФ*. Система формує пучок протонів з енергією 31 ГеВ. Біля прискорювача розташовано два накопичувальних кільця *НК*, в яких трохи деформовані кола діаметром 300 м перетинаються 8 разів під кутом  $15^\circ$ . Протони вводяться в кільця по черзі каналами *1* і *2* протягом 30 хв до досягнення сили струму 30 А. Після цього синхрофазотрон від'єднується. Тиск доведено до  $10^{-9}$  Па. Це дає змогу зберігати зустрічні протонні пучки протягом кількох діб. Пучки зазнають зіткнень у місцях перетину кільць, де й відбувається реєстрування подій. Розробляються проекти установок із зустрічними протон-антипротонними пучками на кілька десятків ТеВ. Проводяться також пошуки нових принципів прискорення елементарних частинок. Вважають перспективним колективний метод прискорення, при якому поля, що прискорюють частинки, створюються не зовнішніми радіотехнічними засобами, а за допомогою інших груп заряджених частинок.

Ведуться роботи по створенню прискорювачів з електромагнітами з високотемпературних надпровідників та кібернетичних прискорювачів.

Всі нейтральні частинки, у тому числі і нейтрони, неможливо прискорювати і фокусувати електромагнітними полями. Такі частинки утворюються тільки під час ядерних реакцій. Джерела нейтронів

поділяють на три групи: джерела, в яких нейтрони виникають внаслідок радіоактивних випромінювань; джерела, в яких нейтрони створюються частинками, що вилітають з прискорювачів; ядерні реактори.

Для дослідження взаємодії одних частинок з іншими перші направляють у вигляді пучка частинок певних енергій на інші, які знаходяться в спеціальних пристроях. Ці пристрої називають *мішенями*. Дослідженню підлягають частинки, які вилітають з мішені. Мішені можуть бути розміщені як усередині камери прискорювача, так і за її межами. Часто мішенню є робоча речовина самого детектора.

### § 15.3. Методи спостереження і реєстрації мікрочастинок

Детекторами мікрочастинок є прилади, за допомогою яких їх виявляють та вивчають їх характеристики. Основна складність реєстрування окремих мікрочастинок полягає в тому, що їх дія на речовину детектора досить мала. Щоб виявити цю дію, необхідне значне підсилення мікроскопічного ефекту для його перетворення в макроскопічний сигнал. Дія детекторів базується на іонізації або збудженні атомів речовини детектора прискореними зарядженими частинками. Незаряджені частинки ( $\gamma$ -кванти, нейтрони, нейтрино та ін.) не іонізують атомів речовини і виявляють себе через вторинні заряджені частинки, які виникають при взаємодії нейтральних частинок з речовиною. Всі детектори, які використовуються для реєстрування частинок, можна поділити на такі групи: мас-аналізатори; лічильники, або електронні детектори; трекові детектори та годоскопічні камери.

Мас-аналізатори використовують для вимірювання мас атомних ядер (мас-спектрографи), для вивчення ізотопного складу елементів (мас-спектрометри), розділення ізотопів за масами (мас-сепаратори).

До лічильників належать імпульсні іонізаційні камери, пропорційні лічильники, лічильники Гейгера – Мюллера, сцинтиляційні, черенковські та напівпровідникові лічильники.

У трекових лічильниках реєструється слід, залишений зарядженою частинкою. До трекових детекторів належать камера Вільсона, бульбашкова камера, товстошарові фотоемульсії, широкопроміжкові іскрові і стримерні, пропорційні і дрейфові камери.

Детектори характеризуються ефективністю, просторовим розділенням, роздільним часом та часом відновлення.

Ефективність виражається відношенням числа зареєстрованих частинок до повного числа частинок, що пролітають через чутливий об'єм лічильника.

Просторове розділення являє собою похибку, з якою детектор може реєструвати місце знаходження частинки у просторі. Роздільний час – це час  $\Delta t$ , який розділяє дві частинки, що проходять одна за одною і реєструються окремо.

\* ЦЕРН – загальноприйняте позначення розшифровується так: Європейський центр ядерних досліджень (Швейцарія).

Час відновлення – час, за який детектор, зареєструвавши одну частинку, повертається до попереднього стану, щоб бути здатним реєструвати наступні частинки. Час відновлення являє собою міру інертності детектора.

У табл. 15.1 наведено орієнтовні характеристики різних детекторів.

Таблиця 15.1

	Просторове розділення, см	Роздільний час, с	Час відновлення, с
Іонізаційна камера	~1	$10^{-6}$	$10^{-4}$
Пропорційний лічильник	~1	$10^{-7}$	$10^{-5}$
Лічильник Гейгера – Мюллера	~1	$>10^{-6}$	$10^{-4}$
Сцинтиляційний лічильник	~1	$10^{-9}$	$10^{-8}$
Напівпровідниковий лічильник	<1	$10^{-9}$	$10^{-9}$
Товстошарові фото-емульсії	$10^{-4}$	–	–
Камера Вільсона	$10^{-1}$	$10^{-1}$	$10^{-2}$
Бульбашкова камера	$10^{-2}$	$10^{-3}$	1
Іскрова камера	$10^{-2}$	$10^{-6}$	$10^{-3}$
Пропорційна камера	$10^{-2}$	$10^{-7}$	$10^{-5}$
Стримерна камера	$10^{-2}$	$10^{-6}$	$10^{-1}$

У газорозрядних лічильниках робочою речовиною є газ. Він іонізується під дією частинки, яку вивчають. Під впливом електричного поля відбувається вторинна іонізація молекул газу. Це зумовлює утворення на виході лічильника імпульсу напруги, реєстрування якого дає інформацію про частинку, що пройшла через лічильник. До газорозрядних лічильників належать іонізаційні камери, пропорційні лічильники, лічильники Гейгера – Мюллера та іскрові лічильники.

Іонізаційна камера – це заповнений газом тонкостінний замкнутий об'єм, в якому розміщено два електроди, що з'єднані з джерелом напруги (100–1000 В). Принцип дії камери такий. Заряджена частинка, що потрапляє до камери, іонізує у ній газ. Іони, що утворюються, рухаються до відповідних електродів, створюючи електричний струм, за яким реєструють частинку. Схема іонізаційної камери наведена на рис. 15.9 (1 – траєкторія зарядженої частинки; 2 – утворені цією частинкою іони; 3 – електроди; 4 – гальванометр). Така камера працює у режимі насичення

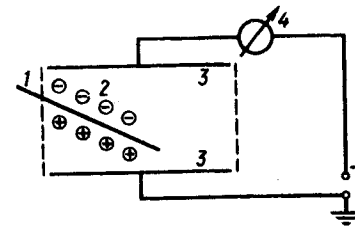


Рис. 15.9

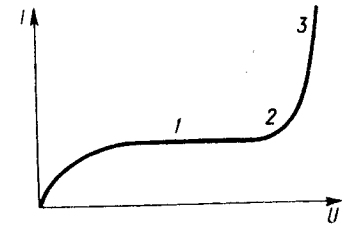


Рис. 15.10

(ділянка 1 на вольт-амперній характеристиці рис. 15.10). У такому режимі сила струму насичення пропорційна інтенсивності потоку частинок, що потрапляють у камеру.

З підвищенням напруги виникає електронна ударна іонізація. На вольт-амперній характеристиці це ділянка 2, де сила струму пропорційна початковій кількості утворених іонів, а підсилення досягає досить великих значень. Це дає змогу реєструвати попадання окремих частинок і відрізнити їх за величиною струму. Іонізаційні камери, що працюють у такому режимі, називають пропорційними лічильниками. Вони працюють в області несамостійного розряду.

При збільшенні напруги виникає самостійний розряд (ділянка 3). Такий режим роботи використовується в лічильниках Гейгера – Мюллера. Послідовно з цим лічильником вмикають резистор  $R$  (рис. 15.11), який має опір  $\sim 10^9$  Ом. Центральний електрод зроблено з тонкої металевої нитки, внаслідок чого напруженість електричного поля навколо нього досить велика. Газ, що заповнює лічильник, перебуває в умовах, за яких можливе виникнення самостійного розряду. У випадку, коли в лічильник влітає частинка або фотон, здатний викликати іонізацію, відбувається самостійний розряд. При цьому струм у колі різко зростає, й імпульс напруги з резистора подається на підсилювач або інший реєструючий прилад. Після кожної частинки, яка попала в лічильник і зумовила розряд, треба автоматично припинити розряд. Це зробить лічильник здатним реєструвати наступні частинки. За способом припинення розряду лічильники поділяють на несамогасні і самогасні.

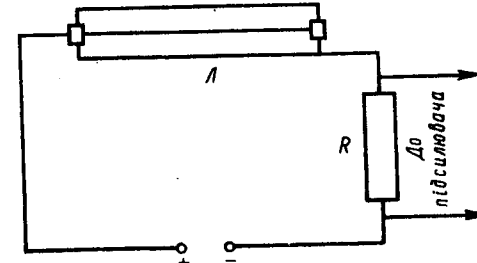


Рис. 15.11

З виникненням розрядного струму на резисторі  $R$  значно зростає спад напруги. Тоді між електродами лічильника напруга різко зменшується і розряд припиняється. Після цього лічильник здатний реєструвати наступні частинки.

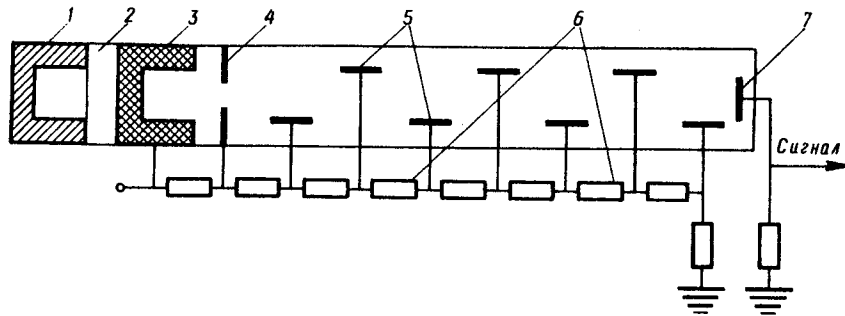


Рис. 15.12

Максимальна швидкість реєстрування для таких лічильників невисока (не перевищує 100 імпл/с) на відміну від лічильників Гейгера – Мюллера, які наповнені спеціальним добром газів (наприклад, 90 % аргону і 10 % пари етилового спирту чи іншого багатоатомного газу, іонізаційний потенціал якого менший, ніж для аргону).

У напівпровідникових лічильниках робочою речовиною є напівпровідниковий кристал з  $p-n$ -переходом. Такий лічильник працює як напівпровідниковий діод, на який подається зовнішня заперна напруга. Заряджена частинка, проникаючи в кристал, внаслідок іонізації утворює додаткові пари електрон – дірка, які в електричному полі рухаються до відповідних електродів і створюють на них імпульс струму. Напівпровідникові лічильники дають змогу реєструвати електрони з енергіями до 2 МеВ і протони з енергіями до 20 МеВ.

У сцинтиляційних лічильниках частинки реєструють за світлінням, яке вони викликають у робочій речовині лічильника. Ефективність реєстрації заряджених частинок люмінесцентними лічильниками складає майже 100 %. Такі лічильники досить широко застосовуються в ядерній фізиці, фізиці елементарних частинок і космічного випромінювання в усьому діапазоні енергій.

Схема сцинтиляційного детектора показана на рис. 15.12. Фотони, що виникають під дією зарядженої частинки в сцинтиляторі 1, через світлопровід 2 спрямовуються до напівпрозорого фотокатоду 3 (4 – діафрагма, 5 – діоди, 6 – подільник напруги, 7 – анод). Під дією фотонів виникає фотоелектричний ефект. Сцинтиляційні лічильники застосовуються для реєстрування як заряджених, так і нейтральних частинок. Нейтральні частинки детектуються після взаємодії їх з атомами або ядрами через вторинні заряджені частинки. Так,  $\gamma$ -кванти реєструють через вторинні електрони (фотоелектричний ефект, комптон-ефект) або пари електрон – позитрон. Нейтрони реєструють за протонами віддачі або іншими зарядженими частинками. Сцинтиляційні лічильники дають змогу не тільки реєструвати частинки, але й вимірювати їх енергію. Вони забезпечують також значну ефективність роботи лічильника.

Принцип дії лічильника Черенкова ґрунтується на використанні випромінювання Вавилова – Черенкова. Воно виникає в будь-якому прозорому середовищі під впливом зарядженої частинки, яка рухається зі швидкістю  $v$ , більшою за фазову швидкість

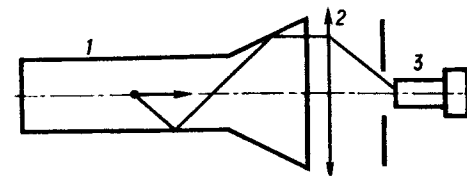


Рис. 15.13

світла в даному середовищі, тобто коли  $v > c/n$ . Схему лічильника Черенкова показано на рис. 15.13. Він складається з плексигласового або люцитового блока 1 (в ньому виникає випромінювання Вавилова – Черенкова), оптичної збиральної системи 2 і фотопомножувача 3. Лічильник реєструє тільки ті частинки, які рухаються вздовж осі оптичної системи. Світло, що при цьому виникає на стінках блока, зазнає повного відбивання на конусі і лінзою спрямовується на катод фотопомножувача. За імпульсом струму від фотопомножувача реєструються заряджені частинки.

Лічильник Черенкова – єдиний лічильник, який внаслідок реєстрації напрямленого випромінювання світла дає змогу встановити точний напрям руху реєстрованої частинки. Роздільний час лічильника досягає  $10^{-9}$  с. Досить часто лічильники Черенкова застосовуються разом з іншими реєструвальними пристроями.

Крім лічильників, широке застосування знайшли трекові методи дослідження, оскільки тільки прямі спостереження траєкторій дають змогу краще зрозуміти процеси, що відбуваються. Переваги трекових детекторів визначаються такими факторами: ефективний об'єм, число робочих циклів у одиницю часу, чутливість, керованість та ін.

Досить важливою характеристикою детектора є його здатність розрізняти частинки за електричним зарядом, масою й енергією.

У трекових детекторах заряджені частинки залишають слід, який називають треком. У цих детекторах треки можна спостерігати візуально, фотографувати, визначати за допомогою електронних пристроїв. Трекові детектори дають можливість визначити напрям руху частинки, її імпульс та заряд, а також вивчати процеси зіткнень та розпадів частинок.

Камера Вільсона – перший трековий пристрій, створений Ч. Вільсоном (1869–1959) у 1912 р. Її дія базується на конденсації пересиченої пари і утворенні дрібних видимих краплинок рідини на іонах як центрах конденсації, що утворюються вздовж траєкторії руху частинки. Камера Вільсона являє собою замкнений резервуар, заповнений газом і насиченою парою певної рідини. При швидкому адиабатичному розширенні газ охолоджується і пара стає пересиченою. На іонах, створених іонізуючою частинкою, відбувається конденсація

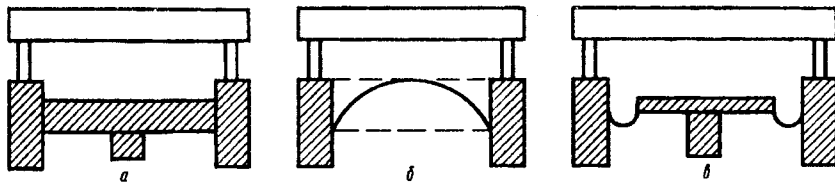


Рис. 15.14

пересиченої пари, яка утворює трек. Після фотографування треків камеру повертають у початковий стан швидким стисканням газу, при якому краплинки, що утворились на іонах, випаровуються.

Більшість сучасних камер Вільсона являють собою камери об'ємного розширення. Як робочий газ у них найчастіше використовують аргон або суміш аргону і гелію, а пароутворювальною сумішшю є вода та етиловий спирт. Газ у камері може розширюватися внаслідок руху поршня, гумової діафрагми або рухомого дна (рис. 15.14, а, б, в). Форма камери, розміри і розміщення вікон для освітлення і фотографування треків визначаються конкретними умовами експерименту. Щоб видалити іони з робочого об'єму, між корпусом камери та її кришкою, яка покрита знизу желатином, прикладають електричну напругу 150–200 В.

Щоб розширити можливості камери Вільсона, Д. В. Скобельцин (н. 1892 р.) розмістив її в сильному магнітному полі. Іноді всередину камери Вільсона поміщають пластинки з речовини, яка має велику густину. Між пластинками залишаються щілини (ширина щілин 2 см) для спостереження треків. Такі багатопластинчасті камери виявляються досить корисними при дослідженні ядерних реакцій, в яких утворюються короткоіснуючі частинки, а також для спостереження конверсії  $\gamma$ -квантів у електронно-позитронні пари.

За допомогою камери Вільсона виконано ряд робіт фундаментального значення. Так, у ній вперше було виявлено позитрон, мюон, гіперон, каон. Тепер камера Вільсона використовується головним чином як ефективний демонстраційний прилад.

Дифузійна камера, на відміну від камери Вільсона, має безперервну чутливість. Це зумовлено дифузиею пари з нагрітої частини в холодну, що і створює безперервне пересичення в робочому шарі камери. Дифузійну камеру часто вміщують у магнітне поле. Її наповнюють повітрям або аргонном при атмосферному тиску. Пароутворювальною рідиною є метиловий або етиловий спирт. Відсутність рухомого поршня в дифузійних камерах дає змогу створювати в них тиск до  $(3-4) \cdot 10^6$  Па, що значно збільшує ефективний об'єм.

Бульбашкова камера створена в 1952 р. Д. Глезером (н. 1926 р.). Вона є одним із основних трекових приладів сучасної фізики частинок високих енергій. Принцип її дії базується на утворенні бульбашок пари на

іонах як центрах кипіння в перегрітій рідині. Іони утворюються рухомою частинкою вздовж траєкторії її руху. Бульбашкова камера являє собою резервуар, наповнений прозорою перегрітою рідиною (рідкий водень, ксенон, фреон та ін.). Від кипіння перегріта рідина стримується високим зовнішнім тиском. Робоча рідина камери відіграє одночасно і роль мішені.

Ефективність реєстрування визначається, в основному, розмірами бульбашкової камери. Так, бульбашкова камера СКАТ в Інституті високих енергій (м. Серпухів, Росія) має розміри  $4,5 \times 1,6 \times 1,5$  м (робоча рідина – рідкий фреон). У національній прискорювальній лабораторії ім. Фермі (США) воднева бульбашкова камера має об'єм  $33 \text{ м}^3$ .

За допомогою бульбашкових камер були відкриті дивні частинки, нестабільні частинки – резонанси.

Як зазначалось, до трекових детекторів належать ядерні фотоемульсії завтовшки до 500 мкм, які наносяться на прозору речовину (скло, полімерні плівки). Ядерні емульсії є універсальним засобом експериментального вивчення взаємодії частинок будь-яких енергій.

Принцип дії фотоемульсій базується на тому, що пролітаюча частинка відриває в ній електрон від галоїда, який переходить до іона срібла. Внаслідок цього на шляху руху частинки виділяється срібло. Після проявлення з'являється трек. Оскільки фотоемульсія є твердим тілом, то вона дає можливість реєструвати високоенергетичні частинки. Недоліком цього методу є його трудомісткість, оскільки дослідження треків проводять під мікроскопом.

До годоскопічних камер належать: пропорційні камери, іскрові камери, іонізаційні калориметри. Усі вони певною мірою являють собою гібриди лічильників і трекових детекторів.

#### § 15.4. Склад ядра. Заряд і масове число ядра

До 1932 р. фізикам були відомі тільки три елементарні частинки: електрон, протон і фотон. Тому було зроблено припущення, що ядро атома складається із протонів і електронів (протонно-електронна гіпотеза). Вважалося, що до складу ядра з порядковим номером  $Z$  у періодичній системі елементів Менделєєва і масовим числом  $A$  входить  $A$  протонів і  $A - Z$  електронів. Відповідно до цієї гіпотези електрони, що входили до ядра, виконували роль “цементуючого” засобу, за допомогою якого позитивно заряджені протони утримувались у ядрі. Прибічники протонно-електронної гіпотези складу атомного ядра вважали, що  $\beta^-$ -радіоактивність є підтвердженням справедливості гіпотези. Проте ця гіпотеза виявилась нездатною пояснювати ряд експериментальних даних і була відкинута. Одне з таких утруднень – це неспроможність пояснити те, чому спін ядра азоту  ${}^{14}_7\text{N}$  дорівнює одиниці ( $\hbar$ ).

Відповідно до протонно-електронної гіпотези, ядро азоту  ${}^{14}_7\text{N}$  повинно складатись з 14 протонів і 7 електронів. Спін протонів і електронів дорівнює  $1/2$ . Тому ядро азоту, яке складається відповідно до цієї гіпотези з 21 частинки, повинно мати спін  $1/2, 3/2, \dots, 21/2$ . Ця невідповідність протонно-електронної гіпотези була названа “азотною катастрофою”. Зовсім незрозумілим було також і те, що при наявності електронів у ядрі його магнітний момент має мале числове значення порівняно з магнітним моментом електрона.

У 1932 р. Дж. Чедвік відкрив нейтрон. Після відкриття нейтрона Д. Д. Іваненко (н. 1904 р.) і Є. М. Гапон (1904–1950) висунули гіпотезу про протонно-нейтронну будову атомного ядра, яку детально розробив В. Гейзенберг. Протонно-нейтронний склад ядер підтверджується не тільки теоретичними обґрунтуваннями, але й безпосередніми дослідженнями по розщепленню ядер на протони і нейтрони. Тепер загальноприйнято, що атомні ядра складаються із протонів і нейтронів, які називають також нуклонами (від латинського слова *nucleus* – ядро, зерно).

Основними характеристиками атомних ядер, які виражають їх індивідуальність, є електричний заряд, маса, спін, електричний та магнітний моменти, енергія зв'язку та ін.

Електричний заряд ядра позитивний. Носієм позитивного заряду ядра є протони. Оскільки заряд протона чисельно дорівнює заряду електрона  $e$ , то можна записати, що заряд ядра дорівнює  $Ze$  ( $Z$  – ціле число, яке вказує порядковий номер хімічного елемента у періодичній системі елементів Менделєєва). Число  $Z$  також виражає кількість протонів у ядрі та кількість електронів у атомі. Електричний заряд є однією з основних характеристик атомного ядра, від якої залежать оптичні, хімічні та інші фізичні властивості атомів.

Другою важливою характеристикою є маса атомного ядра. Масу атомів і ядра у фізиці виражають в атомних одиницях маси (а. о. м.). За атомну одиницю маси приймається  $1/12$  частина маси нукліда вуглецю  ${}^{12}_6\text{C}$ :

$$1 \text{ а. о. м.} = \frac{1}{12} \cdot \frac{12 \text{ г} \cdot \text{моль}^{-1}}{N_A} = 1,66053 \cdot 10^{-24} \text{ г} = 1,66053 \cdot 10^{-27} \text{ кг},$$

де  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$  – число Авогадро.

Згідно із співвідношенням Ейнштейна  $\varepsilon = mc^2$ , масу атомів виражають також в одиницях енергії. Так, маса протона  $m_p = 1,0072764 \text{ а. о. м.} = 938,2796 \text{ МеВ}$ , маса нейтрона  $m_n = 1,008665 \text{ а. о. м.} = 939,5731 \text{ МеВ}$ , а маса електрона  $m_e = 5,49 \cdot 10^{-4} \text{ а. о. м.} = 0,511 \text{ МеВ}$ . Оскільки маса електронів дуже мала порівняно з масою ядра, то маса ядра майже збігається з масою атома.

Маса атомів дещо відрізняється від цілих чисел. Маса ядра, виражена в а. о. м. і заокруглена до цілого числа, називається *масовим числом*  $A$ . Масове число виражає кількість нуклонів у ядрі атома. Ядро атома

даного елемента позначають хімічним символом елемента, зверху біля символу вказують масове число  $A$ , а внизу – порядковий номер  $Z$  (кількість протонів) ядра  $Z$ . Тоді нейтронів у ядрі буде  $A - Z$ . Атомні ядра з однаковою кількістю протонів, але з різними масовими числами називають *ізотопами*. В середньому кожному значенню  $Z$  відповідає біля трьох стабільних ізотопів. У деяких елементах число стабільних і нестабільних ізотопів досягає десятків. Так, уран має чотирнадцять ізотопів: від  ${}^{227}_{92}\text{U}$  до  ${}^{240}_{92}\text{U}$ .

Більшість хімічних елементів, що існують у природі, являють собою суміш кількох ізотопів. Саме наявністю ізотопів пояснюється той факт, що деякі природні елементи мають атомні маси, які відрізняються від цілих чисел. Так, природний хлор складається з  $76\% \text{ }^{35}_{17}\text{Cl}$  та  $24\% \text{ }^{37}_{17}\text{Cl}$  і його атомна маса  $35,5 \text{ а. о. м.}$  У переважній більшості атоми ізотопів (крім водню) мають майже однакові фізичні та хімічні властивості. За своїми чисто ядерними властивостями ізотопи істотно відрізняються. Одні з них можуть бути стабільними, інші – радіоактивними.

Ядра з однаковими масовими числами, але різними значеннями  $Z$  називають *ізобарами*, наприклад,  ${}^{40}_{18}\text{Ar}$ ,  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ . Ядра з однаковою кількістю нейтронів називають *ізотонами*. Серед легких ядер трапляються так звані “дзеркальні” пари ядер. Це такі пари, у яких числа  $Z$  і  $A - Z$  міняються місцями. Прикладами таких пар є  ${}^{13}_6\text{C}$  і  ${}^{13}_7\text{N}$ ;  ${}^3_1\text{H}$  і  ${}^3_2\text{He}$  та ін.

Вважаючи атомне ядро приблизно сферичним, можна ввести поняття його радіуса  $R$ . Зазначимо, що в деяких ядрах є незначне відхилення від сферичної симетрії у розподілі електричного заряду. Крім того, атомні ядра не статичні, а динамічні системи, і поняття радіус ядра не можна уявляти як радіус кульки. Тому під розмірами ядра необхідно розуміти розміри тієї області, в якій проявляється дія ядерних сил.

При створенні кількісної теорії розсіяння  $\alpha$ -частинок Е. Резерфорд виходив із припущень, що атомне ядро і  $\alpha$ -частинка взаємодіють за законом Кулона, тобто що електричне поле навколо ядра має сферичну симетрію. Розсіяння  $\alpha$ -частинки відбувалось у повній відповідності з формулою Резерфорда (13.16). Це має місце для  $\alpha$ -частинок, енергія яких  $\varepsilon$  мала. При цьому частинка не спроможна подолати кулонівський потенціальний бар'єр і тому не досягає області дії ядерних сил. Зі збільшенням енергії частинки до деякого граничного значення  $\varepsilon_{\text{гр}}$   $\alpha$ -частинка досягає цієї межі. Тоді в розсіянні  $\alpha$ -частинок спостерігається відхилення від формули Резерфорда. Із співвідношення

$$\varepsilon_{\text{гр}} \geq \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2Ze^2}{R} \text{ маємо } R \leq \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2Ze^2}{\varepsilon_{\text{гр}}}.$$

Досліди показують, що радіуси  $R$  ядер залежать від кількості нуклонів, які входять до складу ядра. Ця залежність може бути виражена емпіричною формулою

$$R = R_0 A^{1/3}, \quad (15.4)$$

де  $R_0$  – стала;  $A$  – масове число.

Розміри атомних ядер визначають експериментально за розсіянням протонів, швидких нейтронів, електронів високих енергій. Існує і ряд інших непрямих методів визначення розмірів ядер. Вони ґрунтуються на зв'язку довговічності  $\alpha$ -радіоактивних ядер з енергією випущених ними  $\alpha$ -частинок; на оптичних властивостях так званих мезоатомів, в яких один із електронів тимчасово замінено захопленням мюоном; на порівнянні енергії зв'язку пари дзеркальних атомів та ін. Ці методи підтверджують емпіричну залежність (15.4). За допомогою цих вимірювань встановлено, що стала  $R_0 = (1,2 - 1,5) \cdot 10^{-15}$  м.

Зазначимо, що за одиницю відстаней в ядерній фізиці і фізиці елементарних частинок беруть фермі, який дорівнює  $10^{-15}$  м ( $1 \text{ ф} = 10^{-15}$  м).

Радіуси атомних ядер залежно від їх масового числа лежать у межах від  $2 \cdot 10^{-15}$  до  $10^{-14}$  м. Якщо формулу (15.4) переписати у вигляді  $4\pi R^3 / 3A = \text{const}$ , то видно, що на долю кожного нуклона припадає майже однаковий об'єм. Це означає, що густина ядерної речовини для всіх ядер також майже однакова. Виходячи з наявних відомостей про розміри атомних ядер, знайдемо середнє значення густини речовини ядра:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{Am_{\text{нукл}}}{(4/3)\pi R_0^3 A} \approx 1,8 \cdot 10^{17} \text{ кг/м}^3.$$

Як бачимо, густина ядерної речовини величезна. Це зумовлено дією ядерних сил.

### § 15.5. Енергія зв'язку ядер. Дефект маси ядра

При порівнянні суми мас спокою нуклонів, які утворюють ядро, з масою ядра виявилось, що для всіх хімічних елементів справджується нерівність

$$Zm_p + (A - Z)m_n > m_{\text{я}},$$

де  $m_p$  – маса протона;  $m_n$  – маса нейтрона;  $m_{\text{я}}$  – маса ядра. Величину  $\Delta m$ , що виражає різницю між масою нуклонів, які утворюють ядро, і масою ядра, називають дефектом маси ядра

$$\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_{\text{я}}.$$

Важливі відомості про властивості ядра можна одержати, не вдаючись до деталей взаємодії між нуклонами ядра, на основі закону збере-

ження енергії та закону пропорційності маси й енергії. Оскільки у разі будь-якої зміни маси  $\Delta m$  відбувається відповідна зміна енергії  $\Delta \varepsilon$  ( $\Delta \varepsilon = \Delta mc^2$ ), то при утворенні ядра виділяється певна кількість енергії. За законом збереження енергії така сама кількість енергії необхідна, щоб розділити ядро на складові частинки, тобто віддалити нуклони один від одного на такі відстані, за яких відсутня взаємодія між ними. Цю енергію називають енергією зв'язку ядра.

Якщо ядро містить  $Z$  протонів і має масове число  $A$ , то енергія зв'язку дорівнює:

$$\varepsilon_{\text{зв}} = \Delta mc^2 = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}]c^2. \quad (15.5)$$

Зазначимо, що формулою (15.5) не зовсім зручно користуватись, оскільки в таблицях наводяться не маси ядер, а величини, які виражають маси нейтральних атомів. Тому для зручності обчислень формулу (15.5) доцільно перетворити так, щоб до неї входили маси атомів, а не ядер. З цією метою у праву частину формули (15.5) додамо і віднімемо масу  $Z$  електронів ( $m_e$ ). Тоді

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{зв}} &= [Z(m_p + m_e) + (A - Z)m_n - (m_{\text{я}} + Zm_e)]c^2 = \\ &= [Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - m_{\text{а}}]c^2, \end{aligned}$$

де  $m_{\text{H}}$  – маса атома водню;  $m_{\text{а}}$  – маса атома з порядковим номером  $Z$  і масовим числом  $A$ .

В ядерній фізиці енергію часто виражають в мегаелектрон-вольтах (МеВ). Якщо мова йде про практичне застосування ядерної енергії, то її вимірюють у джоулях. У тих випадках, коли треба порівняти енергії зв'язку різних ядер, користуються так званою масовою одиницею енергії – співвідношенням між масою і енергією ( $\varepsilon = mc^2$ ). Масова одиниця енергії (1e) дорівнює енергії, що відповідає масі в одну атомну одиницю маси за вуглецевою шкалою. Вона дорівнює 931,502 МеВ.

Крім енергії зв'язку важливе значення має питома енергія зв'язку – це енергія зв'язку, що припадає на один нуклон:  $w = \varepsilon_{\text{зв}} / A$ . Ця величина змінюється порівняно повільно зі зміною масового числа  $A$ , маючи майже сталу величину  $w \approx 8,6$  МеВ у середній частині періодичної системи ( $40 \leq A \leq 120$ ), і зменшується до її країв (див. рис. 15.15).

Для прикладу обчислимо дефект маси, енергію зв'язку та питому енергію зв'язку ядра атома гелію. Дефект маси  $\Delta m = 2m_p + 2m_n - m_{\text{я}} = 2 \cdot 1,007\,276 + 2 \cdot 1,008\,665 - 4,001\,523 = 0,030\,359$  а.о.м. Енергія зв'язку в мегаелектрон-вольтах:  $\varepsilon_{\text{зв}} = 0,030\,359 \cdot 931,502 \text{ МеВ} \approx 28,3 \text{ МеВ}$ . Питома енергія зв'язку приблизно дорівнює 7,1 МеВ.

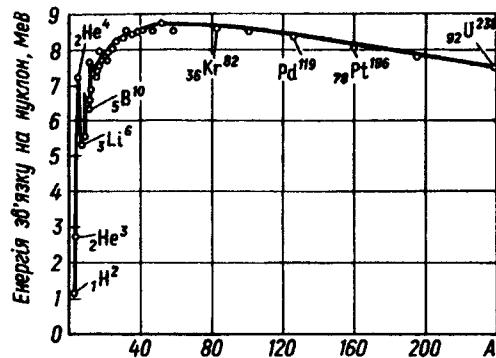


Рис. 15.15

На основі уявлень, що ядро атома являє собою краплину ядерної рідини, одержано напівемпіричну формулу енергії зв'язку ядра

$$E_{\text{св}} = \alpha A - \beta(A - 2Z)A^{-1} - \beta_1 A^{2/3} - \beta_2 Z^2 A^{-1/3} + \beta_3 A^{-\epsilon} \delta. \quad (15.6)$$

Ця напівемпірична формула називається формулою Вейцзеккера. Останній член встановлено на основі емпіричних даних. Показник  $\epsilon$  у різних авторів має значення від  $+1/3$  до  $1$ .

Величина  $\delta$  дорівнює

$$\delta = \begin{cases} +1 & \text{для парно-парних ядер}^* \\ 0 & \text{для ядер з непарним } A \\ -1 & \text{для непарно-непарних ядер.} \end{cases}$$

Відповідно до дослідних даних коефіцієнти формули (15.6) мають такі значення:

$$\alpha = 15,75 \text{ MeV}; \beta = 23,7 \text{ MeV}; \beta_1 = 17,8 \text{ MeV};$$

$$\beta_2 = 0,710 \text{ MeV}; \beta_3 = 34 \text{ MeV}; \epsilon = 3/4.$$

Перший доданок виражає лінійну залежність енергії зв'язку від кількості нуклонів ядра. Оскільки ця лінійна залежність має наближений характер і енергія зв'язку залежить також від співвідношення протонів та нейтронів у ядрі, то другий доданок є поправочним. Третій доданок враховує поверхневу енергію ядра, яка пропорційна площі поверхні ядра, четвертий – енергію кулонівського відштовхування протонів у ядрі.

Для легких ядер другий доданок дорівнює нулю, оскільки  $Z = A/2$ . Із співвідношення (15.6) видно, що енергія зв'язку залежить не тільки від

кількості нуклонів  $A$ , а й від співвідношення кількості протонів  $Z$  та нейтронів  $A - Z$  в ядрі.

Енергія зв'язку ядра в основному залежить від кількості нуклонів, що входять в ядро. Проте є відхилення від цієї залежності, пов'язані з парною або непарною кількістю нуклонів у ядрі та з іншими причинами.

На рис. 15.15 показана залежність питомої енергії зв'язку від масового числа для стабільних ядер. З рис. 15.15 видно, що для легких ядер питома енергія зв'язку із збільшенням масового числа зазнає стрибків. Так, для дейтерію  ${}^2_1\text{H}$  вона дорівнює  $1,11$ , ізотопу гелію  ${}^3_2\text{He}$  –  $2,58$ , ізотопу гелію  ${}^4_2\text{He}$  –  $7,08$ , а ізотопу літію  ${}^6_3\text{Li}$  –  $5,33$  MeV. Для атомів, у яких  $A \geq 20$ , питома енергія зв'язку майже однакова. Починаючи з  $A \approx 60$  питома енергія зв'язку поступово зменшується. Це пояснюється тим, що із збільшенням кількості протонів у ядрі збільшується і сила електростатичного відштовхування між ними. Тому зв'язок між нуклонами стає слабшим. Питома енергія зв'язку для урану  ${}^{238}_{92}\text{U}$  дорівнює  $7,5$ , а для фермію  ${}^{254}_{100}\text{Fm}$  –  $7,4$  MeV. Аналіз показує, що питома енергія зв'язку залежить від того, парне чи непарне число нуклонів у ядрі. Виявлено, що ядра, в яких  $Z$  або  $A - Z$ , або обидва цих числа дорівнюють  $2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$  (ці числа називають *магічними*), особливо стійкі і мають більшу енергію зв'язку, ніж сусідні ядра.

Існування особливо стійких ядер, які характеризуються певним числом протонів і нейтронів, нагадує аналогічну картину для атомів (інертних газів), які також проявляють значну стабільність. В атомах стабільність пояснюється заповненням електронних шарів. Це наводить на думку, що магічні числа можуть вказувати на якусь шарувату будову ядер.

Більш стабільними є ядра з парним числом протонів  $Z$  і парним числом нейтронів  $A - Z$  (парно-парні ядра). Атомні ядра з парним числом протонів  $Z$  і непарним числом  $A - Z$  (парно-непарні), а також з непарним  $Z$  і парним  $A - Z$  (непарно-парні) менш стабільні, ніж ядра парно-парні. Найменшу стабільність мають ядра з непарним  $Z$  і непарним  $A - Z$  (непарно-непарні).

## § 15.6. Момент імпульсу і магнітний момент ядра

Як відомо, протон і нейтрон мають власний момент імпульсу – спіни  $s$ , який дорівнює  $1/2$  (в одиницях  $\hbar$ ).

Нуклони в ядрі внаслідок руху, крім спінів, мають також орбітальний момент імпульсу  $l$ . Повний момент імпульсу нуклона  $i$  в ядрі може дорівнювати або сумі орбітального моменту імпульсу і спіна при паралельній орієнтації, або їх різниці при антипаралельній орієнтації, тобто  $i = l + 1/2$  або  $i = l - 1/2$ . Повний момент імпульсу

\* Ядра з парними  $Z$  і  $A$  називаються парно-парними, а ядра з непарною кількістю протонів ( $Z$ ) і нейтронів ( $A - Z$ ) називаються непарно-непарними.



ядра дорівнює векторній сумі моментів імпульсів  $\vec{i}_i$  окремих нуклонів,

$$\text{тобто } \vec{I} = \sum_{i=1}^A \vec{i}_i.$$

Експериментальне підтвердження цих результатів одержано при дослідженні надтонкої структури спектральних ліній. Було виявлено, що спектральні лінії деяких елементів, наприклад ртуті, являють собою набір досить тонких ліній, виникнення яких неможливо пояснити тільки будовою електронних шарів атома. Експериментальні дослідження показали, що існує два види надтонкої структури. Причиною розщеплення ліній в одному з випадків є наявність у хімічному елементі деякої кількості ядер-ізоотопів. Незначна різниця в масах приводить до зміщення спектральних ліній. Для суміші ізоотопів це сприймається як надтонка структура спектра. У другому випадку утворення надтонкої структури пов'язане з орієнтацією ядра. Довелося врахувати, що ядро діє на зовнішні електрони не просто як точковий заряд, а сили взаємодії залежать від квантового стану ядра або, точніше, від його моменту імпульсу. Перехід ядра з одного стану в інший впливає на енергетичні стани атомів.

Оскільки повний момент імпульсу нуклона виражається напівцілою величиною, то залежно від того, парне чи непарне масове число  $A$ , повний момент імпульсу ядра  $\vec{I}$  буде цілим або напівцілим. Дослідні дані показують, що повний момент імпульсу для стабільних непарних ядер не перевищує  $9/2$ , а для парних чисел  $A$  здебільшого знаходиться в межах від 0 до 5. Не виявлено ядер, в яких моменти імпульсів  $\vec{i}$  нуклонів були б орієнтовані в одному напрямі, оскільки при цьому величина  $\vec{I}$  могла б досягти ста і більше одиниць  $\hbar$ . Для всіх парно-парних ядер момент імпульсу  $\vec{I}$  дорівнює нулю внаслідок попарної компенсації антипаралельно спрямованих повних моментів імпульсу. В елементів з парним  $Z$  і парним  $A$  розщеплення ліній не відбувається. Мабуть, у цьому випадку моменти імпульсів нуклонів попарно компенсуються.

Крім власних моментів імпульсів, атомні ядра і нуклони мають також і власні магнітні моменти. Власні магнітні моменти протона і нейтрона відповідно дорівнюють:

$$\mu_p = 2,79276 \mu_0, \mu_n = -1,913148 \mu_0,$$

де  $\mu_0 = eh/(2m_p) = 5,0505 \cdot 10^{-27}$  Дж  $\cdot$  Тл $^{-1}$  – одиниця магнітного моменту ядра, яку названо ядерним магнетонем. Знак мінус у виразі  $\mu_n$  вказує на те, що магнітний момент і спін нейтрона антипаралельні. Ядерний магнетон в  $m_p/m_e$  разів менший магнетона Бора, оскільки в нього входить маса протона, а в магнетон Бора – маса електрона.

Магнітні моменти ядер зумовлені двома причинами: власними магнітними моментами протонів і нейтронів, які входять до складу ядра, і орбітальним рухом протонів у ядрі. Аналогічно до того, як повний момент імпульсу нуклона в ядрі складався з двох частин:  $\vec{i} = \vec{l} + \vec{s}$ , магнітний момент нуклона також можна подати у вигляді суми

$$\vec{\mu} = q_l \vec{l} + q_s \vec{s},$$

де  $q_l$  і  $q_s$  – спінові й орбітальні гіромагнітні множники.

Власні магнітні моменти нуклонів у ядрі неадитивні. Так, дейтрон складається з протона і нейтрона. Якби ці моменти були адитивні, то магнітний момент дейтрона дорівнював би  $\mu_d = 2,79\mu_0 - 1,91\mu_0 = 0,88\mu_0$ . Проте дослідна величина  $\mu_d = 0,86\mu_0$ . Така розбіжність значно переважає межу похибок вимірювань. Неадитивність магнітних моментів знаходить своє пояснення в нецентральному розподілі сил, що діють між нуклонами.

Під магнітним моментом ядра розуміють значення магнітного моменту, усередненого за рухом усіх нуклонів у ядрі. Цей середній магнітний момент спрямований вздовж моменту імпульсу ядра  $\vec{I}$ . Тому можна вважати, що магнітний момент ядра і момент імпульсу зв'язані залежністю

$$\mu_y = q_I I \mu_0,$$

де  $q_I$  – гіромагнітний множник для ядра.

Зауважимо, що в наведених співвідношеннях магнітні моменти виражаються в ядерних магнетонах, а механічні моменти імпульсу – в одиницях  $\hbar$ .

Магнітний момент ядра  $\mu_y$  взаємодіє з магнітним полем електрона  $\vec{B}_e$ . При цьому енергія взаємодії дорівнює  $(-\vec{\mu}_y \vec{B}_e)$ . Внаслідок такої взаємодії електрон одержує додаткову енергію. Оскільки  $\mu_y$  набирає дискретні значення по відношенню до  $\vec{B}_e$ , то й енергія взаємодії має також дискретні значення. Це і приводить до виникнення надтонкої структури спектральних ліній, які вперше експериментально виявили для ізоотопу натрію А. Н. Теренін (1896–1967) і Л. Н. Добрецов у 1928 р. Вивчення надтонкої структури спектрів дає можливість визначити магнітні моменти ядер.

Найточнішим методом вимірювання магнітних моментів ядер є метод магнітного резонансу, ідеї якого розробили П. Л. Капіца і М. М. Семенов (н. 1896 р.). Існує і ряд інших прецизійних методів вимірювання спінів і магнітних моментів ядер. Серед них досить чутливий метод мюонних атомів. Цей метод дає змогу робити висновки навіть про характер розподілу магнітного моменту в об'ємі ядра.

Крім магнітного моменту, ядра характеризуються також електричними моментами. Ядер з відмінним від нуля дипольним електричним моментом не існує. Проте багато ядер мають відмінний від нуля квадрупольний момент. Квадрупольний момент ядра – величина, що характеризує відхилення розподілу електричного заряду в атомному ядрі від сферично симетричного. Квадрупольний момент ядра визначається добутком  $eQ$ , де  $e$  – елементарний електричний заряд;  $Q$  – коефіцієнт, який має розмірність площі і дорівнює середньому значенню  $r^2(3\cos^2\theta - 1)$  (тут  $r$  – відстань елемента заряду від початку координат;  $\theta$  – полярний кут між радіусом-вектором і полярною віссю, напрям якої збігається з напрямом спіна ядра). Для сферичного симетричного ядра  $Q = 0$ . Якщо ядро витягнуте вздовж осі симетрії, то  $Q > 0$ , якщо ж сплюснуте, то  $Q < 0$ . Так, для ядра  ${}^{17}_8\text{O}$   $Q = -0,027 \cdot 10^{-24}$  см<sup>2</sup>, а для ядра  ${}^{241}_{95}\text{Am}$   $Q = 4,9 \cdot 10^{-24}$  см<sup>2</sup>.

Вивчення квадрупольних моментів ядер має важливе значення в з'ясуванні рівноважної форми ядра.

## § 15.7. Ядерні сили

Як уже зазначалось, в атомне ядро входить  $Z$  протонів і  $A-Z$  нейтронів. Незважаючи на те, що між протонами діють сили кулонівського відштовхування, атомні ядра являють собою досить стійкі системи. Це вказує на наявність в ядрах атомів специфічних сил притягання, які називають ядерними силами. Ядерні сили не можуть бути зведені ні до кулонівських, ні до магнітних, ні до гравітаційних сил. Незважаючи на значні успіхи в розвитку ядерної фізики, природа ядерних сил в наш час недостатньо вивчена. Тому однією з центральних проблем ядерної фізики є з'ясування природи ядерних сил. Залежність потенціальної енергії ядерних сил притягання від відстані  $r$  також точно невідома, оскільки невідомий закон дії ядерних сил.

Запропоновано ряд формул, які певною мірою відображають потенціал ядерних сил. Наведемо деякі з них. Це потенціал типу Гаусса  $V(r) = -V_0 \exp(-\chi^2/r^2)$ ; потенціал експоненціальної ями  $V(r) = -V_0 \exp(-\chi r)$ ; потенціал Юкави  $V(r) = -V_0 r^{-1} \exp(-\chi r)$ , де  $\frac{1}{\chi} = \frac{\hbar}{mc} = r_0$  – радіус дії ядерних сил. У вираз  $\hbar/mc$  входить маса  $m$  піона.

Наведені формули мають два довільних параметри:  $V_0$  – глибину потенціальної ями і величину  $1/\chi = r_0$  – радіус дії ядерних сил. Оскільки форма потенціальної ями невідома, то часто користуються потенціалом у формі прямокутної ями

$$V(r) = -V_0 \text{ для } r < r_0 \text{ і } V(r) = 0 \text{ для } r > r_0.$$

Таким чином, атомне ядро розглядають як потенціальний ящик, в якому знаходяться нуклони. Розміри такого ящика можна оцінити за довжиною хвилі де Бройля для нуклона, якщо вважати, що його енергія має порядок питомої енергії зв'язку, тобто близько 8 МеВ. Довжина хвилі

$$\lambda = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m\varepsilon}} \approx 1,5 \cdot 10^{-15} \text{ м.}$$

Як зазначалось, атомне ядро не слід уявляти як статичну систему нуклонів, розміщених на дні потенціальної ями. Численні факти при дослідженні радіоактивного розпаду, ядерних реакцій та інших явищ вказують на те, що ядра являють собою динамічні системи нуклонів і що ядра можуть мати тільки певні значення енергії. Основному стану ядра відповідає такий розподіл нуклонів, при якому заповнені всі нижчі енергетичні рівні. Якщо ж у разі певних дій нуклони ядра переходять на вищі незаповнені енергетичні рівні, то це відповідає збудженому стану ядра.

Ядерні сили виявляють себе в таких процесах: парна взаємодія двох вільних нуклонів і гіперонів (розсіяння нуклонів на нуклонах); взаємодія вільних нуклонів і гіперонів із складними ядрами і взаємодія ядер між собою; взаємодія нуклонів у ядрі атома.

Незважаючи на те, що теорія ядерних сил досі недостатньо розроблена, основні властивості ядерних сил досить добре вивчені експериментально. Розглянемо основні властивості цих сил.

1. Ядерні сили досить значні, тому таку взаємодію називають сильною. Як уже зазначалось, питома енергія зв'язку в ядрі досягає 7–8,5 МеВ. Сили взаємодії ядра з електронами шарів атома зумовлюють енергію зв'язку від десятків до тисяч електрон-вольт, а сили зв'язку між атомами в молекулах зумовлюють енергію зв'язку в кілька електрон-вольт.

2. На відміну від електромагнітних і гравітаційних ядерні сили є короткодіючими. Вони різко зменшуються із збільшенням відстані між нуклонами. Якщо ці відстані дещо перевищують розміри ядер, тобто коли  $r > 10^{-14}$  м, ядерні сили практично дорівнюють нулю.

3. Ядерним силам властиве насичення. Це означає, що на кожен нуклон у ядрі діє обмежена кількість сусідніх нуклонів. На насичений характер ядерних сил вказує той факт, що енергія зв'язку в ядрі в першому наближенні пропорційна кількості нуклонів. Якби кожний нуклон однаково взаємодіяв зі всіма іншими  $A - 1$  нуклонами, то його енергія зв'язку мала б бути пропорційною  $A - 1$ . Тоді енергія зв'язку всього ядра, яка складається з енергії зв'язку  $A$  нуклонів, мала б бути  $A(A - 1)$ , тобто для великих  $A$  вона була б пропорційна  $A^2$ , а в дійсності ця енергія пропорційна величині  $A$ . Той факт, що об'єм, який припадає на один нуклон в ядрі, приблизно однаковий ( $4\pi R^3/3A = \text{const}$ ), також вказує на

насичений характер ядерних сил. Властивість насичення ядерних сил приводить до важливого висновку, що взаємодія між нуклонами не зводиться тільки до сил притягання. На відстанях між нуклонами  $r < 0,5 \cdot 10^{-15}$  м притягання між ними переходить у відштовхування. У разі відсутності в ядрі сил відштовхування між нуклонами ядра повинні б колапсувати, тобто стискатись у точку.

4. Ядерні сили мають властивість зарядової незалежності, тобто величина ядерних сил не залежить від електричного заряду взаємодіючих нуклонів. Ядерні взаємодії між двома протонами або між двома нейтронами, або між протоном і нейтроном однакові. Зауважимо, що тут мова йде тільки про ядерні взаємодії. Протони, крім притягання між собою ядерними силами, зазнають також електростатичного відштовхування один від одного.

5. Величина ядерної взаємодії між нуклонами залежить від взаємної орієнтації спінів взаємодіючих нуклонів. Так, взаємодія між нейтроном і протоном при паралельних спінах відрізняється від взаємодії при антипаралельній орієнтації. Підтвердженням цього є результати дослідів з розсіяння теплових нейтронів на молекулах ортоводню (паралельна орієнтація спінів обох протонів,  $s_n = 1$ ) і на молекулах параводню (антипаралельна орієнтація спінів обох протонів,  $s_n = 0$ ). Дослідні дані показали, що інтенсивність розсіяння нейтронів молекулами параводню в 30 разів більша, ніж молекулами ортоводню. Залежність ядерних сил від взаємної орієнтації спінів нуклонів досить добре ілюструється системою, яка складається з двох нуклонів. Система з протона і нейтрона утворює ядро-дейтрон (ядро ізотопу водню  ${}^2_1\text{H}$ ) лише в тому випадку, коли спіни протона і нейтрона паралельні. Якщо ж спіни протилежно напрямлені, то нейтрон і протон ядра не утворюють. Отже, ядерні сили мають спіновий характер.

6. Величина ядерних сил також залежить від взаємної орієнтації спіна та орбітального моменту кожного нуклона, тобто ядерні сили мають спін-орбітальний характер.

Для пояснення властивостей ядерних сил – насичення і короткодії В. Гейзенберг висунув гіпотезу про те, що ядерні сили є “обмінні сили”, подібні до сил хімічного зв’язку в молекулах, тобто що ядерні сили між двома нуклонами забезпечуються третьою частинкою. Для з’ясування суті цього процесу розглянемо спочатку кулонівську взаємодію з точки зору квантової електродинаміки. Електромагнітна взаємодія між зарядами в квантовій електродинаміці пояснюється обміном квантами електромагнітного поля (віртуальними фотонами).

Перша частинка випромінює квант електромагнітного поля, який поглинається другою частинкою, передаючи їй імпульс і енергію; друга частинка випромінює віртуальний фотон, який поглинається першою частинкою, і т. п. Такий опис взаємодії не можна розуміти буквально.

Фотони, за допомогою яких здійснюється взаємодія, являють собою не реальні, а віртуальні фотони. У квантовій механіці віртуальними називають частинки, які не можуть бути виявлені за короткий час їх існування.

Уявлення про обмінний механізм взаємодії нуклонів ґрунтується на міркуваннях аналогічних тим, які були використані при створенні теорії електромагнітної взаємодії. Ця ідея стосовно до ядерної взаємодії була розвинута в працях І. Є. Тамма, Д. Д. Іваненка, В. Гейзенберга і особливо в дослідженнях Х. Юкави.

У 1934 р. І. Є. Тамм висловив ідею, що взаємодія між нуклонами здійснюється за допомогою якихось віртуальних частинок. Він також показав, що неможливо пояснити обмінний характер ядерної взаємодії за допомогою відомих на той час частинок (фотон, електрон, позитрон).

У 1935 р. японський фізик Х. Юкава (1907–1981) висунув гіпотезу, що ядерні сили зумовлені на той час невідомою частинкою, маса якої становить 200–300 мас електрона. Оскільки ці гіпотетичні частинки за величиною маси займали проміжне значення між масою електрона і протона, то їх назвали мезонами.

У 1936 р. К. Андерсон (1905–1991) і С. Неддермайер (н. 1907 р.) виявили в космічному випромінюванні частинки з масою  $m = 207m_e$ . Їх було названо  $\mu$ -мезонами, або мюонами. Спочатку вважали, що ці частинки є тими, які передбачав Х. Юкава, але сумнівим було те, що мюони також було виявлено і в нижніх шарах атмосфери. Цей факт вказував, що мюони слабо взаємодіють з речовиною. Потім дослідним шляхом було доведено, що мюони практично не взаємодіють з ядрами.

Тільки в 1947 р. Дж. Оккіаліні (н. 1907 р.) і С. Пауелл (1903–1969) відкрили в космічному випромінюванні ще один тип мезонів, які названо  $\pi$ -мезонами, або піонами. Вони і виявились носіями ядерних сил. Ці частинки, утворюючись на значній висоті при взаємодії космічного випромінювання з ядрами атомів газів, швидко розпадаються або поглинаються ядрами у верхніх шарах атмосфери. Поверхні Землі досягають тільки продукти розпаду – мюони. Виявилось, що існує три типи піонів:  $\pi^+$ ,  $\pi^-$  і  $\pi^0$ . Заряди  $\pi^+$  і  $\pi^-$  за абсолютною величиною дорівнюють заряду електрона, маса зарядженого піона дорівнює  $273m_e$ , маса  $\pi^0$ -мезона дорівнює  $264m_e$ . Спін піонів дорівнює нулю. Час життя  $\pi^+$  і  $\pi^-$ -мезонів становить  $2,55 \cdot 10^{-8}$  с, а  $\pi^0$ -мезона –  $2,1 \cdot 10^{-16}$  с.

В основному піони розпадаються за такою схемою:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu; \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}; \quad \pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma,$$

де  $\mu^+$  і  $\mu^-$  – відповідно позитивно і негативно заряджені мюони;  $\nu$  і  $\bar{\nu}$  – нейтрино і антинейтрино;  $\gamma$  – гама-кванти.

Внаслідок віртуальних процесів нуклон виявляється охопленим хма-риною віртуальних піонів, які утворюють поле ядерних сил

$$p \rightleftharpoons n + \pi^+; n \rightleftharpoons p + \pi^-; p \rightleftharpoons p + \pi^0; n \rightleftharpoons n + \pi^0. \quad (15.7)$$

Поглинання цих піонів іншим нуклоном зумовлює сильну взаємодію між нуклонами, що відбувається за однією із таких схем:

$$p + n \rightleftharpoons n + \pi^+ + n \rightleftharpoons n + p.$$

У цій схемі протон віддає нейтрону  $\pi^+$ -мезон, перетворюючись на нейтрон, потім цей процес проходить у зворотному напрямі. Кожен із взаємодіючих нуклонів частину часу перебуває в зарядженому стані, а частину – в нейтральному.

Обмін нейтрона і протона  $\pi^-$ -мезоном відбувається за схемою

$$n + p \rightleftharpoons p + \pi^- + p \rightleftharpoons p + n.$$

Обмін нейтральним  $\pi^0$ -мезоном можливий за такими схемами:

$$p + n \rightleftharpoons p + \pi^0 + n \rightleftharpoons p + n;$$

$$p + p \rightleftharpoons p + \pi^0 + p \rightleftharpoons p + p;$$

$$n + n \rightleftharpoons n + \pi^0 + n \rightleftharpoons n + n.$$

Протон із протоном і нейтрон із нейтроном можуть обмінюватись тільки нейтральними піонами.

Перша із цих трьох схем обміну піонами нуклонів експериментально підтверджується при вивченні розсіяння нейтронів на протонах. Так, у разі проходження пучка нейтронів через водень у цьому пучку з'являлись протони, більшість яких мали таку саму енергію і напрям руху, як і нейтрони в падаючому пучку. Відповідна кількість практично нерухомих нейтронів виявлялась у мішені. Аналіз цих результатів виявляє, що малоімовірними є лобові зіткнення нейтронів з протонами, за яких відбувається обмін імпульсами між ними. Це явище пояснюється тим, що частина нейтронів, пролітаючи поблизу протонів, захоплює один із віртуальних  $\pi^+$ -мезонів. Внаслідок цього нейтрон перетворюється в протон, а протон – у нейтрон. Якщо нуклону надати енергію  $\varepsilon \geq m_\pi c^2$ , то віртуальна частинка може стати реальною. Так, при зустрічі у верхніх шарах атмосфери нуклонів з космічними частинками, енергія яких порядку  $10^4$  GeV, спостерігаються випадки виникнення десятків піонів під час одного зіткнення.

Безумовно, процес взаємодії між нуклонами значно складніший, і наведені схеми є не що інше, як намагання унаочнити дії обмінних сил. Як уже зазначалось, обмінні сили – це чисто квантово-механічне поняття.

Глибокі теоретичні дослідження для з'ясування обмінних сил, що виникають при обміні нуклонів зарядженими піонами, виконали

Е. Майорана (1906–1938) і В. Гейзенберг, а нейтральними піонами – Ю. Вігнер (н. 1902 р.) і Дж. Барлетт (н. 1904 р.). Проте необхідно зауважити, що ні класична, ні квантова мезонна теорії не дають повної відповідності з експериментом.

З формули (15.7) видно, що нейтрон частину часу проводить у віртуальному стані  $(p + \pi^-)$ . Орбітальний рух  $\pi^-$ -мезона зумовлює від'ємне значення магнітного моменту нейтрона. Аномальне значення магнітного моменту протона, який дорівнює  $2,79\mu_0$  замість одного ядерного магнетона, також можна пояснити орбітальним рухом  $\pi^+$ -мезона, коли протон знаходиться у віртуальному стані  $(n + \pi^+)$ .

Повернемось до аналізу схем обміну піонами між нуклонами при ядерній взаємодії. Із схем видно, що закон збереження електричного заряду не порушується. Проте з погляду класичної фізики ми досить вільно і необгрунтовано передаємо піони від одного нуклона до іншого. Маса зарядженого піона дорівнює  $273 m_e$ , а нейтрального –  $264 m_e$ . З розгляду наведених схем випливає, що протягом деякого часу один із нуклонів стає легшим, а інший до повернення першому нуклону одержаного піона стає важчим, ніж невзаємодіючий нуклон. Як відомо, маса нуклона має конкретне значення. Виникає запитання, звідки беруться енергія і маса піона, що випромінюється нуклоном? Чи немає тут порушення закону збереження енергії? Щоб відповісти на ці запитання, скористаємось співвідношенням невизначеностей для енергії та часу  $\Delta\varepsilon\Delta t \geq \hbar$ . Маса протона при спостереженні протягом значного проміжку часу дорівнює  $1836 m_e$ . Цій масі відповідає енергія  $mc^2$ . Якщо ж проміжок часу незначний, то енергію частинки, а отже, і її масу точно визначити неможливо, тобто точного значення маси просто не існує. Отже, протягом незначного інтервалу часу  $\Delta t$  вона може бути більшою за  $1836 m_e$ . Користуючись співвідношенням невизначеностей, знайдемо проміжок часу  $\Delta t$ , протягом якого невизначеність енергії дорівнюватиме значенню енергії, потрібної для утворення піона, тобто  $\Delta\varepsilon = m_\pi c^2$ , тоді  $\Delta t = \hbar / (m_\pi c^2) \approx 4,7 \cdot 10^{-24}$  с. Протягом такого часу нуклон може випустити і поглинути піон. При цьому порушення закону збереження енергії не відбувається. На деякий час енергія неначе запозичується з внутрішніх резервів.

За проміжок часу  $4,7 \cdot 10^{-24}$  с існування піона він пошириться на відстань  $\Delta l = c\Delta t \approx 1,4 \cdot 10^{-15}$  м. Ця величина визначає радіус дії ядерних сил.

Тут доцільно зробити такі зауваження щодо термінології. По-перше, "обмін" не слід трактувати буквально, оскільки він здійснюється віртуальними частинками, існування яких має умовний зміст. Тут наочні

ув'язання недоречні і можуть призвести до якісно неправильних висновків, наприклад, до можливості екранування обмінних взаємодій. По-друге, необхідно чітко розмежувати концепцію обмінного механізму взаємодії і поняття обмінних сил. Поняття обмінних сил має вузьку сферу застосування, обмежену рамками нерелятивістської квантової механіки, де можна вести мову про потенціальну енергію. Концепція обмінного механізму взаємодії більш універсальна. Тепер вважається, що обмінний механізм властивий всім взаємодіям.

Приклад 15.1. Показати зарядову незалежність ядерних сил для ядер ізотопів водню  ${}^1_1\text{H}$  і гелію  ${}^3_2\text{He}$ . Маса атомів цих ізотопів відповідно 3,01605 і 3,01603. Обидва ядра мають по три нуклони: у першому – один протон і два нейтрони, у другому – два протони і один нейтрон. Енергія зв'язку відповідно для цих ядер 0,00912 і 0,00830 а. о. м.

Розв'язання. Меншу енергію зв'язку ядра  ${}^3_2\text{He}$  порівняно з енергією зв'язку ядра  ${}^3_1\text{H}$  можна пояснити тим, що у випадку ядра  ${}^3_2\text{He}$  для одержання енергії зв'язку необхідно від рівної для обох ядер енергії ядерної взаємодії відняти енергію електростатичного відштовхування між двома протонами. Спробуємо прирівняти різницю енергій зв'язку цих ядер до енергії кулонівської взаємодії двох протонів і знайти відстань між ними:

$$\Delta\epsilon_{\text{зв}} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}; \quad r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \Delta\epsilon_{\text{зв}}} = 1,9 \cdot 10^{-15} \text{ м.}$$

Отже, для величини  $r$  одержано значення, сумірне з розмірами ядер.

Зарядова незалежність ядерних сил також ілюструється подібними розрахунками для інших пар дзеркальних ядер, таких як  ${}^{11}_6\text{C}$  і  ${}^{11}_5\text{B}$ ;  ${}^{13}_7\text{N}$  і  ${}^{13}_6\text{C}$ ;  ${}^{27}_{13}\text{Al}$  і  ${}^{27}_{12}\text{Mg}$ ;  ${}^{39}_{20}\text{Ca}$  і  ${}^{39}_{19}\text{K}$ .

## § 15.8. Моделі атомного ядра

Властивості ядерних сил вивчені досить добре дослідним шляхом, проте для них не знайдено загального закону, який би виражався єдиною формулою, подібно до закону гравітаційної чи електричної взаємодії. Глибокий аналіз явищ природної радіоактивності та результатів проведення ядерних реакцій дає всі підстави зробити висновок, що атомне ядро – не проста сукупність нуклонів у класичному розумінні, а квантово-механічна система з чітко вираженими квантовими властивостями. Для описання властивостей ядер створено ряд фізичних моделей. Жодна з них не передає всіх властивостей досить складної квантово-механічної системи, якою є атомне ядро. Кожна з них має обмежене застосування. Придатність тієї чи іншої моделі може бути оцінена на основі відповідності дослідних даних з висновками, які випливають з даної моделі. Першими моделями ядра були краплинна модель і модель ядерних оболонок. Розглянемо їх детальніше.

**Краплинна модель.** Між поведінкою нуклонів у ядрі і молекул у краплині рідини може бути проведена певна аналогія. На деякій аналогії між ядром та краплиною рідини і ґрунтується краплинна модель, розроблена у працях Н. Бора та Я. І. Френкеля. Як зазначалось, густина

ядерної речовини однакова для всіх ядер, а об'єм ядра пропорційний кількості нуклонів  $A$  ядра. Густина рідини також майже не залежить від розмірів краплини. Середня енергія ядерної взаємодії, що припадає на один нуклон, майже однакова для всіх ядер і дорівнює  $\sim 8$  MeV, за винятком легких ядер  ${}^3_1\text{H}$ ,  ${}^3_2\text{He}$ ,  ${}^6_3\text{Li}$ , для яких питома енергія зв'язку відповідно 2,83; 2,57; 5,33 MeV. Аналогічно енергія взаємодії молекули рідини з оточуючими молекулами також має постійне значення і не залежить від об'єму краплини. Характер сил ядерної взаємодії певною мірою також нагадує характер сил міжмолекулярної взаємодії. Як для перших, так і для других сил збільшення відстані між частинками призводить до значного зменшення цих сил. При зменшенні відстані між структурними одиницями до певної величини взаємопритягання переходить у взаємовідштовхування.

Як відомо, у краплині звичайної рідини молекули утворюють досить конденсований стан речовини і середня довжина вільного пробігу молекули мала порівняно з лінійними розмірами краплини. Вважається, що в краплинній моделі ядра середня довжина вільного пробігу нуклонів у ядрі також мала порівняно з його діаметром і при утворенні ядра з нуклонів виділяється енергія зв'язку аналогічно до конденсації пари.

При пошуках аналогій між ядром і краплиною рідини необхідно враховувати й істотні відмінності між ними. Справа в тому, що сили молекулярної взаємодії являють собою сили електромагнітної взаємодії, а ядерні сили – специфічний вид сил, які не зводяться до електромагнітних чи гравітаційних сил. Рух частинок рідини краплини можна описати на основі класичної фізики, що неможливо зробити при описанні руху нуклонів у ядрі, які мають квантовий характер. Крім цього, “ядерна рідина” складається із суміші “рідин”: протонної і нейтронної. Незважаючи на ці відмінності, у краплинній моделі зроблена спроба описати властивості ядра і деякі ядерні процеси на основі динаміки краплини рідини. Краплинна модель ядра дала змогу одержати формули енергії зв'язку і маси будь-якого ядра. Розрахунки, проведені за допомогою цих формул, добре узгоджуються з дослідними даними.

Краплинна модель передбачала існування колективних рухів нуклонів у ядрі, таких, як поверхневі коливання, коливання густини у випадку стисливості речовини та ін.

На основі аналізу напівемпіричної формули, що виражає енергію зв'язку ядра-краплини, можна встановити умови стабільності ядер. Енергія зв'язку в цій формулі виражається сумою об'ємної, поверхневої

і кулонівської енергій. Об'ємна енергія  $\alpha A - \beta \frac{(A/2 - Z)^2}{A}$  не залежить від форми ядра за умови нестисливості “ядерної речовини”. Поверхнева енергія  $\beta_1 A^{2/3} = \epsilon_s$  і енергія кулонівської взаємодії  $\beta_2 Z^2 A^{-1/3} = \epsilon_k$  залежать від форми ядра.

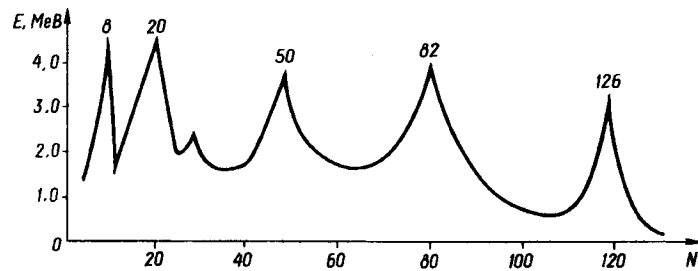


Рис. 15.16

Деформація поверхні ядра впливає на значення енергій  $\epsilon_\sigma$  і  $\epsilon_\kappa$ . Вплив поверхневих деформацій ядра на енергію кулонівської взаємодії особливо значний для великих значень  $Z$ . У тих випадках, коли енергія кулонівського відштовхування між протонами ядра значно переважає енергію поверхневого натягу ядра-краплини, ядро буде нестабільним по відношенню до поверхневих деформацій. У своїх працях Я. І. Френкель, а також Н. Бор і Дж. Уілер (н. 1911 р.) показали, що у випадку, коли відношення енергій ядра  $\epsilon_\kappa / \epsilon_\sigma$  менше від 2, ядро ще зберігає стійкість, а коли  $\epsilon_\kappa / \epsilon_\sigma = 2$ , ядро нестійке до поверхневих деформацій і спонтанно поділяється на частини. Умову стійкості ядра по відношенню до поверхневих деформацій запишемо так:

$$\frac{\beta_2 Z^2 A^{-1/3}}{\beta_1 A^{2/3}} \leq 2 \text{ або } \frac{Z^2}{A} \leq 2 \frac{\beta_1}{\beta_2}. \quad (15.8)$$

Підставивши величини  $\beta_1$  і  $\beta_2$  з формули (15.6), одержимо  $Z^2 / A \approx 50$ . Зауважимо, що параметр  $Z^2 / A$  для найважчих ядер близький до 50. Таким чином, краплинна модель ядра дає змогу зробити правильні висновки щодо стійкості ядер відносно їх поділу, але вона виявилась неспроможною описати збуджені стани ядра та ряд інших явищ.

**Модель ядерних оболонок.** Детальне вивчення ряду властивостей атомних ядер вказує на нерегулярність їх зміни залежно від кількості протонів  $Z$  та нейтронів  $A - Z$ . Так, енергія перших збуджених станів ядер має періодичну залежність від числа  $A - Z = N$  (рис. 15.16). Спіни, магнітні та квадрупольні моменти ядер також залежать від кількості нуклонів. Як уже зазначалось, найстабільніші ядра мають число протонів або нейтронів 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Такі ядра найпоширеніші в природі. Дослід показує, що будова ядра з кількістю протонів або нейтронів, яка дорівнює одному з цих чисел, має ряд особливостей. У них радіуси дещо менші, ніж дають розрахунки за допомогою формули (15.4); форма таких ядер ближча до сферичної. Питома енергія зв'язку в них більша,

ніж у сусідніх ядрах, і вони мають більшу стабільність. Для залежності дефекту маси від масового числа також спостерігаються зміни в точках, для яких кількість протонів і нейтронів дорівнює цим числам. Особливо стабільні ядра, в яких і кількість протонів, і кількість нейтронів виражаються магічними числами ( ${}^4_2\text{He}$ ;  ${}^{16}_8\text{O}$ ;  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ ;  ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ ). Виявляється, що ефективний переріз ядерної реакції під дією нейтронів у ядер з наведеними числами на один-два порядки менший, ніж у сусідніх ядрах. Ці та ряд інших дослідних фактів не можна пояснити краплинною моделлю ядра. Періодичність властивостей ядер з магічними числами наводила на думку, що нуклони в ядрі утворюють замкнуті стійкі оболонки аналогічно до оболонок, які утворюють електрони в атомі.

Модель ядерних оболонок розробили в 1949 р. М. Гепперт-Майер (1906–1973) і в 1950 р. О. Гаксель та Х. Іенсен (1907–1973). Ця модель ґрунтується на тому, що нуклони в ядрі рухаються незалежно один від одного в деякому ефективному центральному полі, створеному іншими нуклонами, і утворюють протонні та нейтронні оболонки. Як і для всіх частинок із спіном  $1/2$ , для нуклонів справджується принцип Паулі, згідно з яким однакові частинки в системі не можуть мати стани, що визначаються одним і тим самим набором квантових чисел. Тому в ядрах зі збільшенням числа нуклонів відбувається заповнення оболонок. При цьому нуклони займають стани з найменш можливими значеннями енергії, які дозволені принципом Паулі. Кожній оболонці відповідає група рівнів енергій, різниця між якими незначна. Як і в атомах при будові електронних оболонок, заповнення нуклонних оболонок приводить до змін властивостей ядер.

Перші спроби теоретичного обґрунтування закономірностей, зв'язаних з магічними числами, були зроблені В. Ельзассером (н. 1904 р.) і Моргенау. Користуючись усередненим потенціалом у вигляді глибокої потенціальної ями прямокутної форми, із розв'язку рівняння Шредінера вони одержали порядок заповнення рівнів та значення енергії станів нуклонів. Якщо модельні уявлення правильні, то число нуклонів із повністю заповненими рівнями оболонок збігатиметься з магічними числами. Такий збіг мав місце тільки для чисел 2, 8, 20, а при інших числах були розбіжності. Для подолання цих розбіжностей робилися спроби вибору різних форм потенціальної ями. Однак бажаних результатів при цьому не було одержано.

Вихід із цих утруднень знайшли М. Гепперт-Майер і Х. Іенсен. Вони показали, що число нуклонів заповнених енергетичних рівнів ядерних оболонок збігається повністю з магічними числами, якщо врахувати залежність ядерної взаємодії від взаємної орієнтації спіна і орбітального моменту нуклона, тобто врахувати спін-орбітальний характер ядерних сил. Коли орбітальний момент  $l$  і спін  $s$  орієнтовані в одному напрямі, то ядерна взаємодія між нуклонами значно сильніша, ніж у випадку протилежної їх орієнтації. Це приводить до того, що стани з

повними моментами  $l + s$  і  $l - s$  значно відрізняються за величинами енергій. Тому всі стани для квантових чисел  $l \neq 0$  зазнають розщеплення на два підрівні, яким відповідають два можливих значення повного моменту. На основі врахування спіно-орбітального характеру ядерних сил вдалось пояснити походження всіх магнічних чисел. Завдяки цьому успіху за допомогою моделі ядерних оболонок намагались пояснити виявлені експериментальним шляхом у ядер моменти імпульсу, магнітні та квадрупольні моменти і ряд інших явищ. У рамках цієї моделі ядра вважалося, що спіні, магнітні моменти та інші його параметри зумовлені дією однієї непарної частинки. Інші нуклони об'єднані в пари, і їх вплив на властивості ядра зводиться тільки до формування середнього центрального поля, в якому знаходиться останній непарний нуклон. Застосування такої моделі до легких і середніх ядер добре узгоджується з дослідом. Для ілюстрації наведемо такі приклади. Перша оболонка ядра містить лише рівень, на якому можуть знаходитись два протони і два нейтрони з протилежними орієнтаціями їхніх спінів. Тому ядро з такою кількістю нуклонів ( ${}^4_2\text{He}$ ) повинно мати спіні і магнітний момент, рівний нулю. Експеримент підтверджує ці висновки. В ізотопі гелію  ${}^3_2\text{He}$  на рівні першої ядерної оболонки знаходяться два протони і один нейтрон. Спіні і магнітний момент такого ядра мають дорівнювати спіну і магнітному моменту непарного нейтрона. Експериментальні дані майже збігаються з цими висновками.

Модель ядерних оболонок, що передбачала області в періодичній системі елементів, в яких має спостерігатись ізомерія ядер, пояснює переважанню важких ядер нейтронами, плюс-бета-активність та інші явища.

Нові експериментальні дані про властивості ядер не могли бути пояснені в межах цієї моделі. Наприклад, не знаходили елементарного пояснення властивості важких ядер, не всі оболонки яких заповнені; питання поділу ядер, енергії зв'язку та ін. Тому виникла потреба створення нової моделі ядра, яка б усувала ці та інші утруднення. Така модель була створена в 1952–1953 рр. О. Бором (н. 1922 р.) і Б. Моттельсоном (н. 1926 р.). Її називають узагальненою моделлю ядра. Вона являє собою певного роду синтез краплинної моделі і моделі ядерних оболонок. Однак вона не підмінює попередніх двох моделей, а введена для пояснення ряду властивостей ядер, які не можуть бути з'ясованими в межах двох названих. Відповідно до узагальненої моделі ядра вважається, що нуклони всіх заповнених оболонок утворюють кістяк ядра, який поводить себе подібно до краплини. Навколо такого утворення рухаються нуклони незаповненої оболонки, рух яких розглядається в межах моделі оболонок. Під впливом рухомих оболонок кістяк здатний деформуватись і набирати форми еліпсоїда. При збудженні ядра можливий коливання його поверхні. Така модель дає пояснення наявності малих і великих квадрупольних моментів ядра. Вона допускає можливість виникнення колек-

тивних обертальних і коливальних рухів, дає змогу розрахувати нижні рівні енергії багатьох ядер. Однак і ця модель ядра не дала змоги пояснити ряд нових експериментальних даних. Для їх пояснення створена оптична модель ядра.

На завершення зазначимо, що кожна модель дає пояснення окремих фактів і не дає картини загальної поведінки ядер.

### § 15.9. Радіоактивність. Закони радіоактивного розпаду

У 1896 р. Антуан Беккерель (1852–1908) виявив невідоме раніше випромінювання солей урану. Двома роками пізніше П'єр Кюрі (1859–1906) і Марія Склодовська-Кюрі (1867–1934), досліджуючи уранову руду, відкрили нові елементи, які назвали полонієм і радієм. Ці елементи давали набагато інтенсивніше випромінювання, ніж уран. При однаковій масі інтенсивність випромінювання полонію була більшою в  $10^{10}$ , а радію у  $2 \cdot 10^7$  разів. Виділення радію було дуже трудомісткою роботою. Досить сказати, що з 1 т уранової руди вони виділили його 0,2 г. У цей час Е. Резерфорд, пропускаючи випромінювання через однорідне магнітне поле, встановив, що воно складається з двох компонент, частинки яких мають різнойменні заряди (рис. 15.17: 1 – фотопластинка; 2 – напрям індукції магнітного поля; 3 – свинцевий контейнер; 4 – радіоактивна речовина; 5 – вивід до вакуумного насоса). Компоненту з позитивно зарядженими частинками назвали  $\alpha$ -промені, а з негативно зарядженими –  $\beta$ -промені. Пізніше було встановлено, що  $\beta$ -промені являють собою потік електронів, а  $\alpha$ -промені – потік ядер атомів гелію. У 1900 р. П. Віллард (1860–1934) виявив третю компоненту, на яку магнітне поле не впливало. Її назвали  $\gamma$ -промені; вони являють собою потік фотонів з найменшою довжиною хвилі в шкалі електромагнітних хвиль. Явище випромінювання ізотопами вказаних вище променів назвали *радіоактивністю*. Ця назва походить від латинського слова "radius" – промінь.

Під радіоактивністю необхідно розуміти спонтанне перетворення ізотопів хімічних елементів, зумовлене розпадом їх атомних ядер. На основі цього означення розрізняють такі види радіоактивності:

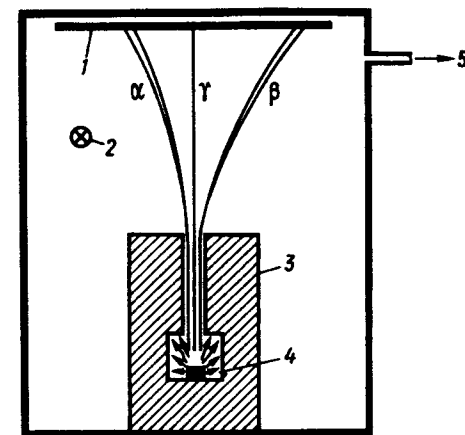


Рис. 15.17



1.  $\alpha$ -розпад (А. Беккерель, 1896 р.).

2.  $\beta$ -розпад  $\left\{ \begin{array}{l} \beta^- - \text{розпад (А. Беккерель, 1896 р.);} \\ \beta^+ - \text{розпад (І. і Ф. Жоліо - Кюрі, 1934 р.);} \\ K - \text{захоплення (Л. Альверс, 1938 р.).} \end{array} \right.$

3. Спонтанний поділ ядер (Г. М. Фльоров (н. 1913 р.) і К. А. Петржак (н. 1910 р.), 1939 р.).

4.  $p$ -розпад  $\left\{ \begin{array}{l} \text{однопротонний (Г. М. Фльоров, 1963 р.)} \\ \text{двопротонний} \end{array} \right.$

У види радіоактивності за цим означенням не входить  $\gamma$ -випромінювання, оскільки воно не змінює складу ядра, а змінює тільки його енергію.  $\gamma$ -випромінювання виникає тоді, коли ядро, яке з'являється в результаті розпаду іншого ядра, знаходиться в збудженому стані. Переходи його з вищих станів у нижчі супроводжуються  $\gamma$ -випромінюванням. Після відкриття радіоактивності численні досліди показали, що зв'язані з нею процеси відбуваються в ядрі. Так, на швидкість радіоактивного розпаду не впливають ніякі зовнішні зміни тиску, температури, наявність електричних і магнітних полів. Радіоактивний розпад не залежить від хімічної сполуки, до якої входить радіоактивний ізотоп, та її агрегатного стану.

Радіоактивність, яку мають нестабільні існуючі у природі ядра, називається природною. Крім неї, ядра стабільних ізотопів можуть стати радіоактивними після опромінення їх певним чином. Така радіоактивність називається штучною. Закони природної і штучної радіоактивності не залежать від способу одержання ізотопу.

Оскільки радіоактивний розпад має випадковий характер, то до великої сукупності ядер застосовують статистичні закони.

Виведемо закон радіоактивного розпаду. Для кожного радіоактивного ядра існує певна ймовірність  $\lambda$  того, що воно зазнає розпаду за одиницю часу. Якщо на момент часу  $t$  є  $N$  радіоактивних ядер, то середня кількість ядер  $dN$ , що зазнають розпаду за час  $dt$ , пропорційна повній кількості ядер  $N$  і величині  $\lambda$ , тобто

$$dN = -\lambda N dt. \quad (15.9)$$

Величину  $\lambda$  називають сталою розпаду. Вона є характерною константою радіоактивного ізотопу. Знак мінус вказує на те, що кількість радіоактивних ядер з часом зменшується. З формули (15.9) одержуємо

$$\int \frac{dN}{N} = -\int \lambda dt; \ln N = -\lambda t + C,$$

де  $C$  – стала інтегрування. При  $t=0$  маємо  $C = \ln N_0$  (тут  $N_0$  – початкова кількість ядер радіоактивної речовини). Тоді

$$N = N_0 \exp(-\lambda t). \quad (15.10)$$

Формула (15.10) виражає закон радіоактивного розпаду. З неї видно, що кількість ядер радіоактивного ізотопу з часом зменшується за експоненціальним законом. Цей закон є статистичним і справджується за умови, коли кількість атомів радіоактивного ізотопу досить велика. Формула (15.10) добре узгоджується з дослідом. Зауважимо, що в (15.10) величина  $N$  вказує не кількість ядер, які зазнали радіоактивного розпаду за час  $t$ , а кількість наявних радіоактивних ядер – на момент часу  $t$ . Час  $T$ , за який розпадається половина початкової кількості ядер, називають *періодом піврозпаду*. Із співвідношення  $N/N_0 = 1/2 = \exp(-\lambda T)$  знаходимо  $T = (\ln 2)/\lambda$ .

Періоди піврозпаду різних природних ізотопів досить відрізняються один від одного. Так,  $T = 4,51 \cdot 10^9$  років для  $^{238}_{92}\text{U}$  і  $T = 3 \cdot 10^{-7}$  с для  $^{212}_{84}\text{Po}$ .

Часто ізотоп, який виникає внаслідок розпаду, сам є радіоактивним. Тоді виникає ланцюг радіоактивних перетворень. Так, при розпаді ядер радіоактивного ізотопу (ядра материнського ізотопу) виникають ядра іншого ізотопу, які також радіоактивні (дочірні ядра ізотопу).

Позначимо числа цих ядер відповідно через  $N_1$  і  $N_2$ , а їх сталі розпаду – через  $\lambda_1$  і  $\lambda_2$ . Тоді зміни  $N_1$  і  $N_2$  будуть описуватись рівняннями

$$dN_1/dt = -\lambda_1 N_1, \quad dN_2/dt = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2. \quad (15.11)$$

Перше з цих рівнянь повністю збігається з рівнянням (15.9), оскільки число  $N_1$  може зменшуватись по причині радіоактивного розпаду материнських ядер. При цьому з кожного материнського ядра виникає дочірнє ядро. Це враховується першим доданком у правій частині другого рівняння системи (15.11). Другий доданок ( $-\lambda_2 N_2$ ) враховує зменшення дочірніх ядер внаслідок їх радіоактивного розпаду. Якщо дочірні ядра також радіоактивні, то при їх розпаді виникають нові ядра, число яких і стало розпаду відповідно позначимо через  $N_3$  і  $\lambda_3$ . У цьому випадку до системи рівнянь (15.11) добавиться третє рівняння

$$dN_3/dt = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3 \quad (15.12)$$

і т.д.

Важливим є випадок системи рівнянь (15.11), коли розглядаються тільки материнські і відповідні їм дочірні також радіоактивні ядра. Зупинимось на цьому випадку. Розв'язок системи рівнянь (15.11) має вигляд

$$N_1 = N_{10} e^{-\lambda_1 t}, \quad (15.13)$$

$$N_2 = N_{10} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} + \left( N_{20} - N_{10} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \right) e^{-\lambda_2 t}, \quad (15.14)$$



де  $N_{10}$  і  $N_{20}$  – початкові значення чисел  $N_1$  і  $N_2$  материнських і дочірніх ядер. В окремому випадку, коли в початковий момент дочірніх ядер ще не утворилось ( $N_{20} = 0$ ), формула (15.14) матиме вигляд

$$N_2 = N_{10} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}). \quad (15.15)$$

Повне число атомів  $N_1 + N_2$ , як видно з формул (15.13) і (15.15), не зберігається, якщо дочірні ядра зазнають розпаду ( $\lambda_2 \neq 0$ ). У випадку, коли дочірні ядра не розпадаються ( $\lambda_2 = 0$ ), то на основі тих же формул одержимо  $N_1 + N_2 = N_{10} = \text{const}$ , тобто повне число атомів  $N_1 + N_2$  зберігається. Аналогічно, якщо не розпадаються, що виникли з дочірніх ( $\lambda_3 = 0$ ), то додаванням рівнянь (15.11) і (15.12) одержимо  $N_1 + N_2 + N_3 = \text{const}$ , і т.д.

Особливо важливим є випадок, коли материнські атоми довгоіснуючі, дочірні атоми порівняно з материнськими розпадаються швидко ( $\lambda_1 \ll \lambda_2$ ), а час спостереження  $t$  нескінченно малий порівняно з періодом піврозпаду материнських атомів  $t \ll T$ . За такої умови зміною  $N_1$  можна нехтувати, тобто вважати  $N_1$  величиною постійною. У цьому випадку з формул (15.13) і (15.15) маємо

$$N_1 = \text{const}, N_2 = \frac{\lambda_1 N_1}{\lambda_2} (1 - e^{-\lambda_2 t}). \quad (15.16)$$

При цьому в знаменнику формули (15.15) значенням  $\lambda_1$  нехтуємо. Число атомів  $N_2$  при  $t \rightarrow \infty$  асимптотично прямує до стану, коли  $N_2(\infty) = \lambda_1 N_1 / \lambda_2$ . Такий стан називають насиченням, для якого виконується умова

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2. \quad (15.17)$$

Цю рівність називають також умовою радіоактивної рівноваги. Фізичний зміст її полягає в тому, що розпад дочірніх атомів у будь-який момент часу компенсується збільшенням їх числа завдяки розпаду материнських атомів.

Радіоактивні препарати характеризуються активністю, яка дорівнює загальній кількості  $N$  розпадів радіоактивних ядер препарату за одиницю часу:  $a = N/t$ . Миттєва активність дорівнює  $|dN/dt|$ .

За одиницю активності препарату беруть один розпад за секунду – бекерель (Бк). Крім цієї одиниці активності препарату, часто користуються позасистемною, яку називають кюрі (Ки):  $1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$ .

Кількісною оцінкою дії радіоактивного та рентгенівського випромінювання на речовину є доза опромінення. Розрізняють дозу експозиційну, дозу поглинання та еквівалентну дозу.

Експозиційна доза  $D_{\text{експ}}$  є мірою іонізації дії рентгенівського та  $\gamma$ -випромінювання в повітрі й чисельно дорівнює відношенню сумарного заряду всіх іонів одного знака  $\Delta Q$ , створених у повітрі вторинними частинками (електронами і позитронами, що утворюються в елементарному об'ємі при повному їх гальмуванні) до маси  $\Delta m$  повітря в цьому об'ємі ( $D_{\text{експ}} = \Delta Q / \Delta m$ ) і вимірюється в кулонах на кілограм (Кл/кг). Часто на практиці користуються позасистемною одиницею – рентгеном (Р).  $1 \text{ Р} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/кг}$ .

Доза випромінювання в один рентген відповідає утворенню  $2,08 \cdot 10^9$  пар іонів у  $1 \text{ см}^3$  повітря (при  $0^\circ \text{C}$  і  $760 \text{ мм рт. ст.}$ ). На створення такої кількості іонів необхідно витратити енергію  $1,14 \cdot 10^{-2} \text{ Дж/м}^3$  або  $8,8 \cdot 10^{-3} \text{ Дж/кг}$ . Величина  $8,8 \cdot 10^{-3}$  є енергетичним еквівалентом рентгена. За величиною експозиційної дози можна розрахувати поглинуту дозу рентгенівського і  $\gamma$ -випромінювання в будь-якій речовині, знаючи її склад і енергію фотонів.

Доза поглинання (поглинута доза)  $D_{\text{полг}}$  визначається відношенням енергії  $\Delta \epsilon$ , переданої іонізуючим випромінюванням речовині в елементарному об'ємі, до маси  $\Delta m$  речовини в цьому об'ємі ( $D_{\text{полг}} = \Delta \epsilon / \Delta m$ ). Одиницею дози поглинання є греї (Гр).  $1 \text{ Гр} = 1 \text{ Дж/кг}$ . Позасистемною одиницею поглинутої дози є рад (від англійського radiation absorbet dose).  $1 \text{ рад} = 0,01 \text{ Гр}$ .

При опромінюванні живих організмів, у тому числі й людини, виникають біологічні ефекти, величина яких при одній і тій же поглинутій дозі різна для різних видів випромінювання. Тобто знання поглинутої дози недостатнє для оцінки радіаційної небезпеки. Прийнято порівнювати біологічні ефекти, що викликаються будь-яким іонізуючим випромінюванням, з ефектами від рентгенівського і  $\gamma$ -променів. Коефіцієнт, який показує, у скільки разів радіаційна небезпека у випадку постійного опромінювання людини (при порівняно малих дозах) для даного випадку випромінювання вища, ніж для випадку рентгенівського випромінювання при однакових дозах поглинання, називається коефіцієнтом якості випромінювання (К). Для рентгенівського і  $\gamma$ -випромінювання  $K = 1$ . Для всіх інших іонізуючих випромінювань  $K$  встановлюється на основі радіобіологічних даних. Коефіцієнт  $K$  може бути різним для різних енергій одного і того ж виду випромінювання. Так, для теплових нейтронів  $K = 3$ , для нейтронів з енергією  $\epsilon_n = 0,5 \text{ MeV}$   $K = 10$ , а для  $\epsilon_n = 5 \text{ MeV}$   $K = 7$ .

Еквівалентна доза  $D_{\text{екв}}$  визначається як добуток поглинутої дози  $D_{\text{полг}}$  на коефіцієнт якості іонізуючого випромінювання  $K$ , тобто  $D_{\text{екв}} = K D_{\text{полг}}$ .

Еквівалентна доза може бути виміряна тими ж одиницями, що й доза поглинання. В СІ одиницею еквівалентної дози є зіверт (Зв), яка відповідає поглинутій дозі в один грей при  $K = 1$ . Існує також спеціальна одиниця еквівалентної дози, яка відповідає біологічному еквіваленту рентгена (бер), тобто відповідає поглинутій дозі в один рад при  $K = 1$  (бер = 0,01 Зв).

При дії декількох видів випромінювання еквівалентна доза  $D_{\text{екв}} = \sum K_i D_{\text{погл } i}$ .

У табл. 15.2 наведено системні і позасистемні одиниці вимірювання різних величин, що характеризують радіоактивність та їх дію, а також взаємозв'язок між ними.

Таблиця 15.2

Величина і її символ	Найменування і позначення		Співвідношення між одиницями
	Одиниця СІ	Позасистемна одиниця	
Активність нукліда в радіоактивному джерелі, $A$	Бекерель (Бк)	Кюрі (Ки)	$1 \text{ Бк} = 2,7 \cdot 10^{-11} \text{ Ки}$ $1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$
Густина потоку енергії частинок, $I$	Ват на квадратний метр ( $\text{Вт}/\text{м}^2$ )	Ерг на квадратний сантиметр за секунду [ $\text{ерг}/(\text{см}^2 \cdot \text{с})$ ]	$1 \text{ Вт}/\text{м}^2 = 1 \text{ Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с}) = 1 \cdot 10^3 \text{ ерг}/(\text{см}^2 \cdot \text{с})$
Експозиційна доза, $D_{\text{експ}}$	Кулон на кілограм ( $\text{Кл}/\text{кг}$ )	Рентген (Р)	$1 \text{ Кл}/\text{кг} = 3,88 \cdot 10^3 \text{ Р}$ $1 \text{ Р} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}/\text{кг}$
Потужність експозиційної дози, $P_{\text{експ}}$	Ампер на кілограм ( $\text{А}/\text{кг}$ )	Рентген за секунду ( $\text{Р}/\text{с}$ )	$1 \text{ А}/\text{кг} = 3,85 \cdot 10^3 \text{ Р}/\text{с}$
Поглинута доза, $D_{\text{погл}}$	Грей (Гр)	Рад (рад)	$1 \text{ Гр} = 1 \text{ Дж}/\text{кг} = 100 \text{ рад}$
Потужність поглинутої дози, $P_{\text{погл}}$	Грей за секунду ( $\text{Гр}/\text{с}$ )	Рад за секунду ( $\text{рад}/\text{с}$ )	$1 \text{ Гр}/\text{с} = 1 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{с}) = 100 \text{ рад}/\text{с}$
Еквівалентна доза, $D_{\text{екв}}$	Зіверт (Зв)	Бер (бер)	$1 \text{ бер} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ Зв}$
Потужність еквівалентної дози, $P_{\text{екв}}$	Зіверт за секунду ( $\text{Зв}/\text{с}$ )	Бер за секунду ( $\text{бер}/\text{с}$ )	$1 \text{ бер}/\text{с} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ Зв}/\text{с}$

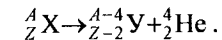
Природні джерела іонізуючого випромінювання (космічні промені, природна радіоактивність ґрунту, води, повітря, а також і самої людини) створюють на території країни потужність еквівалентної дози порядку 40–200 мбер у рік.

Еквівалентна доза в 4–5 Зв, отримана людиною за короткий проміжок часу при тотальному опроміненні тіла, може призвести до смерті. Така ж доза, отримана протягом всього життя людини, не викликає помітних змін.

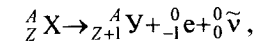
### § 15.10. Правила зміщення і радіоактивні сім'ї

Процес радіоактивного розпаду атомних ядер відбувається у повній відповідності до законів збереження електричного заряду, закону збереження кількості нуклонів і узагальненого закону збереження маси – енергії. Із законів збереження електричного заряду і кількості нуклонів безпосередньо випливають правила зміщення, які встановили в 1913 р. незалежно один від одного Ф. Содді (1877–1956) і К. Фаянс (1887–1975). Ці правила дають змогу визначити порядковий номер утвореного ізотопу, знаючи місце ізотопу, що зазнав радіоактивного розпаду. Правила зміщення для  $\alpha$ - і  $\beta$ -розпадів відповідно такі.

1. Ізотоп з атомним номером  $Z$  і масовим числом  $A$  при випромінюванні  $\alpha$ -частинки перетворюється в ізотоп з атомним номером  $Z-2$  і масовим числом  $A-4$ , тобто при  $\alpha$ -розпаді утворюється ізотоп іншого елемента, порядковий номер якого в періодичній таблиці елементів зміщений на дві одиниці вліво від номера елемента, що зазнав розпаду. Схематично  $\alpha$ -розпад можна записати так:

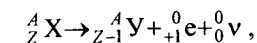


2. Ізотоп з атомним номером  $Z$  і масовим числом  $A$  при  $\beta^-$ -розпаді перетворюється в ізотоп елемента з порядковим номером  $Z+1$  і з тим самим масовим числом, тобто при  $\beta^-$ -розпаді утворюється ізотоп іншого елемента, порядковий номер якого в періодичній таблиці елементів збільшується на одиницю. Схему  $\beta^-$ -розпаду зображають так:



де  ${}^0_0 \tilde{\nu}$  – антинейтрино.

$\beta^+$ -розпад відбувається за схемою



де  ${}^0_0 \nu$  – нейтрино.

Електронне захоплення (*e*-захоплення) відбувається поглинанням електрона з електронної оболонки, внаслідок чого порядковий номер *Z* зменшується на одиницю. Найбільш імовірно поглинання електрона з *K*-шару атома. Проте електрон може поглинатись також з *L*- або *M*-шару. Електронне захоплення завжди супроводжується рентгенівським випромінюванням.

Серед природних радіоактивних ізотопів рідко трапляються ізотопи легких і середніх елементів, для яких  $Z < 81$ . До них належать  ${}^3_1\text{H}$ ;  ${}^{14}_6\text{C}$ ;

${}^{40}_{19}\text{K}$ ;  ${}^{138}_{57}\text{La}$ ;  ${}^{87}_{37}\text{Rb}$ ;  ${}^{144}_{60}\text{Nd}$ ;  ${}^{147}_{62}\text{Sm}$ ;  ${}^{190}_{78}\text{Pt}$ ;  ${}^{178}_{71}\text{Lu}$ ;  ${}^{187}_{75}\text{Re}$ .

Інші природні радіоактивні ізотопи є ізотопами найважчих елементів, для яких  $Z \geq 81$  до  $Z = 92$ . Вони зв'язані між собою і утворюють ланцюги радіоактивних перетворень ( $\alpha$  і  $\beta$ ), тобто утворюють радіоактивні сім'ї. Початок вони беруть з найважчих ізотопів з досить великими періодами піврозпаду ( $T > 10^8$  років). Оскільки при  $\alpha$ -розпаді масове число змінюється на 4 одиниці, а при  $\beta$ -розпаді воно залишається незмінним, то при діленні масових чисел ізотопів, що належать до однієї і тієї радіоактивності сім'ї, на чотири залишок  $k$  має бути той самий. Цей залишок може набирати тільки чотири значення ( $k = 0; 1; 2; 3$ ), а отже, має існувати чотири радіоактивні сім'ї. Масові числа ізотопів кожної сім'ї можна виразити так:  $A = 4n + k$  (де  $n$  – ціле число).

У природі існує три радіоактивні сім'ї. Вони мають назву того елемента, з якого кожна бере початок. Сім'я урану починається ізотопом урану  ${}^{238}_{92}\text{U}$  ( $T = 4,5 \cdot 10^8$  років) і закінчується ізотопом свинцю  ${}^{206}_{82}\text{Pb}$ , для неї  $A = 4n + 2$ . Сім'я торію бере початок з ізотопу торію  ${}^{232}_{90}\text{Th}$  ( $T = 1,4 \cdot 10^{10}$  років) і закінчується ізотопом свинцю  ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ , для неї  $A = 4n$ . Сім'я актиноурану, для якої  $A = 4n + 3$ , починається з ізотопу урану  ${}^{235}_{92}\text{U}$  ( $T = 7,1 \cdot 10^8$  років, актиноуран) і закінчується ізотопом свинцю  ${}^{207}_{82}\text{Pb}$ . Ізотопів, які належали б до радіоактивної сім'ї, для якої  $A = 4n + 1$ , в природі не існує. Однак їх одержали штучним шляхом за допомогою ядерних реакцій. Було встановлено, що найбільш довгоіснуючим ізотопом цієї сім'ї є нептуній  ${}^{237}_{93}\text{Np}$  ( $T = 2,25 \cdot 10^6$  років, радіоактивна сім'я нептунію). Сім'я нептунію закінчується стабільним ізотопом вісмуту  ${}^{209}_{83}\text{Bi}$  (виявилось, що ізотоп  ${}^{209}_{83}\text{Bi}$  нестабільний, він випромінює  $\alpha$ -частинки і має період піврозпаду  $T = 2 \cdot 10^{17}$  років). На рис. 15.18 показана схема послідовних перетворень радіоактивної сім'ї урану. Наявні розгалуження, або "вилки", вказують на те, що даний ізотоп, який знаходиться на початку розгалуження, здатний зазнавати радіоактивного розпаду шляхом випромінювання  $\alpha$ - або  $\beta$ -частинки.

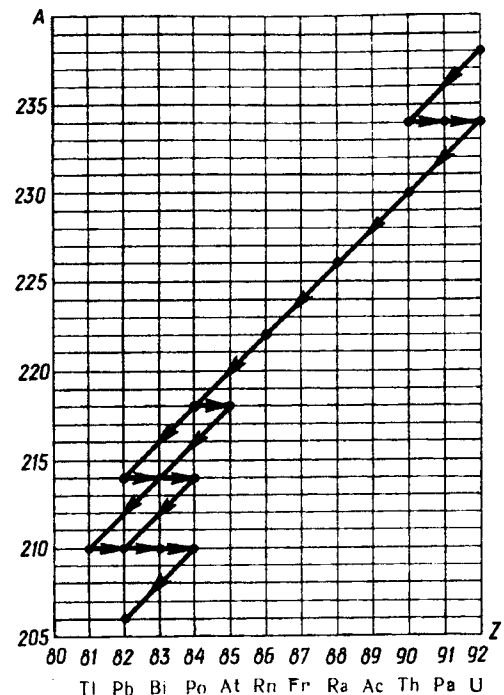


Рис. 15.18

Зауважимо, що родовища радіоактивних елементів  $\text{U}$ ,  $\text{Th}$  на земній поверхні супроводяться наявністю свинцю.

Правила зміщення застосовні не тільки у випадках ядерних перетворень з випромінюванням  $\alpha$ - або  $\beta$ -частинок, а також і в таких ядерних перетвореннях: з захопленням електрона з *K*- або *L*-шару атома; з випромінюванням нейтрона; з випромінюванням протона; перетвореннях, які приводять до поділу ядра на два інших ядра.

### § 15.11. Альфа-розпад

Радіоактивні перетворення відбуваються тільки за умови виконання закону збереження енергії. Будь-яким змінам енергії системи відповідає пропорційна зміна її маси. Тому при радіоактивному розпаді маса материнського ядра має перевершувати масу продуктів розпаду на величину, що відповідає кінетичній енергії системи після розпаду (материнське ядро до розпаду було у спокої). У випадку  $\alpha$ -розпаду має виконуватись така умова:

$$M(A, Z) > M(A-4, Z-2) + M(4, 2)$$

де  $M(A, Z)$  – маса материнського ядра з масовим числом  $A$  і порядковим номером  $Z$ ;  $M(A-4, Z-2)$  – маса дочірнього ядра;  $M(4, 2)$  – маса  $\alpha$ -частинки.

При вивченні явищ  $\alpha$ -розпаду виявлено, що радіоактивні ядра з меншим періодом піврозпаду випромінюють  $\alpha$ -частинки з більшою енергією. Так,  ${}^{212}_{84}\text{Po}$  ( $T = 3 \cdot 10^{-7}$  с) випромінює  $\alpha$ -частинки з енергією 8,95 MeV, а  ${}^{232}_{90}\text{Th}$  ( $T = 1,4 \cdot 10^{10}$  років) випромінює  $\alpha$ -частинки з енергією 4,28 MeV. У 1912 р. Г. Гейгер і Дж. Неттол встановили емпіричну залежність між пробігом  $\alpha$ -частинки  $R$  у газі за нормальних умов і сталою розпаду радіоактивного ізотопу  $\lambda$  у вигляді

$$\ln \lambda = B \ln R + A, \quad (15.18)$$

де  $B$  – константа, однакова для всіх природних радіоактивних сімей;  $A$  – також стала величина, але тільки в межах однієї радіоактивної сім'ї. Співвідношення (15.18) досить добре виконується для парно-парних ядер і наближено для непарно-парних та парно-непарних ядер.

Систематичні дослідження  $\alpha$ -розпаду показали, що значну стійкість стосовно  $\alpha$ -розпаду мають ядра з числом нейтронів 126, а також ядра, в яких кількість протонів  $Z = 82$  (числа 82 і 126 належать до магічних чисел).

Дослідження, проведені за допомогою магнітного альфа-спектрометра, показують, що в більшості випадків ядра випромінюють не одну, а кілька груп  $\alpha$ -частинок, енергії яких утворюють дискретний спектр. Це вказує на наявність енергетичних рівнів у ядрах. Структуру  $\alpha$ -спектра можна пояснити, припустивши, що після викидання  $\alpha$ -частинки нове ядро має, крім основного стану, ще систему збуджених енергетичних станів. Найінтенсивніша група  $\alpha$ -частинок буде при переході з основного стану материнського ядра в основний стан дочірнього. Такий перехід найбільш імовірний для парно-парних ядер. Можливі також переходи із основного стану материнського ядра на збуджені рівні дочірнього ядра та переходи із збуджених рівнів материнського ядра в основний стан дочірнього. У другому випадку випромінюються  $\alpha$ -частинки, які мають найбільшу енергію. Їх називають довгопробіжними.

На рис. 15.19 показано схематичне пояснення виникнення різних груп  $\alpha$ -частинок, що випромінюються при розпаді ядер  ${}^{212}_{83}\text{Bi}$ . В лівій частині рисунка показана схема енергетичних рівнів дочірнього ядра  ${}^{208}_{81}\text{Tl}$ . Енергія основного рівня прийнята за нуль. Надлишок енергії спокою материнського ядра порівняно з енергією  $\alpha$ -частинки і дочірнього ядра в нормальному стані дорівнює 6,203 MeV. Якщо дочірнє ядро виникає не в збудженому стані, то вся енергія виділяється у вигляді

кінетичної енергії. Кінетична енергія  $\alpha$ -частинки виникає внаслідок надлишку енергії спокою материнського ядра порівняно з сумарною енергією спокою дочірнього ядра і  $\alpha$ -частинки. Цей надлишок енергії розподіляється між  $\alpha$ -частинкою і дочірнім ядром у відношенні, обернено пропорційному їх масам. Кінетична енергія  $\alpha$ -частинок групи  $K$  визначається за формулою

$$\epsilon_{\alpha K} = \epsilon_{\alpha} \frac{m_d}{m_d + m_{\alpha}},$$

де  $\epsilon_{\alpha K}$  – кінетична енергія  $\alpha$ -частинки  $K$ -ї групи в лабораторній системі відліку;  $\epsilon_{\alpha}$  – енергія  $\alpha$ -розпаду;  $m_d$ ,  $m_{\alpha}$  – маси дочірнього ядра і  $\alpha$ -частинки. Поправка на збудження дочірнього ядра вноситься до  $\epsilon_{\alpha}$  відповідно з експериментальними даними. Так, на основі даних (див. рис. 15.19) знаходимо кінетичну енергію  $\alpha$ -частинок груп  $\alpha_0$  і  $\alpha_1$  відповідно:

$$\epsilon_{\alpha_0} = 6,203 \cdot 208 / 212 = 6,086 \text{ MeV};$$

$$\epsilon_{\alpha_1} = (6,203 - 0,040) \cdot 208 / 212 = 6,047 \text{ MeV}.$$

У збуджених станах дочірнє ядро перебуває від  $10^{-8}$  до  $10^{-12}$  с, а потім переходить у збуджені стани з меншою енергією або в основний стан. При цьому відбувається випромінювання  $\gamma$ -квантів.

Наведені вище деякі емпіричні відомості стосовно  $\alpha$ -розпаду мають описовий характер і не розкривають механізму утворення  $\alpha$ -частинки у ядрі з нуклонів та випромінювання її ядром.

Ознайомимось з основними рисами теорії  $\alpha$ -розпаду, основи якої закладені у 1928 р. Г. А. Гамовим (1904–1974), Г. Герні (1899–1953) і Е. Кондоном (1902–1974). Припустимо, що  $\alpha$ -частинка існує всередині атомних ядер. При такій ідеалізації материнське ядро складається з дочірнього ядра і  $\alpha$ -частинки. Таке припущення, мабуть, не відповідає дійсності, і швидше всього  $\alpha$ -частинка утворюється з протонів і нейтронів перед вильотом з ядра. Проте така ідеалізація приводить, в основному, до правильних результатів.

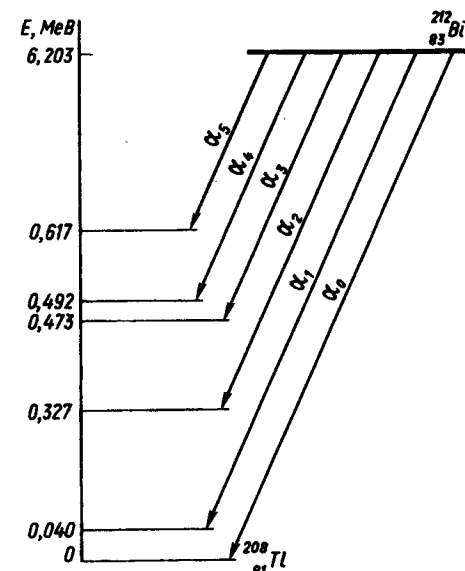


Рис. 15.19

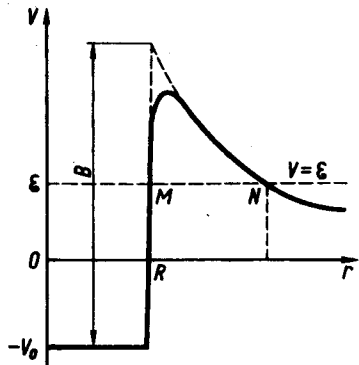


Рис. 15.20

На відстанях від ядра, де практично перестають діяти ядерні сили, залишається тільки кулонівське відштовхування і потенціальна функція  $V$  виражається формулою  $V = zZe^2 / 4\pi\epsilon_0 r$ , де  $Ze$  – заряд дочірнього ядра, а  $ze$  – заряд  $\alpha$ -частинки. Для  $\alpha$ -частинки  $z = 2$ . Проте ми будемо писати  $z$  замість 2, щоб врахувати гіпотетичну можливість вилітання з ядра не тільки  $\alpha$ -частинки, а й інших утворень з нуклонів, для яких  $z \neq 2$ . Але кулонівське відштовхування на малих відстанях від ядра переходить у притягання, зумовлене ядерними силами, інакше  $\alpha$ -частинка не змогла б

утримуватись в ядрі. Уже зазначалось, що точний закон дії ядерних сил невідомий. Відомо, що ядерні сили різко зменшуються із збільшенням відстані від центру ядра. Тому для спрощення і самої можливості розрахунків потенціальну функцію апроксимують модельною. Якщо ядро сферичне, то можна вважати, що  $V$  залежить тільки від відстані  $r$  до центру дочірнього ядра і виражається так:

$$V(r) = \begin{cases} V_0 = \text{const} & \text{для } r < R, \\ zZe^2 / 4\pi\epsilon_0 r & \text{для } r > R, \end{cases}$$

де  $R$  – радіус дочірнього ядра. Залежність  $V(r)$  показана на рис. 15.20 суцільною лінією, верхня частина якої зображена штрихованою лінією, щоб показати, що в перехідній області ліва частина кривої  $V(r)$  плавно переходить у кулонівську частину, яка розташована правіше. Вертикальна ділянка кривої для  $r = R$ , звичайно, ідеалізована. В дійсності ця ділянка піднімається вгору досить круто, але не вертикально. Крива  $V(r)$  являє собою потенціальний бар'єр, який повинна подолати  $\alpha$ -частинка, щоб вилетіти з ядра. Максимальне значення потенціальної енергії називається висотою бар'єра.

Висоту бар'єра  $B$  можна оцінити за формулою

$$B = 2Ze^2 / 4\pi\epsilon_0 R.$$

Для  $Z = 90$ ,  $R = 10^{-12}$  см одержимо  $B \approx 26$  МеВ. Для важких ядер енергія вилітаючих  $\alpha$ -частинок має значення в межах від 4 до 9 МеВ. З погляду класичної механіки  $\alpha$ -частинка з енергією навіть 9 МеВ неспроможна подолати потенціальний бар'єр.

Теорія  $\alpha$ -розпаду повинна базуватися на основі квантової механіки. Під потенціальним бар'єром будемо розуміти частину потенціальної

кривої  $V$  між точками  $M$  і  $N$  (рис. 15.20), в яких потенціальна функція  $V$  дорівнює повній енергії частинки  $\epsilon$ . Таким чином, всередині потенціального бар'єра скрізь  $V > \epsilon$ . Проходження частинки крізь потенціальний бар'єр розглянуто у § 12.6. Як відомо, стан частинки описується хвильовою функцією  $\Psi$ . Проте хвильова функція  $\Psi$  є величина допоміжна. Всі реально спостережувані величини зв'язані з нею ймовірнісними співвідношеннями. Оскільки функція  $\Psi$  всюди відмінна від нуля, то існує скінченна ймовірність виявити частинку як всередині бар'єра, так і за його межами. В цьому розумінні і говорять про входження частинки в область  $V > \epsilon$  і про проходження її через потенціальний бар'єр. За наявності такої області говорять про підбар'єрне проходження частинки, або тунельний ефект. У випадку, коли  $\epsilon > V$ , говорять про надбар'єрне проходження. Користуючись такою термінологією, можна говорити, що  $\alpha$ -розпад є підбар'єрне проходження частинки. Всередині бар'єра поділ повної енергії  $\epsilon$  на кінетичну і потенціальну не має змісту. Але далеко за межами атомного ядра вся енергія  $\alpha$ -частинки є кінетичною.

Теоретично також встановлено, що ймовірність вилітання  $\alpha$ -частинки з ядра визначається прозорістю потенціального бар'єра. Теорія  $\alpha$ -розпаду не є завершеною.

### § 15.12. Бета-розпад

Бета-розпад – це вид радіоактивного перетворення нестабільних атомних ядер. Він об'єднує три види ядерних перетворень: електронний ( $\beta^-$ ) розпад, позитронний ( $\beta^+$ ) розпад і електронне захоплення.

Випромінювання ядрами швидких електронів спочатку було виявлено у природних ізотопів, і цей факт довгий час розглядався як доказ того, що до складу ядра входять електрони. Ряд дослідів показав, що до складу ядра електрон як структурна одиниця входити не може.

У 1934 р. подружжя Жоліо-Кюрі штучним шляхом одержало радіоактивні ядра, які зазнавали позитронного  $\beta$ -розпаду.

Третій вид  $\beta$ -перетворень, при якому ядро поглинає один із електронів електронної оболонки, приводить до зменшення зарядового числа на одиницю. Оскільки до ядра ближче знаходиться  $K$ -шар, то в переважній більшості відбувається захоплення електрона з  $K$ -шару атома. У цьому випадку  $e$ -захоплення називають також  $K$ -захопленням. Електрон може бути поглинутий ядром з  $L$ - або  $M$ -шару, але такі процеси мають значно меншу ймовірність. Якщо електрон захоплений з  $K$ -шару, то на звільнене місце в  $K$ -шарі переходить електрон з  $L$ -шару, а на звільнене місце в  $L$ -шарі переходить електрон з  $M$ -шару і т. д. Внаслідок цих переходів збуджується весь спектр характеристичного рентгенівського випромінювання атома. Саме на основі спостережень такого спонтанного характеристичного випромінювання і було відкрито явище  $e$ -захоплення.

Розглянемо умови енергетичних можливостей вищенаведених процесів. У випадку  $\beta^-$ -розпаду в кінцевому стані виникає ядро, електрон і, можливо, якесь одна чи декілька невідомих частинок, які при звичайних умовах дослідів не спостерігаються. Тому при  $\beta^-$ -розпаді енергія (маса) початкового ядра повинна переважати суму мас кінцевого ядра і електрона

$$M(Z, A) > M(Z+1, A) + m_e, \quad (15.19)$$

де  $M$  – маса ядра. Оскільки в таблицях наводяться маси атомів  $M_a$ , а не маси ядер  $M$ , тому умову (15.19) доцільно виразити через  $M_a$ . Для цього до обох частин нерівності (15.19) додаємо масу  $Z$  електронів  $Zm_e$  і одержимо

$$M_a(Z, A) > M_a(Z+1, A) \quad (\beta^- \text{-розпад}). \quad (15.20)$$

Тут ми нехтуємо відмінністю енергій зв'язку електронів у атомах. Суть умови (15.20) можна з'ясувати на основі таких міркувань. Електронний  $\beta^-$ -розпад є процес, що відбувається всередині атома. Один із нейтронів ядра перетворюється у протон з народженням електрона. Електрон захоплюється електронною оболонкою, а заряд ядра зростає на одиницю. У кінцевому стані виникає атом із зарядовим числом  $Z+1$ . Цей внутрішній процес може відбуватись спонтанно тільки із зменшенням маси атома, що і виражає умова (15.20).

Аналогічно, для  $\beta^+$ -розпаду

$$M(Z, A) > M(Z-1, A) + m_e, \quad (15.21)$$

оскільки маса позитрона дорівнює масі електрона. Додавши до обох частин нерівності (15.21)  $Zm_e$ , одержимо

$$M_a(Z, A) > M_a(Z-1, A) + 2m_e \quad (\beta^+ \text{-розпад}). \quad (15.22)$$

Позитронний  $\beta^+$ -розпад також є процес, що відбувається всередині атома. Внаслідок цього процесу один із протонів ядра перетворюється в нейтрон з народженням позитрона. Крім того, звільняється один електрон із електронного шару атома. Завдяки цьому виникає система, що складається з атома з числом електронів  $Z-1$ , звільненого електрона і позитрона загальною масою  $2m_e$ . Умова (15.22) вказує на те, що для можливості  $\beta^+$ -розпаду необхідно, щоб маса атома в початковому стані переважала сумарну масу утвореної системи.

У випадку  $e$ -захоплення в початковому стані є ядро  $(Z, A)$  і електрон, а в кінцевому – ядро  $(Z-1, A)$  без електрона. Тому енергетична умова  $e$ -захоплення записується у вигляді

$$M(Z, A) + m_e > M(Z-1, A). \quad (15.23)$$

Після додавання до обох частин нерівності по  $Zm_e$  одержимо

$$M_a(Z, A) > M_a(Z-1, A) \quad (e \text{-захоплення}). \quad (15.24)$$

Ця умова також очевидна, оскільки в початковому стані є атом  $(Z, A)$ , а внаслідок  $e$ -захоплення в кінцевому стані виникає тільки атом  $(Z-1, A)$  і більше нічого, що можна спостерігати у звичайних умовах.

Для деяких ядер можуть одночасно виконуватися умови (15.19) і (15.21). З умови (15.21) випливає, що буде виконуватись і умова (15.23). У такому випадку ядро  $(Z, A)$  може зазнавати всіх трьох видів  $\beta$ -розпадів. Оскільки маса нейтрона  $m_n = 939,5731$  MeV дещо більша маси протона  $m_p = 938,2796$  MeV, а їх різниця дорівнює 1,2935 MeV, тому енергетично можливе спонтанне перетворення вільного нейтрона в протон. Такі перетворення спостерігаються з періодом піврозпаду 10,6 хв. Спонтанне перетворення вільного протона у нейтрон енергетично неможливе. Проте перетворення протонів у нейтрони можливе і в дійсності відбувається всередині атомних ядер ( $\beta^+$ -розпад). При цьому недостача енергії протона поповнюється завдяки енергії атомного ядра.

Характерною особливістю для всіх нестабільних атомних ядер, які зазнають  $\beta$ -розпаду, є те, що вони випромінюють електрони або позитрони не з певним значенням енергії для даного ядра, а випромінюють електрони, кінетична енергія яких утворює неперервний спектр у межах від нуля до деякого максимального значення  $\epsilon_0$ . Величину максимальної енергії  $\epsilon_0$  називають верхньою межею  $\beta$ -спектра. Вона являє собою константу, яка має конкретне значення для кожного радіоактивного ізотопу. На рис. 15.21 показано розподіл  $\beta$ -частинок за енергіями  $N(\epsilon)$ .

$\beta$ -розпад ядер може супроводжуватись випромінюванням  $\gamma$ -променів. Однак спектр енергії  $\gamma$ -променів має дискретний характер. Дочірнє ядро внаслідок розпаду може віддати надлишок енергії безпосередньо одному з електронів  $K$ - або  $L$ -шару, завдяки чому з атома випромінюється електрон. Цей процес називається внутрішньою конверсією. При  $\beta$ -розпаді з електронних шарів атомів також можуть випромінюватись електрони внутрішньої конверсії, які мають лінійчастий спектр енергій та характеристичне рентгенівське випромінювання.

На шляху вивчення  $\beta$ -розпаду було ряд досить серйозних утруднень, особливо при намаганні з'ясувати неперервний спектр енергій електрона. Як нам відомо, у разі  $\alpha$ -розпаду викидаються  $\alpha$ -частинки, енергії яких утворюють дискретні групи. Випромінювані при цьому  $\gamma$ -фотони утворюють також лінійчасті спектри. Наявність лінійчастих спектрів  $\alpha$ -частинок і  $\gamma$ -променів вказує на наявність у ядрі станів, яким відповідають певні енергетичні рівні. Тому при  $\beta$ -розпаді слід чекати певних змін енергії в ядрі, а отже, і випромінювання  $\beta$ -частинки з певним значенням кінетичної енергії. Кожне ядро у разі  $\beta$ -розпаду зазнає

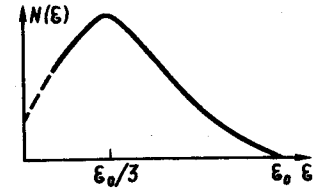


Рис. 15.21

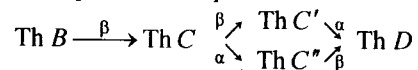
зміни маси  $\Delta m$ . Зменшенню маси має відповідати кінетична енергія  $\beta$ -частинки. Відповідно до закону збереження енергії кінетична енергія жодної з  $\beta$ -частинок не повинна бути меншою від величини  $\epsilon_0 = \Delta mc^2$ .

Однак більшість  $\beta$ -частинок мають енергію  $\epsilon = \frac{1}{3}\epsilon_0$ . Це наводило на думку про порушення закону збереження енергії при  $\beta$ -розпаді, хоч в інших видах радіоактивного розпаду цей закон виконується повністю.

Для пояснення цієї ситуації було висунуто ряд гіпотез. Так, у 1922 р. Л. Мейтнер (1878–1968) висунула гіпотезу про те, що  $\beta$ -частинки викидаються з конкретним значенням енергії, яка дорівнює різниці енергій ядра до і після перетворення, але при проходженні через речовину радіоактивного препарату внаслідок зіткнень втрачає частину своєї енергії. У 1927 р. Ч. Елліс (1895–1980) і У. Вустер (н. 1903 р.), а пізніше Л. Мейтнер із співробітниками виконали з високою точністю калориметричні експерименти, які довели неспроможність цієї гіпотези. В усіх цих дослідках була встановлена строга збіжність калориметричного значення енергії із середньою енергією  $\beta$ -частинки, а не з її верхньою межею  $\epsilon_0$ . Цим самим було переконливо доведено, що неперервність спектра енергії  $\beta$ -частинки має первинне походження.

Численні досліди показують, що після кожного  $\beta$ -розпаду ядра залишаються в одному й тому самому енергетичному стані, а різниця енергії материнського і дочірнього ядра завжди дорівнює сумі верхньої межі спектра енергій  $\beta$ -частинок, тобто  $\epsilon_0$  і власної енергії електрона. Той факт, що випромінювані  $\beta$ -частинки мають кінетичну енергію меншу від  $\epsilon_0$ , Н. Бор і ряд інших фізиків намагались пояснити як наслідок незастосовності закону збереження енергії до процесів  $\beta$ -розпаду. Якщо ж припустити, що для  $\beta$ -розпаду не виконується закон збереження енергії, то незрозуміло, чому випромінюються лише  $\beta$ -частинки, енергія яких менша від  $\epsilon_0$ , а не більша за  $\epsilon_0$ .

Проте справдження закону збереження енергії щодо  $\beta$ -розпаду достатньо ілюструється на прикладі “торієвої вилки”:



Незалежно від того, відбувається перетворення верхнім чи нижнім шляхом, у результаті виникає один і той самий стійкий ізотоп свинцю  ${}^{208}_{82}\text{Pb}(\text{Th } D)$ . Отже, сумарні енергії, що виділяються при розпаді обома шляхами, мають бути рівними. Така рівність справді має місце, якщо за енергію  $\beta$ -розпаду взяти верхню межу спектра енергій  $\beta$ -частинки  $\epsilon_0$ . Якщо ж взяти за енергію  $\beta$ -розпаду середню енергію  $\beta$ -частинок, то баланс енергії порушується. Неспроможність цієї гіпотези була явною, і Н. Бор від неї відмовився.

Аналіз треків руху протона і  $\beta$ -частинки при розпаді нейтрона показує, що їх треки завжди утворюють деякий кут. Якщо вважати, що нейтрон до розпаду перебуває у спокої відносно спостерігача, то його імпульс дорівнює нулю. Тоді на основі закону збереження імпульсу при розпаді нейтрона на протон і електрон ці частинки мають рухатись у діаметрально протилежних напрямках, проте цього не спостерігається. Отже, при  $\beta$ -розпаді, на перший погляд, не виконуються закони збереження енергії і імпульсу.

У 1930 р. В. Паулі висунув гіпотезу, згідно з якою при  $\beta$ -розпаді одночасно з  $\beta$ -частинкою випромінюється ще одна невідома нейтральна частинка. Завдяки цьому закон збереження енергії при  $\beta$ -розпаді виконується, оскільки енергія переноситься і цією частинкою, і електроном. Розподіл енергії між ними має випадковий характер, чим і пояснюється форма  $\beta$ -спектра.

Щоб ця гіпотеза узгоджувалась із результатами дослідів Ч. Елліса і У. Вустера, В. Паулі вважав, що гіпотетична частинка дуже слабо взаємодіє з речовиною. Вона не іонізує атомів середовища, з якими знає зіткнення, і тому вільно проходить через свинцеву оболонку калориметра. Це примусило зробити припущення, що частинка не має електричного заряду, оскільки заряджена частинка з енергією близько мільйона електрон-вольт не змогла б пройти крізь товстий шар свинцю. Цю незаряджену гіпотетичну частинку Е. Фермі назвав нейтрино. Маса нейтрино, якщо вона є у цієї частинки, повинна бути значно меншою маси електрона. Це впливає з того, що при  $\beta$ -розпаді, коли повинен виконуватись і закон збереження імпульсу, електрони забирають менше половини енергії, що звільняється при  $\beta$ -розпаді.

Оскільки нейтрино не іонізує атоми, магнітний момент цієї частинки також повинен дорівнювати нулю або бути досить малим. Спін нейтрино повинен бути напівцілим. Дійсно, характер спіну ядра (цілий чи напівцілий) повністю визначається масовим числом  $A$ . При  $\beta$ -розпаді масове число ядра не зазнає змін, тому не повинен ззнавати зміни і характер спіну ядра. Оскільки електрон (позитрон), що вилітає з ядра, забирає спін рівний  $1/2$ , то спін нейтрино повинен бути напівцілим. Теоретичні розрахунки енергетичного спектра електронів (позитронів), що народжуються при  $\beta$ -розпаді, показали, що спін нейтрино дорівнює  $1/2$ .

Введення гіпотетичної частинки нейтрино давало можливість пояснити закон збереження енергії і імпульсу в процесах  $\beta$ -розпаду.

На основі гіпотези Паулі Е. Фермі розвинув кількісну теорію  $\beta$ -розпаду. Основна ідея Е. Фермі полягає в тому, що  $\beta$ -частинки і нейтрино не існують в атомних ядрах, подібно до того як фотон не є складовою частиною атома, а з'являється в процесі випромінювання. З цієї причини Е. Фермі висунув гіпотезу про існування особливого типу короткодійчих сил, які й викликають у ядрі процеси перетворення

нейтрона в протон або протона в нейтрон з випусканням  $\beta$ -частинок і нейтрино в обох випадках. Відповідні сили називають слабкими силами, а взаємодія, що відбувається під їх дією, називається слабкою взаємодією. Щоб мати деяке уявлення про величину слабких взаємодій, вкажемо, що теоретичні міркування і дослідні вимірювання показали, що середня довжина вільного пробігу нейтрино з енергією 1 MeV у воді дорівнює приблизно  $10^{21}$  см (100 світлових років). Радіус дії слабких взаємодій не перевищує  $10^{-15}$  см.

Зауважимо, що постульована В. Паулі частинка, яка виникає при  $\beta^-$ -розпаді разом з електроном, пізніше була названа електронним антинейтрино ( $\bar{\nu}_e$ ), а частинка, яка з'являється при  $\beta^+$ -розпаді разом із позитроном, – електронним нейтрино ( $\nu_e$ ). Тоді процеси  $\beta^-$ - і  $\beta^+$ -розпадів запишуться у вигляді

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (15.25)$$

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e. \quad (15.26)$$

Відкрито й інші типи нейтрино і антинейтрино: мюонне нейтрино ( $\nu_\mu$ ) і антинейтрино ( $\bar{\nu}_\mu$ ), таонне нейтрино ( $\nu_\tau$ ) і антинейтрино ( $\bar{\nu}_\tau$ ). Ці частинки з'являються в процесах взаємодії разом з іншими частинками: мюонами і  $\tau^\pm$ -лептонами (маса  $\tau$ -лептона  $m_{\tau^\pm} = 1,78$  GeV, середній час їх життя приблизно  $3 \cdot 10^{-13}$  с).

Лептонами називають клас елементарних частинок, які не беруть участі в сильних взаємодіях, але беруть участь в електромагнітній, слабкій і гравітаційній взаємодіях. Нейтрино і антинейтрино не беруть участі в електромагнітній взаємодії. Якщо маса нейтрино не дорівнює нулю, то не виключена наявність у нейтрино магнітного моменту, величина якого не перевищує  $10^{-10} \mu_B$ . Всі лептони мають спин  $1/2$ , тобто є ферміонами. До лептонів належать електрон, мюон, важкий лептон ( $\tau$ ), електронне, мюонне і  $\tau$ -нейтрино та відповідні їм античастинки.

Мюонне нейтрино і антинейтрино з'являються одночасно з мюонами при розпаді піонів. Піони належать до класу мезонів, які, у свою чергу, належать до великої групи адронів, тобто частинок, які беруть участь у сильних взаємодіях. Піони є найлегші адрони. Розпад заряджених піонів записується так:

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu; \quad (15.27)$$

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu. \quad (15.28)$$

Експериментально встановлено, що електронне і мюонне нейтрино (а також їх античастинки) не тотожні. Тому робити заміну  $\nu_e$  і  $\bar{\nu}_e$  відповідно на  $\nu_\mu$  і  $\bar{\nu}_\mu$  і навпаки не можна. Тому процеси

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_\mu; \quad p \rightarrow n + e^+ + \nu_\mu;$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_e; \quad \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_e,$$

одержані шляхом такої заміни у (15.25) – (15.28), не відбуваються. Доведено також, що  $\nu_e$  і  $\nu_\mu$  не тотожні зі своїми античастинками  $\bar{\nu}_e$  і  $\bar{\nu}_\mu$ .

Кожний лептон характеризується певним квантовим числом, яке називають лептонним зарядом, або лептонним числом. Необхідно розрізняти електронний (для  $e^-, e^+, \nu_e, \bar{\nu}_e$ ), мюонний (для  $\mu^-, \mu^+, \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu$ ) і таонний (для  $\tau^-, \tau^+, \nu_\tau, \bar{\nu}_\tau$ ) лептонні заряди, які позначають відповідно через  $L_e, L_\mu, L_\tau$ . Це різні величини, хоч їм умовно приписують однакові числові значення. Умовились для всіх негативно заряджених частинок ( $e^-, \mu^-, \tau^-$ ) вважати лептонні заряди рівні +1. Лептонні заряди всіх інших лептонів знаходять на основі експериментально встановленого факта, згідно з яким у замкненій системі різниця між числом лептонів і антилептонів кожного типу залишається постійною, тобто має місце закон збереження лептонного заряду. Цей закон вимагає, щоб всі позитивно заряджені лептони ( $e^+, \mu^+, \tau^+$ ) мали лептонний заряд –1. Виходячи з того, що процеси (15.26) і (15.28) протікають реально, випливає, що лептонний заряд  $\nu_e$  і  $\nu_\mu$  дорівнює +1, а з процесів (15.25) і (15.27) випливає, що лептонний заряд  $\bar{\nu}_e$  і  $\bar{\nu}_\mu$  дорівнює –1. Аналогічно  $\nu_\tau$  приписують лептонний заряд +1, а  $\bar{\nu}_\tau$  – лептонний заряд –1. Таким чином, лептонні заряди всіх негативно заряджених лептонів і всіх нейтрино дорівнюють +1, а позитивно заряджених лептонів і всіх антинейтрино дорівнюють –1.

Прикладом процесів, в яких виконуються закони збереження лептонних зарядів  $L_e$  і  $L_\mu$ , що протікають реально, можуть бути

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu, \quad \mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu.$$

Для спрощення теорії  $\beta$ -розпаду Е. Фермі розвивав її у припущенні, що маса нейтрино дорівнює нулю.

Питання про масу нейтрино постійно обговорюється з того часу, коли була висунута гіпотеза Паулі. Верхня межа для маси електронного нейтрино (і антинейтрино) була одержана з аналізу форми електронного спектра  $\beta$ -розпаду тритію. Виявилось, що верхня межа для маси електронного нейтрино  $m_{\nu_e} < 35$  eV, тобто майже в 15 000 разів менше від маси електрона.

У 1980 р. Е. Ф. Третьяков і В. А. Любимов опублікували результати багаторічних вимірювань маси електронного нейтрино. Вони прийшли до висновку, що маса електронного нейтрино відмінна від нуля і лежить



у межах  $14 < m_{\nu_e} < 45$  еВ. Однак цей висновок не можна вважати остаточним. Оцінка верхньої межі маси  $\nu_\mu$  отримана при дослідженні розпадів піонів ( $m_{\nu_\mu} < 0,57$  МеВ). Оцінка верхньої межі маси  $\nu_\tau$  проводилась при вивченні розпаду  $\tau^- \rightarrow e^- + \tilde{\nu}_e + \nu_\tau$ . При цьому виявилось, що  $m_{\nu_\tau} < 250$  МеВ.

Якби маса нейтрино дорівнювала нулю, то ця частинка не могла б знаходитись у стані спокою, а рухалась би зі швидкістю світла  $c$  відносно будь-якої системи відліку. Проекція вектора спіну цієї частинки на напрям її руху може бути рівною або  $+1/2$ , або  $-1/2$ . У першому випадку кажуть, що частинка має праву, або позитивну, спіральність, а в другому – ліву, або негативну, спіральність. Поняття спіральності має певний зміст тільки для частинки, маса спокою яких дорівнює нулю. Тільки в цьому випадку частинка має певну спіральність незалежно від системи відліку. Якщо маса частинки відмінна від нуля, то поняття певної спіральності не має змісту, оскільки одна і та ж частинка мала б то праву, то ліву спіральність залежно від того, в якій системі відліку розглядається її рух. Дослідним шляхом встановлено, що  $\tilde{\nu}_e$  має спін, напрям якого збігається з напрямом імпульсу. Тому, якщо  $m_\nu = 0$ , то нейтрино буде мати ліву, а антинейтрино – праву спіральність.

Зважаючи на оригінальність як самої ідеї, так і технічного забезпечення дослідів з виявлення нейтрино, наведемо його схематичний опис. Повернемося до розгляду схеми розпаду нейтрона (15.25) і перепишемо її у зворотному напрямі:

$$p + e^- + \tilde{\nu} \rightarrow n.$$

Цей процес можна уявити так:

$$p + \tilde{\nu} \rightarrow n + e^+, \quad (15.29)$$

тобто при взаємодії антинейтрино з протоном мають утворитись нейтрон і позитрон. Саме ця схема взаємодії і покладена в основу експерименту для виявлення антинейтрино. Як уже зазначалось, нейтрино здатне проходити шар води завтовшки в сотні світлових років. Однак ця відстань є середньою. Це означає, що серед великої кількості антинейтрино знайдуться й такі, які поглинуться протонами на віддалі менше одного метра.

Спостереження реакції (15.29) стало можливим лише після створення потужних ядерних реакторів і великих сцинтиляційних детекторів, які містять водень. При потужності реактора 100 МВт густина потоку антинейтрино за товстою стіною, яка захищає від нейтронів і  $\gamma$ -квантів, складає близько  $10^{19} \text{ c}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$ .

Реакцію (15.29) вперше вдалось зареєструвати у 1956 р. Ф. Райнісу (н. 1918 р.) і К. Коуену (н. 1919 р.). Ця реакція можлива, якщо енергія

антинейтрино перевищує 1,8 МеВ, оскільки саме на таку величину маса  $(n + e^+)$  більша від маси протона  $p$ .

Схема досліду Райніса і Коуена показана на рис. 15.22. Вона складалася з трьох великих ( $1,9 \times 1,3 \times 0,6$  м) баків-детекторів  $D_1$ ,  $D_2$  і  $D_3$ , наповнених сцинтилюючим водним розчином, об'єм якого “проглядався” 110 фотопомножувачами. Між детекторами знаходились мішені  $M_1$  і  $M_2$  – два шари води (товщиною 7 см кожний), в яких розчинено сіль кадмію  $\text{CdCl}_2$  для поглинання нейтронів. Кожний шар – мішень із двома сусідніми баками-детекторами – утворював незалежну тріаду. Для захисту від нейтронного і  $\gamma$ -випромінювання експериментальна установка знаходилась у свинцево-парафіновій оболонці і розташовувалась глибоко під землею. Там вона опромінювалась потоком антинейтрино від ядерного реактора.

При поглинанні протоном антинейтрино виникає позитрон, який майже раптово анігілює з електроном. У цьому випадку виникає два  $\gamma$ -фотони ( $\gamma_{\text{ан}}$ ), кожен з яких має енергію 0,51 МеВ. На основі закону збереження імпульсу  $\gamma_{\text{ан}}$ -фотони мають розлітатись у протилежних напрямках, які реєструються детекторами  $D_1$  і  $D_2$ , увімкненими в схему співпадання. Нейтрон, який виникає в цій же реакції (15.29), гальмується внаслідок зіткнень з протонами, дифундує і врешті за час 5–10 мкс поглинається кадмієм. При цьому ядром кадмію випромінюється декілька  $\gamma$ -квантів ( $\gamma_{\text{Cd}}$ ) із сумарною енергією до 10 МеВ, які також реєструються детекторами. Сигнали з детекторів передавались за допомогою коаксіального кабеля на вхід спеціального електронного пристрою, де вони аналізувались за висотою і часом зсуву співпадань. Проводилось фотографування сигналів за допомогою трипроменевого осцилографа, кожна з пластин якого була з'єднана з одним із детекторів. Акт взаємодії антинейтрино з речовиною (15.29) виявлявся за появою в установці двох скорельованих імпульсів, зміщення у часі між якими дорівнювало часу сповільнення і дифузії нейтрона (від 1 до 25 мкс).

Протягом 1500-годинного експерименту було зареєстровано близько 2000 подібних подій. Цим самим була достовірно виявлена реакція, викликана антинейтрино, імовірність якої з точністю до 5% збігалася з теоретично визначеною. Отже, одержано прямий доказ існування нейтрино.

Зауважимо, що на противагу реакції (15.29) реакція  $p + \nu \rightarrow n + e^+$  заборонена. Це вказує на те, що нейтрино і антинейтрино є різні частинки.

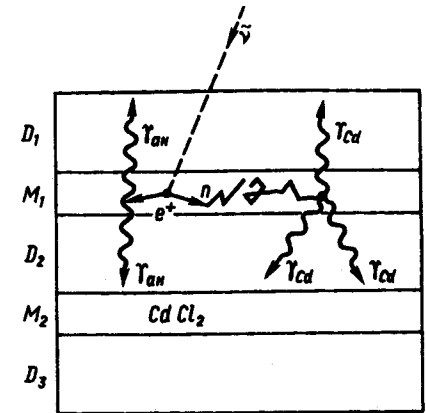
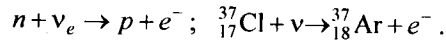


Рис. 15.22

Ідею ресстрування нейтрино за допомогою такої схеми висунув Бруно Понтекорво (н. 1919 р.). При взаємодії нейтрино з нейтроном має утворитись протон і електрон



У 1956 р. Р. Девіс за допомогою реакції перетворення хлору в аргон виявив нейтрино.

### § 15.13. Гама-випромінювання. Ефект Мессбауера

Гама-випромінюванням називається електромагнітне випромінювання, що виникає при переході атомних ядер із збудженого стану в більш низький енергетичний стан. У таких процесах число протонів і нейтронів у ядрі не змінюється, але випускаються  $\gamma$ -кванти. Спектр  $\gamma$ -випромінювання завжди дискретний, оскільки дискретні енергетичні рівні самого ядра. Енергії  $\gamma$ -квантів, що випускаються атомними ядрами, лежать у межах від 10 кеВ до 5 МеВ. Квантам таких енергій відповідають довжини хвиль від  $10^{-8}$  до  $10^{-11}$  см.

Перехід ядра із збудженого стану в нормальний може бути однократним, коли ядро після випускання одного  $\gamma$ -кванта переходить у нормальний стан (рис. 15.23, а). Перехід може бути і каскадним внаслідок послідовних випускань декількох  $\gamma$ -квантів (рис. 15.23, б).

Ізольований вільний нуклон випускати  $\gamma$ -квант не може, оскільки має місце порушення законів збереження енергії і імпульсу. Проте такий процес відбувається всередині ядра, оскільки випущений або поглинутий  $\gamma$ -квант може обмінюватись імпульсом не тільки з розглядуваним нуклоном, але й з іншими нуклонами ядра. Таким чином, на відміну від  $\beta$ -розпаду, випускання  $\gamma$ -променів є внутрішньоядерний, а не внутрішньонуклонний процес.

Збуджене ядро може перейти в основний стан не тільки шляхом випускання  $\gamma$ -кванта, але і шляхом безпосереднього передавання енергії збудження одному з електронів електронних шарів атома ( $K$ -,  $L$ -,  $N$ - і т. д.). Цей процес називається внутрішньою конверсією електронів, а самі електрони називають електронами внутрішньої конверсії. Енергія електрона внутрішньої конверсії  $\epsilon_e$  визначається співвідношенням

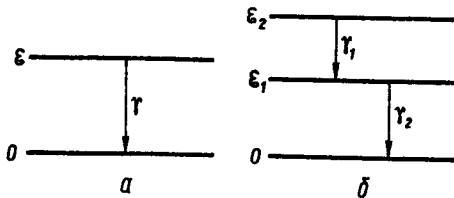


Рис. 15.23

$$\epsilon_e = \epsilon - \epsilon, \quad (15.30)$$

де  $\epsilon$  – енергія, що звільняється при переході ядра з одного енергетичного стану в інший;  $\epsilon$  – енергія зв'язку електрона в електронному шарі атома.

З формули (15.30) випливає, що електрони внутрішньої конверсії моноенергетичні. Це дає можливість відрізнити їх від електронів, що випускаються при  $\beta$ -розпаді ядер, спектр яких неперервний. Якщо енергія збудження ядра  $\epsilon$  менша від енергії зв'язку електрона  $K$ -шару, то внутрішня конверсія на електронах  $K$ -шару енергетично неможлива. В цьому випадку може відбуватись внутрішня конверсія на електронах інших шарів.

Внутрішня конверсія супроводжується рентгенівським випромінюванням, яке виникає внаслідок переходу електрона з шарів, що знаходяться вище, на місце, звільнене електроном внутрішньої конверсії. Цей процес аналогічний звичайному збудженню рентгенівського характеристичного спектра атомів.

В оптиці відоме явище резонансного поглинання світла. Воно полягає в тому, що один атом випромінює фотон з енергією  $\Delta\epsilon = \epsilon_m - \epsilon_n$  при переході з вищого енергетичного рівня  $m$  на нижчий рівень  $n$ , а другий такий самий атом з великою ймовірністю може поглинути цей фотон, перейшовши при цьому з рівня  $n$  на рівень  $m$ . Подібне явище повинно мати місце і для  $\gamma$ -активних ядер. До 1958 р. вважалось, що зворотний  $\gamma$ -випромінюванню ядер процес резонансного поглинання  $\gamma$ -квантів ядрами спостерігати неможливо з таких причин.

Нехай  $\epsilon_1$  і  $\epsilon_2$  – значення енергії двох енергетичних рівнів ядра, і до випромінювання  $\gamma$ -кванта ядро перебувало в стані спокою. Після випромінювання ядро набуде деякого імпульсу внаслідок віддачі. Припустимо, що швидкість ядра завдяки віддачі значно менша від швидкості світла:  $v \ll c$ . Тоді закони збереження енергії і імпульсу для процесу випромінювання можна записати так:

$$\epsilon_2 = \epsilon_1 + hv_b + Mv^2/2; \quad hv_b/c = Mv, \quad (15.31)$$

де  $M$  – маса ядра;  $hv_b/c$  – імпульс випромінюваного  $\gamma$ -кванта;  $v_b$  – частота кванта випромінювання.

Для процесу поглинання ядром  $\gamma$ -кванта запишемо

$$hv_n + \epsilon_1 = \epsilon_2 + Mv_1^2/2; \quad hv_n/c = Mv_1, \quad (15.32)$$

де  $v_n$  – частота падаючого кванта;  $v_1$  – швидкість ядра після поглинання  $\gamma$ -кванта.

З формул (15.31) і (15.32) знаходимо

$$hv_b = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{1 + hv_b/2Mc^2}; \quad hv_n = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{1 - hv_n/2Mc^2}. \quad (15.33)$$

Позначимо  $\epsilon_2 - \epsilon_1 = hv_0$  ( $hv_0$  – енергія кванта у разі нехтування віддачею). Оскільки  $hv_0 \ll Mc^2$  і зміна енергії кванта внаслідок віддачі

мала порівняно з  $Mc^2$ , то, користуючись наближеним виразом  $\frac{1}{1 \pm x} = 1 \mp x$  ( $x \ll 1$ ), співвідношення (15.33) можна переписати так:

$$h\nu_{\text{в}} \approx h\nu_0 \left( 1 - \frac{h\nu_0}{2Mc^2} \right); \quad h\nu_{\text{п}} \approx h\nu_0 \left( 1 + \frac{h\nu_0}{2Mc^2} \right). \quad (15.34)$$

Із співвідношень (15.34) знаходимо різницю енергій

$$h\nu_{\text{п}} - h\nu_{\text{в}} \approx \frac{(h\nu_0)^2}{2Mc^2}. \quad (15.35)$$

Звідси випливає, що ядра не можуть поглинати  $\gamma$ -кванти з такою енергією, яку вони випромінюють. Резонансне поглинання може мати місце за умови, коли різниця цих енергій не перевищує ширину збудженого рівня  $\Gamma$ :

$$h\nu_{\text{п}} - h\nu_{\text{в}} < \Gamma.$$

Ширина спектральної лінії  $\Gamma$  визначається із співвідношення невідзначеностей

$$\Gamma\tau \approx \hbar, \quad (15.36)$$

де  $\tau$  – час життя. Для прикладу розглянемо конкретний випадок випромінювання  $\gamma$ -квантів іридієвим джерелом  $^{191}_{77}\text{Ir}$ , для якого енергія  $\gamma$ -кванта  $h\nu_0 = 129$  кеВ, а  $\tau \approx 10^{-10}$  с. Тоді за допомогою формул (15.35) і (15.36) знаходимо

$$h\nu_{\text{п}} - h\nu_{\text{в}} = \frac{(129 \cdot 10^3)^2}{2 \cdot 191 \cdot 931 \cdot 10^6} = 0,046 \text{ еВ.}$$

Ширина спектральної лінії

$$\Gamma \approx \frac{\hbar}{\tau} = \frac{10^{-27}}{10^{-10} \cdot 1,6 \cdot 10^{-12}} \approx 5 \cdot 10^{-6} \text{ еВ.}$$

Отже, при випромінюванні  $\gamma$ -кванта ядром  $^{191}_{77}\text{Ir}$  з енергією збудження 129 кеВ енергія  $\gamma$ -кванта змінюється на величину, яка майже на п'ять порядків більша ширини спектральної лінії. Це означає, що резонансне поглинання  $\gamma$ -променів ядрами не відбуватиметься.

У 1958 р. Р. Мессбауер (н. 1929 р.) показав, що такі висновки, одержані для вільних ядер, непридатні для ядер атомів, які зв'язані в кристалах. Для таких ядер існує відмінна від нуля ймовірність випромінювання  $\gamma$ -кванта з віддачею, яку сприймає не ядро, а весь кристал у цілому (точніше, макроскопічна група атомів у кількості  $\sim 10^8$ ). Оскільки маса кристала незрівнянно більша за масу окремого ядра, то відповідно до формули (15.35)  $\nu_{\text{п}} \approx \nu_{\text{в}}$ , і резонанс можна спостерігати. Це явище названо *ефектом Мессбауера*. Схема досліду Мессбауера показана на

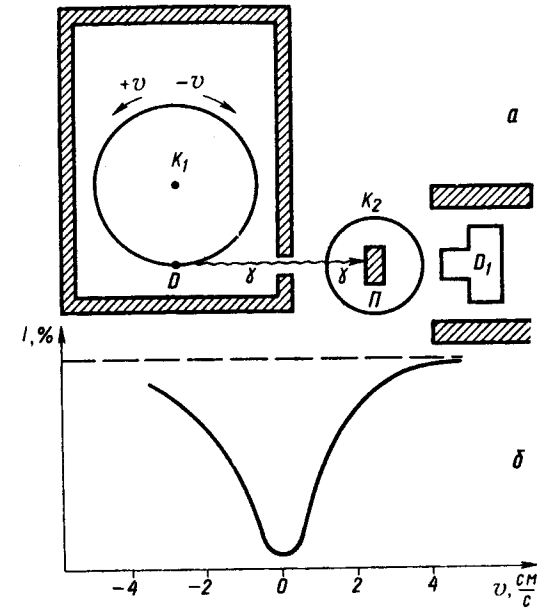


Рис. 15.24

рис. 15.24, а, де  $D$  – джерело  $\gamma$ -квантів  $^{191}_{77}\text{Ir}$ ;  $P$  – іридієвий поглинач;  $D_1$  – детектор  $\gamma$ -квантів. Джерело і поглинач знаходяться у кристатах  $K_1$  і  $K_2$  з рідким аргоном, в яких підтримується температура 87 К. Кристат  $K_1$  з джерелом  $D$  може обертатись за і проти руху стрілки годинника. Внаслідок цього джерело  $\gamma$ -квантів наближається до поглинача або віддаляється від нього з певною швидкістю  $v$ , яку можна плавно змінювати. У досліді визначалась залежність швидкості підрахунку детектором від швидкості руху джерела  $D$  (рис. 15.24, б). При  $v=0$  спектральні лінії випускання і поглинання збігались і відбувалось резонансне поглинання  $\gamma$ -квантів. Внаслідок цього швидкість підрахунку  $\gamma$ -квантів різко зменшувалась.

Ефект Мессбауера на практиці застосовується надзвичайно широко, оскільки дає змогу вимірювати досить малі зміни енергії. Мірою точності цього методу є відношення ширини кожного збудженого ядерного рівня до його величини, тобто  $\Gamma/(h\nu_0)$ . Ця величина досягає значень  $10^{-15}$ – $10^{-17}$ . Методи вимірювань, в основу яких покладено ефект Мессбауера, є унікальними. Саме тому його використано для перевірки виконання закону збереження енергії у процесах мікрофізики. Цей ефект допоміг підтвердити висновки загальної теорії відносності про залежність частоти квантів від гравітаційного поля. За допомогою ефекту

Мессбауера можна одержати додаткові відомості про коливання кристалічної ґратки, вимірювати електричні і магнітні моменти збуджених ядер, досліджувати вплив хімічного складу на енергію ядерних рівнів, проводити геофізичну розвідку та ін.

Методами мессбауерівської спектроскопії вдалось виявити вплив електронних шарів атомів на процеси, що відбуваються всередині атомних ядер. Лінії мессбауерівських спектрів одного і того ж ядра помітно зміщуються і змінюються за шириною при переході від однієї хімічної сполуки до іншої при зміні структури кристалічної ґратки, при зміні температури, при накладанні і знятті механічних напруг та ін. Тому методи мессбауерівської спектроскопії знаходять широке застосування в дослідженнях з фізики твердого тіла.

### § 15.14. Загальні відомості про ядерні реакції

*Ядерною реакцією* в широкому розумінні цього слова називають процес, що відбувається внаслідок взаємодії декількох складних атомних ядер або елементарних частинок. Під таке означення підпадає і пружне розсіяння частинок, наприклад, нуклона на нуклоні, тобто таке розсіяння, при якому не утворюються нові частинки і не відбувається їх збудження, а відбувається тільки перерозподіл енергії і імпульсу між ними.

Ядерними реакціями у вузькому розумінні називаються такі, в яких серед вихідних частинок обов'язково є хоча б одне ядро. Воно зазнає зіткнення з іншим ядром або елементарною частинкою, завдяки чому відбувається ядерна реакція і утворюються нові частинки.

Ядерні реакції здебільшого здійснюють з метою з'ясування механізму взаємодії нуклонів між собою, нуклонів з ядрами, а також одержання деяких квантових характеристик ядра, перевірки правильності різних моделей будови ядра тощо.

Як правило, ядерні реакції відбуваються під дією ядерних сил. Проте ядерна реакція розпаду ядра під дією  $\gamma$ -квантів високих енергій або швидких електронів відбувається під дією електромагнітних, а не ядерних сил, оскільки ядерні сили на фотони і електрони не діють. До ядерних реакцій у широкому розумінні належать процеси, що відбуваються при зіткненні нейтрино з іншими частинками, але вони протікають при слабкій взаємодії.

Ядерні реакції можуть протікати у природних умовах (у надрах зірок, у космічних променях). Вивчення ядерних реакцій проводять у лабораторних умовах на експериментальних установках, в яких енергія зарядженим частинкам надається за допомогою прискорювачів. При цьому більш важкі частинки знаходяться у спокої і їх називають частинками мішені. На них налітають більш легкі частинки, які є у складі прискореного пучка. У прискорювачах на зустрічних пучках поділ на частинки мішені і частинки пучка не має сенсу.

Енергія позитивно зарядженої частинки пучка повинна бути порядку або більшою висоти кулонівського потенціального бар'єра ядра. У 1932 р. Дж. Кокрофт (1897–1967) і Е. Уолтон (н. 1903 р.) вперше здійснили штучне розщеплення ядер літію шляхом бомбардування протонами, енергія яких була меншою від висоти кулонівського бар'єра. Проникнення протона в ядро літію відбувалось шляхом тунельного переходу через кулонівський потенціальний бар'єр. Для негативно заряджених і нейтральних частинок кулонівський потенціальний бар'єр не існує і ядерні реакції можуть відбуватись навіть при теплових енергіях частинок, які налітають.

Найбільш поширений і наочний запис ядерних реакцій запозичено з хімії. Зліва записують суму вихідних частинок, потім стрілку, а за нею записують суму кінцевих продуктів реакції. Так, запис



означає ядерну реакцію, що виникає при бомбардуванні ізотопу літію  ${}^7_3\text{Li}$  протонами, внаслідок якої виникають нейтрон та ізотоп берилію  ${}^4_3\text{Be}$ .

Ядерні реакції часто записують у символічній формі:  $A(a,bcd\dots)B$ , де  $A$  – ядро мішені;  $a$  – бомбардуюча частинка;  $bcd\dots$  і  $B$  – відповідно частинки і ядро, що утворюються в результаті ядерної реакції. Реакцію (15.37) можна записати так:  ${}^7_3\text{Li}(p, n){}^4_2\text{He}$ . Іноді користуються ще більш коротким записом, в якому вказують тільки легкі частинки і не вказують ядра, що беруть участь у реакції. Так, запис  $(p, n)$  означає вибивання нейтрона з деякого ядра під дією протона.

Ядерні реакції часто можуть протікати кількома способами, наприклад:  ${}^{63}\text{Cu}(p, n){}^{63}\text{Zn}$ ;  ${}^{63}\text{Cu}(p, 2n){}^{62}\text{Zn}$ ;  ${}^{63}\text{Cu}(p, pn){}^{62}\text{Cu}$ . Сукупність частинок, що зазнають зіткнень, у певному квантовому стані (наприклад,  $p$  і ядро  ${}^{63}\text{Cu}$ ) називають вхідним каналом ядерної реакції. Частинки, що народжуються внаслідок ядерної реакції в певних квантових станах (наприклад,  $p, n$  і ядро  ${}^{62}\text{Cu}$  з певними орбітальними моментами і проекціями спінів на виділені напрямки), утворюють вихідний канал ядерної реакції.

Кількісне описання ядерних реакцій з квантово-механічної точки зору може бути тільки статистичним, тобто таким, в якому можна говорити тільки про ймовірність різних процесів, які характеризують ядерну реакцію. Так, реакція  $a + A \rightarrow b + B$ , у початковому і кінцевому станах якої є по дві частинки, у цьому розумінні повністю характеризується диференціальним ефективним перерізом розсіяння  $d\sigma/d\Omega$  всередину тілесного кута  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$ , де  $\theta$  і  $\phi$  – полярний і азимутальний кути вилітання однієї з частинок, причому кут  $\theta$  відраховується від напрямку руху бомбардуючої частинки. Залежність диференціального ефективного

перерізу від кутів  $\theta$  і  $\phi$  називається кутовим розподілом частинок, що утворюються в реакції. Інтегральним, або повним, перерізом, яким характеризується інтенсивність реакції, називається диференціальний ефективний переріз, проінтегрований за всіма значеннями кутів  $\theta$  і  $\phi$ :

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega. \quad (15.38)$$

Ефективний переріз можна інтерпретувати як площинку, попадаючи в межі якої налітаюча частинка викличе дану ядерну реакцію. Ефективний переріз ядерної реакції вимірюється у барнах ( $1 \text{ б} = 10^{-28} \text{ м}^2$ ).

Якщо бомбардуючі частинки і частинки мішені не мають спінів або орієнтовані хаотично, то всі процеси аксіально симетричні відносно прямої руху частинки. У цьому випадку  $d\sigma/d\Omega$  залежить тільки від полярного кута  $\theta$  і можна записати  $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$ . Переважна більшість експериментальних досліджень розглядається в лабораторній системі координат, тобто в системі, відносно якої мішень знаходиться у спокої. У теоретичних дослідженнях зручніше користуватись системою центра мас (СЦМ) або системою центра інерції (СЦІ), в якій сумарний імпульс частинок, що зазнають зіткнення, дорівнює нулю.

Ядерні реакції характеризуються виходом реакції. *Виходом ядерної реакції*  $W$  називається доля частинок пучка, які зазнали ядерної взаємодії з частинками мішені. Якщо  $S$  – площа поперечного перерізу пучка, а  $I$  – густина його потоку, то на таку ж площу мішені щосекунди падає  $N = IS$  частинок. З них в одну секунду в середньому реагує  $\Delta N = IS\sigma n$  частинок, де  $\sigma$  – ефективний переріз реакції частинок пучка, а  $n$  – концентрація ядер у мішені. Тоді

$$W = \frac{\Delta N}{N} = \sigma n.$$

Ядерні реакції можна класифікувати за такими ознаками: за енергією частинок, що викликають їх; за природою частинок, які беруть участь у реакціях; за масовим числом ядер, які беруть участь у реакціях; за енергетичним (тепловим) ефектом; за характером ядерних перетворень. Наведена класифікація ядерних реакцій має відносний характер.

За значеннями енергії  $\epsilon$  частинок, що викликають реакції, розрізняють такі ядерні реакції: при малих ( $\epsilon \leq 1 \text{ кеВ}$ ), низьких ( $1 \text{ кеВ} \leq \epsilon \leq 1 \text{ МеВ}$ ), середніх ( $1 \text{ МеВ} \leq \epsilon \leq 100 \text{ МеВ}$ ), значних ( $100 \text{ МеВ} \leq \epsilon \leq 1 \text{ ГеВ}$ ), високих ( $1 \text{ ГеВ} \leq \epsilon \leq 500 \text{ ГеВ}$ ) і надвисоких ( $\epsilon > 500 \text{ ГеВ}$ ) енергіях. Залежно від енергії частинки  $a$  для тих самих ядер  $A$  відбуваються різні перетворення в ядерних реакціях. Для прикладу наводимо реакції бомбардування ізотопу фтору нейтронами різних енергій:

$${}^{19}_9\text{F} + {}^1_0n = \begin{cases} {}^{20}_9\text{F} + \gamma & \text{для } \epsilon = 1,5 \text{ МеВ}; \\ {}^{19}_8\text{O} + {}^1_1\text{H} & \text{для } \epsilon = 4 - 10 \text{ МеВ}; \\ {}^{18}_9\text{F} + 2{}^1_0n & \text{для } \epsilon = 10 - 20 \text{ МеВ}; \\ {}^{15}_8\text{O} + {}^1_1\text{H} + 4{}^1_0n & \text{для } \epsilon = 20 - 40 \text{ МеВ}; \\ {}^{13}_7\text{N} + 2{}^1_1\text{H} + 5{}^1_0n & \text{для } \epsilon = 60 - 80 \text{ МеВ}. \end{cases}$$

Залежно від природи частинок, які беруть участь в ядерних реакціях, їх поділяють на такі реакції: під дією нейтронів; фотонів; заряджених частинок.

За масовим числом атомних ядер ядерні реакції поділяють на такі: на легких ядрах ( $A < 50$ ), на середніх ядрах ( $50 < A < 100$ ) і на масивних ядрах ( $A > 100$ ).

За характером перетворень, що відбуваються в ядрі, реакції поділяють на радіаційне захоплення, кулонівське збудження, поділ ядер, реакції зриву, ядерний фотоэффект та ін.

При розгляданні ядерних реакцій користуються такими законами збереження: законом збереження енергії, законом збереження імпульсу, законом збереження електричного заряду, законом збереження баріонного заряду, законом збереження лептонних зарядів. Крім цих законів збереження, є й інші закони, про які більш детально йтиметься у розд. 16.

Закони збереження дають можливість передбачити, які із мислено можливих реакцій можуть бути реалізовані, а які неможливі у зв'язку з невиконанням одного або декількох законів збереження. У цьому відношенні стосовно до ядерних реакцій закони збереження відіграють особливо важливу роль.

Для процесу зіткнення двох частинок закони збереження енергії і імпульсу в релятивістській формі можна записати так:

$$\epsilon_{1\text{рел}} + \epsilon_{2\text{рел}} = \epsilon'_{1\text{рел}} + \epsilon'_{2\text{рел}} + \dots + \epsilon'_{n\text{рел}}, \quad (15.39)$$

$$\vec{p}_{1\text{рел}} + \vec{p}_{2\text{рел}} = \vec{p}'_{1\text{рел}} + \vec{p}'_{2\text{рел}} + \dots + \vec{p}'_{n\text{рел}}, \quad (15.40)$$

де величини без штрихів позначають релятивістські енергії і імпульси частинок до зіткнення, а буквами із штрихом позначено ті ж величини для частинок, що утворились внаслідок зіткнення. Співвідношення (15.39) і (15.40) записані для будь-якої інерціальної системи відліку. Якщо в лабораторній системі відліку частинка 2 була нерухома, то  $\vec{p}_{2\text{рел}} \equiv \vec{p}_{2\text{нерел}} = 0$ , а в системі центру мас  $\vec{p}_{1\text{рел}} + \vec{p}_{2\text{рел}} = 0$ .

В експериментальних дослідженнях під енергією частинки завжди розуміють її кінетичну енергію  $T = \epsilon_{\text{кін}} = \epsilon_{\text{рел}} - mc^2$ , де  $m$  – маса спокою

частинки. Для частинок, маса спокою яких дорівнює нулю,  $\epsilon_{\text{кін}}$  і  $\epsilon_{\text{рел}}$  тотожно збігаються. Тоді (15.39) можна переписати так:

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 = \epsilon'_1 + \epsilon'_2 + \dots + \epsilon'_n + Q,$$

де  $Q = (m'_1 + m'_2 + \dots + m'_n)c^2 - (m_1 + m_2)c^2$ .

Величина  $Q$  є енергія, що виділяється в ядерній реакції. Її називають *енергією ядерної реакції*. Якщо реакція протікає з виділенням енергії ( $Q > 0$ ), то вона називається екзотермічною. Якщо ж  $Q < 0$ , то реакція протікає з поглинанням енергії і називається ендотермічною.

Екзотермічна реакція може протікати при будь-яких малих енергіях частинок, що зазнають зіткнення. Ендотермічна реакція може відбуватись тільки тоді, коли енергія частинок, що зазнають зіткнення, переважає деяке мінімальне значення. Це мінімальне значення енергії, починаючи з якого ендотермічна реакція може протікати, називається *порогом реакції*.

Для протікання ядерних реакцій при низьких енергіях велике значення має *закон збереження моменту імпульсу*. Суть цього закону полягає в тому, що орбітальний момент відносного руху двох частинок може мати тільки дискретні значення, рівні (в одиницях  $\hbar$ )  $l = 0, 1, 2, \dots$  Ця дискретність приводить до того, що при низьких енергіях і при обмеженому радіусі дії сил реакція можлива тільки при значеннях  $l$ , яке не перевищує деякого числа. Оцінку цього граничного числа простіше всього одержати з напівкласичного розгляду в дусі квантових орбіт Бора (рис. 15.25). Момент  $\hbar l$  налітаючої на ядро частинки дорівнює  $pb$ , де  $p$  – імпульс частинки;  $b$  – її прицільна відстань, тобто найменша відстань, на яку б наблизилась до частинки-мішені налітаюча частинка, рухаючись по прямій. Реакція може відбутись тільки в тому випадку, коли  $b$  не буде перевищувати радіуса  $R$  дії сил між частинками. Звідси для  $l$  одержуємо таке обмеження:

$$l \leq \frac{pb}{\hbar} = \frac{2\pi b}{\lambda},$$

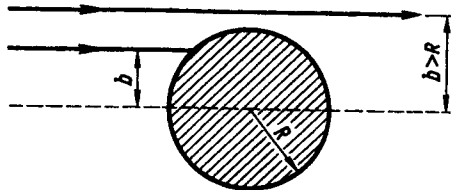


Рис. 15.25

де  $\lambda$  – дебройлівська довжина хвилі налітаючої частинки.

З урахуванням хвильових властивостей частинки реакція реальна за будь-яких значень  $l$ , проте ймовірність її протікання різко падає, якщо наведене співвідношення не виконується.

В ядерних реакціях діє *закон збереження електричного заряду*, згідно з яким алгебраїчна сума електричних зарядів частинок до реакції дорівнює алгебраїчній сумі електричних зарядів частинок після реакції. Поряд із цим законом в ядерній фізиці діє *закон збереження баріонного заряду*, аналогічний закону збереження лептонного заряду (§ 15.12). В ядерних реакціях у вузькому розумінні при низьких енергіях зміст цього закону зводиться до того, що сумарне число нуклонів не змінюється внаслідок реакції. Цей закон виконується і при високих енергіях, коли відбувається перетворення елементарних частинок.

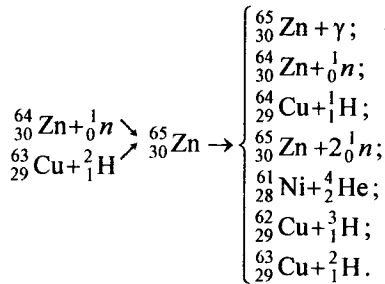
Під *баріонами* розуміють групу “важких” елементарних частинок із напівцілим спіном і масою, не меншою від маси протона. До них належать протон і нейтрон, гіперони та ряд інших частинок, про які детальніше інформація буде у розд. 16. Як і в більшості елементарних частинок, у баріонів існують античастинки, які називають *антибаріонами*. Вони відрізняються від баріонів знаком деяких характеристик (наприклад, знаком електричного заряду і магнітного моменту). Баріони беруть участь у всіх фундаментальних взаємодіях: сильній, електромагнітній, слабкій і гравітаційній.

У всіх процесах, які спостерігали, різниця між числами баріонів і антибаріонів залишається сталою. Цьому результату надають форму закону збереження, подібного до закону збереження електричного заряду. Для цього кожній частинці приписують певний баріонний заряд  $B$ . Для баріонів вважають  $B = +1$ , для антибаріонів  $B = -1$ , а для всіх інших частинок  $B = 0$ . Тоді закон збереження баріонного заряду формулюється так: сумарний баріонний заряд системи частинок при всіх процесах, що відбуваються в цій системі, залишається постійним.

Для пояснення ряду особливостей ядерних реакцій Н. Бор вважав, що вони протікають у два етапи. На першому етапі частинка  $a$  наближається до ядра  $A$  і ним захоплюється. При цьому утворюється складене ядро (компаунд-ядро) у збудженому стані  $C$ . Енергія, внесена частинкою в ядро, швидко розподіляється між нуклонами ядра, і складене ядро стає збудженим. Однак при цьому жоден із нуклонів не має достатньої енергії для того, щоб зразу ж вилетіти з ядра. Так, якщо в ядро з масовим числом  $A = 100$  влітає нейтрон з енергією 40 МеВ, то при рівномірному розподілі внесеної енергії між нуклонами на кожного з них припадатиме по 0,4 МеВ. Для вилітання нуклона з ядра необхідна енергія близько 8 МеВ. Тому утворене проміжне збуджене ядро існуватиме як квазістаціонарна система порівняно тривалий час ( $10^{-16}$ – $10^{-12}$  с). Цей час у мільйони разів більший за так званий характерний ядерний час. За природну одиницю характерного *ядерного часу* взято час, протягом якого нейтрон з енергією близько 10 МеВ ( $v = 4 \cdot 10^7$  м/с) проходить відстань, рівну радіусу ядра ( $1,4 \cdot 10^{-14}$  м), тобто

$$\tau = \frac{1,4 \cdot 10^{-14}}{4 \cdot 10^7} \approx 10^{-22} \text{ с.}$$

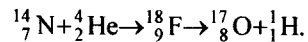
Тому за час  $10^{-16} - 10^{-12}$  с відбудеться значна кількість зіткнень нуклонів між собою, що є необхідною умовою для перерозподілу енергії. Внаслідок цього в складеному ядрі встановиться статистична рівновага і ядро неначе “забуває”, яким способом воно було утворене. На основі цього Н. Бор висунув гіпотезу про незалежність розпаду складеного ядра від способу його утворення. Для прикладу наводимо способи розпаду складеного ядра  ${}_{30}^{65}\text{Zn}$ . Його можна одержати бомбардуванням ядер  ${}_{30}^{64}\text{Zn}$  нейтронами або ядер  ${}_{29}^{63}\text{Cu}$  дейтронами:



Згідно з сучасними уявленнями енергія збудженого складеного ядра, що рівномірно розподілилась між нуклонами за законами статистичної фізики, може знову зосередитись на одній із частинок, яка може вилетіти із складеного ядра. Імовірність розпаду складеного ядра з випромінюванням конкретного виду частинок залежить від імовірності концентрації енергії в ядрі на частинці даного виду. Зауважимо, що модель складеного ядра в схемі ядерних реакцій, висунута Н. Бором, у багатьох випадках добре узгоджується з результатами експерименту.

### § 15.15. Ядерні реакції

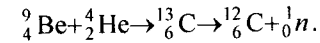
Спочатку для проведення ядерних реакцій використовували випромінювання, які виникають у природній радіоактивності. Так, Е. Резерфорд у 1919 р. здійснив ядерну реакцію, яку можна записати у такому вигляді:



Під дією  $\alpha$ -частинок з енергіями в кілька МеВ можливі ядерні реакції  $(\alpha, p)$ ,  $(\alpha, n)$ , а при енергіях 30–50 МеВ – реакції  $(\alpha, 2n)$ ,  $(\alpha, n, p)$ ,  $(\alpha, 2p)$ .

Штучне перетворення ядер, викликане бомбардуванням  $\alpha$ -частинками, привело до відкриття нейтрона. У 1930 р. В. Боте і Г. Бек-

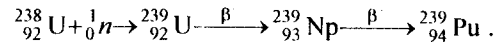
кер виявили, що при бомбардуванні ядер ізоотопу  ${}^9_4\text{Be}$   $\alpha$ -частинками виникає випромінювання великої проникної здатності, яке вважали потоком  $\gamma$ -квантів. При вивченні поглинання цього випромінювання свинцем було встановлено, що енергія цього випромінювання має величину близько 7 МеВ. У 1932 р. І. Кюрі (1897–1956) і Ф. Жоліо-Кюрі (1900–1956) виявили, що іонізуюча дія берилієвого випромінювання сильно зростає, якщо його пропускати через пластинку парафіну, який містить багато атомів водню. Випромінювання вибиває з парафіну протони, пробіг яких у повітрі досягає 40 см, що відповідає енергії близько 5 МеВ. Якщо припустити, що протон таку енергію одержав внаслідок пружного співударяння з  $\gamma$ -квантом, то його енергія повинна бути близько 55 МеВ, що не узгоджується із значеннями енергії, одержаними за результатами поглинання. Величина енергії 55 МеВ не узгоджується також із розрахунками її на основі дефекту мас. Було виявлено і ряд інших суперечностей. Вихід із цього утруднення знайшов Дж. Чедвік у 1932 р. Він показав, що всі утруднення зникають, якщо припустити, що берилієве випромінювання є потоком нейтральних частинок з масою, близькою до маси протона. Ці частинки назвали *нейтронами*. Тоді реакцію можна записати так:



Оскільки нейтрони не мають заряду, то при бомбардуванні атомних ядер для них не існує потенціального бар'єра. Тому після відкриття нейтронів їх почали широко застосовувати для проведення ядерних реакцій.

**Ядерні реакції під дією нейтронів.** Ці реакції найчисленніші і мають велике практичне застосування. Ряд наймасивніших ядер ( ${}^{233}_{92}\text{U}$ ,  ${}^{235}_{92}\text{U}$ ,  ${}^{239}_{94}\text{Pu}$ ) зазнає поділу при захопленні повільних нейтронів. Ці ядерні реакції лежать в основі роботи ядерних реакторів на повільних нейтронах. Найпоширенішими є реакції радіаційного захоплення  $(n, \gamma)$ , які використовуються як для керування роботою реакторів за допомогою кадмієвих регулювальних стрижнів, так і для одержання в реакторах різних радіоактивних ізоотопів.

Із збільшенням енергії нейтронів збільшується спочатку ймовірність непружного розсіяння  $(n, n)$ , а при енергіях у кілька МеВ мають місце реакції  $(n, p)$ ,  $(n, \alpha)$ . Такі реакції, як і реакції радіаційного захоплення, приводять до утворення  $\beta$ -активних ядер. На відміну від ядер  ${}^{233}_{92}\text{U}$ ,  ${}^{235}_{92}\text{U}$ ,  ${}^{239}_{94}\text{Pu}$ , які зазнають поділу під дією повільних нейтронів, ядра  ${}^{238}_{92}\text{U}$ ,  ${}^{232}_{90}\text{Th}$  зазнають поділу тільки під дією швидких нейтронів, енергія яких досягає кількох МеВ. На таких реакціях ґрунтується робота реакторів на швидких нейтронах. При енергії нейтронів 10–20 МеВ можливі реакції  $(n, 2n)$ , а при енергіях 20–40 МеВ – і реакції  $(n, 3n)$ . Перша з ядерних реакцій під дією нейтронів, в якій одержано трансурановий елемент, відбувалась за схемою



У випадку захоплення ядрами азоту нейтронів, які є в космічному випромінюванні, в атмосфері з постійною швидкістю відбувається утворення радіоактивного ізотопу вуглецю за реакцією  ${}_{7}^{14}\text{N}(n, p){}_{6}^{14}\text{C}$ .

**Ядерні реакції під дією протонів.** У той час, як ефективний переріз  $\sigma$  ядерних реакцій під дією повільних нейтронів досить великий і в багато разів перевищує геометричний переріз ядра, величина  $\sigma$  для ядерних реакцій під дією протонів малих енергій нескінченно мала і зростає із збільшенням їхньої енергії. Це пояснюється тим, що для протонів існує потенціальний бар'єр ядра і частинка повинна подолати кулонівське відштовхування. Тому тільки за наявності великої власної енергії протон здатний підійти близько до ядра і викликати ядерну реакцію. У випадку ядер з малим масовим числом  $A$  ядерні реакції під дією протонів можуть відбуватись при менших значеннях енергії протонів, оскільки тоді виникає можливість захоплення частинки ядром внаслідок тунельного ефекту. Під дією протонів можливі ядерні реакції  $(p, \gamma)$ ,  $(p, n)$  і  $(p, \alpha)$ . Реакція  $(p, \alpha)$  під дією протонів, одержаних у прискорювачах, була здійснена в 1932 р. Дж. Кокрофтом і Е. Уолтоном:  ${}_{3}^{7}\text{Li}(p, \alpha){}_{2}^{4}\text{He}$ . Реакція  ${}_{3}^{7}\text{Li}(p, \gamma){}_{4}^{8}\text{Be}$  часто використовується для одержання  $\gamma$ -променів високих енергій (17 МеВ). За допомогою реакції  ${}_{13}^{27}\text{Al}(\alpha, n){}_{15}^{30}\text{P}$  Ф. і І. Жоліо-Кюрі відкрили штучну радіоактивність.

**Ядерні реакції під дією дейтронів.** Якщо більшість ядерних реакцій під дією частинок, енергії яких досягають кількох десятків МеВ, відбуваються з утворенням проміжного складеного ядра, то для ядерних реакцій під дією дейтронів характерними є так звані прямі ядерні реакції без утворення складених ядер. Ця особливість ядерних реакцій під дією дейтронів зумовлена тим, що дейтрон являє собою відносно слабкозв'язану і досить протяжну систему двох нуклонів (протон і нейтрон). Енергія зв'язку становить лише 2,225 МеВ, а середня відстань між нуклонами в дейтроні майже у два рази більша за ефективний радіус дії ядерних сил.

При вивченні ядерних реакцій під дією дейтронів встановлено, що при енергіях дейтрона від 1 до 8 МеВ відбуваються переважно реакції  $(D, p)$ . Енергетичний поріг реакції типу  $(D, n)$  виявляється вищим, ніж поріг попереднього типу реакцій, що залишилось незрозумілим з погляду гіпотези складеного ядра. Вперше пояснили механізм реакцій під дією дейтронів у 1935 р. Р. Оппенгеймер (1904–1967) і М. Філліпс (н. 1907 р.) Вони припустили, що у разі бомбардування ядер дейтронами з великою ймовірністю здійснюється захоплення ядром тільки одного з нуклонів. При цьому другий нуклон пролітає далі, не зазнавши ніякої

взаємодії з ядром. Так, коли дейтрон порівняно невеликих енергій пролітає на близькій відстані від ядра, то він потрапляє в електричне поле ядра великої напруженості. Це поле з великою силою відштовхує ядро, не діючи на нейтрон. Якщо нейтрон виявиться біля ядра на відстані дії ядерних сил, а протон дейтрона буде на порівняно більшій відстані, то нейтрон захоплюється ядром, а протон відривається і продовжує рух, не проникаючи в ядро. Таким чином, ядерна реакція з участю дейтрона відбувається не всередині ядра, а за його межами. Такі реакції називають реакціями зриву. Прикладами цих реакцій є реакції  ${}_{1}^{2}\text{H}(D, p){}_{1}^{3}\text{H}$ ;  ${}_{2}^{3}\text{He}(D, p){}_{2}^{4}\text{He}$ ;  ${}_{6}^{13}\text{C}(D, p){}_{6}^{14}\text{C}$ ;  ${}_{9}\text{F}(D, p){}_{9}\text{F}$  та ін.

При енергіях дейтронів понад 100 МеВ основним процесом реакції також залишається реакція зриву одного з нуклонів. Однак кулонівське відштовхування тут не відіграє такої ролі, як у реакціях, коли енергія дейтронів мала. Тут відривання відбувається внаслідок співударяння одного з нуклонів і ядра, у той час як другий нуклон пролітає, не дотикаючись до ядра. У цьому випадку з однаковою ймовірністю відбуватимуться як реакції з поглинанням нейтрона  $(D, p)$ , так і реакції з поглинанням протона  $(D, n)$ . Реакція відривання  $(D, n)$  дає змогу одержати нейтрони з великими енергіями. Крім цього, ядерні реакції під дією дейтронів мають важливе значення в ядерній фізиці як засіб дослідження енергетичних рівнів ядра.

**Ядерні реакції під дією  $\gamma$ -квантів.** Такі реакції можуть відбуватись, коли енергія  $\gamma$ -квантів більша за енергію зв'язку нуклона в ядрі. Вони називаються *фотоядерними реакціями*. До них належать реакції  $(\gamma, n)$ ,  $(\gamma, p)$ ,  $(\gamma, n, p)$  та ін. Під дією  $\gamma$ -фотонів великих енергій та частинок, енергія яких більша за 100 МеВ, ядро може “вибухнути”, роздробившись на велику кількість осколків. Ці осколки в камері Вільсона або у фотоемальсіях утворюють картину, яка нагадує зірку. Тому такий процес називають утворенням “зірок”. Значний вклад у теорію цього типу реакцій вніс А. Б. Мігдал (н. 1911 р.).

**Ядерні реакції при високих енергіях.** Ядерні реакції, які відбуваються у разі проникнення в ядра частинок з великими енергіями (сотні і більше мегаелектрон-вольт), мають ряд особливостей. Це зумовлено тим, що енергія, внесена частинкою, може виявитись більшою не тільки за енергію зв'язку окремого нуклона, але і за енергію зв'язку ядра. Тому навіть після рівномірного розподілу цієї енергії між нуклонами може виявитись, що енергія кожного нуклона буде більшою за енергію зв'язку нуклона і він може залишити ядро. У зв'язку з цим першим етапом взаємодії частинки високої енергії з ядром спостерігається вилітання кількох нуклонів з ядра. Після цього ядро може бути в досить збудженому стані, що приводить до наступного вилітання нуклонів подібно до випаровування молекул нагрітою краплиною рідини.



При досить високих енергіях бомбардуючих частинок (декілька сотень мегаелектрон-вольт) ядро може "вибухнути", тобто відбувається процес, як уже зазначалось, утворення "зірок".

Ядерні реакції мають важливе практичне застосування і викликають великий науковий інтерес. На основі глибокого аналізу різних ядерних реакцій можна одержати інформацію про будову ядра, його енергетичні рівні. Розвиток техніки експерименту ядерної фізики дає змогу змінювати енергію частинок, під дією яких відбуваються реакції в широкому інтервалі енергій.

Виявилось, що нові експериментальні дані не узгоджуються з двостадійною гіпотезою Бора механізму перебігу ядерних реакцій. Тому з метою розширення теоретичних уявлень про механізм ядерних реакцій розробляють нові моделі ядерних реакцій.

Інформацію про розподіл електричного заряду в ядрі, його розміри та структуру нуклонів отримують також при вивченні взаємодії електронів великих енергій з ядрами.

Для здійснення ядерних реакцій використовують також багато-зарядні іони легких атомів, наприклад  $Ve^{4+}$ ,  $C^{6+}$ ,  $O^{8+}$ , прискорені до енергій понад 100 МеВ. Кінетична енергія таких частинок достатня для подолання потенціального бар'єра сил кулонівського відштовхування. За деяких умов такі іони зливаються з атомним ядром і утворене збуджене ядро переходить у стабільне, випромінюючи частинки.

### § 15.16. Штучна радіоактивність

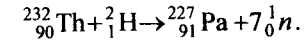
У дослідях із штучного перетворення ядер одних ізотопів у інші аж до 1933 р. вважалось, що під дією частинки ядро поглинає її і зразу ж розпадається, після чого утворюється стабільне ядро.

У 1934 р. Ірен і Фредерік Жоліо-Кюрі виявили, що після опромінювання  $\alpha$ -частинками алюмінію він стає радіоактивним. Так була відкрита штучна радіоактивність. При штучній радіоактивності ядерні перетворення відбуваються у два етапи. Спочатку під дією частинок відбувається перетворення ядра в радіоактивне. На другому етапі утворене радіоактивне ядро зазнає спонтанного радіоактивного розпаду. Цей розпад відбувається, як і у випадку природної радіоактивності, за експоненціальним законом.

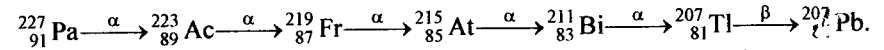
Ф. Жоліо-Кюрі, Е. Фермі та інші вчені встановили, що при бомбардуванні атомних ядер різних елементів  $\alpha$ -частинками, протонами, нейтронами, дейтронами і  $\gamma$ -квантами виникають ядра нових радіоактивних ізотопів, розпад яких відбувається за тим самим законом.

За останні роки одержано значну кількість радіоактивних ізотопів. При бомбардуванні частинками високих енергій ядер ізотопів з кінця періодичної таблиці елементів вдалося створити штучні ядра, які стали родоначальниками недовговічних радіоактивних сімей. Так, при

бомбардуванні  $^{232}_{90}Th$  дейтронами, які мають енергію 680 МеВ, утворюються радіоактивні ядра  $^{227}_{91}Pa$  при реакції



Розпад ядер  $^{227}_{91}Pa$  відбувається так:



Штучні радіоактивні ізотопи здебільшого  $\beta$ -активні, причому  $\beta^-$ -активність чи  $\beta^+$ -активність радіоактивного ізотопу можна встановити за допомогою діаграми залежності кількості нейтронів від кількості протонів у ядрі  $N(Z)$  для стабільних і радіоактивних ядер (рис. 15.26). На діаграмі стабільні атомні ядра знаходяться в порівняно вузькій зоні, яка обмежена кривими 1 і 2. Ізотопи, для яких відношення  $N/Z > N_{ct}/Z_{ct}$  перевищує значення, що відповідають кривій 1, належать до області протонodefіцитних ядер I. Радіоактивний розпад таких ядер має проходити так, щоб величина  $N/Z$  зменшилась, тобто зменшилась у ядрі кількість нейтронів  $N$ . При цьому в ядрі відбуваються перетворення  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ . Отже, протонodefіцитні ядра при радіоактивному розпаді випромінюватимуть  $\beta^-$ -частинки (електрони).

Навпаки, ядра, що лежать нижче кривої 2, належать до області II нейтронodefіцитних ядер. В області II  $N/Z < N_{ct}/Z_{ct}$  і радіоактивний розпад ядер відбуватиметься так, щоб збільшилась кількість нейтронів у ядрі. Це відбувається внаслідок зменшення числа протонів або випромінювання  $\beta^+$ -частинки ( $p \rightarrow n + e^+ + \nu$ ), або захоплення електрона протоном ( $p + e^- \rightarrow n + \nu$ ).

Штучні радіоактивні ядра утворюються також у процесі поділу важких ядер. Так, при поділі  $^{235}_{92}U$  утворюються два нових ядра, які належать до протонodefіцитних. Тому майже всі такі ядра випромінюють  $\beta^-$ -частинки.

Деякі радіоактивні ізотопи, які одержали штучно після випромінювання електронів або позитронів, ще випромінюють  $\gamma$ -кванти. Тепер стало можливим отримати штучні радіоактивні ізотопи, які мають досить високу активність. Це дає змогу створити компактні джерела радіоактивного випромінювання, які широко застосовуються в науці і техніці.

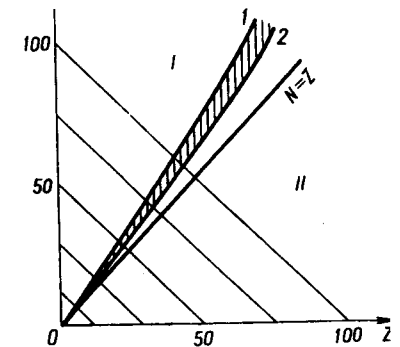


Рис. 15.26

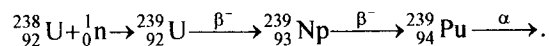
## § 15.17. Трансуранові елементи

Причину, з якої періодична система хімічних елементів, що зустрічаються у природі, обривається на  ${}_{92}\text{U}$ , необхідно шукати в походженні хімічних елементів і їх наступних радіоактивних перетвореннях. Нині вважається загальноприйнятим, що всі хімічні елементи Сонячної системи утворились понад 5 млрд. років тому завдяки гравітаційному стисканню величезних мас галактичного водню, при якому сильно підвищилась його температура. Надмірно висока температура і забезпечила синтез складних ядер з ядер водню. При цьому були синтезовані і численні ізотопи з атомними номерами (зарядовими числами) більшими від 92. Проте їх період напіврозпаду виявився значно меншим за час існування Землі. Це привело до того, що внаслідок радіоактивного розпаду всі вони розпались. Найбільш важким з ізотопів, який зберігся на Землі, є ізоотоп урану  ${}^{238}\text{U}$ .

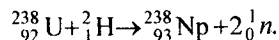
Теоретичний аналіз показує, що верхня межа періодичної системи елементів визначається нестійкістю ядер.

Елементи з зарядовим числом більшим від 92 називають *трансурановими* (заурановими). Їх синтезують штучно, тобто в результаті різних ядерних реакцій.

При бомбардуванні ізотопу урану  ${}^{238}_{92}\text{U}$  нейтронами одержують ядро  ${}^{239}_{92}\text{U}$ , яке через надлишок нейтронів зазнає  $\beta^-$ -розпаду і перетворюється в ядро трансуранового елемента із  $Z = 93$ . Цей елемент назвали нептунієм (Np) за аналогією з Сонячною системою, в якій за планетою Уран знаходиться планета Нептун. Внаслідок  $\beta^-$ -розпаду нептуній перетворюється в трансурановий елемент з  $Z = 94$ , який за тією ж аналогією називають плутонієм (Pu), оскільки за планетою Нептун знаходиться планета Плутон. Одержання Np і Pu відбувається за такою схемою:

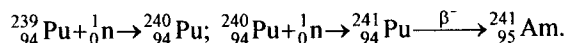


Ізоотоп нептунію  ${}^{238}_{93}\text{Np}$  було одержано внаслідок бомбардування ядер  ${}^{238}_{92}\text{U}$  дейтронами з енергією 16 МеВ



Тепер відомо 12 ізотопів нептунію з масовими числами від 230 до 241 та 15 ізотопів плутонію з масовими числами від 232 до 246.

При бомбардуванні нейтронами ядер плутонію було отримано трансурановий елемент з  $Z = 95$ . Його одержано у США і названо америцієм (Am). Схема цієї ядерної реакції така:

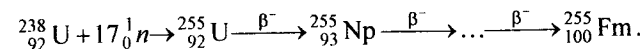
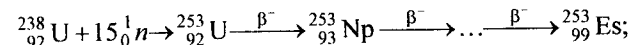


Бомбардуванням ядер  ${}^{241}_{95}\text{Am}$  нейтронами з наступним  $\beta^-$ -розпадом дало можливість одержати трансурановий елемент з  $Z = 96$ , який назвали на честь Марії та П'єра Кюрі кюрієм (Cm). Цей елемент  $\alpha$ -радіоактивний з періодом напіврозпаду 160 діб. Його  $\alpha$ -радіоактивність настільки велика ( $10^{13}$   $\alpha$ -частинок за 1 хв на 1 мг), що веде до розігрівання і навіть до розкладання води у водних розчинах солей кюрію. Тепер відомо 11 ізотопів америцію з масовими числами від 237 до 247 та 13 ізотопів кюрію з масовими числами від 238 до 252, 9 ізотопів берклію ( $243 \leq A \leq 251$ ) та 16 ізотопів каліфорнію ( $240 \leq A \leq 255$ ).

Трансуранові елементи з  $Z = 97$  (берклій) і  $Z = 98$  (каліфорній) також були одержані при бомбардуванні нейтронами ядер плутонію  ${}^{239}\text{Pu}$ . Їх назви походять від назв міста Берклі (США) і Каліфорнійського університету в Берклі. Наведені трансуранові елементи, одержані реакторним шляхом, дають можливість створити велику густину потоку нейтронів (до  $10^{15}$  нейтронів за 1 с на  $1\text{ см}^2$ ).

Виявилось, що реакторний спосіб одержання трансуранових елементів не дає можливості одержати елементи з  $Z > 98$ . Це зумовлено тим, що при опромінюванні нейтронами від ядерних реакторів опромінюване ядро, як правило, поглинає один або малу кількість нейтронів. Якщо значно збільшити потік опромінюючих нейтронів, то деякі ядра, можливо, будуть поглинати декілька нейтронів, що зможе привести до утворення нових трансуранових елементів.

Аналіз коралів при випробуванні водневої бомби (1952 р., США, атол Бікіні) дав можливість виділити незначну кількість елементів з  $Z = 99$  і  $Z = 100$ . Їх відповідно назвали ейнштейній ( ${}^{253}_{99}\text{Es}$ ) і фермій ( ${}^{255}_{100}\text{Fm}$ ). Під час вибуху водневої бомби деякі ядра урану одночасно поглинали 15 або 17 нейтронів. Послідовний процес  $\beta^-$ -розпадів і приводить до утворення трансуранових елементів



Тепер відомо 14 ізотопів ейнштейнію з масовими числами від 243 до 256 і 16 ізотопів фермію з  $242 \leq A \leq 258$ . Період напіврозпаду цих елементів значно менший, ніж період напіврозпаду вищенаведених елементів.

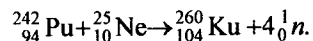
Описані методи не давали можливості одержати ядра з  $Z > 100$ . Причиною цього була недостатня густина потоку нейтронів, мала ймовірність захоплення великої кількості нейтронів і – що є найбільш важливим – це швидкий радіоактивний розпад ядер з  $Z > 100$ .

Для одержання трансуранових елементів з  $Z > 100$  користуються методом бомбардування атомних ядер одного елемента атомними ядрами іншого елемента.

У 1940 – 50-ті рр. у розпорядженні фізиків були малопотужні прискорювачі, які могли прискорювати до невеликих енергій протони, дейтрони та  $\alpha$ -частинки. В ядерних реакціях при бомбардуванні  $\alpha$ -частинками ейнштейнія у 1955 р. одержали елемент з  $Z = 101$ , який було названо менделевієм (Md) на честь видатного вченого-хіміка Д. І. Менделєєва.

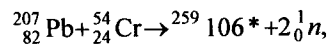
Всі трансуранові елементи з  $Z = 93$  до  $Z = 101$  включно були вперше одержані в США під керівництвом Г. Сіборга і А. Гіорса.

Метод одержання трансуранових елементів бомбардуванням важких ядер легкими або середніми ядрами (від  ${}^4_2\text{He}$  до  ${}^{136}_{54}\text{Xe}$ ) розробив Г. М. Фльоров. У 1963 р. при бомбардуванні  ${}^{238}_{92}\text{U}$  іонами  ${}^{22}_{10}\text{Ne}$  одержали елемент з  $Z = 102$ , який назвали нобелієм (No) на честь засновника Нобелівської премії. У 1965 р. при бомбардуванні  ${}^{243}_{95}\text{Am}$  іонами  ${}^{18}_8\text{O}$  одержали елемент з  $Z = 103$ . Його назвали лоуренсієм (Lr) на честь винахідника циклотрона Е. Лоуренса. У 1964 р. синтезовано 104-й елемент шляхом проведення ядерної реакції:

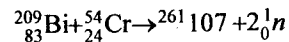


Цей елемент назвали курчатовієм (Ku) на честь вченого-фізика І. В. Курчатова (1903–1960). При бомбардуванні  ${}^{243}_{95}\text{Am}$  іонами  ${}^{22}_{10}\text{Ne}$  у 1970 р. синтезували 105-й елемент, який назвали нільсборієм (Ns) на честь Нільса Бора. Трансуранові елементи з  $Z = 102 - 105$  одержано в Об'єднаному інституті ядерних досліджень (Дубна, Росія) під керівництвом Г. М. Фльорова.

У 1973 р. Ю. Ц. Оганесян обгрунтував ідею про те, щоб за мішень брати звичайний свинець. Цим методом у Дубні в 1974 р. було відкрито 106-й елемент шляхом проведення реакції



а в 1976 р. в реакції



одержано 107-й елемент.

Група німецьких фізиків у Дармштадті методом Оганесяна одержала 107-й елемент, відтворила і підтвердила багато інших результатів, одержаних у Дубні.

\* Символ  ${}^{259}_{106}$  означає, що порядковий номер елемента дорівнює 106, а його масове число 259. Такою символікою користуються тоді, коли назва елемента ще не встановлена.

Спроби синтезувати 109-й елемент у реакції між вісмутом  ${}^{209}_{83}\text{Bi}$  і залізом  ${}^{58}_{26}\text{Fe}$  не дали бажаного результату. Виявилось, що ймовірність його утворення в десятки разів менша, ніж ймовірність утворення 107-го елемента. У 1982 р. у досліді німецьких фізиків, який проводився неперервно протягом 12 діб, вдалося зареєструвати тільки одну подію, яка могла претендувати на розпад 109-го елемента з атомною масою 266.

У Дубні в 1982–1983 рр. протягом 260-годинного досліді було зареєстровано вісім подій, що свідчили про утворення ядер 109-го елемента.

У 1984 р. у Дубні вперше синтезовано два ізотопи 108-го елемента з масовими числами 264 і 265. Їх одержали шляхом бомбардування ядер ізотопів свинцю  ${}^{207}_{82}\text{Pb}$  і  ${}^{208}_{82}\text{Pb}$  іонами заліза  ${}^{58}_{26}\text{Fe}$ . Період піврозпаду ізотопу  ${}^{265}_{108}$  дорівнює близько 2 мс.

У 1987 р. у Дубні одержано 110-й елемент при бомбардуванні ядер торію і ізотопів урану потужним потоком прискорених ядер кальцію і аргону. Було одержано близько 40 ядер 110-го елемента. Час життя цих ядер мав порядок сотих долей секунди. Для таких важких елементів їх час життя є досить великий. Можливо, що це явище вказує на існування острова стабільності надважких елементів. Існування такого острова стабільності сучасна теорія передбачає в межах елементів з атомними номерами 110–114.

У 1966 р. В. М. Струтинський (н. 1929 р.) запропонував метод розрахунку ядерних оболонок, який непогано передає періодичні зміни властивостей досліджуваних ядер. Екстраполоючи знайдені таким шляхом закономірності на недосліджену область, можна спробувати передбачити властивості ще не одержаних трансуранових елементів. Фізики різних країн провели розрахунки, згідно з якими ядра з числом протонів 114 або числом нейтронів 184 повинні бути магічними, а ядро  ${}^{294}_{114}$  – двічі магічним.

Гіпотетичні елементи з числом протонів, близьким до 114, і числом нейтронів близько 184 називають наделементами, а їх ядра – надядрами. Є підстави чекати, що надядра повинні характеризуватися підвищеною стабільністю, тобто повинні мати відносно великі часи життя. Тому сукупність значень чисел  $Z$  і  $A$  наделементів називають островом стабільності.

Основними типами радіоактивного розпаду надядер є спонтанний поділ і  $\alpha$ -розпад. За теорією найбільш стійким по відношенню до спонтанного поділу повинно бути двічі магічне ядро  ${}^{298}_{114}$ . Проте час життя по відношенню до  $\alpha$ -розпаду у всіх ядер значно зменшується із збільшенням зарядового числа  $Z$ . Конкуренція між  $\alpha$ -розпадом і спонтанним поділом повинна на основі теорії привести до того, що

Таблиця 15.3

Z	Символ	Назва	Кількість ізотопів	A	Період піврозпаду	Рік відкриття
93	Np	Нептуній	12	237	$2,2 \cdot 10^6$ років	1940
94	Pu	Плутоній	15	244	$8,3 \cdot 10^7$ років	1940
95	Am	Америцій	11	243	$7,4 \cdot 10^3$ років	1945
96	Cm	Кюрій	13	242	160 діб	1944
97	Bk	Берклій	9	247	$1,4 \cdot 10^3$ років	1949
98	Cf	Каліфорній	16	251	900 років	1950
99	Es	Ейнштейній	14	254	250 діб	1952
100	Fm	Фермій	16	257	79 діб	1953
101	Md	Менделевій	9	258	54 доби	1955
102	No	Нобелій	13	259	1,5 року	1963
103	Lr	Лоуренсій	6	260	3 хв	1965
104	Ku	Курчатовій	8	260	0,1 с	1964
105	Ns	Нільсборій	3	260	40 с	1970
106	—	—	1	259	$10^{-2}$ с	1974
107	—	—	1	262	$2 \cdot 10^{-3}$ с	1976
108	—	—	3	264	—	1984
109	—	—	—	266	—	1982–1983
110	—	—	—	—	—	1987

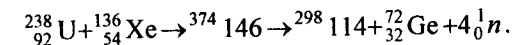
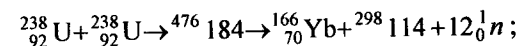
найбільш довгоіснуючим наделементам буде ізотоп  $^{294}_{110}$ . Очікується, що найбільш імовірний час життя для нього становитиме  $10^8$ – $10^9$  років. Проте цей висновок ґрунтується на теорії ядра, яка не завершена.

Передбачувана теорією поведінка гіпотетичних елементів поблизу магічного ядра  $^{298}_{114}$  характеризується різкою зміною стабільності і часу життя навіть за незначних змін одного з чисел Z або A – Z. Так, якщо в найбільш довгоіснуючому ядрі  $^{294}_{110}$  змінити на 2–3 протони або нейтрони, то час його життя, згідно з теорією, зменшиться в мільйони разів. Такий ефект аналогічний тому, що спостерігається у звичайних елементів поблизу попереднього двічі магічного ядра свинцю  $^{208}_{82}\text{Pb}$ . Це ядро настільки стійке, що його радіоактивний розпад ще не зареєстрований. Проте досить збільшити в ньому всього на один нейтрон, як період піврозпаду одержаного ізотопу  $^{209}_{82}\text{Pb}$  завдяки  $\beta^-$ -розпаду стає рівним 4,8 години.

Таким чином, відповідно до теорії елементи поблизу двічі магічного ядра  $^{298}_{114}$  повинні поводити себе аналогічно до елементів, що знаходяться поблизу двічі магічного ядра  $^{208}_{82}\text{Pb}$ .

Якщо гіпотетичний острів стабільності ядер дійсно існує, і якби вдалося знайти спосіб синтезування довгоіснуючих наделементам в макроскопічних кількостях, то науково-технічне значення такого відкриття було б надзвичайним. Цим і пояснюється проблема одержання наделементам.

Вчені вважають, що магічні ядра  $^{298}_{114}$  можна синтезувати за такими ядерними реакціями:



Проте практично здійснити ці гіпотетичні реакції поки що не вдалося. Не дає позитивної відповіді на запитання про існування острова стабільності наделементам також і вивчення мінералів та метеоритів.

Для вивчення механізму реакції утворення ядер, а також для з'ясування властивостей нових масивних ядер велике значення мав метод, який розвинув і здійснив Ю. Ц. Оганесян. У реакції злиття важких іонів  $^{54}\text{Cr}$ ,  $^{55}\text{Mn}$  з ядрами свинцю і вісмуту одержали елементи з Z = (106; 107), а на пучках іонів  $^{58}\text{Fe}$  – елементи з Z = (108; 109). При цьому встановлено, що основним видом розпаду синтезованих нуклідів є  $\alpha$ -розпад.

Основні відомості про трансуранові елементи наведено у табл. 15.3.

## § 15.18. Реакції поділу важких ядер.

### Ланцогова реакція ядер

Початок вивченню поділу важких ядер був покладений Е. Фермі у 1934 р. Після відкриття нейтрона та штучної радіоактивності він із співробітниками здійснив опромінювання нейтронами майже всіх елементів періодичної системи. Оскільки внаслідок реакцій утворювались  $\beta$ -активні ядра, то вважалось, що при бомбардуванні ядер урану можна одержати трансуранові елементи. Внаслідок напруженої роботи І. Жоліо-Кюрі, П. Савича (н. 1909 р.), О. Гана (1879–1968), Л. Мейтнер (1878–1968) і Ф. Штрассмана (1902–1980) було встановлено, що у разі проникнення нейтрона в ядро урану останнє зазнає поділу на два ядра-осколки. Теоретичне обґрунтування поділу ядра дали Я. І. Френкель і Н. Бор на основі краплинної моделі ядра. Вимушений поділ важких ядер під дією нейтронів має надзвичайно важливе як теоретичне, так і практичне значення. Символічно таку ядерну реакцію позначають (*n, f*) (від англійського слова fission – поділ). Передбачається, що поділ важких ядер повинен мати такі властивості:

1. При поділі важкого ядра повинна звільнитися велика енергія. Такий висновок випливає з того, що питома енергія зв'язку нуклонів (рис. 15.15) в ядрах з кінця періодичної системи елементів зменшується. Так, для ядер  ${}^{235}_{92}\text{U}$  вона становить приблизно 7,6 МеВ, а для ядер з масовим числом  $A = 100$  – приблизно 8,5 МеВ.

Оскільки середня питома енергія зв'язку нуклонів у ядрі в наведеному інтервалі масових чисел дорівнює 8,5 МеВ, то при поділі ядра  ${}^{238}_{92}\text{U}$  має звільнитися енергія

$$Q = (8,5 - 7,6) \cdot 238 \text{ МеВ} \approx 200 \text{ МеВ}.$$

Енергія, що звільняється, досить велика.

2. Переважна частина енергії поділу повинна звільнитися у формі кінетичної енергії осколків поділу  $Q_f$ . Це впливає з того, що осколки, які утворюються внаслідок поділу ядра на дві частини, повинні розлітатися під дією великих кулонівських сил відштовхування своїх зарядів. Величина потенціальної енергії кулонівської взаємодії ядер двох осколків, які знаходяться на відстані  $r$ , визначається

$$V_k = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

де  $Z_1$  і  $Z_2$  – заряди осколків;  $r = R_1 + R_2$ ;  $R_1$  і  $R_2$  – радіуси ядер осколків, які можна обчислити за формулою (15.4)

$$R = r_0 A^{1/3} = 1,4 \cdot 10^{-13} A^{1/3} \text{ см}.$$

Якщо вважати, що поділ ядра урану  ${}^{238}_{92}\text{U}$  відбувся на два однакових осколки ( $Z_1 = Z_2 = 92/2 = 46$  і  $R_1 = R_2$ ,  $A_1 = A_2 = 238/2 = 119$ ), тоді одержимо  $V_k \approx 200$  МеВ, тобто величину такого ж порядку, як і  $Q$ .

3. Осколки, що утворюються при поділі важких ядер, повинні бути  $\beta^-$ -радіоактивними і можуть випромінювати нейтрони. Це впливає з розгляду співвідношення між числом нейтронів і протонів у різних стабільних ядрах періодичної системи елементів:

Ядро	${}^4_2\text{He}$	${}^{108}_{47}\text{Ag}$	${}^{137}_{56}\text{Ba}$	${}^{238}_{92}\text{U}$
N/Z	1,0	1,3	1,45	1,6

Наведені дані свідчать, що осколки поділу ядра урану в момент їх утворення повинні бути перевантажені нейтронами. Такі ядра (§ 15.16) повинні проявляти  $\beta^-$ -активність. Оскільки перевантаженість нейтронами досить велика, то і продукти радіоактивного розпаду також будуть  $\beta^-$ -радіоактивними і т. д.

Отже, частина енергії поділу важких ядер звільняється у вигляді енергії  $\beta^-$ -розпаду  $Q_\beta$ . Крім цього, можна вважати, що частина надлиш-

кових нейтронів, які називають вторинними, буде безпосередньо вилітати з осколків. Вони також забирають деяку частину енергії поділу  $Q_n$ .

Теорію поділу ядра розвинули у 1939 р. Н. Бор, Дж. Уілер (н. 1911 р.) та Я. І. Френкель на основі краплинної моделі ядра.

Розглянемо елементарну теорію поділу ядер під дією нейтронів.

Уже зазначалось, що енергія  $Q$ , яка звільняється при поділі ядра, в основному виділяється у двох формах: у вигляді кінетичної енергії осколків  $Q_f$  і енергії радіоактивних перетворень осколків  $Q_\beta$  (значення  $Q_n$  мале, і враховувати його не будемо). Тоді

$$Q \approx Q_f + Q_\beta.$$

Для обчислення  $Q_f$  будемо вважати, що у процесі поділу зберігаються масове число  $A$  і заряд  $Z$ , тобто

$$A_1 + A_2 = A + 1 \approx A; \quad Z_1 + Z_2 = Z. \quad (15.41)$$

Таке припущення еквівалентне обмеженню розгляду процесу поділу тільки першої його стадії, тобто утворенню високоенергетичних осколків поділу. У процесі радіоактивних перетворень осколків ( $\beta^-$ -розпад, випускання нейтронів) умова (15.41) не виконується, оскільки  $\beta^-$ -розпад приводить до збільшення заряду, а випускання нейтрона – до зменшення масового числа осколків, тобто

$$Z_1 + Z_2 > Z; \quad A_1 + A_2 < A. \quad (15.42)$$

У випадку виконання умови (15.41) величина  $Q_f$  буде збігатися з енергією реакції  $Q$ , яка, за означеннями, дорівнює різниці мас вихідного ядра і ядер продуктів (осколків поділу), тобто

$$Q_f = M_\alpha - (M_1 + M_2),$$

або, що те ж саме,

$$Q_f = \Delta W_1 + \Delta W_2 - \Delta W_\alpha, \quad (15.43)$$

де  $\Delta W_\alpha$  – повна енергія зв'язку ядра відносно всіх складових його нуклонів. Її величину можна визначити за допомогою напівемпіричної формули (15.6).

Як показує дослід, поділ ядра  ${}^{238}_{92}\text{U}$  та інших важких ядер відбувається, в основному, на ядра-осколки неоднакових мас. Їх масові числа переважно дорівнюють від 80 до 160. Найчастіше утворюються осколки, для яких  $Z_1/Z_2 = A_1/A_2 = 2/3$ , тобто  $A_1 = (2/5)A$ ;  $A_2 = (3/5)A$ .

При підстановці у формулу (15.43) вирази для  $\Delta W_\alpha$ ,  $\Delta W_1$  і  $\Delta W_2$  обчислені за допомогою формули (15.6), в якій нехтують останнім членом через його малість, вираз  $Q_f$  матиме вигляд

$$Q_f = W_n + W_k - W_{n.o} - W_{k.o},$$

де  $W_n$  і  $W_k$  – відповідно енергія поверхневого натягу і кулонівська енергія ядра;  $W_{n.o}$  і  $W_{k.o}$  – відповідно вирази для енергії поверхневого натягу і кулонівської енергії осколків. При цьому одержимо

$$W_{n.o} = 1,25 W_n; W_{k.o} = 0,64 W_k,$$

тобто при поділі ядра енергія поверхневого натягу зростає, а кулонівська енергія зменшується. У результаті одержимо, що

$$Q_f = 0,36 W_k - 0,25 W_n. \quad (15.44)$$

Таким чином, мірою енергії, що виділяється при поділі ядра у вигляді кінетичної енергії осколків, є зміна енергії поверхневого натягу і кулонівської енергії ядра.

Якщо розглянути, як приклад, поділ ядра урану  ${}^{238}_{92}\text{U}$ , то підрахунки  $W_n$  і  $W_k$  з урахуванням коефіцієнтів формули (15.6) дають

$$W_n = 650 \text{ MeV}; W_{n.o} = 1,25 W_n = 813 \text{ MeV}; \Delta W_n = -163 \text{ MeV};$$

$$W_k = 950 \text{ MeV}; W_{k.o} = 0,64 W_k = 607 \text{ MeV}; \Delta W_k = 343 \text{ MeV}.$$

$$\Delta W = W_n + W_k - W_{n.o} - W_{k.o} = \Delta W_n + \Delta W_k, \quad (15.45)$$

$$Q_f = \Delta W = 343 - 163 = 180 \text{ MeV}.$$

Таким чином, звільнення енергії при поділі  ${}^{238}_{92}\text{U}$  пояснюється тим, що зменшення  $W_k$  на 180 MeV перевищує збільшення  $W_n$ .

Енергію  $\beta$ -розпаду  $Q_\beta$ , що звільняється в процесі радіоактивних перетворень осколків, можна також підрахувати за допомогою формули (15.6) при врахуванні умови (15.42). При цьому одержано  $Q \approx 20$  MeV. З них по 5 MeV припадає на електрони і  $\gamma$ -кванти та 10 MeV – на антинейтрино, тобто

$$Q_\beta = \epsilon_e + \epsilon_\gamma + \epsilon_\nu = 5 + 5 + 10 = 20 \text{ MeV}.$$

Повна енергія, що виділяється при поділі ядра  ${}^{238}_{92}\text{U}$ ,

$$Q = Q_f + Q_\beta = 180 + 20 = 200 \text{ MeV}.$$

З виразу (15.44) видно, що  $Q_f > 0$  при

$$\frac{W_k}{W_n} = \frac{\beta_2 Z^2 A^{-1/3}}{\beta_1 A^{2/3}} = \frac{\beta_2 Z^2}{\beta_1 A} > \frac{0,25}{0,36} = 0,7.$$

Підставимо значення  $\beta_1 = 17,8$  MeV і  $\beta_2 = 0,710$  MeV. Тоді одержимо

$$\frac{Z^2}{A} > 17. \quad (15.46)$$

Величину  $Z^2/A$  називають параметром поділу. Величина  $Q$  зростає із збільшенням  $Z^2/A$ . Умова (15.46) виконується для всіх важких ядер, починаючи із срібла, для якого  $Z^2/A({}^{108}_{47}\text{Ag}) = 47^2/108 = 20 > 17$ , а для урану  $Z^2/A({}^{238}_{92}\text{U}) = 92^2/238 = 35,5 \gg 17$ .

Таким чином, процес поділу енергетично вигідний для всіх ядер другої половини періодичної системи елементів. Проте дослід не підтверджує такого висновку. Експериментально виявлено поділ тільки трьох самих важких елементів періодичної системи:  ${}_{90}\text{Th}$ ,  ${}_{91}\text{Pa}$  і  ${}_{92}\text{U}$ . Звертаємо увагу на те, що відмінність між енергетичною вигідністю і енергетичною можливістю процесу поділу не має нічого дивного. Так,  $\alpha$ -розпад важких ядер періодичної системи елементів завжди є енергетично вигідним. Проте через наявність великого кулонівського бар'єра з погляду класичної фізики  $\alpha$ -розпад неможливий. Явище  $\alpha$ -розпаду вдається пояснити тільки за допомогою квантово-механічного явища, яке називається тунельним ефектом.

Неважко переконатись у тому, що характер зміни енергії ядра, яке зазнає поділу, такий же, як і при  $\alpha$ -розпаді. Для цього розглянемо процес, зворотний процесу поділу. Будемо вважати енергію осколків, що розлетілись після поділу важкого ядра на великі відстані, рівною нулю. Тоді енергія ядра до поділу дорівнює  $Q_f$ . Спробуємо повернутись із кінцевого стану в початковий, зближуючи осколки.

Як зазначалося, мірою енергії ядра у процесі поділу є сума енергії поверхневого натягу і кулонівської енергії  $W_n + W_k$ . Будемо вважати, що для осколків, які знаходяться на великих відстанях один від одного ( $r = \infty$ ),

$$W_n + W_k = 0.$$

Оскільки для  $r = \infty$   $W_k = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = 0$ , то і  $W_n = 0$ .

При зближенні осколків до їх дотикання поверхнева енергія  $W_n$  залишається без змін, а кулонівська енергія  $W_k$  збільшується від нуля до величини

$$W_k = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 (R_1 + R_2)}, \quad (15.47)$$

де  $Z_1 = (3/5)Z_U = 55$ ;  $Z_2 = (2/5)Z_U = 37$ ;  $R_1 = 1,4\sqrt[3]{(3/5)A_U} = 7,3 \cdot 10^{-13}$  см;  $R_2 = 1,4 \cdot 10^{-13}\sqrt[3]{(2/5)A_U} = 6,35 \cdot 10^{-13}$  см.

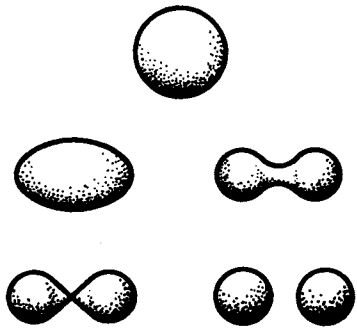


Рис. 15.27

Підставивши у формулу (15.47)  $Z_1, Z_2, R_1$  і  $R_2$ , одержимо, що  $W_n + W_k = W_k (R_1 + R_2) \approx 214$  МеВ. Ця величина перевищує початкове значення енергії ядра  $Q_f \approx 180$  МеВ.

Незважаючи на те, що наведені числові величини є наближеними (орієнтовними), проте вони вказують на можливість збільшення енергії у початковій стадії поділу. Це вимагає точнішого аналізу зміни енергії ядра на початковій стадії його поділу.

Припустимо, що ядро завдяки збудженню, отриманому при поглинанні нейтронів, приходять у коливальний рух. Тоді залежно від величини енергії збудження можливі два випадки. При малих енергіях збудження ядро здійснюватиме коливання, у процесі яких його форма буде змінюватись від сферичної до еліпсоїдальної і навпаки. У цьому разі роль пружних сил, під дією яких ядро з еліпсоїдальної форми набирає сферичної, будуть виконувати сили поверхневого натягу ядра.

Якщо ж енергія збудження досить велика, то в процесі коливань ядро може перейти через критичну точку межі пружності, після чого відновлення початкової форми ядра стає неможливим. У цьому випадку внаслідок дії великих кулонівських сил відштовхування між утвореними полюсами розтягнутого ядра воно продовжує розтягуватись все більше і більше, проходячи через такі стадії деформації: куля, еліпсоїд, гантель, два грушоподібних осколки, дві кулі (рис. 15.27). При цьому дія кулонівських сил виявляється настільки інтенсивною, що вона не може бути зкомпенсована протидією сил поверхневого натягу.

Якщо припустити, що на першій стадії деформації ядро набирає форму еліпсоїда обертання, то зміну кулонівської і поверхневої енергії можна розрахувати.

Нехай велика і мала піввісь еліпсоїда обертання відповідно  $a = R(1 + \epsilon)$ ,  $b = R/\sqrt{1 - \epsilon}$  ( $\epsilon$  – малий параметр). Тоді поверхнева і кулонівська енергії ядра, що має форму еліпсоїда, визначаються за допомогою таких формул:

$$W_n' = W_n (1 + 2\epsilon^2/5 + \dots), \quad (15.48)$$

$$W_k' = W_k (1 - \epsilon^2/5), \quad (15.49)$$

де  $W_n$  і  $W_k$  – відповідно поверхнева і кулонівська енергії ядра, що має форму кулі. З формул (15.48) і (15.49) видно, що поверхнева енергія збільшується з ростом  $\epsilon$ , а кулонівська енергія при цьому зменшується.

Сума поверхневої і кулонівської енергії  $W_n' + W_k'$ , яка є мірою енергії ядра, що зазнає поділу, змінюється зі зміною параметра  $\epsilon$  так:

$$W_n' + W_k' = W_n + W_k + \epsilon^2 (2W_n - W_k)/5. \quad (15.50)$$

Характер зміни  $W_n' + W_k'$  залежить від знака виразу  $(2W_n - W_k)$ . Для ядра урану на основі формули (15.45)  $(2W_n - W_k) > 0$  і  $W_n' + W_k'$  для малих  $\epsilon$  зростає, а крива зміни енергії ядра при його поділі набирає вигляду, зображеного на рис. 15.28.

Таким чином, у процесі малих еліпсоїдальних деформацій енергія ядра спочатку збільшується так, що утворюється енергетичний бар'єр  $W_f$ , подібний до описаного при  $\alpha$ -розпаді. Цей бар'єр поділу з погляду класичної фізики вказує на енергетичну неможливість такого поділу. З погляду ж квантової механіки такий процес малоімовірний навіть при його енергетичній вигідності ( $Q_f > 0$ ).

Висота бар'єра  $W_f$  тим менша, чим менший вираз  $(2W_n - W_k)$ , тобто чим менше відношення

$$\frac{2W_n}{W_k} = \frac{2\beta_1 A^{2/3}}{\beta_2 Z^2 A^{-1/2}} = 2 \frac{\beta_1}{\beta_2} \frac{A}{Z^2},$$

або чим більший параметр поділу  $Z^2/A$ . Коли  $(2W_n - W_k)$  перетворюється в нуль і  $W_f = 0$ , то  $Z^2/A = 50$ . Поділ такого ядра повинен відбуватися спонтанно і миттєво.

При  $Z^2/A < 50$ ,  $W_f \neq 0$ , і спонтанний поділ ядра може відбуватись тільки внаслідок тунельного ефекту, подібно до  $\alpha$ -розпаду. Таке явище називається *спонтанним поділом*. Спонтанний поділ ядер урану вперше спостерігали К. А. Петржак і Г. М. Фльоров у 1940 р.

Імовірність спонтанного поділу визначається величиною  $Z^2/A$ . Чим менше  $Z^2/A$ , тим менша ймовірність спонтанного поділу ядер. Спонтанний поділ урану ( $Z^2/A = 36$ ) відбувається з досить малою ймовірністю, тобто досить повільно.

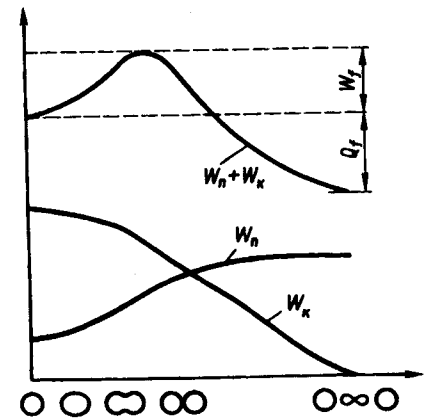


Рис. 15.28

Щоб ядро з параметром поділу  $Z^2/A < 50$  поділялось швидко, в нього попередньо повинна бути внесена енергія збудження  $W$ , яка переважає бар'єр поділу

$$W > W_f. \quad (15.51)$$

Різниця між максимальним значенням потенціальної енергії і її значенням для  $r=0$  для стабільних ядер називається енергією активації. Вона дорівнює  $W_f$  (рис. 15.28).

Якщо поділ ядра відбувається при поглинанні ним нейтрона, то умову (15.51) запишемо так:

$$W > w_n + T'_n > W_f, \quad (15.52)$$

де  $w_n$  – питома енергія зв'язку нейтрона в ядрі;  $T'_n$  – відносна кінетична енергія нейтрона і ядра. При цьому можуть бути такі випадки: 1)  $w_n > W_f$ . Поділ ядра може відбуватись під дією теплових нейтронів; 2)  $w_n < W_f$ . Для поділу ядра необхідно, щоб нейтрони мали кінетичну енергію  $T_n \approx 1$  МеВ. Такі нейтрони називають швидкими.

Досліди показують, що  $^{238}_{92}\text{U}$  та ізомери  $^{91}\text{Pa}$  і  $^{90}\text{Th}$  поділяються нейтронами з енергією  $T_n \approx 1$  МеВ, а ізомер  $^{235}_{92}\text{U}$  – тепловими нейтронами. Під тепловими розуміють нейтрони, енергія яких має величину порядку  $kT$ . При кімнатній температурі ( $T \approx 300$  К)  $kT \approx 0,025$  еВ.

Як уже зазначалось, при поділі масивних ядер звільняється енергія близько 200 МеВ на кожне ядро, що зазнало поділу. Ця величина в сотні мільйонів і мільярдів разів перевищує енергію, що звільняється в одиничному акті хімічних реакцій. Енергія, що звільняється при поділі атомних ядер, називається *ядерною*, або *атомною*, енергією. Для одержання ядерної енергії у великих кількостях для практичних цілей необхідно, щоб процес поділу важких ядер був керованим.

Основну роль в ядерній енергетиці відіграють ядра ізомерів  $^{235}_{92}\text{U}$ ,  $^{239}_{94}\text{Pu}$ ,  $^{233}_{92}\text{U}$  з непарною кількістю нейтронів, оскільки вони зазнають поділу під дією нейтронів будь-яких енергій, у тому числі й теплових. Ядра  $^{238}\text{U}$  і  $^{232}\text{Th}$  зазнають поділу тільки під дією швидких нейтронів.

При поділі важких ядер важкі ядра-осколки перевантажені нейтронами. Це призводить до випускання ними нейтронів. Їх називають миттєвими, оскільки вони вилітають під час поділу ядра або відразу після поділу. При поділі ядра  $^{235}_{92}\text{U}$  утворюється в середньому 2–3 нейтрони.

Після випускання миттєвих нейтронів утворені ядра-осколки перебуватимуть у збудженому стані. Перехід їх в основний стан супровод-

жується випромінюванням  $\gamma$ -квантів. При поділі одного ядра  $^{235}_{92}\text{U}$  випромінюється до 8  $\gamma$ -квантів.

Випромінювання миттєвих нейтронів не ліквідує перевантаження ядер-осколків нейтронами. Звільнення від перевантаження нейтронами відбувається внаслідок  $\beta$ -розпаду і випромінюванням так званих запізнілих нейтронів. Вони утворюються не в момент поділу ядра, а значно пізніше – через час, що досягає 1 хв. Запізнілі нейтрони становлять усього 0,7 % загальної кількості нейтронів, що вилітають при поділі ядра. Однак вони відіграють основну роль у процесі здійснення керованої ланцюгової реакції поділу.

Ядерні реакції поділу важких ядер нейтронами, внаслідок яких утворюється достатня кількість вторинних нейтронів і стає можливим самодітримний процес поділу, називають *ланцюговими ядерними реакціями*.

Теорія ланцюгової реакції поділу урану була розроблена в 1939 р. Я. Б. Зельдовичем (1914–1987) і Ю. Б. Харитоновим (н. 1904 р.).

Розглянемо основні положення цієї теорії у спрощеному вигляді. Нехай уранову мішень бомбардує певна кількість нейтронів. Через деякий проміжок часу  $\tau$  ці нейтрони захоплюють ядра, які зазнають поділу. Завдяки цьому з'являється нове покоління нейтронів. Такий процес, що зумовлює розмноження нейтронів, може продовжуватись. Його характеризують коефіцієнтом розмноження нейтронів  $k$ , під яким розуміють відношення кількості нейтронів наступного покоління до кількості нейтронів попереднього покоління. Якщо за одне покоління кількість нейтронів  $n$  збільшується на  $\delta n$ , то

$$\frac{n + \delta n}{n} = k,$$

звідки маємо  $\delta n = n(k - 1)$ .

Якщо час життя одного покоління  $\tau$ , то за час  $dt$  відбудеться  $dt/\tau$  змін поколінь і відповідно зміна кількості нейтронів на

$$dn = \delta n \frac{dt}{\tau} = \frac{n(k-1)}{\tau} dt. \quad (15.53)$$

Зінтегрувавши вираз (15.53), одержимо

$$n = n_0 e^{\frac{k-1}{\tau} t}, \quad (15.54)$$

де  $n_0$  – кількість нейтронів у момент часу  $t=0$ . З формули (15.54) випливає, що при  $k < 1$  кількість нейтронів зменшується і ланцюгова реакція згасає. Якщо  $k > 1$ , то кількість нейтронів зростає за експоненціальним законом і реакція має вибуховий характер. Цей випадок реалізується в атомній бомбі. Якщо  $k = 1$ , то число нейтронів залишається на початковому рівні і ланцюгова реакція буде керованою. Такі реакції відбуваються в атомних реакторах.

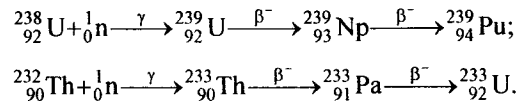


Атомні реактори являють собою досить складні як в технічному, так і в технологічному відношенні установки. За енергією нейтронів, під дією яких відбувається поділ більшості ядер, розрізняють реактори на теплових нейтронах, реактори на проміжних нейтронах та реактори на швидких нейтронах.

Залежно від ядерного пального реактори класифікують так: реактори на природному урані (0,71 %  $^{235}_{92}\text{U}$ ), реактори на слабозбагаченому урані (1 – 2 %  $^{235}_{92}\text{U}$ ), реактори на високозбагаченому урані (90 %  $^{235}_{92}\text{U}$ ) та ін. Як сповільнювачі у реакторах на теплових нейтронах використовують звичайну воду, важку воду  $\text{D}_2\text{O}$ , органічні рідини, графіт, берилій. Для відводу тепла з активної зони реактора використовують звичайну воду, водяну пару, органічні рідини, гелій, вуглекислий газ, рідкі метали. Залежно від призначення реактори бувають енергетичні, дослідні і випробувальні, а також реактори для виробництва нових ізотопів.

Перший атомний реактор був введений у дію в США у 1942 р. під керівництвом Е. Фермі. Він призначався для одержання плутонію з урану. Під керівництвом І. В. Курчатова в тодішньому СРСР введено в дію атомний реактор у 1946 р., а в 1954 р. стала до ладу перша у світі атомна електростанція потужністю 5 тис. кВт.

На АЕС використовують переважно атомні реактори на теплових нейтронах. Однак головний напрям розвитку ядерної енергетики має визначитись будівництвом реакторів на швидких нейтронах. Справа в тому, що в природному вигляді на Землі існує тільки одне ядерне паливо – ізотоп урану  $^{235}_{92}\text{U}$ . Але його енергозапаси мають однаковий порядок з енергозапасами органічного палива, тобто порівняно невеликі. Виявляється, що в реакціях на швидких нейтронах можна не тільки здійснювати виробництво електроенергії, але й одночасно одержувати ядерне паливо в кількості, що перевищує кількість палива, яке реактор споживає. Такий реактор називають реактором-розмножувачем, або бридером. У ньому відбувається перетворення “інертних” природних урану-238 і торію-232 в “активні” плутоній-239 і уран-233 відповідно за такими схемами:

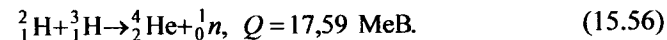
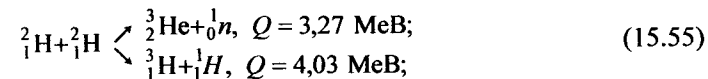


### § 15.19. Реакції термоядерного синтезу

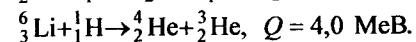
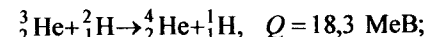
Питома енергія зв'язку нуклонів у ядрі зі збільшенням атомного номера спочатку зростає, досягає максимуму біля ядра заліза і потім починає зменшуватись (див. рис. 15.15). Це означає, що при синтезі легких ядер і поділі важких повинна звільнитись енергія. Звільнення енергії при

поділі важких ядер розглянуто в попередньому параграфі. При поділі ядра  $^{235}_{92}\text{U}$  звільняється енергія порядку 0,85 МеВ на нуклон.

З реакцій синтезу легких ядер особливий інтерес становлять такі реакції:



Існують і інші екзотермічні ядерні реакції синтезу, наприклад,



Практичний інтерес становлять реакції (15.55) та (15.56), оскільки в них беруть участь ядра з найменшим зарядовим числом, а тому для них кулонівський потенціальний бар'єр найнижчий.

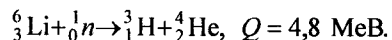
Оскільки обидві гілки реакцій (15.55) протікають з однаковою ймовірністю, то в середньому в цій реакції на один нуклон виділяється енергія  $(1/2)(3,27/4 + 4,03/4) \approx 0,9$  МеВ, тобто майже така, як і при поділі ядра  $^{235}_{92}\text{U}$ . У реакції (15.56) на один нуклон виділяється енергія  $17,95/5 \approx 3,52$  МеВ. Проте в цій реакції тільки 3,52 МеВ припадає на заряджені частинки  ${}^4_2\text{He}$ , а 14,07 МеВ переноситься нейтронами. Енергія заряджених частинок може бути перетворена в електричну зі значно більшим ккд, ніж енергія нейтронів.

Таким чином, як і при поділі важких ядер, у реакціях синтезу легких ядер звільняється енергія, що в мільйони разів перевищує кількість теплоти, яку одержують при спалюванні хімічного палива (вугілля, нафти та ін.). Проте в земних умовах звільнення енергії в макроскопічних кількостях при реакціях синтезу і використання її поки що відбувається при вибуху водневої бомби. В ній протікає некерована реакція синтезу. Для використання енергії, яка виділяється при реакціях синтезу, в народному господарстві необхідно надати цим реакціям керованого характеру. Ця проблема називається проблемою керованого термоядерного синтезу. Реакції (15.55) і (15.56) відбуваються з позитивно зарядженими ядрами, між якими діють кулонівські сили відштовхування. Для здійснення цих реакцій ядра повинні мати кінетичну енергію, достатню для наближення їх на відстань порядку  $10^{-13}$  м. Тільки за таких умов внаслідок тунельного ефекту відбуватиметься злиття двох ядер в одне. Для надання такої кінетичної енергії суміш реагентів має бути нагріта до досить високої температури. Тому такі реакції називаються *реакціями термоядерного синтезу*. При температурах, потрібних для виникнення реакції термоядерного синтезу, будь-яка речовина може існувати лише у

вигляді високотемпературної плазми, температура якої становить  $2 \cdot 10^7$  К. Оскільки зі збільшенням зарядового числа  $Z$  кулонівський бар'єр між ядрами при їх наближенні одне до одного зростає пропорційно добутку зарядів обох ядер, тому злиття двох ядер в одне здійснити тим легше, чим менше  $Z$ . За цих умов вибирають ядра дейтерію і тритію, для яких  $Z = 1$ .

Дейтерій  $D$  – стабільний ізотоп водню. Він знаходиться у воді у вигляді сполук  $D_2O$  і  $HDO$ . У природній воді за числом атомів є біля 0,015 % дейтерію. Це відповідає тому, що в 1 г води є приблизно  $5 \cdot 10^{17}$  атомів дейтерію. Оскільки на один нуклон у реакції (15.55) звільняється близько 0,9 МеВ енергії, то енергія синтезу дейтерію в 1 г води дорівнює  $1,5 \cdot 10^5$  Дж. Порівняємо її з енергією хімічного палива. Якщо питома теплота згоряння кам'яного вугілля має величину  $3,5 \cdot 10^7$  Дж/кг, то 250 г води в енергетичному відношенні еквівалентні майже 1 кг кам'яного вугілля. Маса води в океанах Землі порядку  $1,45 \cdot 10^{24}$  кг. За вмістом енергії це еквівалентно  $6 \cdot 10^{21}$  кг =  $6 \cdot 10^{18}$  т кам'яного вугілля. Це складає близько  $10^{-3}$  маси всієї Землі. Таким чином, дейтерій океанів є практично невичерпним джерелом енергії, якого вистачило б на багато мільйонів років.

Тритій  ${}^3_1H$  – радіоактивний ізотоп водню з періодом піврозпаду 12,3 роки. Він утворюється в незначних кількостях в атмосфері під дією космічних променів. Сполука тритію з киснем утворює надважку воду. Оскільки  ${}^3_1H$  радіоактивний, то така вода не накопичується і тому тритій у вільному стані в природі не зустрічається. Його одержують шляхом ядерної реакції за схемою



Для здійснення керованого термоядерного синтезу за реакцією (15.56) попередньо необхідно передбачити одержання тритію. Розрахунки показують, що при прогнозованих темпах використання енергії термоядерного синтезу запасів у природі ізотопу  ${}^6_3Li$  повинно вистачити на сотні тисяч років.

При використанні термоядерного палива, так само як і на атомних електростанціях, в атмосферу не потрапляють вуглекислий газ та інші продукти згоряння. По відношенню до забруднення навколишнього середовища термоядерний реактор має значні переваги перед ядерним реактором поділу. В останніх утворюється багато довгоіснуючих радіоактивних відходів, захоронення яких є однією з непростих проблем. У термоядерному реакторі такої проблеми не існуватиме, оскільки в реакціях синтезу (15.55) і (15.56) не утворюються довгоіснуючі радіоактивні ізотопи.

Сформулюємо загальні вимоги, які ставляться до термоядерних реакторів законом збереження енергії. Будемо вважати, що в реакторі протікає реакція (15.55) або реакція (15.56). Нехай в реактор введена плазма з чистого дейтерію або з рівнокомпонентної суміші дейтерію і тритію, яка нагріта внаслідок якого-небудь нетермоядерного процесу.

Плазма вважається квазінейтральною, тобто такою, в якій середня концентрація позитивно заряджених іонів і електронів у кожному макроскопічному об'ємі майже однакова. Позначимо через  $n$  кількість іонів (електронів) в одиниці об'єму. Нехай температура  $T$  плазми достатньо висока, при якій зіткнення ядер одне з одним у ряді випадків будуть закінчуватися реакціями синтезу, виділенням термоядерної енергії. Очевидно, кількість таких зіткнень в одиниці об'єму пропорційна  $n^2$ , а коефіцієнт пропорційності залежить від температури  $T$ . Тому потужність ядерної енергії, що виділяється в одиниці об'єму активної зони реактора, можна виразити  $P_{\text{яд}} = t_{\text{яд}}(T)n^2$ . Функція  $t_{\text{яд}}(T)$  залежить від того, чи паливом є чистий дейтерій, чи рівнокомпонентна суміш дейтерію і тритію.

Продуктами ядерних реакцій (15.55) і (15.56) є заряджені частинки  ${}^3He$ ,  ${}^3H$ ,  ${}^1_1H$ ,  ${}^4He$  і нейтрони. Кінетична енергія теплового руху заряджених частинок може бути перетворена в електричну з ккд, близьким до одиниці. Для цього може бути використаний магнітогідродинамічний генератор, в якому відбувається безпосереднє перетворення теплової енергії в електричну.

Кінетична енергія теплового руху нейтронів може бути перетворена в електричну при використанні теплового циклу, ккд якого обмежений зверху теоремою Карно. Будемо вважати, що ккд  $\eta = 1/3$ .

Крім виділення енергії, при протіканні реакцій (15.55) і (15.56) будуть відбуватись і її втрати внаслідок електромагнітного випромінювання плазми та витоку частинок з активної зони реактора. Випромінювання виникає, в основному, при гальмуванні електронів завдяки їх зіткненням з ядрами. Його потужність з одиниці об'єму також пропорційна  $n^2$  і може бути виражена  $P_{\text{в}} = t_{\text{в}}(T)n^2$ . Вигляд функцій  $t_{\text{в}}(T)$  і  $t_{\text{яд}}(T)$  може бути знайдений теоретично.

Для визначення енергетичної потужності, що виноситься з одиниці об'єму потоком частинок, введемо поняття середнього часу утримання  $\tau$  плазми в активній зоні реактора. Під ним розуміють проміжок часу, протягом якого за одиницю часу з одиниці об'єму плазми витікає  $n/\tau$  частинок кожного знака. Через проміжок часу  $\tau$  можна виразити енергетичну потужність  $P_{\text{ч}}$  потоку частинок, що витікають з одиниці об'єму плазми. Кінетична енергія частинок в одиниці об'єму плазми дорівнює  $2(3/2)nkT = 3nkT$  (половина енергії припадає на ядра, половина – на електрони). Тому  $P_{\text{ч}} = 3nkT/\tau$ .

Таким чином, енергетична потужність частинок і випромінювання, що втрачається одиницею об'єму плазми, буде  $3nkT/\tau + i_b(T)n^2$ . Ця енергія поглинається захисним пристроєм і виділяється у вигляді тепла. Частина цієї теплоти може бути використана шляхом перетворення її в роботу з деяким ккд  $\eta$ . Потужність марно втраченої енергії в одиниці об'єму буде

$$(1 - \eta)[3nkT/\tau + f_b(T)n^2].$$

Якщо взяти  $\eta = 1/3$ , то

$$2nkT/\tau + (2/3)i_b(T)n^2.$$

Умова протікання самопідтримної ядерної реакції синтезу полягає в тому, щоб виділена термоядерна енергія була не меншою за енергію, що вноситься з плазми електромагнітним випромінюванням і потоком частинок. Математично ця умова виражається так:

$$i_{яд}(T)n^2 \geq 2nkT/\tau + (2/3)i_b(T)n^2. \quad (15.57)$$

У випадку рівності у плазмі буде протікати тільки самопідтримна термоядерна реакція синтезу, але не буде генеруватися енергія, яку можна було б використати. Для перетворення установки в генератор енергії необхідно, щоб у формулі (15.57) виконувалась нерівність. Якщо ввести позначення

$$L(T) = \frac{2kT}{i_{яд}(T) - (2/3)i_b(T)}, \quad (15.58)$$

то умову (15.57) можна записати так:

$$n\tau \geq L(T). \quad (15.59)$$

Знаменник у виразі (15.58) повинен бути додатним, оскільки ядерна енергія, що звільняється, повинна бути більшою за енергію, що втрачається на випромінювання.

Формула (15.59) виражає умову виникнення самопідтримної термоядерної реакції, або умову запалювання термоядерної реакції. Ця умова називається *критерієм Лоусона*.

Мінімальна температура, при якій виконується критерій (15.59), розглядається як оптимальна температура для здійснення самопідтримної термоядерної реакції. Її можна знайти з умови  $dL/dT = 0$ . На рис. 15.29 показано графіки функцій  $L(T)$  для реакцій чистого дейтерію (крива 1) і рівнокомпонентної суміші дейтерію і тритію (крива 2) при  $\eta = 1/3$ . Із графіків видно, що для першої реакції оптимальна температура має порядок  $10^9$  К, а для другої реакції –  $2 \cdot 10^8$  К. Якщо значення  $n\tau$  таке, що точка  $(T, n\tau)$  лежить на кривій  $L = L(T)$ , то в системі може відбуватись стаціонарна термоядерна реакція, але без генерування

корисної енергії. Якщо ж така точка лежить вище кривої  $L = L(T)$ , то система працюватиме як генератор енергії. З графіків також видно, що для  $\eta = 1/3$  критерій Лоусона зводиться до виконання умов: для першої реакції  $n\tau \geq 10^{15} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}$ ,  $T \approx 10^9$  К; для другої реакції  $n\tau \geq 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}$ ,  $T \approx 2 \cdot 10^8$  К.

З порівняння температур випливає, що здійснення термоядерної реакції в рівнокомпонентній суміші дейтерію і тритію легше, ніж реакції в чистому дейтерії. Це зв'язано з тим, що переріз другої реакції в області температур  $10^8 - 10^9$  К приблизно на два порядки більший перерізу реакції в чистому дейтерії. Це, у свою чергу, пояснюється тим, що в зазначеному інтервалі температур термоядерна реакція в рівнокомпонентній суміші дейтерію і тритію має резонансний характер залежності перерізу реакції (найбільше із значень  $\sigma$ ). Саме з цих причин зусилля вчених спрямовані на здійснення реакції синтезу дейтерію і тритію. Таким чином, щоб розпочалась термоядерна реакція, необхідно нагріти дейтерій-тритієву плазму до температури порядку  $2 \cdot 10^8$  К, тобто порядку 10 кеВ. При термоядерних реакціях звільняється енергія в декілька МеВ на кожний акт реакції. Ця енергія в сотні разів перевищує енергію, яку необхідно затратити на нагрівання плазми. Ця обставина і відкриває принципові можливості одержання корисної енергії при термоядерних реакціях.

Для нагрівання дейтерій-тритієвої плазми до температур близько  $10^8$  К можуть бути використані такі способи.

1. Виділення джоулевого тепла у разі пропускання електричного струму через плазму.
2. Інжекція в плазму пучків нейтральних частинок високих енергій.
3. Нагрівання високочастотним електромагнітним полем.
4. Стискання плазми у разі проходження через неї електричного струму (пінч-ефект).
5. Нагрівання лазерним випромінюванням високої потужності.
6. Нагрівання інтенсивними електронними пучками.
7. Нагрівання пучками прискорених важких іонів.

Наведені методи нагрівання плазми до термоядерних температур і вищих технічно здійсненні. Основна складність керованої термоядерної реакції синтезу – це проблема утримання високотемпературної і достатньої густини плазми у робочому об'ємі реактора.

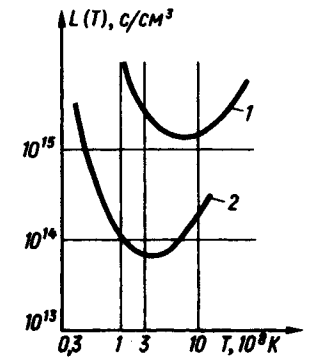


Рис. 15.29

На сучасному етапі проводяться дослідження з керованого термоядерного синтезу у двох напрямках. В одному з них проводяться дослідження з плазмою малої концентрації ( $n \sim 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ), у другому – з плазмою великої концентрації ( $n \sim 10^{23} \text{ см}^{-3}$ ).

При таких концентраціях плазми основною складністю є досягнення необхідного часу утримання (порядку однієї секунди). Ніякі речовини не придатні для виготовлення камери, в якій можна було б утримувати плазму протягом такого часу. Це зумовлено тим, що при дотиканні плазми зі стінками камери її температура знизилась би, а стінки камери не тільки розплавилась, а й випарувались би. Для утримання плазми і запобігання її зіткненню зі стінками робочої камери реактора використовують магнітні поля різних напруженостей і конфігурацій. Такі поля називають магнітними уловлювачами. Серед них найбільш перспективним вважають уловлювач, який називають токамаком (тороїдальна камера з магнітними котушками). Вона була запропонована і вивчена в Інституті атомної енергії (Москва) групою фізиків під керівництвом Л. А. Арцимовича (1909–1978), М. О. Леонтовича і Б. Б. Кадомцева (н. 1928 р.). В інших країнах, в яких ведуться дослідження керованого термоядерного синтезу (США, Японія, країни Євроатому), також віддають перевагу токамакам.

Для зменшення витрат енергії на створення сильних магнітних полів великі надії покладають на розв'язання проблеми високотемпературної надпровідності.

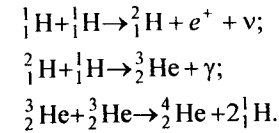
Проблема керованого термоядерного синтезу виходить за межі можливостей окремих країн, і для її успішного розв'язання необхідно об'єднати зусилля країн, в яких ведуться такі дослідження. З цієї метою створена група вчених (США, Росія, Японія, країни Євроатому), яка працює в Інституті фізики плазми ім. М. Планка в Гархінзі біля Мюнхена.

Вчені розглядають також питання принципової можливості термоядерного реактора, в якому для утримання плазми не застосовуються ніякі пристрої. Труднощі створення такого термоядерного реактора не зникають. Вони переносяться з проблеми утримання плазми на проблему її нагрівання, оскільки таке нагрівання повинно здійснюватись протягом часу порядку  $10^{-9}$  с.

Подолання цього утруднення здійснюється у двох напрямках. У першому нагрівання плазми до температури порядку  $10^8$  К проводиться концентрацією лазерного випромінювання на крупинках термоядерного палива (М. Г. Басов). У другому напрямку нагрівання плазми здійснюється пучками прискорених релятивістських електронів [Є. К. Завойський (1907–1976)].

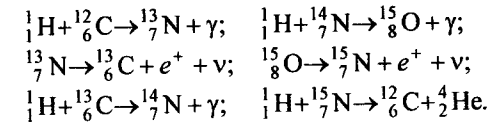
Згідно з сучасними уявленнями термоядерні реакції є джерелом енергії Сонця і зірок. Перші теоретичні розробки термоядерних реакцій, які відбуваються в надрах Сонця, виконали Х. Бете, К. Крітчфілд (н. 1910 р.) і К. Вейцеккер (н. 1912 р.) у 1938–1939 рр. Вони розглянули

два можливих цикли термоядерних реакцій. Перший з них називають водневим, або протонно-протонним, циклом. Він протікає за схемою:



Енергія, що виділяється в результаті водневого циклу, визначається енергією зв'язку ядра гелію і становить близько 27 МеВ.

Другий цикл, який називають вуглецевим, або вуглецево-азотним, складається з таких шести реакцій:



Внаслідок реакцій як водневого, так і вуглецевого циклів кількість водню в надрах Сонця безперервно зменшується, а кількість гелію зростає. Однак запаси водню такі великі, що, за сучасними астрофізичними оцінками, його вистачить ще на багато мільярдів років. Після цього відбудеться гравітаційне стискування Сонця, завдяки чому, за прогнозами, температура його надр підвищиться і будуть створені умови для перебігу реакцій синтезу більш важких ядер з використанням гелію.

На рис. 15.30 показано температурні залежності виділення енергії за одиницю часу при згорянні 1 кг ядерного палива для водневого (крива 1) і вуглецевого (крива 2) циклів. З рис. 15.30 видно, що за відносно низьких температур домінує водневий цикл, а з підвищенням температури зростає роль вуглецевого. В умовах Сонця (температура в його центрі близько  $1,3 \cdot 10^7$  К) їх внесок у виділенні енергії майже однаковий. У менш яскравих зірок переважає водневий, а в більш яскравих – вуглецевий цикл. Для зірок-гігантів істотними є гелієві та неонові цикли. Зазначимо, що внаслідок випромінювання маса Сонця зменшується щосекунди на 4,3 млн. т, тобто приблизно на  $2 \cdot 10^{-19}$  %.

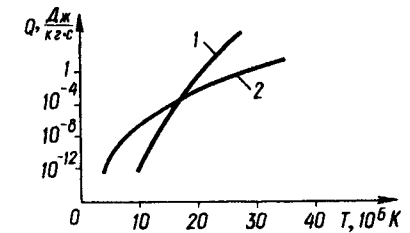


Рис. 15.30

## Розділ 16. Елементарні частинки

### § 16.1. Загальні відомості про елементарні частинки

Фізика елементарних частинок являє собою самостійний розділ ядерної фізики, який має важливе світоглядне значення, оскільки в ній особливо яскраво проявляється діалектичний характер перетворення матерії з одного виду в інший.

Термін “елементарні частинки” в прямому розумінні цього слова означає первинні, неподільні частинки, з яких складається вся матерія. Поняття “елементарні частинки” сформувалось у тісному зв’язку з встановленням дискретного характеру будови речовини на мікроскопічному рівні. Виявлення того факту, що молекули складаються з атомів, уперше дало змогу описати всі відомі речовини як комбінації скінченної кількості структурних одиниць – атомів. Наступне виявлення складових елементів атомів (електронів і ядер), а потім і складної будови ядер із протонів і нейтронів дало підставу вважати, що будова матерії завершується безструктурними елементами – елементарними частинками. Такі міркування являють собою екстраполяцію відомих фактів і не можуть бути строго обґрунтовані.

Термін “елементарні частинки” в сучасній фізиці вживається для найменування величезної кількості дрібних частинок матерії, які не є атомами. Як показують дослідження, кількість елементарних частинок досягає 400.

Зауважимо, що у фізиці елементарних частинок вводиться ряд понять (дивність, чарівність, краса, колір та ін.), терміни яких не мають ніякого відношення до того лексичного значення, у якому вони вживаються у повсякденному житті. Це просто певні квантові числа, які вводяться для описання характеристик елементарних частинок.

Природним джерелом різних частинок високих енергій є космічні промені. Тепер частинки високих енергій одержують і за допомогою прискорювачів. Вони разом із детекторами дають можливість вивчати процеси, в яких утворюються і взаємодіють різні елементарні частинки. Тому фізику елементарних частинок називають також фізикою високих енергій.

Для здійснення взаємодії на досить малих відстанях частинки повинні мати досить високі енергії. В ультрарелятивістській області повна енергія частинки зв’язана з її імпульсом співвідношенням  $\epsilon \approx pc$ . Тоді співвідношення невизначеностей  $\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar$  набуває вигляду

$$\Delta \epsilon \cdot \Delta x \geq \hbar c. \quad (16.1)$$

Для проникнення на відстані порядку  $10^{-16}$  м з формули (16.1) одержуємо, що величина енергії повинна перевищувати 1 ГеВ.

Найбільш характерною властивістю елементарних частинок є їх здатність народжуватись і взаємоперетворюватись одна в іншу при зіткненнях.

Друга їх характерна риса полягає в тому, що переважна частина їх нестабільна. Частинки спонтанно розпадаються. Середній час  $\tau$  життя частинки у вільному стані змінюється в широких межах – від  $10^{-24}$  с до нескінченності (експериментально встановлено, що для протона  $\tau > 10^{32}$  років).

Першу елементарну частинку, електрон, відкрив Дж. Дж. Томсон у 1897 р. Маса електрона  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг. Він має негативний електричний заряд  $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$  Кл.

У 1900 р. М. Планк і в 1905 р. А. Ейнштейн показали, що світло складається з окремих порцій – частинок, названих *фотонами*. Маса спокою фотона дорівнює нулю. Він не має електричного заряду.

У 1911 р. Е. Резерфорд дослідним шляхом відкрив *протон*, маса якого  $m_p = 1836,15 m_e$ . Його електричний заряд позитивний і чисельно дорівнює заряду електрона.

У 1928–1929 рр. П. Дірак, розв’язуючи своє рівняння, дійшов висновку, що, крім електрона, має існувати подібна до нього частинка, заряд якої позитивний. У 1932 р. К. Андерсон у складі космічних променів виявив такі частинки. Їх назвали *позитронами*. Позитрон – це перша елементарна частинка, яка була передбачена теоретично.

У 1932 р. Дж. Чедвік відкрив *нейтрон n*, маса якого майже дорівнює масі протона:  $m_n = 1838,68 m_e$ . Електричний заряд нейтрона дорівнює нулю.

Аналізуючи  $\beta$ -розпад, у 1931–1933 рр. В. Паулі передбачив існування нейтральної частинки, маса спокою якої дорівнює нулю. Цю частинку названо *нейтрино*. У 1956 р. К. Коуеном і його співробітниками було зареєстроване *антинейтрино*.

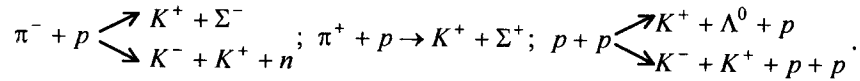
У 1937 р. К. Андерсон і С. Неддермайер у космічному випромінюванні виявили частинки, які назвали  $\mu$ -мезонами (*мюони*). Їхня маса  $206,7 m_e$ , електричний заряд  $+e$  і  $-e$  ( $\mu^+$ ,  $\mu^-$ ), час життя  $\sim 2,2 \cdot 10^{-6}$  с.

У 1947 р. С. Пауелл і Дж. Оккіаліні в космічних променях виявили  $\pi^+$  і  $\pi^-$ -мезони, маса яких  $273,2 m_e$ , електричний заряд дорівнює відповідно  $+e$  і  $-e$ , час життя  $2,55 \cdot 10^{-8}$  с. У 1950 р. було відкрито нейтральний  $\pi$ -мезон ( $\pi^0$ ), маса якого  $264,2 m_e$ , час життя  $< 2,1 \cdot 10^{-16}$  с. Вважається, що  $\pi$ -мезони є квантами ядерного поля, існування яких теоретично передбачив Х. Юкава.

Цілковитою несподіванкою було відкриття наприкінці 40-х і на початку 50-х років частинок, маса яких перевищувала масу нуклонів. Їх назвали *гіперонами*. Також були відкриті частинки, маса яких більша за масу електрона і навіть  $\pi$ -мезона, але менша від маси нуклона. Їх назвали *K*-мезонами, або *каонами*. Каони існують у двох зарядових різновидах:  $K^+$  і  $K^0$ , їх античастинки відповідно  $\bar{K}^-$  і  $\bar{K}^0$ . До гіперонів

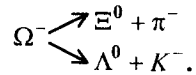
відносять лямбда-гіперон  $\Lambda^0$ , три сигма-гіперони:  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$  і два ксі-гіперони:  $\Xi^-$  і  $\Xi^0$ .

У 60-х роках за допомогою прискорювачів було відкрито всі анти-частинки, відповідні гіперонам. Усі каони і гіперони називають дивними частинками, оскільки вони мають ряд незвичайних властивостей. Вони завжди народжуються парами досить швидко за час  $\tau \sim 10^{-23} - 10^{-24}$  с, а розпадаються повільно протягом  $\tau \sim 10^{-10}$  с. Для прикладу наведемо деякі схеми народження заряджених каонів:



У 1955 р. відкрито *антипротон*, а в 1956 р. – *антинейтрон*, існування яких також теоретично передбачав П. Дірак.

У 1964 р. було відкрито омега-мінус-гіперон  $\Omega^-$ , існування якого також передбачалось теоретично. Його маса дорівнює  $3278 m_e$ . Омега-гіперон також є дивною частинкою і розпад її відбувається відносно повільно ( $\tau \sim 10^{-10}$  с) за схемою



Крім того, у 60-х роках було відкрито близько сотні нових мікрооб'єктів з досить малим часом життя  $\tau \sim 10^{-23} - 10^{-24}$  с. Тепер таких утворень відомо понад 300. Їх називають *резонансними*. Незважаючи на гранично малий час життя, резонанси відносять до елементарних частинок, оскільки вони мають спін, парність і характеризуються іншими квантовими числами.

Малий час життя приводить до того, що відповідно до співвідношення невизначеностей енергії і часу  $\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar$  резонанси не мають чітко означеної маси і описуються неперервним спектром мас. Розміщення максимуму цього спектра називають масою резонансу.

У 1974 р. була відкрита частинка, маса якої перевищувала масу протона втриє. Її відкрила група фізиків під керівництвом С. Тінга і назвала йот-частинкою  $J$ , а також група фізиків на чолі з Б. Ріхтером і назвала пси-частинкою  $\Psi$ . Оскільки мова йде про одну й ту саму частинку, то її назвали йот-пси-частинкою  $J\Psi$ . Вона була першою в новій сім'ї частинок з подібними між собою властивостями.

У 1977 р. група фізиків на чолі з С. Херба відкрила досить важкий і відносно стабільний іпсилон-мезон  $Y$ . Він електрично нейтральний і зазнає розпаду на пари:  $e^+ + e^-$  і  $\mu^- + \mu^+$ .

У 1975 р. були одержані перші відомості про існування важкого аналога електрона і мюона – важкого  $\tau$ -лептона.

## § 16.2. Класифікація елементарних частинок

Всі елементарні частинки поділяються на бозони і ферміони. До *бозонів* належать частинки, що мають нульовий або цілочисловий спін. Вони описуються статистикою Бозе – Ейнштейна. До бозонів належать гіпотетичний гравітон (спін 2), фотон (спін 1), проміжні векторні бозони (спін 1), глюони (спін 1), мезони і мезонні резонанси, а також античастинки всіх перерахованих частинок. Частинки з напівцілим спіном називаються *ферміонами*. Для них справджується принцип Паулі, і вони описуються статистикою Фермі – Дірака. До ферміонів належать лептони, всі баріони і баріонні резонанси, кварки (спін  $1/2$ ), а також відповідні античастинки.

За часом життя  $\tau$  елементарні частинки поділяють на стабільні, квазістабільні і резонансні (резонанси). Резонансними називають частинки, які розпадаються завдяки сильній взаємодії. Для них час життя  $\tau \sim 10^{-23}$  с. Нестабільні частинки, час життя яких більший  $10^{-20}$  с, розпадаються внаслідок електромагнітної або слабкої взаємодії, але не з причини сильної взаємодії. Ці частинки належать до квазістаціонарних. Час  $10^{-20}$  с вважається великим порівняно з ядерним часом, під яким розуміють час, необхідний для проходження світлом відстані, що дорівнює діаметру ядра ( $\sim 10^{-13}$  см). Навіть за час  $10^{-20}$  с світло поширюється на відстань в  $10^3 - 10^4$  нуклонних діаметрів. За цей час може відбутися ще багато внутрішньонуклонних процесів. Тому частинки, названі квазістабільними, у деяких довідниках називають стабільними. Абсолютно стабільними частинками є, мабуть, фотон  $\gamma$ , електрон  $e$ , протон  $p$ (?), електронне  $\nu_e$ , мюонне  $\nu_\mu$  і таонне  $\nu_\tau$  нейтрино та їх античастинки. Розпад усіх цих частинок дослідами не зареєстровано.

Розпади можуть відбуватись внаслідок сильної, електромагнітної і слабкої взаємодії. Найбільш швидко відбуваються розпади при сильній взаємодії (розпади резонансів).

У зв'язку з тим, що, як уже зазначалось, час життя резонансів  $\tau \sim 10^{-23}$  с, вони не мають означеної маси. Це впливає із співвідношення невизначеностей енергії і часу  $\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$ . Резонанси описуються неперервним спектром мас. Розташування максимуму цього спектра і називається масою резонансу. Ширина спектра визначається співвідношенням  $\Gamma \approx \hbar / \tau$ . При дуже малому часі життя вона порівнянна із значенням самої маси резонансу. Так, для  $\tau \sim 10^{-23}$  с ширина спектра  $\Gamma \approx 100$  МеВ.

Особливу групу елементарних частинок складають фотони, які є переносниками електромагнітної взаємодії, і  $W^\pm$ ,  $Z^0$ -бозони, які є переносниками слабкої взаємодії. До переносників взаємодії належать і глюони, а також гіпотетичні гравітони. Всі інші частинки поділяються на лептони і адрони.

*Лептонами* (від грецького слова λεπτοξ – слабкий, тонкий) називаються частинки, які не беруть участі в сильних взаємодіях і мають спин  $\frac{1}{2}$ . Встановлено існування шести заряджених лептонів: електрон  $e^-$ , позитрон  $e^+$ , мюони  $\mu^\pm$ , важкі лептони  $\tau^\pm$  (таони), і відповідних їм шести нейтральних частинок: електронне нейтрино  $\nu_e$  і антинейтрино  $\bar{\nu}_e$ , мюонне нейтрино  $\nu_\mu$  і антинейтрино  $\bar{\nu}_\mu$ , таонне нейтрино  $\nu_\tau$  і антинейтрино  $\bar{\nu}_\tau$ . Нейтральні лептони не беруть участі і в електромагнітних взаємодіях.

Всі лептони, на сучасному рівні знань, можна називати істинно елементарними частинками, оскільки в них, на відміну від адронів, не виявлена внутрішня структура. У цьому розумінні лептони називаються точковими частинками. Маса мюона  $m_\mu = 105,7$  МеВ, час життя  $\tau = 2,2 \cdot 10^{-6}$  с, маса таона  $m_\tau \sim 1,8$  ГеВ, час життя  $\tau \sim 5 \cdot 10^{-13}$  с.

Наші відомості про нейтрино неповні. Особливо це стосується мюонного і таонного нейтрино. Навіть про електронне нейтрино достовірно не можна стверджувати, чи його маса дорівнює нулю, чи ні. Більш детальні відомості про лептони наведено в табл. 16.1.

Таблиця 16.1

Лептони ( $J = \frac{1}{2}, L = 1, B = 0$ )

Частинка	$L_e$	$L_\mu$	$L_\tau$	Маса, МеВ	Час життя, с	Основні канали розпаду і їх відносна ймовірність
$e^-$	+1	0	0	0,511003	$\infty (> 2 \cdot 10^{22}$ років)	
$\nu_e$	+1	0	0	< 46 eВ	$\infty$	
$\mu^-$	0	+1	0	105,6592	$2,19713 \cdot 10^{-6}$	$e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$ (98,6 %)
$\nu_\mu$	0	+1	0	0,52?	$\infty$	$e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu \gamma$ (1,4 %)
$\tau^-$	0	0	+1	1784	$(4,6 \pm 1,9) \cdot 10^{-13}$	$\rho^- \nu_\tau$ (22 %) $\mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ (18 %) $\pi^+ \pi^- \pi^- \nu_\tau$ (18 %) $e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ (16 %) $\pi^- \nu_\tau$ (11 %) $\pi^- \rho^0 \nu_\tau$ (7 %)
$\nu_\tau$	0	0	+1	250?	?	?

*Адронами* (від грецького слова αδροξ – великий, сильний) називаються елементарні частинки, які беруть участь у сильних взаємодіях. Вони, як правило, беруть участь і в усіх інших взаємодіях.

Ці частинки, в основному, є резонансами і складають найбільш багаточисленну групу елементарних частинок (близько 400). Адрони поділяють на стабільні, квазістабільні і резонанси. Всі вони, крім того, поділяються на мезони і баріони (від грецького слова βαρυξ – важкий). У групу резонансів входять мезонні і баріонні резонанси.

*Мезонами* називаються нестабільні заряджені або нейтральні адрони, спин яких цілочисловий або дорівнює нулю. До них належать  $\pi^0$  і  $\pi^\pm$ -мезони,  $K^0$ - і  $K^\pm$ -мезони. Ці частинки були відкриті раніше. Оскільки їх маса знаходиться між масою електрона і масою протона, тому їх назвали мезонами (від грецького слова μεσοξ – середній, проміжний). Пізніше були відкриті більш важкі  $D^\pm$ -,  $D^0$ -,  $F^\pm$ -мезони, маса яких більша за масу протона. Було відкрито також багато мезонних резонансів, тобто мезонів із часом життя близько  $10^{-23}$  с. Маса деяких з них також перевищує масу протонів.

*Баріонами* і баріонними резонансами називаються адрони з напівцілим спіном і масами, не меншими від маси протона. До них належать нуклони (протон і нейтрон), гіперони та ін. Нестабільні баріони, маса яких більша за масу нуклона, а час життя більший за ядерний час ( $\tau \sim 10^{-23}$  с), називаються *гіперонами*. Відомо декілька типів гіперонів: лямбда  $\Lambda^0$ , сигма ( $\Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+$ ), ксі ( $\Xi^-, \Xi^0$ ), омега ( $\Omega^-$ ),  $\Lambda_c$ . Всі гіперони мають спин  $\frac{1}{2}$ , за винятком  $\Omega$ -гіперона, спин якого дорівнює  $\frac{3}{2}$ . Час життя гіперонів  $\tau \sim 10^{-10}$  с (за винятком  $\Sigma^0$  і  $\Lambda_c$ , для яких  $\tau$  відповідно  $10^{-19}$  і  $10^{-13}$  с). За цей час вони розпадаються на нуклони, піони, електрони, нейтрино,  $\gamma$ -кванти.

У мікросвіті кожній частинці відповідає античастинка. У деяких випадках частинка збігається зі своєю античастинкою, тобто всі властивості частинки і античастинки тотожні. Такі елементарні частинки називаються істинно нейтральними частинками. До них належать фотон  $\gamma$ ,  $\pi^0$ -мезон,  $\eta^0$ -мезон,  $J/\Psi$ -мезон, іпсилон-частинка  $\Upsilon$ . Якщо ж частинка і античастинка не збігаються, то маси, спіни, ізотопічні спіни, час життя у частинки і античастинки однакові, а інші характеристики (електричний заряд, магнітний момент, лептонні і баріонні заряди, дивність, чарівність, краса) однакові за абсолютним значенням, але протилежні за знаком. Так, електрон відрізняється від позитрона знаком електричного і лептонного електронного зарядів. Нейтрон відрізняється від антинейтрона знаком магнітного моменту та баріонного заряду.

При зустрічі частинки з її античастинкою відбувається *анігіляція*, тобто вони перетворюються в інші частинки. Так, у разі зустрічі електрона з позитроном вони внаслідок анігіляції перетворюються у два, три або декілька квантів випромінювання. Один  $\gamma$ -квант не може випромінюватись, оскільки порушується закон збереження імпульсу. Дійсно, якщо розглядати цей процес у системі центру мас і взяти до уваги, що число



випромінюваних  $\gamma$ -квантів не залежить від системи відліку, то в будь-якій системі відліку один  $\gamma$ -квант випромінюватись не може. Існує також зворотний процес, при якому  $\gamma$ -квант може породити пару  $e^+e^-$ . Для цього перш за все необхідно, щоб енергія  $\gamma$ -кванта була не меншою від власної енергії пари  $2m_e c^2$ . Цей процес може відбуватися тільки у присутності третього тіла, наприклад, атомного ядра, оскільки знову матиме місце порушення закону збереження імпульсу. Так, в системі центру мас імпульс утвореної пари був би рівний нулю, тоді як імпульс  $\gamma$ -кванта, з якого утворилась пара, відмінний від нуля.

При зіткненнях повільних позитронів з атомами речовини позитрони можуть захопити електрони з електронних шарів атомів. Внаслідок цього утворюється зв'язана система з електрона і позитрона, яка називається позитронієм. Розрізняють ортопозитроній (спіни  $e^-$  і  $e^+$  напрямлені паралельно) і парапозитроній (спіни  $e^-$  і  $e^+$  напрямлені протилежно). Позитроній є нестійкою системою, оскільки позитрон і електрон швидко анігілюють з утворенням  $\gamma$ -квантів. Парапозитроній анігілює з утворенням двох  $\gamma$ -квантів протягом часу  $1,25 \cdot 10^{-10}$  с, а ортопозитроній – трьох  $\gamma$ -квантів протягом часу  $1,4 \cdot 10^{-7}$  с. Позитроній являє собою систему, яка зв'язана тільки електромагнітними силами. Тому вивчення позитронію має важливе значення для перевірки квантової електродинаміки. При анігіляції важких частинок і античастинок виникають не стільки  $\gamma$ -кванти, скільки інші легкі частинки. Це пояснюється тим, що анігіляція електрона і позитрона відбувається завдяки електромагнітній взаємодії, тоді як анігіляція більш важких частинок і античастинок, які є адронами, відбувається при сильній взаємодії. Так, у разі анігіляції протона з антипротоном частка утворених  $\gamma$ -квантів незначна порівняно з часткою піонів, що народжуються при цьому.

Оскільки час життя частинок і античастинок однаковий, то поряд із звичайною речовиною фізика допускає можливість існування і антиречовини. Ядра атомів антиречовини повинні складатися з антипротонів і антинейтронів, а електронні шари заповнюватися позитронами. Перше антиядро – антитейтерон – було одержано в 1965 р., ядро антигелію – у 1969 р., а ядро антитритію – у 1974 р. У Всесвіті антиречовина астрономами не виявлена.

### § 16.3. Фундаментальні взаємодії

Як уже зазначалося, головною особливістю елементарних частинок є їх здатність взаємоперетворюватись. Найхарактернішим фактом у фізиці елементарних частинок є народження частинок певного виду при зіткненні частинок іншого виду. Елементарні частинки беруть участь у процесах пружних і непружних розсіянь, реакціях розпаду.

Різні процеси з елементарними частинками помітно відрізняються за інтенсивністю їх перебігу, оскільки вони визначаються видом взаємодій між частинками.

У наш час у природі відомо чотири види фундаментальних взаємодій: сильна, електромагнітна, слабка і гравітаційна. Сильна взаємодія відбувається між адронами, вона утримує нуклони в атомних ядрах. Електромагнітна взаємодія зумовлює сили притягання між ядрами і електронами. Завдяки цим силам існують атоми і молекули. До електромагнітних взаємодій зводяться сили пружності, тертя, поверхневого натягу та ін. Ними визначаються агрегатні стани речовини і хімічні перетворення, електричні, магнітні та оптичні явища. Слабкі взаємодії викликають  $\beta$ -розпад радіоактивних ядер і разом з електромагнітними силами визначають поведінку заряджених лептонів. Розпади більшості нестабільних частинок також зумовлені слабкою взаємодією. Нейтральні лептони (всі нейтрино і антинейтрино) не беруть участі в електромагнітних взаємодіях. Гравітаційна взаємодія притаманна всім частинкам.

Про інтенсивність наведених взаємодій можна судити за швидкістю процесів, що викликаються цими діями. Для порівняння беруть швидкості процесів при зіткненнях частинок, кінетична енергія яких має величину близько 1 GeV. Такі енергії характерні для фізики елементарних частинок. При цих енергіях процеси, зумовлені сильними взаємодіями, відбуваються за час близько  $10^{-23}$  с, електромагнітними – близько  $10^{-20}$  с, слабкими – близько  $10^{-9}$  с. Другою величиною, що характеризує інтенсивність взаємодії, є довжина вільного пробігу частинки в речовині. Так, частинки, які беруть участь у сильних взаємодіях, з енергіями близько 1 GeV, можна затримати залізною плитою товщиною в декілька десятків сантиметрів. Нейтрино ж з енергією 10 MeV (таку енергію мають антинейтрино, що утворюються в ядерних реакторах), яким властива тільки слабка взаємодія, затримається шаром заліза товщиною не меншою ніж  $10^9$  км.

Сильні і слабкі взаємодії проявляються тільки на коротких відстанях. Радіус дії сильних взаємодій має порядок  $10^{-15}$  м, а слабких –  $2 \cdot 10^{-18}$  м. Електромагнітні сили, навпаки, є далекодіючими. Вони зменшуються обернено пропорційно квадрату відстані між взаємодіючими частинками. За таким же законом убувають із відстанню і гравітаційні сили. Тому відношення електромагнітних і гравітаційних сил не залежить від відстані між взаємодіючими частинками. Для однієї і тієї ж відстані воно дорівнює  $F_{ен}/F_{гр} = e_1 e_2 / 4\pi \epsilon_0 G m_1 m_2$ , де  $G$  – гравітаційна стала;  $e_1$ ,  $e_2$  і  $m_1$ ,  $m_2$  – відповідно заряди і маси частинок. Для взаємодії двох протонів  $F_{ен}/F_{гр} \approx 1,23 \cdot 10^{36}$ . Оскільки гравітаційна взаємодія надзвичайно мала, тому у фізиці мікросвіту, на рівні сучасних



уявленнь, вона не враховується. Проте у макросвіті при розгляді руху великих мас (галактик, зірок, планет та ін.), а також руху невеликих макроскопічних тіл у полі тяжіння таких мас гравітаційна взаємодія стає визначальною. Особливо вирішальну роль гравітаційна взаємодія відіграє у процесах утворення й еволюції зірок. Гравітаційні сили завжди є силами притягання. Із збільшенням мас взаємодіючих тіл гравітаційна взаємодія між ними зростає пропорційно масам обох тіл. Цього не відбувається при електричній взаємодії макроскопічних тіл, оскільки додатні і від'ємні заряди частинок, що входять до складу цих тіл, значною мірою нейтралізують одні одних. З цієї причини електричні сили істотно не впливають на рух тіл великих мас, хоч при взаємодії тіл, які складаються тільки з додатно або тільки з від'ємно заряджених частинок, вони значно перевищують гравітаційні.

У класичній фізиці вважається, що взаємодія між тілами передається із скінченною швидкістю за допомогою відповідних силових полів. Так, електричний заряд створює навколо себе електричне поле, яке в місці розташування другого електричного заряду діє на нього з деякою силою. Так само, але через інші силові поля, здійснюються всі взаємодії у природі, наприклад гравітаційні. Квантова фізика не вносить змін у ці уявлення, але враховує квантові властивості самого поля. Із-за корпускулярно-хвильового дуалізму будь-якому полю повинна відповідати певна частинка (квант поля), яка і є переносником взаємодії. Одна із взаємодіючих частинок випускає квант поля, інша його поглинає. В цьому і полягає механізм взаємодії частинок. У випадку електромагнітних взаємодій квантами поля, тобто переносниками взаємодії, є фотони. У випадку сильних взаємодій переносниками взаємодії є глюони, які зв'язують кварки та піони, що у свою чергу зв'язують нукліони в ядрі; при слабких взаємодіях –  $W^\pm$  і  $Z^0$  – проміжні векторні бозони, існування яких передбачалося теоретично і відкрито експериментально у 1983 р. Для гравітаційної взаємодії переносниками взаємодії є гіпотетичні *гравітони*.

Для одержання більш повної інформації про взаємодії елементарних частинок нам необхідні деякі уявлення про структуру і механізм протікання реакцій та розпадів. Незважаючи на те, що теорія цього кола явищ поки що не створена, багато окремих деталей механізму взаємодії елементарних частинок може бути з'ясовано на основі співвідношень невизначеностей Гейзенберга для координати і імпульсу та енергії і часу

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar, \Delta \varepsilon \cdot \Delta t \geq \hbar.$$

Якщо квант поля існує протягом короткого проміжку часу  $\Delta t$ , необхідного для передавання взаємодії, то, користуючись співвідношенням невизначеностей Гейзенберга для енергії та часу, його енергія не може бути точно визначена. Це означає, що для таких проміжків часу не можна користуватися законом збереження енергії або,

інакше кажучи, для частинок, які є переносниками взаємодії, порушується звичайний зв'язок між енергією та імпульсом. Тому їх називають не просто частинками, а віртуальними частинками, або віртуальними квантами поля. З таких віртуальних квантів, що випускаються і поглинаються дійсними частинками, складається силове поле, що їх оточує. Так, електричне поле, що оточує електричний заряд, складається з віртуальних фотонів, які випускаються і поглинаються. Процеси випускання і поглинання віртуальних частинок називають також віртуальними.

Зазначимо, що віртуальні частинки безпосередньо не сприймаються. Кожна частинка є джерелом якогось поля. Так, електрон є джерелом електромагнітного поля. Згідно з корпускулярно-хвильовим дуалізмом будь-якому полю відповідають частинки, які є квантами цього поля. Маса цих частинок  $m$  може дорівнювати нулю, як у фотона, але може і не дорівнювати нулю. Вільна частинка, на основі законів збереження енергії і імпульсу, не може випускати реальний квант поля, оскільки для цього необхідна енергія, яка повинна бути не меншою за  $mc^2$ . З уявлень класичної фізики такий процес неможливий без введення енергії ззовні. Квантова фізика, користуючись співвідношенням невизначеностей Гейзенберга для енергії і часу, допускає можливість протікання таких процесів протягом малих проміжків часу  $\Delta t$ , необхідних для передавання взаємодії. Щоб одержати необхідну енергію  $\Delta \varepsilon = mc^2$ , необхідний час  $\Delta t \approx \hbar / mc^2$ . За цей час віртуальна частинка не може поширитись на більшу відстань, ніж

$$R = c\Delta t = \hbar / mc. \quad (16.2)$$

Цю відстань називають радіусом дії, перенесеної віртуальною частинкою. З формули (16.2) видно, що чим менша маса  $m$ , тим більший радіус дії, перенесеної віртуальною частинкою.

Електромагнітна взаємодія здійснюється обміном фотонами. Маса фотона  $m = 0$ , тому радіус дії електромагнітних сил  $R = \infty$ , тобто ці сили є далекодіючими. Далекодіючими є і гравітаційні сили, перенесення яких здійснюється гіпотетичними гравітонами. На основі того, що гравітаційні сили далекодіючі, можна прогнозувати, що маса гравітона повинна дорівнювати нулю.

Як зазначалось, слабкі взаємодії переносяться проміжними  $W^\pm$ - і  $Z^0$ -бозонами. За експериментальними даними маси  $W^\pm$ - і  $Z^0$ -бозонів приблизно дорівнюють відповідно 80 і 90 ГеВ. На основі цих даних за допомогою формули (16.2) можна оцінити радіус дії  $R$  слабких сил. Для оцінки візьмемо  $W^\pm$ -бозони, оскільки їм відповідає менша маса, а отже, більший радіус дії. Приймаючи  $mc^2 = 80$  ГеВ,  $\hbar c = 1,973 \cdot 10^{-5}$  еВ·см, одержимо  $R = \hbar c / mc^2 = 2,5 \cdot 10^{-16}$  см.

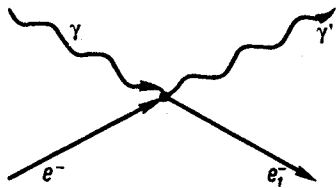


Рис. 16.1

Для описання віртуальних процесів користуються графічним методом, розробленим Р. Фейнманом для описання механізму процесів у квантовій електродинаміці – науці про електромагнітні взаємодії електронів, позитронів, мюонів і фотонів один з одним. Метод Фейнмана дає можливість не тільки графічно зобразити, але й розрахувати переріз різних

процесів. За цим методом кожна частинку зображають лінією: тонкою суцільною – будь-який ферміон, хвилястою – фотон ( $\gamma$ -фотон), штриховою – мезон. У точках, де закінчується або починається фотонна лінія, відбуваються процеси випромінювання або поглинання. Для прикладу на рис. 16.1 показано діаграму Фейнмана ефекту Комптона ( $\gamma$ ,  $e^-$  – падаючий  $\gamma$ -квант і електрон;  $\gamma'$  і  $e'_-$  – розсіяні  $\gamma$ -квант і електрон).

#### § 16.4. Закони збереження у фізиці елементарних частинок

Закони збереження у фізиці елементарних частинок відіграють більшу роль, ніж у будь-яких інших розділах фізики. Це зумовлено рядом причин. Перша з них полягає в тому, що для елементарних частинок не створена єдина теорія, але добре виконуються закони збереження.

Другою причиною є велика кількість законів збереження у світі елементарних частинок. Як буде показано, існує ряд законів збереження, які проявляються тільки у світі елементарних частинок і не відіграють ніякої ролі в явищах макроскопічного світу.

І, нарешті, третьою, не менш важливою, ніж дві попередні, причиною є те, що при переході до мікросвіту закони збереження діють більш ефективно. Так, у макросвіті явище може і не відбуватись навіть тоді, коли задовольняє всім законам збереження. У мікросвіті всі явища повинні відбуватись обов'язково, якщо тільки вони задовольняють всім цим законам. Імовірність явища може бути дуже малою, проте воно рано чи пізно відбудеться, якщо при цьому будуть виконуватись всі закони збереження.

Тепер можна вважати встановленим, що кожний закон збереження зв'язаний з якоюсь симетрією законів природи, хоч і не для всіх законів ця симетрія з'ясована. Так, в основі законів збереження енергії  $\mathcal{E}$ , імпульсу  $\vec{p}$  та моменту імпульсу  $\vec{M}$  лежать відповідно однорідність часу, однорідність та ізотропія простору.

До точних законів збереження, які виконуються при будь-яких взаємодіях, належать закони збереження енергії, імпульсу, моменту імпульсу, електричного заряду, баріонного заряду (§ 15.14) і трьох лептонних зарядів (§ 15.12). Інші закони збереження: дивності, чарівності,

краси, ізотопічного спіну і деякі інші є наближеними і виконуються не при всіх взаємодіях. Зазначимо, що збереження баріонного і лептонного зарядів є емпіричними законами і не мають таких теоретичних обґрунтувань, як закони збереження енергії, імпульсу і моменту імпульсу.

**Закони збереження енергії, імпульсу і моменту імпульсу.** Як відомо, повна енергія частинки, а також будь-якої замкненої системи, в теорії відносності  $\mathcal{E}_{\text{рел}}$  записується у вигляді

$$\mathcal{E}_{\text{рел}} = m_{\text{рел}} c^2 = \frac{m c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (16.3)$$

де  $v$  – швидкість частинки;  $m$  – маса спокою частинки, яку часто називають інваріантною масою, тобто незмінною стосовно до перетворень координат Лоренца (у цьому розділі позначення  $m_0$  не застосовується, повна маса позначається  $m_{\text{рел}}$ ). При  $v = 0$  ця енергія перетворюється не в нуль, а в

$$\mathcal{E} = m c^2.$$

Крім повної енергії  $\mathcal{E}_{\text{рел}}$ , часто користуються поняттям кінетичної енергії  $T$ , яка визначається формулою

$$T = \mathcal{E}_{\text{рел}} - m c^2. \quad (16.4)$$

Величина  $T$  перетворюється в нуль при  $v = 0$ . Для малих  $v$  ( $v \ll c$ ) величина  $T$  переходить у нерелятивістську кінетичну енергію  $m v^2/2$ . Саме включення енергії спокою  $\mathcal{E}$  в енергетичний баланс робить можливим процеси народження і взаємоперетворення частинок.

Одержимо релятивістську формулу для величини порогу  $T_{\text{пор}}$  в реакції взаємоперетворень елементарних частинок, тобто для мінімальної кінетичної енергії, якої було б достатньо для протікання даної реакції. Для спрощення записів візьмемо систему одиниць, в якій швидкість світла дорівнює одиниці, тобто  $c = 1$ . Зручність такої системи одиниць полягає в тому, що енергія, маса та імпульс мають однакову розмірність і одиницею їх вимірювання в більшості випадків є гігаелектрон-вольт.

Нехай при налітання частинки масою  $m_1$  на частинку (мішень) масою  $m_2$ , яка перебуває у спокої, відбувається реакція, внаслідок якої виникає  $n$  частинок, маси яких  $m'_1, m'_2, \dots, m'_n$ .

Закони збереження енергії та імпульсу для такої реакції мають вигляд

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{1\text{рел}} + m_2 &= \mathcal{E}'_{1\text{рел}} + \mathcal{E}'_{2\text{рел}} + \dots + \mathcal{E}'_{n\text{рел}}, \\ \vec{p}_1 &= \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 + \dots + \vec{p}'_n, \end{aligned} \quad (16.5)$$

де повні енергії  $\mathcal{E}_{1\text{рел}}, \mathcal{E}_{2\text{рел}} = m_2, \mathcal{E}'_{1\text{рел}}, \dots, \mathcal{E}'_{n\text{рел}}$  зв'язані з відповідними імпульсами.

Як відомо (т. 1, § 9.6),  $\epsilon_{\text{рел}} = \sqrt{c^2 \vec{p}^2 + m^2 c^4}$ ,

або 
$$\epsilon_{\text{рел}}^2 - \vec{p}^2 c^2 = m^2 c^4. \quad (16.6)$$

Різниця  $\epsilon_{\text{рел}}^2 - \vec{p}^2 c^2$  є інваріантною відносно перетворень Лоренца. У вибраній нами системі одиниць формула (16.6) набуває вигляду

$$\epsilon_{\text{рел}}^2 - p^2 = m^2 = \text{inv}. \quad (16.7)$$

Тоді 
$$\epsilon_{1\text{рел}} = \sqrt{\vec{p}_1^2 + m_1^2} \quad (16.8)$$

і т. д. На основі виразу (16.7) можна записати

$$(\sum \epsilon_{i\text{рел}})^2 - \sum \vec{p}_i^2 = \text{inv}. \quad (16.9)$$

Додавання у (16.9) проводиться за кількістю частинок у фіксований момент часу (у початковий або кінцевий).

Реакцію будемо розглядати як у лабораторній системі відліку, так і в системі центру мас. Скористаємось тим, що для порогового значення енергії  $T_{\text{пор}}$  всі частинки в кінцевому стані у системі центру мас будуть знаходитись у спокої. Тепер запишемо інваріант (16.9) у початковий момент часу в лабораторній системі відліку, а в кінцевому стані – у системі центру мас. Тоді одержимо

$$(\epsilon_{1\text{рел}} + m_2)^2 - \vec{p}_1^2 = \text{inv} = (m_1' + m_2' + \dots + m_n')^2 = (\sum m_i')^2. \quad (16.10)$$

З формули (16.8) знаходимо імпульс бомбардуєчої частинки

$$\vec{p}_1^2 = \epsilon_{1\text{рел}}^2 - m_1^2. \quad (16.11)$$

Підставивши вираз (16.11) у (16.10), знаходимо

$$\epsilon_{1\text{рел}} = \frac{(\sum m_i')^2 - m_1^2 - m_2^2}{2m_2}.$$

Тоді порогове значення кінетичної енергії на основі формули (16.4)

$$T_{\text{пор}} = \epsilon_{1\text{рел}} - m_1 = \frac{(\sum m_i' + m_1 + m_2)(\sum m_i' - m_1 - m_2)}{2m_2}. \quad (16.12)$$

Оскільки енергія реакції (§ 15.14) у вибраній системі одиниць дорівнює зміні сумарної маси спокою частинок

$$Q = \sum m_i' - m_1 - m_2, \quad (16.13)$$

то співвідношення (16.12) з урахуванням (16.13) набуває вигляду

$$T_{\text{пор}} = Q \left( 1 + \frac{m_1}{m_2} + \frac{Q}{2m_2} \right). \quad (16.14)$$

Енергія реакції  $Q$  також є пороговим значенням, але не в лабораторній системі відліку, а в системі центру мас частинок, що зазнають зіткнення. Порогове значення  $T_{\text{пор}}$  завжди більше  $Q$ , оскільки до порогового значення  $T_{\text{пор}}$  входить як енергія реакції  $Q$ , так і кінетична енергія руху центра мас частинок, що зазнають зіткнення.

Момент імпульсу визначається однаково в нерелятивістській і релятивістській механіці. У квантовій механіці момент імпульсу квантується і, крім того, частинка може володіти внутрішнім моментом – спіном. Повний момент дорівнює векторній сумі орбітального і спінового моментів. Закон збереження моменту імпульсу полягає в збереженні повного моменту.

**Приклад 16.1.** Знайти порогове значення  $T_{\text{пор}}$  народження антипротона та енергію  $Q$  в реакції зіткнення двох протонів, в якій один із протонів (мішень) знаходиться у спокої, а другий налітає, бомбардує його. Реакція відбувається за схемою  $p + p \rightarrow p + p + \bar{p}$ .

Розв'язання. Оскільки в цьому випадку маса кожної частинки дорівнює масі нуклона  $m$ , то на основі формул (16.12) і (16.13) маємо

$$T_{\text{пор}} = \frac{(4m + m + m)(4m - m - m)}{2m} = 6m \approx 5,8 \text{ ГеВ};$$

$$Q = 4m - m - m = 2m \approx 1,9 \text{ ГеВ, тобто } T_{\text{пор}} \approx 3Q.$$

**Приклад 16.2.** Показати, як за допомогою законів збереження енергії і імпульсу та експериментальних даних можна визначити маси  $m$  і час життя  $\tau$  нейтральних частинок  $\Lambda^0$  і  $K^0$ .

Розв'язання. Попередньо подамо деякі відомості. Нейтральні частинки при своєму русі в речовинах не залишають після себе ніяких слідів у реєструвальних пристроях (камера Вільсона, бульбашкова камера, товстошарова фотоемулсія). У рідкісних випадках нейтральна частинка у разі зіткнення з атомним ядром викликає його вибух. Якщо при вибусі ядра виникають заряджені частинки, то від місця вибуху вони розлітаються в різних напрямках і утворюють сукупність треків у формі "зірок". За треком можна робити висновок про енергію та імпульс частинки. Чим довший трек частинки, тим більша його енергія. Імпульс частинки можна виміряти за величиною кривизни треку в магнітному полі. Напрямок імпульсу збігається з напрямом дотичної до треку.

Тепер перейдемо до визначення параметрів  $K^0$ -мезона і  $\Lambda^0$ -гіперона. При фотографуванні треків космічних променів у камері Вільсона на фотопластинках були виявлені сліди пар (вилки) заряджених частинок, які виходили з однієї точки. Досить часто верхини вилок знаходились поблизу "зірок". На основі цього зроблено припущення, що при утворенні "зірок" разом із зарядженими частинками виникають і нейтральні, які не створюють у камері треків. Дослідження показали, що в одних випадках вилка являє собою треки  $\pi^+$ - і  $\pi^-$ -мезонів, в інших випадках – треки протона і  $\pi^-$ -мезона. Гіпотетичну нейтральну частинку, у разі розпаду якої виникають ці частинки, позначили через  $V^0$  і вважали, що вона розпадається по одному з каналів

$$V^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-, \quad V^0 \rightarrow p + \pi^-.$$

Для перевірки цього припущення досліджували різні вилки і в кожному випадку знаходили енергію та імпульс заряджених частинок, які утворюють вилку.

$$\tilde{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n, \tilde{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n \quad (16.16)$$

задовольняють законам збереження лептонного заряду і спостерігаються експериментально. Перший процес з виразу (16.16) реєструється в ядерних реакторах при взаємодії електронних антинейтрино з протонами речовини. Другий процес спостерігається на прискорювачах високих енергій, де в реакціях розпаду  $\pi^-$ - і  $K^-$ -мезонів ( $\pi^- \rightarrow \mu^- + \tilde{\nu}_\mu$  і  $K^- \rightarrow \mu^- + \tilde{\nu}_\mu$ ) народжуються мюонні антинейтрино, які взаємодіють з протонами речовини.

Приклади (16.15) і (16.16) показують, що нейтрино (як електронне, так і мюонне) не тотожні своїм античастинкам. Через відсутність реакції  $\nu_\mu + n \rightarrow e^- + p$  було встановлено, що  $\nu_e$  і  $\nu_\mu$  є різними частинками.

Із закону збереження баріонного заряду випливає, що протон не може перетворитися, наприклад, у позитрон і фотон, хоч такого перетворення не забороняють інші закони збереження. Якби таке перетворення було можливим, то воно привело б до анігіляції атомів речовини, оскільки утворені позитрони анігілювали б з електронами електронних шарів атомів. З цього закону також випливає, що антибаріон може народжуватися тільки в парі зі своїм баріоном.

**Інші закони збереження і квантові числа.** Було виявлено, що при зіткненнях адронів високих енергій відбувається інтенсивне народження гіперонів. Це вказує на те, що їх народження зв'язане із сильною взаємодією. Тому вважали, що час життя гіперонів повинен бути близько  $10^{-23}$  с. Проте експериментально доведено, що час життя гіперонів виявився у  $10^{13}$  разів більшим, тобто  $\tau \approx 10^{-10}$  с.

Проблема такої поведінки частинок була вирішена на основі гіпотези парного народження частинок, що підтверджено експериментально. Було встановлено, що при зіткненнях піонів та нуклонів з нуклонами гіперони завжди народжуються парами або великими групами разом із  $K$ -мезонами чи іншими гіперонами. Так, при зіткненні протонів спостерігалась реакція

$$p + p \rightarrow p + \Lambda^0 + K^+, \quad (16.17)$$

причому  $\Lambda^0$ -гіперон з'являвся тільки разом з  $K^+$ -мезоном.

Гіперони і  $K$ -мезони назвали *дивними частинками*. Для  $K$ -мезонів характерним є відносно великий час життя. Він на один-два порядки більший, ніж у гіперонів. Цей час, як і для гіперонів, має той же порядок, що і в заряджених піонів, які зазнають розпаду внаслідок слабкої взаємодії:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \pi^- \rightarrow \mu^- + \tilde{\nu}_\mu.$$

Це наводило на думку, що гіперони і  $K$ -мезони розпадаються також через слабку взаємодію, що й було підтверджено дослідями.

Додаванням енергій обох частинок вилки та додаванням за правилом паралелограма їх імпульсів знаходили повну енергію  $\mathcal{E}$  та імпульс  $\vec{p}$  частинок вилки. Ці величини повинні дорівнювати енергії та імпульсу незарядженої гіпотетичної частинки. За цими результатами знаходили інваріантну масу цієї частинки  $m = \sqrt{\mathcal{E}^2 - \vec{p}^2}$ .

Виявилось, що вилки, які утворюються рухом  $\pi^\pm$ -мезонів, дають для маси гіпотетичної частинки величину близько 0,500 ГеВ, а вилки, що утворюються рухом протона і  $\pi^-$ -мезона, – близько 1,11 ГеВ. Таким чином, було доведено, що при утворенні “зірки” виникали різні нейтральні частинки. Легшу частинку назвали  $K^0$ -мезоном, а важчу –  $\Lambda^0$ -гіпероном. Вони розпадаються так:

$$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-, \Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-.$$

Знаючи імпульси і маси частинок  $K^0$  і  $\Lambda^0$ , можна обчислити їх швидкості. Поділивши відстань від “зірки” до вершини вилки на швидкість частинки, знаходять час її життя у лабораторній системі відліку. Оскільки швидкість частинки відома, то можна розрахувати і час життя частинки відносно системи відліку, в якій вона знаходиться у спокої.

**Закони збереження електричного, лептонних і баріонного зарядів.** Як зазначалось, закони збереження електричного, лептонних і баріонного зарядів виконуються для сильної, електромагнітної і слабкої взаємодій.

У понятті електричного заряду закладені дві властивості, які не зв'язані одна з одною. По-перше, електричний заряд є адитивна величина, яка зберігається. По-друге, він являє собою константу, яка характеризує інтенсивність взаємодії частинки з електромагнітним полем. У фізиці елементарних частинок вираз “електричний заряд” завжди розуміють як адитивну величину. Електричний заряд  $Q$  вимірюють в одиницях елементарного заряду  $e$ . Заряд переважної більшості частинок за модулем дорівнює  $e$  або нулю. Тепер відомо п'ять зарядів, які зберігаються. Це електричний  $Q$ , баріонний  $B$ , лептонний електронний  $L_e$ , лептонний мюонний  $L_\mu$  і лептонний таонний  $L_\tau$ .

Роль законів збереження зарядів зводиться до заборони процесів, в яких зазнавала б зміни сумарна величина хоч би одного із цих зарядів.

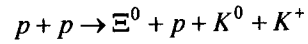
Закон збереження лептонного заряду вимагає, наприклад, щоб при електронному  $\beta$ -розпаді ( $n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e$ ) разом з електроном обов'язково народжувалось електронне антинейтрино, оскільки сумарний лептонний заряд цих двох частинок дорівнює нулю. У разі позитронного  $\beta$ -розпаду ( $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$ ), навпаки, разом з позитроном повинно з'явитись електронне нейтрино.

Законом збереження лептонного заряду пояснюється відсутність таких процесів, як

$$\nu_e + p \rightarrow e^+ + n, \nu_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n, \quad (16.15)$$

хоч іншими законами збереження вони дозволяються. Навпаки, процеси

Для кількісного описання парного народження і пояснення відносно великого часу життя цих частинок М. Гелл-Ман і К. Нішіджіма (н. 1926 р.) ввели нове квантове число  $S$ , яке було названо *дивністю*. Поведінку дивних частинок можна пояснити, якщо припустити, що частинки  $\Lambda^0$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^0$ ,  $K^-$  і  $\bar{K}^0$  мають дивність  $S = -1$ ; для частинок  $\bar{\Lambda}^0$ ,  $\bar{\Sigma}^+$ ,  $\bar{\Sigma}^-$ ,  $\bar{\Sigma}^0$ ,  $K^+$ ,  $K^0$   $S = +1$ ; для частинок  $\Xi^-$ ,  $\Xi^0$   $S = -2$ ; для частинок  $\bar{\Xi}^-$ ,  $\bar{\Xi}^0$   $S = +2$ ; частинка  $\Omega^-$  має  $S = -3$ , а нуклони, піони і  $\eta^0$ -мезони є звичайними частинками, тобто для них  $S = 0$ . Необхідно також припустити, що дивність адитивна і зберігається при сильних і електромагнітних взаємодіях, а при слабких взаємодіях може змінюватися не більше, ніж на одиницю, тобто  $\Delta S = \pm 1$ . Оскільки при сильних взаємодіях дивність не змінюється, дивні частинки можуть народжуватися тільки парами частинок з протилежними дивностями [формула (16.17)]. У реакції



одночасно з частинкою  $\Xi^0$  ( $S = -2$ ) з'являється два дивних мезони  $K^0$  і  $K^+$ , для яких сумарна дивність  $S = 1 + 1 = 2$ .

Збереження дивності при сильних і електромагнітних взаємодіях, як і зміна її при слабких взаємодіях, цілком узгоджується з дослідом, що дало можливість зробити ряд передбачень. Проте фізичний зміст наближеного закону збереження дивності поки що не з'ясований.

Замість дивності  $S$  часто користуються гіперзарядом  $Y$ , який визначається співвідношенням

$$Y = B + S.$$

Оскільки баріонний заряд  $B$  цілочисловий, адитивний і зберігається, то гіперзаряд має ті ж властивості, що й дивність, і збігається з нею для частинок, в яких  $B = 0$ .

Серед адронів існують групи частинок, які мають досить близькі властивості. Їх називають *ізотопічними мультиплетами* (дублетами, триплетами та ін.). Вони однаково чиним беруть участь у сильних взаємодіях, мають майже однакові маси, одні й ті ж баріонний заряд, спін, парність, дивність, а відрізняються один від одного електричним зарядом і магнітним моментом. Так, об'єднуються в ізотопічний дублет протон і нейтрон. Ці дві частинки розглядаються як різні квантові стани однієї і тієї ж частинки – нуклона. Ізотопічними триплетами частинок є  $(\pi^-, \pi^0, \pi^+)$ ,  $(\Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+)$ . Існують і одиничні частинки, які не входять до ізотопічних мультиплетів. Вони називаються синглетами.

Кількість частинок мультиплету визначають за допомогою формули

$$N = 2T + 1, \quad (16.18)$$

де  $T$  набирає значення  $0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \dots$  Формула (16.18) аналогічна формулі, за допомогою якої визначають число проєкцій кутового моменту на вибраний напрям. Щоб провести цю формальну аналогію, вводять деякий абстрактний простір, який називається *ізотопічним простором*. Цей простір не має нічого спільного із звичайним простором. В ізотопічному просторі кожному адрону відповідає деякий напрям, на якому відкладається вектор довжиною  $T$ . Довжина цього вектора називається *ізотопічним спіном*, або ізоспіном відповідного адрону. В ізотопічному просторі можна довільно вибрати вісь і назвати її ізотопічною віссю. Проектуванням вектора  $\vec{T}$  на цю вісь одержують систему точок, які знаходяться одна від одної на відстані  $1$ . Кожній такій проєкції відповідає частинка мультиплету. Проекцію вектора  $\vec{T}$  на ізотопічну вісь позначають через  $T_3$ . Для ізоспіну  $T$  проєкція  $T_3$  може набирати такі значення:

$$-T, -(T-1), \dots, +(T-1), +T.$$

Так, нуклон (протон і нейтрон) має ізоспін  $T = \frac{1}{2}$ . Протону умовились приписати проєкцію  $T_3 = +\frac{1}{2}$ , а нейтрону –  $T_3 = -\frac{1}{2}$ . Трьом піонам відповідає ізоспін  $T = 1$ .

Гіперзаряд  $Y$  – квантове число для характеристики звичайних і дивних частинок, під яким розуміють подвійне чисельне значення середнього електричного заряду мультиплету. Для нуклонів  $Y = 1$ , для антинуклонів  $Y = -1$ .

Все викладене має суто формальний характер. Реальною фізичною величиною поки що є тільки число частинок  $N$  в ізотопічному мультиплеті. Проте можна вказати і твердження фізичного характеру, які більш наочно формулюються при використанні поняття ізотопічного спіну. Для цього шляхом означення необхідно ввести правило, за яким знаходять ізоспін системи адронів, коли ізоспіни окремих частинок відомі. Умовились складати вектори ізоспінів частинок за тим же правилом векторного додавання, за яким додають кутові моменти (спіни) частинок. Зауважимо, що ізоспін системи залежить не тільки від ізоспінів всіх окремих складових частинок, але й від кутів між векторами ізоспінів цих частинок. Тому при одному і тому ж складі систем вони можуть мати різні ізоспіни. Так, система, що складається з нуклона і піона, може мати ізоспін або  $\frac{1}{2}$  (ізоспіни цих частинок напрямлені протилежно), або  $\frac{3}{2}$  (ізоспіни напрямлені однаково).

Фізичне твердження, про яке згадувалось вище, – це закон збереження ізотопічного спіну. Він полягає в тому, що ізотопічний спін зберігається при сильних взаємодіях, але порушується при інших взаємодіях.

Сильна взаємодія для всіх частинок, що входять в один і той же мультиплет, однакова, тобто не залежить від електричних зарядів частинок. У цьому проявляється так звана ізотопічна інваріантність елементарних

частинок, яка притаманна сильній взаємодії. Окремим випадком її є зарядова незалежність ядерних сил.

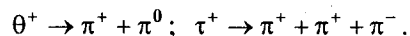
На основі ізотопічної інваріантності вдається передбачити існування маси, заряду нових частинок, якщо відомі інші частинки ізомультіплету.

Аналогом квантового числа  $S$  є також адитивні цілочислові квантові числа: *чарівність* (шарм)  $C$  і *краса*  $b$ . Ці величини, як і дивність, зберігаються при сильних і електромагнітних взаємодіях і можуть зазнавати зміни при слабких взаємодіях.

При сильних і електромагнітних взаємодіях виконується і закон збереження парності, а при слабких взаємодіях має місце його порушення. Просторова парність  $P$  визначає поведінку хвильової функції відносно просторової інверсії. Стан квантової системи називають парним, якщо відповідна до цього стану хвильова функція не змінює свій знак при інверсії простору, тобто при переході до координат  $x', y', z'$ , зв'язок яких з координатами  $x, y, z$  такий:  $x' = -x$ ;  $y' = -y$ ;  $z' = -z$ . У цьому випадку  $P = +1$ . Якщо функція змінює свій знак при інверсії простору, то стан системи – непарний і  $P = -1$ . На відміну від інших величин, які зберігаються, парність не адитивна, тобто парність системи частинок не дорівнює сумі парностей окремих частинок. Парність системи частинок дорівнює добутку парностей окремих частинок системи.

Для багатьох ізольованих квантово-механічних систем характерним є збереження парності.

Збереження парності з часу його введення Ю. Вігнером (1927 р.) до 1956 р. вважалось загальноприйнятим. Однак у 1954–1956 рр. виникла так звана  $(\theta - \tau)$ -проблема. Вона полягала в тому, що два дивних мезони  $\theta^+$  і  $\tau^+$  мають різні схеми розпаду, хоч у всіх інших відношеннях вони цілком однакові. Схеми їх розпаду такі:



Було встановлено, що  $\theta^+$  і  $\tau^+$  – це одна і та ж частинка, але з двома різними схемами розпаду, відповідно 2-піонного і 3-піонного, тобто це є  $K^+$ -частинка.

Розпад однієї частинки двома способами взагалі можливий, але в цьому випадку ставилась під сумнів справедливність закону збереження парності, оскільки виявилось, що парності  $\theta^+$  і  $\tau^+$  різні. Для розв'язання  $(\theta - \tau)$ -проблеми Т. Лі (н. 1926 р.) і Ч. Янг (н. 1922 р.) у 1956 р. висловили гіпотезу про незбереження парності в процесах, зумовлених слабкою взаємодією. Вони запропонували ідею експерименту, в якому можна перевірити закон збереження парності в слабких взаємодіях. Такий експеримент виконала Ц. Ву в 1957 р. Вона мала на меті перевірити, чи має дзеркальну симетрію слабка взаємодія. Справа в тому, що сильна і електромагнітна взаємодії володіють дзеркальною

симетрією. Вона полягає в тому, що будь-які процеси, які являють собою дзеркальні відображення один одного, відбуваються з однаковою ймовірністю. У досліді Ву вивчався кутовий розподіл електронів, що вилітають із орієнтованих ядер радіоактивного кобальту

$^{60}_{27}\text{Co}$  внаслідок їх  $\beta$ -розпаду. Ці ядра вибрані тому, що в них великий спін  $j = 5$ , а отже, і великий магнітний момент, який порівняно легко орієнтувати сильним магнітним полем. Щоб орієнтація ядер не порушувалась тепловим рухом, препарат кобальту був охолоджений до температури близько 0,1 К.

На рис. 16.2 показано два ядра, кожне з яких являє собою дзеркальне відображення другого. Плоске дзеркало перпендикулярне до площини рисунка і проходить уздовж лінії  $AB$ . Спіни ядер, які показані на рис. 16.2, відповідають напрямам обертання частинки. За наявності дзеркальної симетрії вилітання електронів з ядра при  $\beta$ -розпаді в будь-яких напрямках мають бути рівноймовірними. Дослідним шляхом Ц. Ву встановила, що кутовий розподіл електронів асиметричний. У напрямі спінів орієнтованих ядер випускалось електронів майже на 40 % більше, ніж у протилежному. Це був безпосередній доказ незбереження парності при  $\beta$ -розпаді ядер.

Порушення закону збереження парності при  $\beta$ -розпаді пояснюється несиметричністю нейтрино відносно дзеркального відображення. Несиметричність полягає в тому, що спін і імпульс антинейтрино паралельні один одному, тобто мають додатну спіральність, а нейтрино має від'ємну спіральність. Образно кажучи, рух нейтрино нагадує рух лівого гвинта, а антинейтрино – правого. Наявність спіральності у нейтрино вказує на те, що воно не має дзеркальної симетрії. Дійсно, при відображенні в дзеркалі, площина якого перпендикулярна до напрямку імпульсу нейтрино, напрям імпульсу змінюється на протилежний, а напрям спіну не змінюється (рис. 16.3, а). При відображенні в дзеркалі, площина якого паралельна імпульсу, напрям імпульсу не змінюється, а змінюється напрям спіну (рис. 16.3, б). Оскільки нейтрино не має дзеркальної симетрії, то це приводить до порушення закону парності при всіх слабких взаємодіях з його участю.

Таким чином, нейтрино і антинейтрино є частинкою і античастинкою по відношенню одне до одного. Вони мають рівні маси ( $m_\nu = m_{\bar{\nu}} = 0$ ), спіни ( $s_\nu = s_{\bar{\nu}} = 1/2$ ), час життя ( $\tau_\nu = \tau_{\bar{\nu}} = \infty$ ), електричні

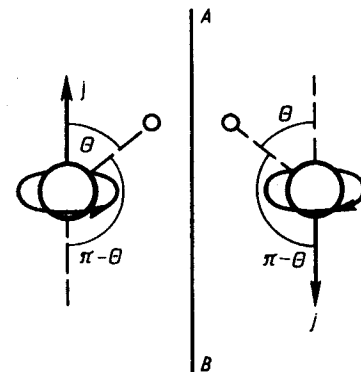


Рис. 16.2

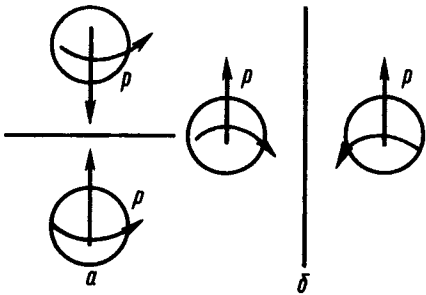


Рис. 16.3

заряди ( $Q_v = Q_{\bar{v}} = 0$ ), магнітні моменти ( $\mu_v = \mu_{\bar{v}} = 0$ ), але відрізняються лептонним зарядом і знаком спіральності.

У табл. 16.2 знаком плюс вказуються ті види взаємодій, для яких наведені закони збереження виконуються. З таблиці видно, що чим сильніша взаємодія, тим більше законів збереження їй відповідає. При сильній взаємодії зберігаються всі квантові числа.

Таблиця 16.2

Закон збереження	Вид взаємодії		
	сильна	електро-магнітна	слабка
Енергії, $\mathcal{E}$	+	+	+
Імпульсу, $\vec{p}$	+	+	+
Моменту імпульсу, $\vec{M}$	+	+	+
Електричного заряду, $Q$	+	+	+
Баріонного заряду, $B$	+	+	+
Лептонного електронного заряду, $L_e$	+	+	+
Лептонного мюонного заряду, $L_\mu$	+	+	+
Лептонного таонного заряду, $L_\tau$	+	+	+
Ізотопічного спіну, $T$	+	-	-
Гіперзаряду, $Y$	+	+	-
Дивності, $S$	+	+	-
Парності, $P$	+	+	-
Чарівності, $C$	+	+	-
Краси, $b$	+	+	-

Існує ряд теоретичних схем, в яких зроблені спроби створення єдиної теорії всіх частинок і всіх взаємодій. У цих схемах намагаються на спільній основі розглядати лептони, кварки, проміжні бозони і навіть гравітони. Однак ці схеми ще недосконалі.

Четвертий вид – гравітаційна взаємодія – у фізиці елементарних частинок на сучасному рівні розвитку знань не враховується.

## § 16.5. Кваркова модель адронів

Розвиток робіт з класифікації адронів із самого початку супроводжувався спробами виділити серед них частинки фундаментальніші, ніж усі інші, які змогли б бути основою для побудови всіх адронів. З найбільшим успіхом ця ідея реалізована у кварковій моделі адронів, яка пояснює не тільки систематику, але й динаміку адронів. Кваркова модель адронів дала можливість зробити ряд передбачень, які підтверджено, і на цьому етапі розвитку фізики вважається загальною визаною.

У 1964 р. М. Гелл-Ман і незалежно від нього Дж. Цвейг (н. 1937 р.) висунули гіпотезу, що всі адрони складаються з більш фундаментальних частинок, які назвали *кварками*. Термін “кварк” не має прямого смислового значення і був запозичений з роману ірландського письменника Дж. Джойса “Поминки по Фіннеганові”, герой якого у снах часто чув слова про таємничі три кварки.

На основі кваркової гіпотези вдалось не тільки зрозуміти структуру відомих адронів, але й передбачити існування інших.

Встановлено існування п'яти різновидів (або так званих ароматів) кварків  $u, d, s, c, b$ . Їх маси  $m_u \approx 5$  МеВ,  $m_d \approx 7$  МеВ,  $m_s \approx 150$  МеВ,  $m_c \approx 1,3$  ГеВ,  $m_b \approx 5$  ГеВ. Наведені дані є наближеними, оскільки кварки у вільному стані не спостерігались і неможливо безпосередньо виміряти їх маси. Неодноразово повідомлялось про відкриття  $t$ -кварка ( $m_t \approx 22$  ГеВ), проте остаточно його існування ще не встановлено. Кожному кварку відповідає свій антикварк.

Всі кварки мають спін  $1/2$  і баріонний заряд  $1/3$ . Кварки  $u, c, t$  називають верхніми, оскільки вони мають дробовий електричний заряд  $+2/3$ . Кварки  $d, s, b$  мають електричний заряд  $-1/3$  і їх називають нижніми. Характеристики кварків наведено у табл. 16.3 (спін  $i = 1/2$ , парність  $P = +1 (i^P = 1/2^+)$ ). Кварк  $s$  є носієм дивності,  $c$  – чарівності,  $b$  – краси.

Таблиця 16.3

Кварк $i^P = 1/2^+$	Квантові числа								Маса, МеВ
	$T$	$T_3$	$B$	$S$	$C$	$b$	$t$	$Q$	
Верхній $u$	$1/2$	$+1/2$	$1/3$	0	0	0	0	$+2/3$	$\approx 5$
Нижній $d$	$1/2$	$-1/2$	$1/3$	0	0	0	0	$-1/3$	$\approx 7$
Дивний $s$	0	0	$1/3$	-1	0	0	0	$-1/3$	$\approx 150$
Чарівний $c$	0	0	$1/3$	0	1	0	0	$+2/3$	$\approx 1\ 350$
Красивий $b$	0	0	$1/3$	0	0	-1	0	$-1/3$	$\approx 4\ 700$
Істинний $t$	0	0	$1/3$	0	0	0	1	$+2/3$	$\approx 22\ 000$

Спочатку кварки були введені з метою побудови з них усіх відомих на той час адронів. Так, протон складається з двох  $u$ -кварків і одного  $d$ -кварка ( $p \rightarrow uud$ ), нейтрон – з одного  $u$ -кварка і двох  $d$ -кварків ( $n \rightarrow udd$ ). Їх античастинки складаються з антикварків ( $\bar{p} \rightarrow \bar{u}\bar{u}\bar{d}$ ,  $\bar{n} \rightarrow \bar{u}\bar{d}\bar{d}$ ).

Мезони складаються з двох частинок кварка і антикварка. Тому їх баріонні числа дорівнюють нулю. Із самих легких кварків  $u, d, s$  і їх антикварків  $\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}$  комбінуванням по дві частинки (кварк і антикварк) одержимо дев'ять таких комбінацій:

$$\begin{aligned} &u\bar{u}, \quad u\bar{d}, \quad u\bar{s}, \\ &d\bar{u}, \quad d\bar{d}, \quad d\bar{s}, \\ &s\bar{u}, \quad s\bar{d}, \quad s\bar{s}. \end{aligned}$$

Кварки і антикварки можуть входити в наведені та інші комбінації з різними орбітальними кутовими моментами. Спіни кварків і антикварків можуть по-різному орієнтуватися один відносно одного. Загальний кутовий момент складеної із кварків і антикварків частинки (античастинки) знаходять за правилом векторного додавання спінового і орбітального моментів.

Припустимо, що всі кварки не мають орбітальних кутових моментів, тобто всі їх моменти є спінові. Припустимо також, що спіни кварка і антикварка напрямлені протилежно. Тоді кожна комбінація являє собою мезон зі спіном  $\bar{J} = 0$ . Найбільш легкі заряджені мезони виражаються комбінаціями  $u\bar{d}$  і  $d\bar{u}$ . Це є піони

$$\pi^+ = u\bar{d}, \quad \pi^- = d\bar{u}.$$

Нейтральний  $\pi^0$ -мезон складається з кварка і антикварка і являє собою лінійну суперпозицію станів  $u\bar{u}$  і  $d\bar{d}$ . Він з однаковою ймовірністю може знаходитись в стані  $u\bar{u}$  і в стані  $d\bar{d}$ .

До складу більш важких  $K$ -мезонів входить кварк  $s$  і антикварк  $\bar{s}$

$$K^+ = u\bar{s}, \quad K^0 = d\bar{s}, \quad \bar{K}^0 = s\bar{d}, \quad K^- = s\bar{u}.$$

$K^+$  і  $K^-$  є частинкою і античастинкою по відношенню одна до одної. Те ж стосується і  $K^0$ - і  $\bar{K}^0$ -мезонів, які не є істинно нейтральними частинками.  $K^0$ -мезон відрізняється від своєї античастинки  $\bar{K}^0$  дивністю. У  $K^+$ -мезона дивність  $+1$ , а в  $K^0$ -мезона дивність  $-1$ . З цим зв'язано те, що  $K^0$  на відміну від  $\bar{K}^0$  слабо поглинається речовиною. Справа в тому, що дивність усіх баріонів від'ємна або дорівнює нулю. Тому поглинання  $K^0$  речовиною може відбуватись тільки з незбереженням дивності, тобто через слабку взаємодію. Частинки, до складу яких входить  $s$ -кварк, є дивними, а сам  $s$ -кварк називається дивним кварком.

Діагональні члени  $u\bar{u}$ ,  $d\bar{d}$ ,  $s\bar{s}$  відповідають нейтральним мезонам. Лінійна суперпозиція двох перших з них, як зазначалось, є  $\pi^0$ -мезон. Двом іншим лінійним суперпозиціям  $u\bar{u}$ ,  $d\bar{d}$  і  $s\bar{s}$  відповідають істинно нейтральні частинки  $\eta^-$  і  $\eta'$ -мезони з масами відповідно 548,8 і 957,6 MeV.

У табл. 16.4 наведено відомості квазістабільних мезонів, для яких спін  $j = 0$ , парність  $P = -1$  ( $j^P = 0^-$ ),  $L = 0$ ,  $B = 0$ .

Таблиця 16.4

Мезони $j^P = 0^-$	Кварковий склад	$S$	$C$	$T$	$T_3$	Маса, MeV	Час життя, с	Основні канали розпаду і їх відносна ймовірність
$\pi^+$	$u\bar{d}$ ( $d\bar{u}$ )	0	0	1	$\pm 1$	139,567	$2,603 \cdot 10^{-8}$	$\mu^+ \nu_\mu$ ( $\bar{\nu}_\mu$ ) (100%)
$\pi^0$	$u\bar{u}$ ( $d\bar{d}$ )	0	0	1	0	134,963	$0,83 \cdot 10^{-16}$	$\gamma\gamma$ (98,8)
$\eta^0$	$u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$	0	0	0	0	548,8	$0,7 \cdot 10^{-18}$	$\gamma\gamma$ (39%) $\pi^0 \pi^0 \pi^0$ (32%) $\pi^+ \pi^- \pi^0$ (24%)
$K^+$	$u\bar{s}$	+1	0	$1/2$	$+1/2$	496,67	$1,237 \cdot 10^{-8}$	$\mu^+ \nu_\mu$ (63,5%) $\pi^+ \pi^0$ (22,2%) $\pi^+ \pi^+ \pi^-$ (5,6%) $\pi^+ \pi^-$ (68,8%)
$K_s^0$	$d\bar{s}$	+1	0	$1/2$	$-1/2$	497,7	$5,18 \cdot 10^{-8}$	$\pi^0 \pi^0$ (31,4%)
$K_l^0$								$\pi^+ e^+ \nu_e$ ( $\bar{\nu}_e$ ) (38,7%) $\pi^+ \mu^+ \bar{\nu}_\mu$ ( $\nu_\mu$ ) (27,1%) $\pi^0 \pi^0 \pi^0$ (21,5%) $\pi^+ \pi^- \pi^0$ (12,4%)
$D^+$	$c\bar{d}$	0	+1	$1/2$	$+1/2$	1869	$\approx 9 \cdot 10^{-13}$	$\bar{K}^0 X + K^0 X$ ( $\approx 50\%$ ) $e^+ X$ (20%) $K^- X$ (15%) $\bar{K}^0 \pi^+ \pi^0$ (10%)
$D^0$	$c\bar{u}$	0	+1	$1/2$	$-1/2$	1865	$\approx 5 \cdot 10^{-13}$	$K^- X$ ( $\approx 45\%$ ) $\bar{K}^0 X + K^0 X$ ( $\approx 30\%$ ) $K^+ \pi^+ \pi^0$ (10%)
$F^+$	$c\bar{s}$	+1	+1	0	0	2021	$2 \cdot 10^{-13}$	?

Примітка. Символом  $X$  позначено інші частинки.



Знову будемо вважати, що кварки і антикварки не мають орбітальних кутових моментів, але їх спіни напрямлені паралельно. У цьому випадку також можливі ті ж дев'ять комбінацій кварків з антикварками, проте спін кожної комбінації буде 1. Цим комбінаціям відповідають дев'ять більш важких мезонів  $\rho^+$ ,  $\rho^-$ ,  $\rho^0$  (їх маси 770 MeB);  $K^{*+}$ ,  $K^{*0}$ ,  $K^{*-}$ ,  $\tilde{K}^{*0}$  (792 MeB),  $\omega^0$  (783 MeB),  $\phi^0$  (1020 MeB).

Розглянемо кварковий склад баріонів. Їх спін напівцілий. Це означає, що навіть за наявності у кварків орбітальних моментів баріони повинні складатись з непарної кількості кварків. У випадку, коли такими складовими є кварки  $u$ ,  $d$ ,  $s$ , спін баріона буде дорівнювати або  $1/2$  (спіни двох кварків паралельні, а спін третього кварка напрямлений протилежно), або  $3/2$  (коли спіни всіх кварків паралельні).

У першому випадку утворюється октет (вісімка) баріонів

$$p(uud), n(udd), \Lambda^0(uds),$$

$$\Sigma^-(dds), \Sigma^0(uds), \Sigma^+(uus), \Xi^-(dss), \Xi^0(uss).$$

У табл. 16.5 наведено відомості октету баріонів, для яких спін  $i = 1/2$ , парність  $P = +1$  ( $i^P = 1/2^+$ ),  $L = 0$ ,  $B = +1$ .

Таблиця 16.5

Баріони $i^P = 1/2^+$	Кварковий склад	$S$	$C$	$T$	$T_3$	Маса, MeB	Час життя, с	Основні канали розпаду і їх відносна ймовірність
$p$	$uud$	0	0	$1/2$	$+1/2$	938,279	$> 10^{32}$ років	
$n$	$udd$	0	0	$1/2$	$-1/2$	939,573	$925 \pm 11$	$p e^- \tilde{\nu}_e$ (100 %)
$\Lambda^0$	$uds$	-1	0	0	0	1115,6	$2,63 \cdot 10^{-10}$	$p \pi^-$ (64 %)
								$n \pi^0$ (36 %)
$\Sigma^+$	$uus$	-1	0	1	+1	1189,4	$0,80 \cdot 10^{-10}$	$p \pi^0$ (52 %)
								$n \pi^+$ (48 %)
$\Sigma^0$	$uds$	-1	0	1	0	1192,5	$5 \cdot 10^{-20}$	$\Lambda \gamma$ (100 %)
$\Sigma^-$	$dds$	-1	0	1	-1	1197,3	$1,48 \cdot 10^{-10}$	$n \pi^-$ (100 %)
$\Xi^0$	$uss$	-2	0	$1/2$	$+1/2$	1315	$2,9 \cdot 10^{-10}$	$\Lambda \pi^0$ (100 %)
$\Xi^-$	$dss$	-2	0	$1/2$	$-1/2$	1321,3	$1,64 \cdot 10^{-10}$	$\Lambda \pi^-$ (100 %)

Баріони зі спіном  $3/2$  утворюють декуплет (десятку) баріонів

$$\Delta^-(ddd), \Delta^0(udd), \Delta^+(uud), \Delta^{++}(uuu) \quad 1232 \text{ MeB,}$$

$$\Sigma^-(dss), \Sigma^0(uds), \Sigma^+(uus) \quad 1385 \text{ MeB,}$$

$$\Xi^-(dss), \Xi^0(uss) \quad 1530 \text{ MeB,}$$

$$\Omega^-(sss) \quad 1672 \text{ MeB.}$$

$\Omega^-$ -гіперон, що знаходиться у вершині цього перевернутого трикутника, був передбачений на основі кваркової моделі баріонів. У 1964 р. цю частинку було зареєстровано і її характеристики цілком збіглися з передбаченими теоретично.

У табл. 16.6 наведено відомості декуплету баріонів, для яких спін  $i = 3/2$ , парність  $P = +1$  ( $i^P = 3/2^+$ ),  $L = 0$ ,  $B = +1$ . Оскільки всі частинки декуплету, крім  $\Omega^-$ , є резонансами, то замість часу їх життя подається повна ширина енергетичного спектру  $\Gamma$  (MeB).

Таблиця 16.6

Баріони $i^P = 3/2^+$	Кварковий склад	$S$	$C$	$T$	$T_3$	Маса, MeB	Час життя, с; ширина $\Gamma$ , MeB	Основні канали розпаду і їх відносна ймовірність
$\Delta^{++}$	$uuu$	0	0	$3/2$	$3/2$	1232	$\sim 110$	
$\Delta^+$	$uud$	0	0	$3/2$	$1/2$	1232	$\sim 110$	
$\Delta^0$	$udd$	0	0	$3/2$	$-1/2$	1232	$\sim 110$	
$\Delta^-$	$ddd$	0	0	$3/2$	$-3/2$	1232	$\sim 110$	
$\Sigma^{*+}$	$uus$	-1	0	1	1	1385	35	$p \pi^0$ (52 %), $n \pi^+$ (48 %)
$\Sigma^{*0}$	$uds$	-1	0	1	0	1385	35	$\Lambda^0 \gamma$ (100 %)
$\Sigma^{*-}$	$dds$	-1	0	1	-1	1385	35	$n \pi^-$ (100 %)
$\Xi^{*0}$	$uss$	-2	0	$1/2$	$1/2$	1531	9,1	$\Lambda^0 \pi^0$ (100 %)
$\Xi^{*-}$	$dss$	-2	0	$1/2$	$-1/2$	1531	9,1	$\Lambda^0 \pi^-$ (100 %)
$\Omega^-$	$sss$	-3	0	0	0	1672,5	$0,8 \cdot 10^{-10}$	$\Lambda^0 K^-$ (69 %), $\Xi^0 \pi^-$ (29 %), $\Xi^- \pi^0$ (8 %)

Тріумфом кваркової моделі є відкриття чарівних частинок у 1974 р. Ці частинки, як зазначалось, відкрили група фізиків під керівництвом С. Тінга і назвала їх йот-частинками  $J$  та група фізиків на чолі з Б. Ріхтером і назвала пси-частинками  $\Psi$ . Оскільки мова йде про одну і ту ж частинку, то її назвали йот-пси-частинкою  $J\Psi$ . Її маса 3,096 МеВ. Особливістю цієї частинки є порівняно велика довговічність. Ширина її спектра  $\Gamma = 60$  кеВ, тоді як ширина спектра для частинок таких енергій на три порядки більша і складає 10–70 МеВ. Цей факт, як і у випадку дивних частинок, вказує на заборону по якомусь новому квантовому числу. Внаслідок цього було введено квантове число  $C$ , яке назвали *чарівністю*, або *шармом* (від англійського слова charm – чарівність). Йому відповідає новий кварк  $c$ . У кварковій моделі чарівність визначається як різниця між числом кварків ( $c$ ) і антикварків ( $\bar{c}$ ). Частинки з чарівністю, відмінною від нуля, називаються чарівними. Чарівність, як і дивність, зберігається при сильних і електромагнітних взаємодіях, але не зберігається при слабких взаємодіях. Розпади чарівних адронів відбуваються внаслідок слабкої взаємодії, при цьому чарівність змінюється на одиницю.  $J\Psi$ -мезон складається з кварка  $c$  і антикварка  $\bar{c}$  ( $J\Psi = c\bar{c}$ ). Його чарівність дорівнює нулю. Тому і відносять його до числа мезонів із прихованою чарівністю.

За своєю структурою кваркова система  $c\bar{c}$ , яку називають чармонієм, нагадує атом водню. Різні збуджені стани чармонію та інших кваркових систем домовились вважати різними частинками і позначати різними символами. Мезон  $J\Psi$  є одним із збуджених станів чармонію. Відкрито мезони з явною чарівністю

$$\begin{array}{lll} D^+ - c\bar{d}, & D^0 - c\bar{u}, & F^+ - s\bar{c}, \\ D^- - d\bar{c}, & \bar{D}^0 - u\bar{c}, & F^- - sc. \end{array}$$

1869 МеВ, 1865 МеВ, 2021 МеВ.

Відкрито також і чарівні баріони.

У 1977 р. було відкрито новий мезон іпсилон-мезон  $Y$ . Він виникає при бомбардуванні мішені з міді і свинцю пучком протонів з енергією 400 ГеВ. Цей надважкий мезон при масі  $m_Y = 9459$  МеВ характеризувався відносно малою шириною спектра  $\Gamma \approx 0,04$  МеВ. Властивості цієї частинки не вкладалися в схему чотирикваркової моделі, внаслідок чого виникла необхідність ввести п'ятий кварк  $b$ , який було названо красивим. Адрони, до яких входить кварк  $b$ , називають красивими. Мезон  $Y$  є одним із збуджених станів зв'язаної системи  $b\bar{b}$  зі спіном 1. Різниця між числами  $b$ -кварків і їх антикварків  $\bar{b}$  називається *красою*. Краса зберігається при сильних і електромагнітних взаємодіях і може зазнавати порушення при слабких взаємодіях.

Електричний заряд адронів можна обчислити за формулою Гелл-Мана – Нішіджіми, користуючись наведеними квантовими числами

$$Q = T_3 + (1/2)(B + S + C + b).$$

Так, для протона  $T_3 = +1/2$ ,  $S = C = b = 0$ ,  $B = +1$ ,  $Q = 1$ , а для нейтрона  $T_3 = -1/2$  і  $Q = 0$ .

Класифікація адронів на основі кваркової моделі є досить вагомим аргументом на її користь. Другим аргументом є досліди для вивчення розсіяння електронів високих енергій нуклонами. Теоретичний аналіз цих дослідів приводить до висновків, що всередині адронів електрони розсіюються на точкових частинках із зарядами  $+2/3$  і  $-1/3$ , спін яких  $1/2$ . Про скінченні розміри кварків ці дослідження нічого не свідчать. З них можна зробити висновок, що на відстанях від силового центру більших за  $10^{-17}$  м кварки поводять себе ще як безструктурні точкові частинки, які називають партонами (від англійського слова part – частинка). Можливо, що за п'ятим кварком  $b$  і прогнозованим шостим  $t$  будуть відкриті інші кварки. Можливо, що безструктурність кварків відображає тільки досягнутий рівень досліджень цих матеріальних об'єктів.

Зазначимо, що пошуки вільних кварків не дають позитивних результатів. Вчені вважають, що у вільному стані ці частинки не існують.

Таким чином, кваркова модель передбачає існування кварків всередині адронів, а дослід вказує на те, що вилетіти з них і перебувати у вільному стані вони не зможуть. Тому в сучасній моделі кварків існує цілий ряд питань, які вимагають свого з'ясування, а саме: чому дорівнює маса кварків, які сили утримують кварки всередині адронів, чому кварки не зареєстровані дослідним шляхом та ін.

Є докази експериментального і теоретичного характеру, згідно з якими сили взаємодії між кварками не зменшуються зі збільшенням відстані між ними, а навпаки. Якщо це так, то для відокремлення їх один від одного необхідні нескінченно великі енергії, тобто таке відокремлення стає неможливим.

Хвильові функції систем кварків, що утворюють баріони, повинні бути антисиметричними, оскільки кварки мають спін  $1/2$ . Проте зустрічаються баріони з однаковими орієнтаціями спінів  $\Delta^{++}(u\uparrow u\uparrow u\uparrow)$ ,  $\Omega^-(s\downarrow s\downarrow s\downarrow)$ , які симетричні стосовно переставляння кварків, якщо вони не мають яких-небудь додаткових характеристик. Такі додаткові характеристики і довелося ввести. Вони називаються *кольорами*. Кожний тип (аромат) кварка характеризується трьома кольорами. Зауважимо, що цей термін не має нічого спільного з фізіологічною дією світла. Їм умовно назвали назви червоний  $R$ , зелений  $G$  і голубий  $B$ . Антикваркам присвоїли антикольори  $\bar{R}$ ,  $\bar{G}$ ,  $\bar{B}$ . Кожний антиколір є додатковим до свого кольору, так що комбінації  $R\bar{R}$ ,  $G\bar{G}$ ,  $B\bar{B}$  вважаються безкольоровими (білими). Безкольоровими є і комбінації  $R\bar{R} + G\bar{G} + B\bar{B}$ .

За сучасними уявленнями, сильні взаємодії здійснюються шляхом обміну між кварками частинками, які називаються *глюонами*. Їх маса спокою дорівнює нулю, а спин дорівнює 1. Вважають, що існує вісім глюонів, які мають характерний колір. Обмін глюонами між кварками змінює їх колір, але залишаються без змін усі інші квантові числа, тобто аромат кварка зберігається. З трьох кольорів і антиколіорів можна скласти дев'ять комбінацій:

$$\begin{aligned} & \bar{R}\bar{R}, \quad \bar{R}\bar{G}, \quad \bar{R}\bar{B}, \\ & \bar{G}\bar{R}, \quad \bar{G}\bar{G}, \quad \bar{G}\bar{B}, \\ & \bar{B}\bar{R}, \quad \bar{B}\bar{G}, \quad \bar{B}\bar{B}. \end{aligned}$$

Кожній з таких комбінацій відповідає глюон. Колір, подібно електричному заряду, зберігається. Тому шість недиагональних явно забарвлених комбінацій не можуть змішуватись між собою. Три діагональні комбінації безбарвні, і змішування їх не змінює кольору. Кожна з діагональних комбінацій може бути одержана шляхом лінійної суперпозиції двох інших комбінацій. Тобто маємо дві незалежні комбінації.

Будемо зображати червоний, зелений і голубий кварки будь-якого аромату символами  $q_R, q_G, q_B$  ( $q = u, d, s, c, b, t$ ). Тоді взаємодія між червоним і зеленим кварками запишеться так:

$$q_R \rightarrow q_G + q_{R\bar{G}}, \quad q_G + q_{R\bar{G}} \rightarrow q_R.$$

Перший вираз означає, що червоний кварк випускає червоно-зелений глюон і перетворюється в зелений кварк  $q_G$ . Другий вираз означає, що зелений кварк поглинає червоно-зелений глюон і перетворюється в червоний кварк.

Викладений матеріал має досить формальний характер. Питання взаємодії кольорових кварків і глюонів між собою вивчаються спеціальною теоретичною дисципліною, яка називається квантовою хромодинамікою (КХД), в розробку якої суттєвий внесок зробили М. М. Боголюбов та його школа.

Теорію, в якій електромагнітні і слабкі взаємодії об'єднані в єдину електрослабку взаємодію, створили С. Вайнберг (н. 1915 р.), А. Салам (н. 1926 р.) і Ш. Глешоу (н. 1932 р.).

Зазначимо, що кваркова модель не тільки пояснює систематику адронів, але і динаміку їх взаємодії. На основі моделі кварків передбачено існування і властивості великої кількості частинок, які виявлені експериментально.

На сучасному етапі розвитку фізики кварки в сукупності з лептонами можна вважати істинними першочастинками. Всі їхні властивості цілком відповідають поняттю елементарної частинки. Чи збережеться така ситуація в майбутньому, однозначно сказати важко.

Аббе Е. 36  
Абрагам М. 178  
Абрикосов О.О. 378  
Айвс Г. 108, 237  
Альверс Л. 386, 422  
Андерсон К. 413, 481  
Араго Д. 8  
Аркадьєв В.К. 116  
Арцимович Л.А. 478  
Ахманов С.О. 210

Бальмер Й. 294  
Бардін Дж. 378  
Бартлет Дж. 415  
Бартоліні Е. 155  
Басов М.Г. 9, 335, 478  
Беккер Г. 452  
Беккерель А. 421, 422  
Бер А. 204  
Бете Х. 16, 478  
Белопольський А.А. 235  
Біберман Л.М. 275  
Біо Ж. 181  
Блохінцев Д.І. 239  
Боголюбов М.М. 239, 378  
Большман Л. 264  
Бонч-Бруєвич А.М. 234  
Бор Н. 9, 416, 452  
Бор О. 420  
Борн М. 178, 277  
Боте В. 247  
Брадлей Дж. 223  
Бріллоєн Л. 141  
Бройль Л. де 238, 272  
Брюстер Д. 176  
Бугер П. 204  
Бунзен Р. 12

Вавилов С.І. 9, 248, 327  
Вайнберг С. 508  
Вейцеккер К. 406, 478  
Векслер В.І. 390  
Верде М. 184  
Вігнер Ю. 415, 498  
Відман Е. 327  
Вілард П. 421  
Вільсон Ч. 399  
Він В. 253  
Вінер О. 108  
Ву Ц. 498  
Вуд Р. 186, 295  
Вустер У. 436

Габор Д. 147  
Гаксель О. 419  
Галілей 67  
Гамов Г. А. 431  
Ган О. 463  
Гапон С. М. 402  
Гандсміт С. 309  
Гаусс К. 44  
Гейгер Г. 296, 430  
Гейзенберг В. 238, 279, 402  
Гелл-Ман М. 239, 496, 501  
Гепперт-Майер М. 419  
Герлах В. 252, 309  
Герні Г. 431  
Герц Генріх 226  
Герц Густав 304  
Гіорс А. 460  
Глезер Д. 400  
Глешоу Ш. 508  
Голіцин Б. Б. 235  
Грімальді Ф. 3  
Гросс С. Ф. 218  
Гук Р. 3  
Гюйгенс Х. 5

Дебай П. 141  
Девіс Р. 442  
Девіссон К. 238, 273  
Декарт Р. 3, 219  
Денисюк Ю. М. 149  
Джермер Л. 238, 273  
Джінс Дж. 266  
Дірак П. 238, 283, 309, 481  
Добрецов Л. Н. 409  
Друде П. 108

Евклід 3  
Ейлер Л. 11  
Ейнштейн А. 8, 330, 481  
Елліс Ч. 436  
Ельзассер В. 419  
Еренфест П. 267  
Естерман І. 275

Завойський С. К. 478  
Зесбек Т. 176  
Зельдович Я. Б. 471  
Зоммерфельд А. 362

Жоліо-Кюрі І. 422, 453, 456, 463  
Жоліо-Кюрі Ф. 422, 453, 456

Іваненко Д. Д. 402  
Іенсен Х. 419

Кадомцев Б. Б. 478  
Камерлінг-Оннес Г. 377  
Капіца П. Л. 382, 409  
Карман Т. 371  
Кельвін У. 296  
Кеплер Й. 250  
Керр Дж. 177  
Керст Д. 393  
Кірхгоф Г. 12, 262  
Кокрофт Дж. 447, 454  
Комптон А. 255  
Комптон К. 243  
Кондон Е. 431  
Корню М. 121  
Коуен К. 440  
Коші О. 186  
Крітчфілд К. 478  
Крішнан К. С. 324  
Кундт А. 186  
Купер Л. 378  
Курчагов І. В. 460, 472  
Кюрі М. 421  
Кюрі П. 421

Лайман Т. 295  
Ландау Л. Д. 239  
Ландсберг Г. С. 216, 218, 324  
Ланжевєн П. 178  
Лармор Дж. 233  
Лауе М. 142, 253  
Лебєдєв П. М. 8, 252  
Лейт Е. 149  
Ленард Ф. 239  
Ленглей В. 264  
Леонардо да Вінчі 110  
Леонтович М. О. 293, 478  
Леру Ф. 186  
Лі Т. 498  
Ліпман Г. 109  
Ломмель Е. 328  
Лондон Ф. 381  
Лондон Х. 239  
Лоренц Л. 197  
Лоренц Х. 8, 197  
Лоуренс Е. 388  
Лукрецій 3  
Любимов В. А. 439

Маделунг О. 314  
Майкельсон А. 8, 229  
Майорана Е. 415  
Мак-Міллан Е. 390  
Максвелл Дж. 8

Максутов Д. Д. 38  
Мандельштам Л. І. 216, 218, 293  
Марсден Е. 296  
Марці Й. 3  
Мейснер В. 377  
Мейтнер Л. 377, 436, 463  
Мессбауер Р. 444  
Мігдал А. Б. 455  
Міллікен Р. 243  
Мозлі Г. 320  
Морлі Е. 231  
Мотгельсон Б. 420

Нагаока Х. 296  
Неддермайер С. 413, 481  
Нернст В. 108  
Ніколь У. 161  
Нішіджіма К. 496, 507  
Ньютон І. 3, 185

Оганєсян Ю. Ц. 460  
Оккіаліні Дж. 413, 481  
Оксенфельд Р. 377  
Оппенгеймер Р. 454

Пауелл С. 413, 481  
Паулі В. 239  
Петржак К. А. 422, 469  
Планк М. 8  
Поккельс Ф. 179  
Понтєкорво Б. М. 442  
Прево П. 263  
Прохоров О. М. 9, 335  
Птолемеї К. 3  
Пуанкаре А. 233  
Пуассон С. 120

Райніс Ф. 440  
Раман Ч. 324  
Резерфорд Е. 296  
Релей Дж. 137, 211  
Рєнтген В. 252  
Рігі А. 240  
Ріттенхаус Д. 138  
Ріхтер Б. 482  
Річардсон О. 243  
Рождєственський Д. С. 186  
Роуланд Г. 138

Савич П. 463  
Садовський О. І. 16  
Салам А. 508  
Семєнов М. М. 409  
Сирота І. І. 370  
Сіборг Г. 460  
Складовська-Кюрі М. 421

Скобєльцин Д. В. 400  
Снєлліус В. 3  
Солді Ф. 427  
Стефан Й. 264  
Стілуєлл Дж. 237  
Стокс Дж. 328  
Столетов О. Г. 8, 240  
Струтинський В. М. 461  
Сушкін Н. Г. 275

Тамм І. С. 206  
Тарасов В. В. 370  
Тартаковський П. С. 275  
Таунс Ч. 9, 335  
Тєренін А. Н. 409  
Тєрлєцький Я. П. 393  
Тінг С. 482  
Тіндаль Дж. 211  
Томсон Дж. Дж. 239, 296, 481  
Томсон Д. П. 275  
Третьяков Е. Ф. 439

Уїлер Дж. 418, 465  
Улєнбек Дж. 309  
Уолтон Е. 447, 454  
Упатнієкс Ю. 149

Фабрікант В. О. 275  
Фарадей М. 184  
Фаянс К. 427  
Фейнман Р. 239

## Предметний покажчик

Аббе число 61  
Аберация оптичних систем 55  
Аберация світла 222  
Абсолютно чорне тіло 262  
Автофазування 390  
Адрони 484  
Альфа-розпад 429  
Аналізатор 162  
Анігіляція 485  
Антибаріони 451  
Антинейтрино електронне 438  
– мюонне 438  
– таонне 439  
Антинейтрон 482  
Антипротон 482  
Апертура інтерференції 82  
– системи 51  
Аромат 501  
Астигматизм 56  
Атомна одиниця маси 402  
Бабіне компенсатор 170

Ферма П. 27  
Фєрмі Е. 239, 437  
Фізо А. 8, 226  
Філіпс М. 454  
Фіцджеральд Дж. 232  
Фьльоров Г. М. 422, 460, 469  
Фок В. О. 239  
Франк Дж. 304  
Франк І. М. 206  
Фраунгофер Й. 138  
Френель О. 7, 153, 181  
Френкель Я. І. 239, 416, 465  
Фуко Ж. 7

Харитон Ю. Б. 471  
Хєрба С. 482

Чєдвік Дж. 299, 481  
Черєнков П. О. 206

Цвєйг Дж. 501

Шредінгер Е. 238  
Шріффер Дж. 378  
Штерн О. 275, 309  
Штрассман Ф. 463

Юкава Х. 413  
Юнг Т. 7, 226

Янг Ч. 498

Бабіне – Солейля компенсатор 170  
Бальмера серія 294  
Баріони 451  
Баріонний заряд 451  
Бєзвипромінювальні переходи 335  
Бозони (бозе-частинки) 483  
Бєкерель (одиниця) 424  
Бєр (одиниця) 426  
Бєта-розпад 433  
Бєтагрон 393  
Бора постулати 300  
Брегга – Вульфа формула 142  
Брекєта серія 295  
Брюстера закон 154  
Бугєра – Ламберга – Бєра закон 204  
Бульбашкова камера 400

Валєнтний електрон 316  
Валєнтність 321  
Вєктор поляризації 190  
Взасмодія гравітаційна 488  
– електромагнітна 487

– сильна 487  
– слабка 487  
Видима величина поверхні 18  
Випромінювання Вавилова – Чсренкова 206  
– видиме 14  
– вимушене 330  
– інфрачервоне 14  
– когерентне 333  
– рентгенівське 252  
– – характеристичне 255, 319  
– рівноважне (чорне) 260  
– спонтанне 330  
– температурне 260  
– ультрафіолетове 14  
Випромінювальна здатність 261  
Вироджений газ 363  
Вироджені стани 285, 306  
Вихідна зіниця 51  
Вихід реакції 448  
Вільсона камера 399  
Віна закон зміщення 265  
Віна стала 265  
Віньєтування 52  
Віртуальні частинки 412  
Водневий цикл 479  
Вторинні хвилі Гюйгенса 5  
Вхідна зіниця 51  
  
Гало 219  
Гальмівна напруга 242  
Гамма-випромінювання 421, 442  
Генератор Ван-де-Граафа 385  
Геометрична оптика 26  
Гіперзаряд 496  
Гіперони 481, 485  
Глюони 508  
Головна оптична вісь 35  
Голограма 147  
Голографія 147  
Гравітони 488  
Грей (одиниця) 425  
Група хвиль 198  
Групова швидкість 198  
Гюйгенса принцип 5  
  
Дебая закон кубів 369  
Дебая – Шеррера – Хелла метод 259  
Детектори 395  
Детектування оптичне 209  
Дефект маси ядра 404  
Дзеркальні ядра 403  
Дисперсійна область 135  
Дисперсія аномальна 186  
– кутова 134  
– лінійна 135  
– нормальна 185  
– світла 185  
Дисторсія 59  
Дифракційна ґратка 127  
Дифракція світла 109  
– Фраунгофера 122  
– Френеля 119  
Дихроїзм 156, 162  
Діоптрія (одиниця) 42  
Довжина когерентності 90  
Доза експозиційна 425  
– еквівалентна 425  
– поглинання 425  
Доплера ефект 234  
Дуанти 388  
Дублет 309, 496  
  
Ейнштейна коефіцієнти 331  
– принцип відносності 234  
Елементарні частинки 480  
Енергетична зона 342  
Енергетична щільність 381  
Енергія зв'язку ядра 405  
– повна 480  
– Фермі 359  
– ядерної реакції 450  
Ефект Доплера 234  
– ізотопічний 378  
– Керра 177  
– Комптона 255  
– Мейснера 377  
– Мессбауера 444  
– Поккельса 180  
– Рамана 324  
– Фарадея 180  
Ефективний переріз ядерної реакції 448  
  
Закон Брюстера 154  
– Бугера 204  
– відбивання світла 27  
– заломлення світла 27  
– збереження баріонного заряду 451, 494  
– – дивності 496  
– – електричного заряду 451, 494  
– – енергії 491  
– – ізотопічного спіну 497, 500  
– – імпульсу 449  
– – краси 500  
– – лептонних зарядів 439, 494  
– – моменту імпульсу 450, 493  
– – парності 498  
– – чарівності 500  
– зміщення Віна 265  
– Кірхгофа 262–264  
– кубів Дебая 369

– Малюса 163  
– Мозлі 320  
– прямолінійного поширення світла 27  
– радіоактивного розпаду 423  
– Релея 211  
Зарядова незалежність ядерних сил 412  
Зіверт (одиниця) 426  
Зіниця вихідна 51  
– вхідна 51  
Зонна пластинка 116  
Зорові труби 67  
  
Ізобари 403  
Ізотони 403  
Ізотопи 403  
Ізотопічна інваріантність 497  
Ізотопічний мультиплет 496  
Ізотопічний ефект 378  
Ізотопічний спін 497  
Ізотопічний простір 497  
Імерсія 146  
Інваріант Аббе 36  
– Лагранжа – Гельмгольца 39  
Інверсне заселення 336  
Інтенсивність випромінювання 18  
Інтерференційні смуги рівного нахилу 92  
– – рівної товщини 92  
Інтерференція 77  
– багатопроменева 97  
– поляризованого світла 171  
– у плівках 93  
Інтерферометр 103  
– Майкельсона 103  
– Релея 105  
  
Кандела (одиниця) 21  
Катодолумінесценція 327  
Квадрупольний момент 410  
Квантова хромодинаміка 508  
Кварки 501  
Кваркова модель адронів 501  
Керра стала 178  
Кірхгофа закон 262–264  
Когерентні коливання 77  
Коефіцієнт видимості 19  
– відбивання 97  
– затухання 191  
– поглинання 203  
– пропускання 97, 292  
– розсіювання 258  
Кома 58  
Комбінаційне розсіяння світла 324  
Комбінаційний принцип Рітца 296  
Компенсатор 170  
Комптона ефект 255

Короткохвильова межа рентгенівського випромінювання 254  
Корпускулярно-хвильовий дуалізм 10  
Коттона – Мутона явище 180  
Краса 498, 506  
Кривизна поля зображення 58  
Кристалічна ґратка 338  
Кристали двовісні 156  
– іонні 338  
– ковалентні 339  
– молекулярні 340  
– одновісні 156  
Куперівська пара 379  
Кюрі (одиниця) 424  
  
Лазер 335  
Лаймана серія 295  
Лептони 438, 484  
Лептонний заряд 439  
Лінза товста 44  
– тонка 40  
Лоусона критерій 476  
Лупа 64  
Люкс (одиниця) 24  
Люмен (одиниця) 21, 23  
Люмінесценція 327  
  
Магічні числа 407  
Магнетон Бора 311, 408  
– ядерний 408  
Мазер 335  
Майкельсона дослід 229  
– ешелон 140  
Максвелла – Больцмана статистика 356  
Малюса закон 163  
Масове число 402  
Мейснера ефект 377  
Мессбауера ефект 444  
Метод гаків Роджественського 187  
– зон Френеля 112  
– Лауе 259  
Механічний еквівалент світла 21  
Мікроскоп 65  
Мікротрон 392  
Мишень 383, 395  
Модель атома Резерфорда 296  
– – Томсона 296  
– – ядерна 300  
Момент імпульсу 307  
Мультиплет ізотопічний 496  
Мюони 413  
  
Надпровідність 377  
Надлипливість 382  
Насичення ядерних сил 411  
Нейтрино електронне 438

– мюонне 438  
– таонне 438  
Нейтрон 453  
Нелінійна оптика 208  
Нікола призма 161  
Нуклон 402  
Нульовий інваріант Аббе 36  
Ньютона кільця 96

Обертання площини поляризації 180  
Область дисперсії 135  
Оптична активність 180  
– сила лінзи 42  
– вісь головна 41  
– довжина шляху 28  
Освітленість 23  
Острів стабільності 462

Пашена серія 295  
Період піврозпаду 423  
Пірометр із зникаючою ниткою 270  
– радіаційний 269  
Пірометрія оптична 269  
Планка стала 241  
Повне відбивання 33  
Поглинальна здатність 262  
Поглинання світла 190, 203  
Подвійне променезаломлення 155  
Поділ амплітуди світлової хвилі 90  
– фронту хвилі 81  
– ядра спонтанний 469  
Поккельса ефект 180  
Потік променевої енергії 18  
Постулати Бора 300  
Поляризація еліптична 152  
– колова 152  
– світла 151  
Принцип відповідності Бора 303  
– Гюйгенса 5  
– Гюйгенса – Френеля 110  
– Паулі 312  
– Рітца комбінаційний 296  
– суперпозиції 76  
– Ферма 28  
Прискорювач Відероє 385  
– з біжучою хвилею 388  
– лінійний 385  
– на зустрічних пучках 394  
– циклічний 388  
Промінь звичайний 155  
– незвичайний 155  
– параксіальний 31  
– рентгенівський 252  
Пучок променів астигматичний 30  
– – гомоцентричний 29  
Пфунда серія 295

Радіоактивність 421  
– штучна 456  
Радіоактивні сім'ї 428  
Радіус ядра 403  
Рамана ефект 324  
Рассела – Саундерса зв'язок 318  
Реакції термоядерного синтезу 473  
Резонанси (резонансні частинки) 483  
Релея – Джінса формула 266  
Релея закон 211  
Рентген (одиниця) 425  
Рентгенолюмінесценція 327  
Рефлектор 68  
Рефракція атмосферна 73  
– питома 197  
Рефрактор 68  
Різниця ходу геометрична 80  
– – оптична 80  
Робота виходу 242  
Роздільна здатність дифракційної ґратки 137  
– – мікроскопа 145  
– – ока 144  
– – призми 202  
– – телескопа 144  
Розсіяння світла 211  
– – комбінаційне 324  
– – Мандельштама – Брілюєна 217  
– – молекулярне 214  
– – оптично каламутним середовищем 211

Самоканалізація 210  
Самофокусування 210  
Світлова експозиція 24  
Світлова ефективність 21  
Світловий потік 19  
Світлові величини 19  
Світність 22  
Сила світла 20  
Синхротрон 392  
Синхрофазотрон 392  
Система відліку лабораторна (ЛС) 448  
– – центра мас (ЦМ) 448  
Складене ядро 451  
Спектральний аналіз 200  
Спектральна серія 295  
Спектр лінійчастий 12  
– молекулярний 322  
– оптичний 12  
– суцільний 12  
– рентгенівський 254  
Співвідношення невизначеностей 280  
Спін електрона 309  
– ізотопічний 497  
Спін-орбітальна взаємодія 311, 412

Спираль Корню 121  
Спиральність нейтрино 499  
Спонтанний поділ ядра 469  
Спряжені площини 45  
– точки 45  
Статистика Бозе – Ейнштейна 356  
– Фермі – Дірака 356  
Стационарний стан 285  
Стефана – Больцмана закон 264  
Стокса – Ломмеля закон 328  
Стоячі світлові хвилі 106  
Ступінь монохроматичності 89  
– поляризації 152  
Суперпозиції принцип 76, 285  
Сферична аберация 55

Телескоп 66  
Температура виродження 363  
– колірна 271  
– радіаційна 269  
– яскравісна 270  
Теорія світла електромагнітна 8  
– – корпускулярна 3  
– – хвильова 5  
– теплоемностей Дебая 366  
Теплове випромінювання 260  
Теплопровідність твердих тіл 374  
Тиск світла 250  
Трансуранові елементи 458  
Триболомінесценція 327  
Триплет 496  
Тритій 474  
Тунельний ефект 293

Умова синусів Аббе 40  
– Бреґга – Вульфа 142

Фаза хвилі 11  
Фазова зонна пластинка 117  
Фазова ґратка 139  
Фазова швидкість 198  
Фазотрон 390  
Фарадея ефект 180  
Ферміони (фермі-частинки) 483  
Флуктуація 214  
Флуоресценція 327  
Фокальні площини 42  
Фокус лінзи 42  
Фонон 372  
Фосфоресценція 327  
Фотоємльсії товстошарові 401

Фотоломінесценція 327  
Фотоелектричний ефект 239  
– – зовнішній 239  
– – внутрішній 239, 243  
– – багатофотонний 244  
Фотометрія 24  
Фотоядерні реакції 455  
Френеля формули 153  
Фронт хвилі 12  
Функція видимості 19

Характеристичне рентгенівське випромінювання 255  
Хвильова поверхня 157  
Хвильове число 11  
Хвиля вторинна Гюйгенса 5  
– монохроматична 77  
– плоска 12  
– стояча 106  
– сферична 12  
Хемілюмінесценція 327  
Хемфрі серія 295  
Хроматична аберация 60

Циклічна частота 389  
Циклотрон 388  
Цуг хвиль 80

Чарівність 501, 506  
Час когерентності 90  
Червона межа фотоэффекту 243  
Черенкова лічильник 399  
Число Аббе 61  
– магічне 407  
– масове 402

Швидкість світла групова 198  
– – фазова 198  
Ширина інтерференційної смуги 84  
Штучна анізотропія 176  
– радіоактивність 456

Ядерна енергія 405  
Ядерний магнетон 408  
Ядерна модель атома 300  
Ядерні реакції 446  
– – екзотермічні 450  
– – ендотермічні 450  
– – ланцюгові 471  
Ядерний час 451, 483  
Яскравість джерела 21

<b>Частина 1. ОПТИКА</b> .....	3
<b>Розділ 1. Основні властивості світла та його характеристики</b> .....	10
§ 1.1. Електромагнітна теорія світла. Природне і поляризоване світло .....	10
§ 1.2. Оптичний спектр. Монохроматичність світла .....	12
§ 1.3. Енергія, потужність, імпульс і момент імпульсу світлових хвиль .....	14
§ 1.4. Квантові властивості світла. Поняття про фотони. Хвильові і корпускулярні властивості світла .....	16
§ 1.5. Основні фотометричні величини .....	17
§ 1.6. Джерела світла .....	25
<b>Розділ 2. Геометрична оптика</b> .....	26
§ 2.1. Основні поняття й означення. Принцип Ферма. Правило знаків .....	26
§ 2.2. Відбивання і заломлення світла на плоскій межі поділу середовищ. Повне відбивання .....	32
§ 2.3. Заломлення і відбивання променів сферичною поверхнею. Теорема Лагранжа – Гельмгольца .....	35
§ 2.4. Тонка лінза .....	40
§ 2.5. Товста лінза .....	44
§ 2.6. Обмеження світлових пучків. Діафрагми .....	49
§ 2.7. Освітленість зображення. Світлосила .....	53
§ 2.8. Аберації оптичних систем .....	55
§ 2.9. Око як оптична система .....	62
§ 2.10. Оптичні прилади .....	64
§ 2.11. Волоконна оптика .....	71
§ 2.12. Атмосферна рефракція. Міражі .....	73
<b>Розділ 3. Інтерференція світла</b> .....	76
§ 3.1. Накладання світлових хвиль. Принцип суперпозиції .....	76
§ 3.2. Методи одержання когерентних пучків світла поділом хвильового фронту .....	81
§ 3.3. Просторова і часова когерентність. Довжина когерентності .....	86
§ 3.4. Методи одержання когерентних пучків світла поділом амплітуди .....	90
§ 3.5. Багатопроменева інтерференція .....	97
§ 3.6. Застосування інтерференції в науці і техніці. Інтерферометри .....	101
§ 3.7. Стоячі світлові хвилі .....	105
<b>Розділ 4. Дифракція світла</b> .....	109
§ 4.1. Означення дифракції. Принцип Гюйгенса – Френеля .....	109
§ 4.2. Дифракційні явища Френеля .....	119
§ 4.3. Дифракція Фраунгофера .....	122
§ 4.4. Дифракційні ґратки .....	127
§ 4.5. Роздільна здатність телескопа і мікроскопа .....	143
§ 4.6. Поняття про голографію .....	146
<b>Розділ 5. Поляризація світла</b> .....	151
§ 5.1. Природне і поляризоване світло. Поляризація світла при відбиванні і заломленні на межі поділу однорідних та ізотропних оптичних середовищ .....	151
§ 5.2. Подвійне заломлення променів .....	155
§ 5.3. Хвильові поверхні в кристалах. Одновісні кристали .....	157
§ 5.4. Поляризатори і аналізатори .....	161
§ 5.5. Еліптична і колова поляризація .....	164
§ 5.6. Аналіз поляризованого світла .....	168
§ 5.7. Інтерференція поляризованого світла .....	171
§ 5.8. Штучна анізотропія .....	176
§ 5.9. Повертання площини коливань електричного вектора .....	180

<b>Розділ 6. Дисперсія і поглинання світла</b> .....	184
§ 6.1. Нормальна і аномальна дисперсії світла .....	184
§ 6.2. Електронна теорія дисперсії і поглинання світла .....	190
§ 6.3. Фазова і групова швидкості світла .....	198
§ 6.4. Дисперсія призми. Спектральні прилади. Спектральний аналіз .....	200
§ 6.5. Поглинання світла .....	203
§ 6.6. Кольори тіл .....	205
§ 6.7. Випромінювання Вавилова – Черенкова .....	206
§ 6.8. Поняття про нелінійну оптику .....	207
<b>Розділ 7. Розсіяння світла</b> .....	211
§ 7.1. Розсіяння світла в оптично неоднорідному середовищі .....	211
§ 7.2. Молекулярне розсіяння світла .....	214
§ 7.3. Розсіяння Мандельштама – Бріллоена .....	217
§ 7.4. Оптичні явища, зумовлені розсіянням світла в атмосфері (денне світло, райдуга, гало, віщі) .....	219
<b>Розділ 8. Експериментальні основи спеціальної теорії відносності</b> .....	222
§ 8.1. Швидкість світла. Методи вимірювання швидкості світла .....	222
§ 8.2. Експериментальні основи спеціальної теорії відносності .....	225
§ 8.3. Ефект Доплера .....	234
<b>Частина 2. КВАНТОВА ФІЗИКА</b> .....	238
<b>Розділ 9. Фотоелектричний ефект. Тиск світла</b> .....	239
§ 9.1. Закони фотоелектричного ефекту .....	239
§ 9.2. Квантова теорія фотоелектричного ефекту .....	241
§ 9.3. Фотоелементи та їх застосування .....	245
§ 9.4. Фотонна теорія світла. Маса та імпульс фотона. Досліди Боте та Вавилова .....	247
§ 9.5. Тиск світла. Досліди Лебедева .....	250
<b>Розділ 10. Рентгенівське випромінювання</b> .....	252
§ 10.1. Природа та одержання рентгенівського випромінювання. Гальмівне і характеристичне рентгенівське випромінювання та його спектри .....	252
§ 10.2. Ефект Комптона .....	255
§ 10.3. Поглинання і розсіяння рентгенівського випромінювання. Застосування рентгенівського випромінювання .....	257
<b>Розділ 11. Теплове випромінювання</b> .....	260
§ 11.1. Рівноважне випромінювання та його характеристики. Закон Кірхгофа .....	260
§ 11.2. Закон Стефана – Больцмана. Закон Віна. Формула Релея – Джінса .....	264
§ 11.3. Формула Планка .....	267
§ 11.4. Оптична пірометрія .....	269
<b>Розділ 12. Хвильові властивості речовин</b> .....	272
§ 12.1. Хвилі де Бройля. Досліди Девіссона і Джермера .....	272
§ 12.2. Стівідношення невизначеностей Гейзенберга .....	277
§ 12.3. Рівняння Шредінгера. Принцип суперпозиції .....	283
§ 12.4. Частинка в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі .....	286
§ 12.5. Гармонічний осцилятор .....	289
§ 12.6. Проходження частинки крізь потенціальний бар'єр .....	291
<b>Розділ 13. Будова атомів і молекул</b> .....	294
§ 13.1. Спектральні серії випромінювання атомів водню .....	294
§ 13.2. Дослід Резерфорда .....	296
§ 13.3. Постулати Бора. Принцип відповідності .....	300
§ 13.4. Дослід Франка і Герца .....	304
§ 13.5. Квантування енергії, моменту імпульсу і проєкції моменту імпульсу. Спін електрона. Досліди Штерна і Герлаха .....	305

Кучерук Іван Митрофанович,

Горбачук Іван Тихонович

**ЗАГАЛЬНИЙ КУРС ФІЗИКИ**

У ТРЬОХ ТОМАХ

ТОМ 3

**Оптика. Квантова фізика**Редактор *С. К. Кашка*Оформлення художника *В. О. Гурласа*Художній редактор *С. В. Анненков*Коректор *Н. М. Мірошніченко*Комп'ютерна верстка *О. І. Музичко*

§ 13.6. Принцип Паулі. Електронні шари складних атомів. Періодична система елементів Менделєєва .....	312
§ 13.7. Застосування квантової теорії до багатоелектронних атомів .....	316
§ 13.8. Природа характеристичного рентгенівського випромінювання. Закон Мозлі ..	319
§ 13.9. Поняття про хімічний зв'язок і валентність. Будова молекул. Молекулярні спектри .....	321
§ 13.10. Комбінаційне розсіяння світла .....	324
§ 13.11. Люмінесценція .....	327
§ 13.12. Спонтанне та індуковане випромінювання .....	330
§ 13.13. Квантові генератори (лазери) та їх застосування .....	332
<b>Розділ 14. Предмет фізики твердого тіла .....</b>	<b>338</b>
§ 14.1. Типи зв'язків структурних одиниць у твердих тілах .....	338
§ 14.2. Утворення енергетичних зон у кристалах .....	341
§ 14.3. Рівняння Шредингера для електрона у кристалі .....	348
§ 14.4. Поняття про квантові статистики. Функція розподілу Фермі – Дірака .....	354
§ 14.5. Модель вільних електронів та її застосування до металів .....	361
§ 14.6. Квантова теорія теплоємності твердих тіл .....	365
§ 14.7. Поняття про квазічастинки. Теплопровідність твердих тіл .....	371
§ 14.8. Квантові явища при низьких температурах. Надпровідність. Надплинність ..	377
<b>Розділ 15. Фізика атомного ядра .....</b>	<b>383</b>
§ 15.1. Експериментальні методи ядерної фізики .....	383
§ 15.2. Прискорювачі заряджених частинок .....	384
§ 15.3. Методи спостереження і реєстрації мікрочастинок .....	395
§ 15.4. Склад ядра. Заряд і масове число ядра .....	401
§ 15.5. Енергія зв'язку ядер. Дефект маси ядра .....	404
§ 15.6. Момент імпульсу і магнітний момент ядра .....	407
§ 15.7. Ядерні сили .....	410
§ 15.8. Моделі атомного ядра .....	416
§ 15.9. Радіоактивність. Закони радіоактивного розпаду .....	421
§ 15.10. Правила зміщення і радіоактивні сім'ї .....	427
§ 15.11. Альфа-розпад .....	429
§ 15.12. Бета-розпад .....	433
§ 15.13. Гама-випромінювання. Ефект Мессбауера .....	442
§ 15.14. Загальні відомості про ядерні реакції .....	446
§ 15.15. Ядерні реакції .....	452
§ 15.16. Штучна радіоактивність .....	456
§ 15.17. Трансуранові елементи .....	458
§ 15.18. Реакції поділу важких ядер. Ланцюгова реакція ядер .....	463
§ 15.19. Реакції термоядерного синтезу .....	472
<b>Розділ 16. Елементарні частинки .....</b>	<b>480</b>
§ 16.1. Загальні відомості про елементарні частинки .....	480
§ 16.2. Класифікація елементарних частинок .....	483
§ 16.3. Фундаментальні взаємодії .....	486
§ 16.4. Закони збереження у фізиці елементарних частинок .....	490
§ 16.5. Кваркова модель адронів .....	501
<b>Іменний покажчик .....</b>	<b>509</b>
<b>Предметний покажчик .....</b>	<b>511</b>

Підписано до друку 30.11.99. Формат 60×84 1/16.  
Папір друк. № 1. Гарнітура Таймс. Друк офсетний.  
Умов. друк. арк. 30,23. Обл.-вид. арк. 32,06  
Тираж 4000 прим  
Зам. № 88

Видавництво "Техніка", 04053 м. Київ,  
вул. Обсерваторна, 25.  
Свідоцтво про державну реєстрацію  
№ 02473145 від 22.12.95 р.

Віддруковано на Білоцерківській книжковій фабриці  
09117 м. Біла Церква, вул. Леся Курбаса, 4.



**Кучерук І. М., Горбачук І. Т.**

К95 Загальний курс фізики: У 3 т.: Навч. посіб. для студ. вищ. техн. і пед. закл. освіти / За ред. І. М. Кучерука. – К.: Техніка, 1999.

ISBN 966-575-196-4

Т. 3. Оптика. Квантова фізика. – 520 с.: іл. Предм. покажч.: с. 511–515. – ISBN 966-575-172-7

У навчальному посібнику систематично викладено основи оптики та квантової фізики. Головну увагу приділено розкриттю фізичного змісту і сучасного розуміння основних законів і понять оптики та квантової фізики.

К 1604030000-032 Без оголош.  
202-99

ББК 22.3я73