

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

ІНЖИНІРИНГ ПАКУВАЛЬНОГО ОБЛАДНАННЯ

ТЕКСТ ЛЕКЦІЙ

для спеціальності «Прикладна механіка»,
спеціалізації «Машини і технології пакування»

Рекомендовано вченою радою інженерно-хімічного факультету

КИЇВ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2017

Інжиніринг пакувального обладнання [Електронний ресурс]: Текст лекцій для студентів спеціальності «Прикладна механіка», спеціалізації «Машини і технології пакування» / Уклад.: А. Я. Карвацький – К. : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017. – 141 с. : іл. – Бібліогр.: с. 134–135.

*Гриф надано вченою радою ІХФ
(Протокол № 1 від 30.01.2017 р.)*

Навчальне видання

ІНЖИНІРИНГ ПАКУВАЛЬНОГО ОБЛАДНАННЯ

Текст лекцій для студентів
спеціальності «Прикладна механіка»,
спеціалізації «Машини і технології пакування»

Укладачі:

Карвацький Антон Янович,
доктор технічних наук, професор,
старший науковий співробітник,
професор кафедри ХПСМ,
ІХФ, КПІ ім. Ігоря Сікорського

**Відповідальний
редактор:**

Мікульонок Ігор Олегович,
доктор технічних наук, професор,
старший науковий співробітник,
професор кафедри ХПСМ,
ІХФ, КПІ ім. Ігоря Сікорського

Рецензенти:

Дешко Валерій Іванович, д.т.н.,
професор, завідувач кафедри
теплотехніки та енергозбереження,
Інститут енергозбереження та
енергоменеджменту Національного
технічного університету України
«Київський політехнічний інститут
імені Ігоря Сікорського»

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ	6
ВСТУП	15
РОЗДІЛ 1 ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ІНЖИНІРИНГ ПАКУВАЛЬНОГО ОБЛАДНАННЯ, КОНСТРУКЦІЇ, ТЕХНОЛОГІЧНИЙ ПРОЦЕС ТА ПАРАМЕТРИЧНІ РОЗРАХУНКИ УСТАТКУВАННЯ	19
ТЕМА 1 ВВЕДЕННЯ В ДИСЦИПЛІНУ. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ	19
Лекція 1.1(1) Основні поняття та визначення. Термінологічний апарат інжинірингу. Головні тенденції та підходи сучасного комп'ютерного інжинірингу та місце дисципліни ІнжПО ...	19
Лекція 1.2(2) Загальні характеристики процесу пакування. Класифікація пакувального обладнання. Технологічний процес пакування. Характеристики продукції як об'єкту пакування.	25
ТЕМА 2 ПРИСТРОЇ ДОЗУВАННЯ І ФАСУВАННЯ ПРОДУКЦІЇ	34
Лекція 2.1(3) Способи дозування. Класифікація пристроїв дозування. Точність дозування.	34
ТЕМА 3 ПРИСТРОЇ ДОЗУВАННЯ СИПУЧОЇ ПРОДУКЦІЇ ..	41
Лекція 3.1(4) Загальна характеристика процесу дозування сипучої продукції. Пристрої дозування сипучої продукції об'ємного типу.	41
Лекція 3.2(5) Методика технологічного (параметричного) розрахунку дозаторів об'ємного типу.	49
Лекція 3.3(6) Пристрої вагового дозування сипучої продукції. ...	53
Лекція 3.4(7) Класифікація та влаштування вагових дозаторів сипучої продукції. Живильники.	62
Лекція 3.5(8) Шнекові живильники. Живильники тарілчастого типу.	74
ТЕМА 4 ПРИСТРОЇ ДЛЯ ДОЗУВАННЯ І ФАСУВАННЯ РІДКОЇ ПРОДУКЦІЇ	82
Лекція 4.1(9) Класифікація і характеристика процесу дозування рідкої продукції. Пристрої для барометричного	

ізобаричного фасування. Параметричні розрахунки фасувальних пристроїв рідкої продукції.	82
ТЕМА 5 ПРИСТРОЇ ДЛЯ ДОЗУВАННЯ І ФАСУВАННЯ В'ЯЗКОЇ ПРОДУКЦІЇ.	94
Лекція 5.1 (10) Класифікація і аналіз конструкцій пристроїв дозування і фасування в'язкої продукції. Технологічний розрахунок пристроїв дозування поршневого типу.	94
РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ФІЗИЧНИХ ПОЛІВ ПРОЦЕСІВ ТА ОБЛАДНАННЯ ПАКУВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ ДЛЯ ВИКОНАННЯ ОЦІНОК ЇЇ ЕКСПЛУАТАЦІЙНОЇ ПРИДАТНОСТІ	104
ТЕМА 1 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ СТАЦІОНАРНИХ І НЕСТАЦІОНАРНИХ ЗАДАЧ ТЕРМО-МЕХАНІКИ .	104
Лекція 1.1 (11) Постановка задачі стаціонарної теплопровідності. Постановка задачі статичної пружності. Постановка задачі нестационарної теплопровідності. Постановка задачі динамічної пружності з врахуванням великих деформацій та контактної взаємодії механічної природи.	104
ТЕМА 2 БАГАТОДИСЦИПЛІНАРНІ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ.	112
Лекція 2.1 (12) Постановка нелінійної нестационарної термоелектричної задачі. Постановка зв'язаної задачі термопружності.	112
ТЕМА 3 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЗАДАЧ ТЕЧІЇ	117
Лекція 3.1 (13) Постановка задачі тепло-гідродинаміки під час ламінарної течії нестисливої ньютонівської рідини. Постановка задачі тепло-гідродинаміки під час турбулентної течії нестисливої ньютонівської рідини на базі стандартної моделі. Фізичні рівняння для неньютонівської рідини. Моделі дилатантних (комполімерних) речовин. Постановка тепло-гідродинамічної задачі для рідини типу Bingham-Papanastasiou. Математична модель процесу просочення поруватих середовищ під час виготовлення композитної тари.	117

ТЕМА 4 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДИСКРЕТНОГО ОПИСУ РУХУ СИПУЧОГО МАТЕРІАЛУ	130
Лекція 4.1 (14) Постановка задачі рухомого шару сипучого матеріалу.	130
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	134
ДОДАТОК А Питання для самоконтролю	136

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ

a	найбільший лінійний розмір частинки сипучого матеріалу, м;
A_{fs}	поверхня контакту м ² ;
A_{Π}	повздовжня складова амплітуди направлених коливань конвеєра, м;
b	джерельний член;
\mathbf{b}	вектор масових сил, наприклад, гравітаційних, Н/кг; вектор масової сили частинки, Н/кг;
c_p	масова ізобарна теплоємність, Дж/(кг·К);
c_p^f	масова ізобарна теплоємність рідкої фази, Дж/(кг·К);
c_v	масова ізохорна теплоємність, Дж/(кг·К);
\hat{C}^4	тензор 4-го рангу пружності, Па;
C_v	об'ємна ізохорна теплоємність середовища, Дж/(м ³ ·К);
C_p	аеродинамічний коефіцієнт опору повітря потоку продукції, що переміщується;
$C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, C_{\mu}$	коефіцієнти $k - \varepsilon$ моделі турбулентності;
d	внутрішній діаметр або діаметр вала, м;
D	внутрішній діаметр циліндра, м;
$\hat{\mathbf{D}}$	тензор швидкості деформації, с ⁻¹ ;
e_{ij}	коефіцієнт реституції між матеріалами частинок i та j ;
$\mathbf{e}_i, \mathbf{e}^k$	коваріантний і контраваріантний векторний базис (векторний супровід тензорів), відповідно;
E	модуль пружності під час одновісного розтягу/стискання, Па;
E^*	ефективний модуль пружності, Па;
E_a	енергія активації течії, Дж/моль;
\tilde{E}	повна масова енергія, осереднена за F_{avg} , Дж/кг;
f	коефіцієнт сухого тертя;
f_{eff}	ефективна площа ємності для циліндричної ємності, м ² ;
\mathbf{f}	вектор об'ємних сил, наприклад, гравітаційних, Па/м;
F	площа поперечного перерізу жолоба живильника, м ² ;
F_s	запас міцності;
\mathbf{F}_P	вектор зовнішньої сили в точці P , Н;

\mathbf{F}_{ij} –	зовнішня сила, що діє на частинку i через контакт з частинкою j , Н;
$\mathbf{F}_{n,ij}, \mathbf{F}_{t,ij}$ –	нормальна і тангенціальна складові сили взаємодії між частинками, Н;
\mathbf{F} –	вектор масових сил, Н/кг;
g –	вертикальна компонента вектора прискорення вільного падіння, м/с ² ;
g^m –	компоненти вектора прискорення вільного падіння, м/с ² ;
$\hat{\mathbf{g}}$ –	метричний тензор другого рангу; вектор прискорення вільного падіння, м/с ² ;
G –	модуль зсуву, Па;
G^* –	ефективний модуль зсуву, Па;
h –	явна об'ємна ентальпія, Дж/м ³ ;
h_f –	явна або неізотермічна масова ентальпія рідини, Дж/кг;
H –	висота мірної ємності, м; крок гвинтової поверхні, м
i –	індекс частинки, відносно якої розглядається система рівнянь (14.1);
I_i –	момент інерції, кг·м ² ;
$\hat{\mathbf{I}}$ –	одичний тензор другого рангу;
j –	індекс частинок, що перебувають у контакті з частинкою i ;
j_n –	нормальна складова вектора густини електричного струму, А/м ² ;
k –	турбулентна кінетична енергія, Дж/кг; величина середньої в'язкості рідини, Па·с; кількість частинок в контакті з частинкою i ; кількість дозувальних пристроїв, що одночасно формують дозу продукції;
k_n –	коефіцієнт пружності за нормальної контактної взаємодії, Н/м;
k_t –	коефіцієнт зсуву під час контактної взаємодії, Н/м;
K, n –	коефіцієнти моделі Herschel-Bulkley;
$\hat{\mathbf{K}} = \gamma \hat{\mathbf{I}}$ –	тензор поруватості середовища другого рангу;
L –	відстань між центрами мірних ємностей в позиціях заповнення і вивантаження, м;
m –	експоненціальний множник в рівня. (13.25), с.
m_0 –	кількість мірних ємностей в дозаторі, шт.;
m^* –	приведена маса, кг;
m_i –	маса i -ї частинки сипучого середовища, кг;
M_i –	значення маси i -ї дози продукції;

M_H	–	номінальне значення вимірюваної дози;
M_C	–	середнє значення маси дози продукції;
M_{ij}	–	момент опору коченню, Н·м;
n	–	показник ступеня, який визначає клас рідини; загальна кількість частинок у системі; частота обертання каруселі, с ⁻¹ ; ступінь звуження;
\mathbf{n}	–	вектор зовнішньої нормалі до поверхні тіла;
N	–	вибірка послідовних доз; потужність приводу, кВт;
p	–	зовнішній гідростатичний тиск, Па; масова витрата сипучої продукції, кг/с;
\bar{p}	–	тиск, осереднений за Reynolds, Па;
$\mathbf{p} = p^i \mathbf{e}_i$	–	вектор напруження, що діє на поверхні середовища, Па;
P	–	сила тертя, Н;
\mathbf{q}	–	вектор густини теплового потоку, Вт/м ² ;
q_v	–	густина внутрішнього джерела теплоти, Вт/м ³ ; об'ємна густина внутрішнього джерела теплоти неелектричної природи, Вт/м ³ ;
Q	–	гродуктивність живильника, кг/год;
Q_{fs}	–	об'ємна густина теплового потоку між фазами через поверхню їх контакту A_{fs} , Вт/м ³ ;
R	–	газова стала, Дж/(моль·К);
R_g	–	гідравлічний радіус випускного отвору бункера, м;
R^*	–	приведений радіус частинок, м;
S	–	середнє квадратичне відхилення величини дози;
S_u	–	поверхня (або точка поверхні), на якій задано переміщення, м ² ;
S_{su}	–	поверхня симетрії тіла, м ² ;
\mathbf{S}_M	–	вектор джерельного члену, що впливає на рух рідини завдяки гравітації і гідравлічного опору поруватого середовища $\hat{\mathbf{R}}$ (кг/(м ² ·с)) у вигляді складової $\mathbf{U} \cdot \hat{\mathbf{R}}$ (тензор $\hat{\mathbf{R}}$ є коефіцієнтом пропорційності в оберненому вигляді в законі фільтрації Дарсі – $\mathbf{U} = -\hat{\mathbf{R}}^{-1} \nabla p$), Н/м ³ ;
$\mathbf{S}_f, \mathbf{S}_s$	–	векторні джерельні члени – об'ємна густина теплоти для рідини та твердої фази поруватого середовища, відповідно, Вт/м ³ ;
t	–	час, с; коефіцієнт Ст'юдента для кількості вибірок N ;
t_s	–	нормоване значення відхилення;

t_{Σ} –	сумарний час формування і переміщення дози в тару, с;
$\mathbf{t} = \frac{\mathbf{v}_t}{ \mathbf{v}_t }$ –	одиничний тангенціальний вектор;
T –	температура, К; крутний момент на приводному валі каруселі, Н·м;
T_a –	абсолютна температура активації, К;
T_{ref} –	абсолютна температура відліку, К;
T_f, T_s –	абсолютна температура рідкої та твердої фаз, відповідно, К;
T_{∞} –	абсолютна температура оточуючого середовища, К;
\tilde{T} –	абсолютна температура, осереднена за Favre, К;
\mathbf{T}_{ij} –	зовнішній крутний момент, пов'язаний з контактною взаємодією частинок i та j , Н·м;
u –	деякий потенціал;
\mathbf{u} –	вектор переміщень, м;
U –	електричний потенціал, В;
\mathbf{U} –	вектор швидкості потоку рідини, м/с;
$v = 2gH$ –	швидкість вільного падіння частинки на межі контакту з лінійкою, м/с;
v_k –	швидкість переміщення продукції живильником, м/с;
$\mathbf{v} = v^i \mathbf{e}_i$ –	вектор швидкості $\left(\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{u}}{dt} \right)$, м/с;
$\dot{\mathbf{v}} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$ –	вектор прискорення, м/с ² ;
$\tilde{\mathbf{v}}$ –	вектор швидкості, осереднений за Favre, м/с;
\mathbf{v}_i –	вектор лінійної швидкості центра маси частинки, м/с;
\mathbf{v}_{ij} –	відносна швидкість у точці контакту частинок, м/с;
\mathbf{v}_n –	нормальна складова \mathbf{v}_{ij} ;
\mathbf{v}_t –	тангенціальна складова \mathbf{v}_{ij} ;
V –	об'єм поруватого середовища, в якому враховується об'єми твердої фази та пор, м ³ ; об'єм, м ³ ;
V' –	об'єм пор поруватого середовища, м ³ ;
W –	об'єм дози, м ³ ;
$x_i, i = 1, 2, 3$ –	декартові координати, м;
x, y, z –	декартові координати, м;

\mathbf{x} –	радіус-вектор декартової системи координат (при $i = 1, 2$ маємо двовимірну систему координат (x^1, x^2) , а при $i = 1, 2, 3$ – тривимірну (x^1, x^2, x^3)), м;
Z –	штучна продуктивність машини, шт./год;
α –	коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м ² ·К); коефіцієнт лінійного температурного розширення матеріалу, К ⁻¹ ; кут конусності, рад;
α_k –	динамічний кут природного укосу сипучого матеріалу, рад;
β –	коефіцієнт лінійного температурного розширення середовища, К ⁻¹ ; безрозмірний коефіцієнт демпфування;
χ –	коефіцієнт електропровідності, См/м;
δ –	символ Кронекера; початковий зазор у напрямку нормалі до поверхонь, що контактують, м; відносна похибка дозування;
Δ –	абсолютна похибка дозування;
Δ_{M_i} –	абсолютна похибка i -ї дози;
ΔP –	перепад тиску, Па;
ΔS_p –	елементарна площадка поверхні тіла в околі точки P , м ² ;
ε –	швидкість дисипації турбулентної кінетичної енергії, Дж/(кг·с);
$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ –	симетричний тензор другого рангу пружних деформацій;
$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^e$ –	тензор малих пружних деформацій;
$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^T$ –	тензор температурних деформацій;
$\dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}$ –	тензор швидкості деформацій 2-го рангу, с ⁻¹ ;
ϕ –	частота вимушених коливань конвеєра, Гц;
γ –	поруватість твердого середовища або об'ємна частка пор; зсувна відносна деформація;
γ_n –	коефіцієнт демпфування в нормальному напрямі до поверхні контакту, кг/с;
γ_t –	коефіцієнт демпфування у тангенціальному напрямі до поверхні контакту, кг/с;
$\gamma_s = 1 - \gamma$ –	частка твердої фази в поруватому середовищі;
$\dot{\gamma}$ –	другий інваріант від $\hat{\mathbf{D}}$, с ⁻¹ ;
$ \dot{\gamma} $ –	другий інваріант від $\overline{\dot{\gamma}}$, с ⁻¹ ;
$\overline{\dot{\gamma}}$ –	швидкість деформації, с ⁻¹ ;

$\Gamma_{\text{I}}, \Gamma_{\text{II}}, \Gamma_{\text{III}}$	–	границі, на яких задано граничні умови першого, другого і третього родів для рівняння теплопровідності, відповідно;
$\Gamma_{U\text{I}}, \Gamma_{U\text{II}}$	–	границі, на яких задано граничні умови з потенціалу і густини струму для рівняння електропровідності, відповідно;
η	–	механічний ККД приводу;
$\eta(\dot{\gamma})$	–	ефективна в'язкість рідини як функція другого інваріанта $\dot{\gamma}$ від \hat{D} , Па·с;
φ	–	кут внутрішнього тертя або кут природного укусу, рад;
$\varphi_0 = \frac{2\pi}{m_0}$	–	кут розташування мірних ємностей, рад;
$\varphi_u(\mathbf{x})$	–	функція розподілу електричного потенціалу в Ω у початковий момент часу;
$\varphi_T(\mathbf{x})$	–	функція розподілу температури в Ω у початковий момент часу;
λ	–	коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·К); коефіцієнт Ламе, Па; коефіцієнт гідравлічного тертя;
λ_{eff}	–	ефективний коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·К);
λ_e^f	–	ефективний коефіцієнт теплопровідності рідини, Вт/(м·К);
μ	–	коефіцієнт Ламе, Па; коефіцієнт динамічної в'язкості, Па·с;
μ_0	–	коефіцієнт втрати швидкості переміщення частинки порівняно з вільним гравітаційним падінням за рахунок тертя;
μ_{eff}	–	ефективний коефіцієнт динамічної в'язкості, Па·с;
μ_r	–	коефіцієнт тертя кочення;
μ_s	–	коефіцієнт тертя ковзання;
μ_t	–	коефіцієнт турбулентної в'язкості, Па·с;
ν	–	коефіцієнт Пуассона; коефіцієнт кінематичної в'язкості, м ² /с;
Π	–	пропускна здатність випускного каналу мірної ємності, м ³ /с;
π	–	число Пі;
ρ	–	густина, кг/м ³ ; об'ємна (насипна) густина, кг/м ³ ;
$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$	–	компоненти вектора головних напружень, Па;
$\sigma^{(n)}$	–	напруження в нормальному напрямку до поверхні контакту (вектор напруження), Па;

σ_n	нормальне напруження на поверхні контакту, Па;
σ_τ	тангенціальна складова напруження, Па;
σ_{eqvM}	еквівалентне напруження за Мізесом, Па;
$[\sigma_T]$	межа текучості матеріалу, Па;
$\hat{\sigma}$	симетричний тензор напруження другого рангу, Па;
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$	коефіцієнти $k - \varepsilon$ моделі турбулентності;
$\sum \xi$	сумарний коефіцієнт опору гідравлічної системи;
τ	тривалість заповнення тари, с;
τ_0	початкове напруження зсуву, Па;
τ_{shear}	критичне зсувне напруження (статичне напруження зсуву), Па;
$\bar{\tau}_{\text{eff}}$	тензор 2-го рангу ефективних зсувних напружень, Па;
$\hat{\tau}$	тензором в'язких напружень другого рангу, Па;
$\bar{\tau}$	тензор напруження зсуву, Па;
$ \tau $	другий інваріант від $\bar{\tau}$, Па;
$\omega = 2\pi n$	кутова швидкість обертання каруселі, рад/с;
ω_c	кутова швидкість обертання каруселі за сталого режиму руху, с^{-1} ;
ω_i	вектор кутової швидкості, рад/с;
Ω	розрахункова область;
$\Omega \in R^3$	тривимірна розрахункова область;
ξ_n	відносне нормальне перекриття частинок під час контактної взаємодії, м;
ξ_t	відносне тангенціальне перекриття частинок, що почалось в момент часу τ_0 і продовжується до даного моменту часу τ , м;
ψ	коефіцієнт заповнення жолоба живильника продукцією.

Інші символи:

«+» і «-»	означає ліворуч і праворуч від поверхні контакту;
Δ	оператор Лапласа;
∇	оператор Гамільтона (оператор градієнта), «набла»;
$\bar{\nabla} = \mathbf{e}^s \frac{\partial}{\partial x^s}$	оператор Гамільтона, м^{-1} ;
(\cdot)	оператор скалярного добутку векторів;
$(:)$	оператор подвійного скалярного добутку тензорів;
\otimes	оператор векторного добутку;
Pr_t	турбулентне число Prandtl;

Re– число Рейнольдса.

Основні індекси:

0–	відноситься до початкового значення;
<i>b</i> –	відноситься до границі тіла;
<i>eff</i> –	відноситься до ефективного значення;
<i>f</i> –	відноситься до рідини;
<i>inlet, inlet</i> –	відноситься до вхідного перетину каналу;
<i>n</i> –	відноситься до нормальної складової;
<i>outlet, outlet</i> –	відноситься до відхідного перетину каналу;
<i>p</i> –	відноситься до оточуючого середовища;
<i>s</i> –	відноситься до твердого тіла;
<i>t</i> –	відноситься до турбулентного стану рідини;
<i>wall</i> –	відноситься до стінки;
<i>w</i> –	відноситься до відцентрової сили;
<i>кр</i> –	відноситься до критичного значення;
<i>M</i> –	відноситься до мірної ємності;
п.з. –	відноситься до поступового звуження каналу;
<i>T</i> –	відноситься до сили тертя.

Основні скорочення:

CAD–	Computer-Aided Design — Система автоматизованого проектування (САПР);
CAE–	Computer-aided engineering — загальна назва для програмних продуктів, призначених для розв’язання різних інженерних задач;
CFD–	Computational Fluid Dynamics – обчислювальна гідродинаміка;
ECAD –	Electronic CAD;
EDA –	Electronic Design Automation;
ECPD–	American Engineers' Council for Professional Development;
FEA–	Finite Element Analysis;
FE–	Finite Element;
MCAD –	Mechanical CAD;
MBD–	Multi Body Dynamics;
SIMPLE–	Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations – напівнеявний метод розв’язку рівнянь, які зв’язують тиск;
S&A–	Simulation & Analysis;
BMC	високомолекулярні сполуки;
ГУ –	граничні умови;
ІнжПО –	дисципліна «Інжиніринг пакувального обладнання»;

ККД –	коефіцієнт корисної дії;
МСЕ –	метод скінченних елементів;
МСО –	метод скінчених об'ємів;
НДР –	науково-дослідна робота;
НДДКР–	науково-дослідна дослідно-конструкторська робота;
НДС–	напружено-деформований стан;
ПК–	персональний комп'ютер;
ТЕО –	техніко-економічне обґрунтування.

ВСТУП

Навчальна дисципліна «Інжиніринг пакувального обладнання» (ІнжПО) належить до циклу дисциплін професійної підготовки, які формують компетенції професійної та практичної діяльності.

Предметом навчальної дисципліни є методи та засоби наукоємного комп'ютерного інжинірингу в частині розрахунків та конструювання під час розробки та проектування пакувального обладнання.

Міждисциплінарні зв'язки: навчальна дисципліна «Інжиніринг пакувального обладнання» є найважливішою ланкою, яка з'єднує в логічно єдину систему САД-технології, фундаментальні та загально-інженерні дисципліни, носить практичне спрямування при навчанні фахівців, що спеціалізуються в галузі механічна інженерія; навчальній дисципліні «Інжиніринг пакувального обладнання» передують такі навчальні дисципліни: «Математика», «Фізика», «Хімія», «Інформатика», «Інженерна та комп'ютерна графіка», «Опір матеріалів», «Деталі машин», «Теорія механізмів і машин», «Теоретична механіка», «Матеріалознавство», «Основи конструювання і дизайн упаковки», «Основи розрахунку і конструювання машин», «Підйомно-транспортні машини та роторно-конвеєрні лінії», «Сучасні методи розрахунку процесів і апаратів», «Технології і обладнання для виготовлення пакувальних матеріалів», «Процеси, апарати і машини галузі», «Економіка організації і планування виробництва»; навчальна дисципліна «Інжиніринг пакувального обладнання» забезпечує навчальні дисципліни «Пакувальне обладнання», «САПР технологічного обладнання» та «Проектування поточних ліній», виконання магістерських дисертацій.

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів таких компетенцій:

- здатність вибирати оптимальні рішення при створенні продукції з урахуванням вимог якості, надійності й вартості, а також термінів виконання, безпеки життєдіяльності та екологічної чистоти виробництва;
- здатність створювати та використовувати математичні моделі технічних систем та процесів
- здатність вивчати й аналізувати необхідну інформацію, технічні дані, показники та результати роботи, систематизувати їх і узагальнювати;
- здатність розробляти фізичні й математичні моделі досліджуваних машин, приводів, систем, процесів, явищ і об'єктів у професійній сфері, розробляти методики та організовувати проведення експериментів з аналізом результатів;
- здатність брати участь у роботі над інноваційними проектами, використовуючи базові методи дослідницької діяльності;

- здатність до виконання розрахунків технологічного обладнання щодо забезпечення працездатності під дією експлуатаційних навантажень;
- здатність і навички до застосування методів графічного представлення установок, вузлів, деталей машин, устаткування, схем технологічних процесів;
- здатність представляти технічну документацію відповідно вимог до конструкторської документації;
- здатність до освоєння нових технологічних процесів пакування і нових видів техніки і технології;
- здатність щодо обрання типу обладнання для пакування, його типорозмірів відповідно до вимог виробництва пакувальних виробів;
- навички роботи з ПК;
- здатність до самостійної, індивідуальної роботи, прийняття рішень в рамках своїх задач професійної діяльності;
- здатність до пошуку і аналізу науково-технічної інформації;
- здатність виконувати дослідження з використанням систем проектування, включаючи обчислювальні, обробляти та аналізувати отримані результати.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти після засвоєння навчальної дисципліни мають продемонструвати такі результати навчання:

знання:

- загальних принципів проектування, розробки технічних характеристик та компоновок галузевого обладнання;
- типів, будови, принципів дії та засобів налагодження, особливостей конструктивної реалізації та регулювання, основ проектування, порівняльних характеристик галузевого обладнання;
- базові знання про математичне, програмне та інформаційне забезпечення проектування об'єктів у галузі професійної діяльності;
- знання та розуміння загальних принципів функціонування та архітектури комп'ютерних систем, володіння системним та прикладним програмним забезпеченням;
- основних методик виконання проектних і перевірочних розрахунків технологічного обладнання;
- основних методів і способів щодо проектування інформаційного і програмного забезпечення обчислювальних і автоматизованих систем;
- основних правил і вимог щодо виконання графічної конструкторської документації;
- способів щодо вибору і призначення технологічних процесів і обладнання для пакування;
- основ застосування ПК у інженерній діяльності;

- основних способів розробки і модернізації спеціального технологічного обладнання;
- способів збору, обробки, аналізу і систематизації науково-технічної інформації;
- основних методів і способів дослідження обладнання та технологій;

уміння:

- готувати вихідні дані для обґрунтування технічних рішень, застосовувати стандартні методики розрахунків при проектуванні або виборі покупного обладнання;
- виконувати розрахунки параметрів об'єктів проектування і показників працездатності обладнання, здійснювати їхнє математичне моделювання з метою визначення ефективних або оптимальних співвідношень параметрів та їх взаємовпливу;
- використовувати засоби машинної графіки для виконання креслень та тривимірного моделювання;
- аналізувати варіанти проектно-конструкторських рішень, методів та технологій їх реалізації за показниками техніко-економічної ефективності;
- використовувати нормативну та довідкову інформацію та чинні стандарти;
- виконувати порівняльний аналіз показників працездатності виявлених аналогів об'єктів проектно-конструкторських розробок виробництва різних фірм;
- забезпечувати моделювання технічних об'єктів і технологічних процесів з використанням стандартних пакетів і засобів автоматизації інженерних розрахунків;
- здійснювати розрахунок типових конструктивних елементів технологічного обладнання на міцність і жорсткість під впливом градієнта температури, зовнішнього й внутрішнього тиску тощо, використовуючи закони механіки та опору матеріалів і використовуючи стандартні методики й довідкову інформацію, в умовах проектно-конструкторського бюро;
- виконувати тривимірні моделі деталей та креслення складання, використовуючи положення й вимоги до конструкторської документації, принципи взаємозамінності й систему допусків і посадок, за допомогою засобів виконання креслярсько-конструкторських робіт;
- виконувати креслення технологічних ліній, машин, вузлів та деталей, використовуючи положення й вимоги до конструкторської документації, за допомогою графічних систем й засобів виконання креслярсько-конструкторських робіт;

- обирати технологічні процеси пакування, використовуючи дані про вимоги до пакування, типових технологій, обладнання для одержання певної продукції, за допомогою довідкової інформації;
- вибирати та обґрунтовувати вибір пакувального обладнання, що має входити до складу лінії, використовуючи фундаментальні фізичні закони, відомості щодо основних параметрів технологічного процесу, а також властивостей, структури та (або) гранулометричного складу продукції, за стандартними методиками за допомогою каталогів і спеціальної довідкової літератури;
- визначати оптимальні параметри і габаритні розміри ліній пакування, використовуючи відомі фізичні закони й рівняння, а також дані щодо властивостей продукту, а також відомості щодо основних параметрів технологічного процесу, за стандартними методиками розрахунку;
- визначати тип обладнання, яке може бути використане в лінії пакування, спираючись на результати техніко-економічних досліджень і використовуючи існуючі джерела маркетингової інформації;
- виконувати параметричні розрахунки, а також розрахунки елементів пакувального обладнання на міцність, надійність і тривкість;
- вибирати тип та раціональну конструкцію пакувального обладнання та його вузлів на базі аналізу особливостей технологічного процесу пакування та продукту пакування;
- застосовувати навички роботи на ПК в інженерній діяльності, використовуючи відповідне програмне забезпечення;
- визначати експлуатаційну придатність деталей або вузлів вибраного пакувального обладнання на базі аналізу отриманих за допомогою обчислювальних систем результатів розрахунків фізичних полів технологічного обладнання при проектуванні або модернізації поточних ліній;
- проектувати поточні лінії, застосовуючи методи комп'ютерного інжинірингу (програмних продуктів SolidWorks, ANSYS).

досвід:

- розробки (проектування) деталей вузла або вузла пакувальної машини, поточних ліній, застосовуючи засоби комп'ютерного інжинірингу (в середовищі CAD-системи, програмних продуктів SolidWorks, ANSYS);
- виконання досліджень обладнання та технологій пакувального обладнання на основі методів і засобів комп'ютерного інжинірингу (програмних продуктів SolidWorks, ANSYS).

У додатках наведені питання для самоконтролю по кожній лекції та самостійної підготовки студентів.

РОЗДІЛ 1 ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ІНЖИНІРИНГ ПАКУВАЛЬНОГО ОБЛАДНАННЯ, КОНСТРУКЦІЇ, ТЕХНОЛОГІЧНИЙ ПРОЦЕС ТА ПАРАМЕТРИЧНІ РОЗРАХУНКИ УСТАТКУВАННЯ

ТЕМА 1 ВВЕДЕННЯ В ДИСЦИПЛІНУ. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Лекція 1.1(1) **Основні поняття та визначення. Термінологічний апарат інжинірингу. Головні тенденції та підходи сучасного комп'ютерного інжинірингу та місце дисципліни ІнжПО**

1.1. Основні поняття та визначення

*Визначайте значення слів,
і Ви позбавите людство
від половини його помилок.
Рене Декарт*

Термін «Інжиніринг» походить від англійського слова "engineering", що означає "споруджувати, проектувати, влаштовувати, затівати, придумувати, винаходити».¹

Інжиніринг визначають як сукупність інтелектуальних видів діяльності, що мають своєю кінцевою метою отримання найкращих (оптимальних) результатів від капіталовкладень чи інших витрат, пов'язаних з реалізацією проектів різного призначення за рахунок найбільш раціонального підбору та ефективного використання матеріальних, трудових, технологічних і фінансових ресурсів в їх єдності і взаємозв'язку, а також методів організації та управління, на основі передових науково-технічних досягнень і з урахуванням конкретних умов і проектів.

Як видно зі списку визначень, інжинірингова діяльність включає надання комплексу послуг виробничого, комерційного і науково-технічного характеру.

1.2. Термінологічний апарат інжинірингу

Загальні визначення.

¹ http://ie-arts.ru/engineering_terms.html – Инжиниринг – понятия и определения инжиниринга

Інжиніринг – це роботи та послуги, що включають: складання технічних завдань; проведення НДР, складання проектних пропозицій і ТЕО будівництва промислових та інших об'єктів; проведення інженерно-пошукових робіт; розробку технічних проектів і робочих креслень будівництва нових і реконструкції діючих промислових та інших об'єктів; розробку пропозицій у внутрішньо заводському та внутрішньо цеховому плануванні, міжопераційних зв'язків і переходів; проектування і конструкторську розробку машин, обладнання, установок, приладів, виробів: розробку складів матеріалів, сплавів, інших речовин і проведення їх випробувань; розробку технологічних процесів, прийомів і способів; консультації та авторський нагляд під час шеф-монтажу, пусконаладжувальних роботах та експлуатації обладнання та об'єктів в цілому; консультації економічного, фінансового або іншого порядку. /Прахов Б.Г., Зенкин Н.М. Изобретательство и патентование. – К.: Техника, 1981. – 208 с./

Інжиніринг – творче застосування наукових методів і принципів: проектування та розроблення будівель (споруд), машин, апаратів, виробничих процесів і методів їх використання окремо або в комбінації; до будівництва і експлуатації, прогнозами поведінки всього цього в специфічних умовах експлуатації – все це за умови врахування функціонального призначення, економічності використання та безпеки для життя і майна (визначення Американської Ради з професійного розвитку – American Engineers' Council for Professional Development — ECPD).

Дисципліна «Інжиніринг пакувального обладнання» (ІнжПО) перш за все передбачає освоєння студентами основ застосування методів наукоємного комп'ютерного інжинірингу в практиці проектування пакувального обладнання.

Наукоємний комп'ютерний інжиніринг – перш за все передбачає визначення працездатності та конкурентоспроможності об'єкту розробки ще на етапі його проектування за допомогою використання сучасних САД-систем та обчислювальних програмних продуктів для числового аналізу його фізичних полів (CAD & CAE) [4–6, 12–14, 16].

1.3. Головні тенденції та підходи сучасного комп'ютерного інжинірингу та місце дисципліни ІнжПО

1. Інноваційна M^3 -концепція – “MultiDisciplinary & MultiScale / MultiStage & MultiTechnology (MultiCAD & MultiCAE)”- концепція (рис. 1.1).

Терміни “MultiDisciplinary & MultiScale / MultiStage” уособлюють собою багатодисциплінарні, багатомасштабні (багаторівневі) та багатостадійні дослідження та інжиніринг на базі між-/ мульти- / і трансдисциплінарних або мультифізичних (“MultiPhysics”), знань і комп'ютерних технологій, в першу чергу, наукоємних технологій комп'ютерного інжинірингу (Computer-Aided-Engineering).

В рамках M^3 -концепції, що у повній мірі відповідає усім передовим сучасним трендам, для виконання НДР і НДДКР, як правило, здійснюється перехід:

- від окремих дисциплін, наприклад, теплопровідності і механіки, на базі термо-механіки, електромагнетизму і обчислювальної математики до мультидисциплінарної обчислювальної термо-електро-магніто-механіки (концепція MultiDisciplinary);
- від одномасштабних моделей до багатомасштабних ієрархічних нано-мікро-мезо-макро моделям (концепція MultiStage), що застосовуються разом з CAE-технологіями під час створення нових матеріалів зі спеціальними властивостями, розробці конкурентоспроможних систем, конструкцій та продуктів нового покоління на всіх технологічних етапах «формування і збірки» конструкції (наприклад, лиття металу – формування / штамповка / ковка / – / гнучка – зварювання і т.д., концепція MultiStage);

2. Концепція “Simulation-Based Design” – комп'ютерне проектування конкурентоспроможної продукції, що базується на ефективному і всебічному застосуванні CAD-систем (Computer-Aided-Design) світового рівня і скінченно-елементного числового моделювання (Finite Element Simulation, FE Simulation & Simulation & Analysis, S&A) в рамках програмних продуктів CAD-систем – де-факто основоположна парадигма сучасного машинобудування (у самому широкому сенсі цього терміну, включаючи, наприклад, авіа-, двигуно-, ракето-, автомобіле- будуванні,

електро- / енерго- машинобудуванні, приладобудуванні тощо), яка, і це представляється надзвичайно важливим, з початку ХХІ століття вже застосовується всіма компаніями-лідерами з різноманітних галузей промисловості.

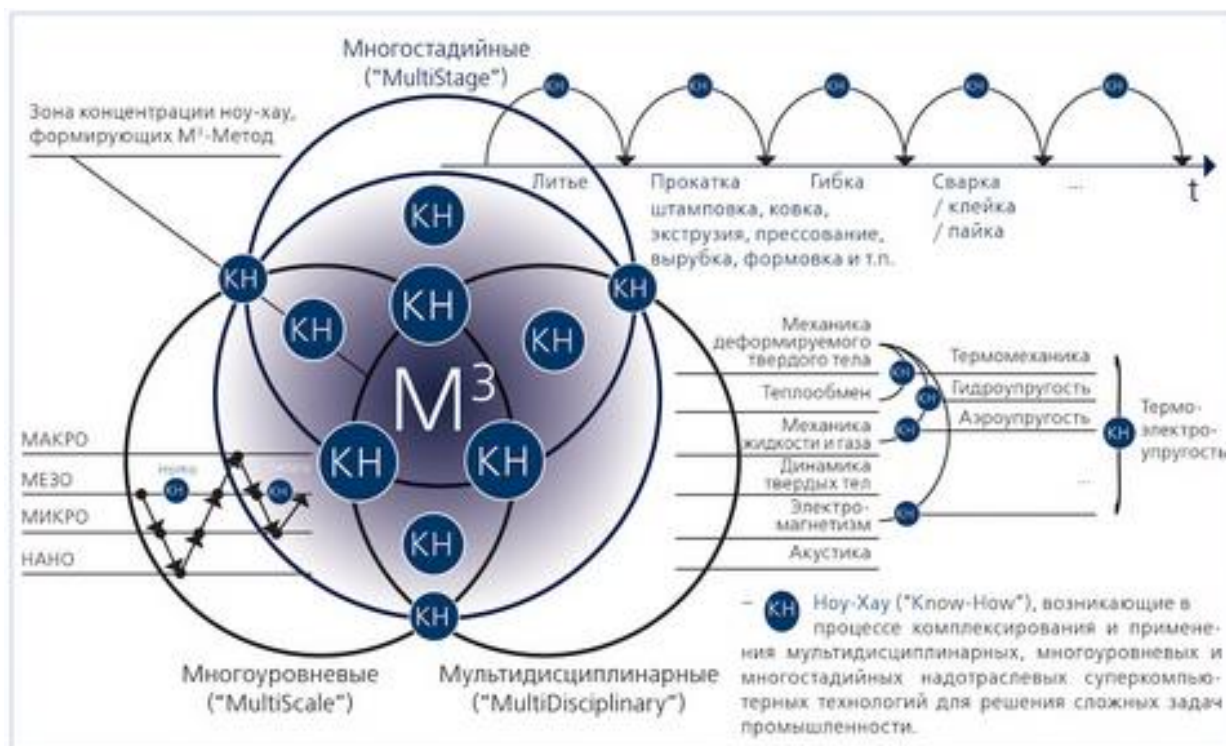


Рис. 1.1 – Інноваційна M^3 -концепція на базі Ноу-хау « M^3 -Метод комплексування та застосування мультидисциплінарних, багаторівневих та багостадійних надгалузевих суперкомп'ютерних технологій для вирішення складних задач промисловості, енергетики, транспорту, будівництва тощо»

В основі концепції «Simulation-Based Design» лежить сучасний універсальний і потужний числовий метод скінчених елементів (МСЕ; Finite Element Method, FEM) і передові комп'ютерні технології, які тотально використовують сучасні засоби візуалізації:

- CAD, Computer-Aided-Design – комп'ютерне проектування (САПР, Система Автоматизованого проектування); наразі відрізняють три основних підгрупи CAD; машинобудівні CAD (MCAD – Mechanical CAD), CAD печатних плат (ECAD – Electronic CAD / EDA – Electronic Design Automation) тощо, треба відмітити найбільш розвинутими є MCAD-технології та відповідний сегмент ринку;
- FEA, Finite Element Analysis – скінченно-елементний аналіз, в першу чергу, задач механіки деформованого твердого тіла, статички, коливань, стійкості, динаміки та міцності машин,

конструкцій, приладів, апаратури, установок та будівель, тобто всього спектру продуктів та виробів різноманітних галузей промисловості; за допомогою різних варіантів МСЕ ефективно розв'язують задачі механіки конструкцій, теплообміну, електромагнетизму, будівельної механіки, технологічної механіки (відмітимо в першу чергу задачі пластичної обробки металів тиском), задачі механіки руйнування, задачі механіки композитів та композитних структур тощо;

- CFD, Computational Fluid Dynamics – обчислювальна гідродинаміка, де основним методом розв'язання задач механіки рідини і газу є метод скінченних об'ємів;
- CAE, Computer-Aided-Engineering – наукоємний комп'ютерний інжиніринг, побудований на ефективному застосуванні мультидисциплінарних надгалузевих CAE-систем, оснований на FEA і CAE-технологіях, інших сучасних обчислювальних методах. За допомогою CAE-систем розробляють та застосовують раціональні математичні моделі, що мають високий рівень адекватності до реальних об'єктів і до реальних фізико-механічних процесів, виконують ефективне розв'язання тривимірних дослідницьких та промислових задач, які описуються, як правило, нестационарними нелінійними диференціальними рівняннями в частинних похідних в просторових областях складної форми; часто FEA, CFD і MBD (Multi Body Dynamics) вважають взаємодоповнюючими компонентами комп'ютерного інжинірингу (CAE), а відповідними термінами уточнюють спеціалізацію, наприклад, MCAE (Mechanical CAE), ECAE (Electrical CAE) і т.д.

Такий детальний аналіз концепцій, мети, призначення та інструментів наукоємного комп'ютерного інжинірингу наведений у лекції за ради того, щоб чітко усвідомити, яким повинен бути сучасний, світовий рівень проектування в машинобудуванні та, зокрема, в галузі пакувального обладнання.

Спираючись на проведений аналіз тенденцій та підходів до методології сучасного комп'ютерного інжинірингу неважко визначити місце дисципліни «Інжиніринг пакувального обладнання». Очевидно, що дисципліна ІнжПО, чітко вписується в концепцію «Simulation-Based Design», а головними інструментами під час навчання за її програмою слугують CAD-CAE-системи або програмні продукти світового рівня.

Однак, за деякими більш складними своїми розділами навчальна дисципліна ІнжПО також однозначно вписується в концепції MultiDisciplinary або MultiPhysics, MultiStage тощо.

На кінець, неважко визначити головні етапи застосування наукоємного комп'ютерного інжинірингу в рамках дисципліни «Інжиніринг пакувального обладнання». Вони можуть бути такими:

- 1) створення ескізу об'єкта проектування в САД-системі (для цього може бути використано який-небудь прототип). Тут під об'єктом проектування розуміється деталь або вузол. Далі на підставі ескізу створюється твердотільна модель за схемами: для деталі – ескіз-твердотільна тривимірна модель; для вузла – загальний ескіз – ескізи всіх деталей вузла – відповідні твердотільні моделі – збірка деталей у вузол. Під час створення твердотільної моделі вузла можна використовувати стандартні деталі, наприклад, болти, гвинти, гайки, шайби тощо. Тобто для стандартних деталей не створюються окремі ескізи та твердотільні моделі;
- 2) аналіз, на підставі створеної твердотільної моделі об'єкта проектування, дії фізичних полів в середині об'єкта проектування під час його експлуатації і їх взаємодії між собою та зовнішніми фізичними полями різної фізичної природи – гравітаційними, тепловими, електромагнітними, променевими тощо. Цей пункт є визначальним для вибору математичної моделі для числового аналізу фізичного стану об'єкта дослідження з метою встановлення його експлуатаційної придатності;
- 3) вибір математичної моделі, що описує фізичні поля в об'єкті проектування і їх взаємодію між собою та зовнішніми полями різної фізичної природи під час його експлуатації (див. п. 2), яка включає систему диференціальних рівнянь в частинних похідних механіки твердого деформованого тіла, або гідродинаміки, або разом механіки континууму (механіки суцільних середовищ) та відповідні початкові й граничні умови;
- 4) розробка на підставі твердотільної моделі та математичної постановки задачі дослідження фізичного стану об'єкта проектування в будь-якому середовищі САЕ-системи числової моделі, яка включає: експорт розробленої твердотільної (геометричної) моделі з САД в САЕ-систему; вибір розв'язувача згідно обраної математичної моделі (див. п. 3); виконання дискретизації геометричної моделі; задання початкових та граничних умов на дискретизованій моделі згідно обраної

- математичної моделі; виконання розрахунків та перегляд їх результатів у вигляді фізичних полів та епюр;
- 5) детальний аналіз результатів числового моделювання на предмет їх відповідності вимогам експлуатаційних умов, наприклад, для задач механіки НДС критерієм експлуатаційної придатності конструкції може бути її запас міцності, який визначається як відношення границі плинності матеріалу до еквівалентних напружень за Мізесом. У разі не виконання цих вимог переходимо в п. 1. та змінюємо вхідні геометричні параметри моделі, або в п. 4 та замінюємо конструкційний матеріал тощо;
 - 6) створення деталювальних та складальних креслень на підставі остаточного варіанту твердотільної моделі об'єкта проектування.

Лекція 1.2(2) Загальні характеристики процесу пакування. Класифікація пакувального обладнання. Технологічний процес пакування. Характеристики продукції як об'єкту пакування

2.1. Загальні характеристики процесу пакування

В технологічному процесі пакування [1, 2] передбачається виконання ряду послідовних технологічних операцій, метою і кінцевим результатом яких є пакування продукції. Типовий технологічний процес пакування продукції може включати такі окремі стадії як дозування, фасування, виготовлення тари, закупорювання, етикетування. Згідно зазначених етапів технологічного процесу пакування, до головних функціональних модулів будь-якого пакувального обладнання можна віднести устаткування, що виконує такі технологічні операції як дозування, фасування, виготовлення тари, закупорювання, етикетування тощо.

Для організації процесу пакування продукції в промислових масштабах необхідно застосовувати комплексний підхід, яким передбачається:

- ефективно використання матеріальних, енергетичних, трудових та фінансових ресурсів за умови мінімізації виробничих втрат;
- раціональна побудова процесу пакування, створення безперервного потокового виробництва;
- комплексна автоматизація і механізація всіх основних та допоміжних операцій;
- комплексний контроль якості продукції і операцій пакування;

- інтегроване керування виробництвом з використанням комп'ютерних технологій.

2.2. Класифікація пакувального обладнання

Під пакувальним обладнанням слід розуміти пристрій, комплекс пристроїв, машин, поточкових ліній, що виконують як основні, так і допоміжні операції для забезпечення процесу пакування продукції.

Основні операції пакування пов'язані зі зміною стану, структури, фізичних, хімічних та інших властивостей продукції, а допоміжні – зі зміною форми, розмірів, стану, положення пакувальних матеріалів, тари, допоміжних пакувальних засобів, упаковки. Поряд з основними й допоміжними операціями мають місце і обслуговуючі операції, які пов'язані в основному із функціонуванням обладнання: діагностика, змащення, очищення, заміна робочого органу тощо. Усі перераховані операції можуть виконуватися на одному типі обладнання.

На сьогодні існує два основних напрямки класифікації пакувального обладнання: перший – за функціональним призначенням; другий – за конструктивними ознаками.

За функціональним призначенням пакувальне обладнання класифікується за такими ознаками:

- типу дії пакувальні машини поділяють на дискретної та безперервної дії;
- типу руху продукції, що пакується, відносно робочих органів машини поділяють на три класи: I клас – машини непотокові або «непрохідні»; II і III класів – поточкові машини;
- ступеня механізації і автоматизації машини поділяють на: з ручною системою керування, напівавтоматичної дії, автоматичної дії;
- кількості стадій пакування машини поділяють на одностадійні та багатостадійні.

У машинах дискретної дії продукція обробляється протягом заданого часу і пакований продукт виводиться із машини після завершення цього періоду. Потім процес повторюється. В пакувальних машинах безперервної дії існує встановлений у часі робочий процес: завантаження продукції і вивантаження пакованої одиниці здійснюється одночасно.

У машинах I класу продукція, що пакується в процесі її переробки, займає одне стає місце, а робочі органи підводяться до неї, а потім відводяться. Багатоопераційні машини I класу можуть бути з паралельним,

послідовним або послідовно-паралельним виконанням операцій. Цей клас машин є малопродуктивний.

В машинах II класу продукція, що пакується, може займати низку положень і під час зупинок в цих положеннях обробляється різними робочими органами. Машини цього класу залежно від системи транспортування поділяють на групи А і Б. До групи А відносяться машини, в яких продукція переміщується лінійною або роторною системами, а до групи Б – машини, в яких продукція переміщується робочими органами або спеціальними пристроями типу захоплювальних елементів.

В конструкцію машин III класу покладено принцип суміщення операцій пакування з безперервним рухом в лінійній або роторних транспортних системах. Ці машини також поділяють на групи А і Б. В машинах групи А робочі органи не переміщуються разом з продукцією, а в групі Б робочі органи переміщуються разом з продукцією.

В машинах II і III класів є високопродуктивними, але мають набагато складнішу конструкцію за машини групи I та відповідно є більш коштовними.

У машинах напівавтоматичної дії здебільшого основні операції виконуються в автоматичному режимі, а допоміжні – із застосуванням ручної праці. Об'єднання кількох автоматизованих машин в поточкову лінію з єдиною системою керування формує комплексну автоматизовану лінію.

Багатостадійні машини інколи називають агрегатами або лініями пакування. Одностадійні і багатостадійні машини поділяють також залежно від ступеня універсалізації виконання операцій на спеціальні і універсальні. Спеціальні машини призначені для пакування однотипної продукції в однаковий вид тари або упаковки. Універсальні машини відрізняються від спеціальних можливістю їх використання для визначеної гами продукції і тари.

За конструктивними ознаками пакувальне обладнання класифікується на таке:

- за видом компонування робочих органів (площинне, просторове);
- за траєкторією переміщення продукції, що пакується (горизонтальна, вертикальна, складна);

- за структурою вхідних і вихідних потоків (однопотокові, багатопотокові, з розбіжними, збіжними, паралельними, змішаними потоками);
- за траєкторією переміщення робочих органів (лінійні, горизонтальні, вертикальні, складні, комбіновані);
- за видом транспортних систем (лінійні, роторні);
- за типом і видом приводу (одноприводні, багатoprиводні, з приводом електромеханічним, пневматичним, гідравлічним, комбінованим).

2.3. Технологічний процес пакування

Різноманітність способів і технологій пакування готової продукції у споживчу тару викликана, в першу чергу, великим розмаїттям структурно-механічних властивостей продукції, в другу – різноманітністю споживчої упаковки і в третю – умовами зберігання, транспортування та реалізації упакованої продукції.

Наразі існує три основних способи пакування продукції в споживчу тару. Перший спосіб полягає у використанні готової, попередньо виготовленої тари (банок, пляшок, коробок, ящиків тощо), в яку дозується продукція. Здебільшого в попередньо виготовлену тару пакують в'язкі, сипкі продукти, що не мають стабільної форми і не зберігають розміри. Другий спосіб передбачає обгортання продукції пакувальним матеріалом або заготовкою упаковки (висічка, флат). Для застосування цього способу пакування продукція повинна мати стабільну конфігурацію й розміри, відповідну жорсткість й міцність. Третій спосіб базується на поєднанні двох перших.

Типовий технологічний процес пакування готової продукції у споживчу упаковку можна показати сукупністю послідовно виконаних операцій (рис. 2.1).

Операції пакування виконуються окремими машинами або окремими робочими органами, що входять як складові функціональних пристроїв або модулів.



Рис. 2.1 – Технологічний процес пакування готової продукції

Загальний вигляд структури обладнання для пакування продукції можна представити схемою наведеною на рис. 2.2.



Рис. 2.2 – Структура пакувальної машини для пакування продукції

2.4. Характеристики продукції як об'єкту пакування

Технологічним процесом пакування продукції (сипучої, або рідкої, або газоподібної) у споживчу тару передбачається її переміщення під дією зовнішніх сил та сил гравітації. Переміщення продукції, яку в початковий момент пакування можна сприймати як суцільне середовище, характеризується її механічними властивостями. А тому під час дослідження об'єкту пакування важливо знати його реологічні², тобто структурно-механічні властивості.

Основні структурно-механічні властивості можна класифікувати за характером прикладання до продукції зовнішніх навантажень і деформаціями, що ними викликаються. Залежно від прийнятої моделі реального тіла береться до уваги певний перелік фізичних властивостей, таких як: модуль пружності, коефіцієнт динамічної в'язкості, границя текучості, період релаксації, коефіцієнти зовнішнього і внутрішнього тертя тощо.

Найпростішими прикладами деформованих середовищ є тверде тіло і ньютонівська рідина.

Пружне тіло Гука – це ідеальний матеріал, деформація якого прямопропорційна напруженню. Для окремих одновимірних випадків розтягу/стискання та простого зсуву фізичні (реологічні) рівняння для ідеального тіла (закон Гука) записуються у вигляді:

$$\sigma = E\varepsilon \text{ і } \tau = G\gamma, \quad (2.1)$$

де σ – напруження розтягу/стискання, Па; E – модуль пружності під час одновісного розтягу/стискання)³, Па; ε – відносна деформація; τ – зсувне або дотичне напруження, Па ; G – модуль зсуву)⁴, Па; γ – зсувна відносна деформація.

² **Реологія** (від грец. *ρέω* — *течу* і *λογος* — *вчення*) (англ. *rheology*) — наука про текучість і деформацію суцільних середовищ (наприклад, звичайних в'язких рідин і рідин аномальної в'язкості, гірських порід, суспензій, гідросумішей тощо).

³ Фізичний зміст **модуля пружності**: модуль пружності це фізична величина, яка характеризує опір матеріалу при розтягу/стисканні у разі пружної деформації і чисельно дорівнює напруженню, яке виникає у зразку, якщо його довжина збільшилась у два рази (тобто за деформації у 100%).

⁴ Фізичний зміст **модуля зсуву**: модуль зсуву це фізична величина, яка чисельно дорівнює дотичному напруженню, яке б виникло у зразку за відносного зсуву рівному 100 % (за умови, що закон Гука виконується).

Більшість твердих тіл до деяких меж проявляють пружні властивості, але в ряді випадків їх реологічна поведінка може бути негуківською, оскільки деформація може бути нелінійно залежною від прикладених навантажень.

В'язкою ньютонівською рідиною називають речовину, зсувні напруження в якій прямопропорційні швидкості зсувної деформації або навпаки. Фізичне (реологічне) рівняння для такої рідини (закон Ньютона) записується в такій формі

$$\tau = \mu \dot{\gamma}, \quad (2.2)$$

де μ – коефіцієнт динамічної в'язкості)⁵, Па·с; $\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt}$ – швидкість зсувної деформації, с⁻¹.

Окрім ньютонівської рідини існують неньютонівські рідини, що проявляють нелінійну залежність швидкості деформації від зовнішнього напруження (силового навантаження).

Загальна форма такої залежності може бути виражена співвідношеннями вигляду:

$$\dot{\gamma} = f(\tau) \text{ або } \tau = \varphi(\dot{\gamma}), \quad (2.3)$$

де $f(\tau)$ і $\varphi(\dot{\gamma})$ – нелінійні функції зв'язку між швидкістю деформації і зсувними деформаціями та навпаки, відповідно.

Між граничними типами матеріалів – пружним твердим тілом і в'язкою рідиною – знаходиться спектр комбінацій речовин цих типів, що називаються в'язко-пластичними матеріалами. Такі матеріали деформуються як пружні тіла за рівня напруження меншого деякої величини, яка називається границею текучості τ_T . Якщо прикладене навантаження не перевищує τ_T , то речовина веде себе як тверде тіло, а в у випадку перевищення τ_T – середовище веде себе як в'язка рідина. Математично це записується таким чином:

⁵ Фізичний зміст динамічної в'язкості або коефіцієнта внутрішнього тертя: (з фізичної точки зору динамічна в'язкість представляє собою питому силу тертя за градієнта швидкості, рівному одиниці – у відповідності із законом в'язкості Ньютона.

$$\gamma = 0 \quad \text{у разі } |\tau| < \tau_T; \quad \gamma \neq 0 \quad \text{у разі } |\tau| \geq \tau_T. \quad (2.4)$$

Другим важливим типом матеріалів є в'язко-пружні рідини. Вони обмежено деформуються, а максимального значення деформації досягають за кінцевої швидкості, тобто ведуть себе як комбінація твердого тіла і рідини. Реакція цього матеріалу на прикладене зусилля залежить від величини та тривалості його прикладення.

Для газоподібних речовин (газів) фізичне (реологічне) рівняння являє собою рівняння стану ідеального газу вигляду

$$pV = nRT, \quad (2.3)$$

де p – тиск, Па; V – об'єм, м³; n – кількість молей, моль; R – універсальна газова стала, Дж/(моль·К); T – абсолютна температура, К.

Наука, що вивчає деформацію однорідних, однофазних матеріалів під дією прикладених зовнішніх силових навантажень, отримала назву макрореології. В цій теорії середовище, що досліджується, приймається за суцільне (континуум) тіло без врахування його реальної фізичної природи. Однак, більшість продукції, що пакується, відноситься до багатофазних систем, які в свою чергу теоретично досліджуються як квазіоднорідні.

Дисперсні багатофазні системи⁶ – це сукупність твердих, рідких, газоподібних речовин, що не взаємодіють між собою. Їх реологічна поведінка може розглядатися шляхом синтезу на основі законів деформування диспергованих її складових. Якщо в дисперсійній системі частинки матеріалу взаємоз'язані, то такі системи називаються структурованими.

⁶ **Дисперсна система** (англ. *dispersive system*) — гетерогенна система з двох або більше фаз з сильно розвиненою поверхнею розділу між ними. Фізично неоднорідна система, що складається з дисперсійного середовища та дисперсної фази. Прикладами дисперсних систем є колоїдні розчини та розчини високомолекулярної сполуки (ВМС). Фази дисперсної системи не змішуються між собою і не реагують — тому між ними існує поверхня розділу цих фаз. Одна фаза (дисперсна фаза) розподілена в іншій (дисперсійне середовище). Фази можна розділити між собою фізичними способами: коагуляція, пептизація та ін. Одна із фаз утворює неперервне дисперсійне середовище (рідина, газ, тверде тіло), в об'ємі якого розподілена (розосереджена) дисперсна фаза у вигляді дрібних твердих частинок, крапель рідини або бульбашок газу.

Однією з класифікаційних ознак дисперсних речовин є агрегатний стан диспергованої фази і дисперсійного середовища. Наприклад, сукупність стану «рідина-газ» (туман) і «тверде тіло-газ» у випадку, коли частинки дисперсної фази (твердого тіла) не знаходяться в дисперсійному середовищі (газі) у завислому рухомому стані, а утворюють структуру, що характерна для сипучого середовища, деформаційна поведінка якого характеризується законом кулонівського тертя (наприклад, модель Друкера-Прагера). Система «тверде тіло-рідина» за наявності макроструктури називається колоїдною системою, а мікроструктурні системи – це суспензії. Спінені матеріали можуть бути віднесені до систем «рідина-газ», які є макроструктурованими.

У високонаповнених дисперсних системах, що мають каркас з дисперсної фази – наповнювача, за умови прикладення напруження нижче границі міцності просторової структури відбувається повільна течія зі сталою в'язкістю. У разі подальшого збільшення напруження здійснюється руйнування структури і в'язкість зменшується до найменшого значення та залишається сталою величиною і не залежить від зсувного напруження.

Таким чином розглянувши в загальному виді поведінку різних типів матеріалів під час їх деформування, потрібно відмітити, що на виконання головних операцій процесу пакування продукції у споживчу тару – в першу чергу на дозування та фасування суттєвий (визначальний) вплив спричинюють властивості продукції, що пакується.

Ці властивості є визначальними під час вибору конструкції, принципу роботи, технічних показників пристроїв дозування і фасування та машини взагалі. Для повноти інформації про конструкторське виконання пакувальних машин продукцію, що пакується, можна поділити на шість груп, які суттєво відрізняються за поведінкою під час їх деформування.

До першої групи відносяться дискретні сипучі двофазні системи «тверде тіло-газ». Характерними представниками цієї групи є різноманітні гранульовані матеріали: пластмаса, міндобрива, річний пісок, різні крупи тощо.

До другої групи увійшли одно- і двофазні рідкі системи. Характерними представниками цієї групи є розчинники, мінеральна негазована та газувана вода тощо.

До третьої групи увійшли одно- і багатофазні в'язкі системи. Це системи «рідина-тверде тіло», вони належать до неньютонівських рідин. Характерними представниками цієї групи є фарби, гелі тощо.

До четвертої групи увійшли одно- і багатофазні пластичні системи. Це системи «тверде тіло-рідина», вони належать до неструктурованих дисперсних систем. Характерними представниками цієї групи є різноманітні мастильні матеріали, салідол тощо.

До п'ятої групи увійшли штучні вироби, що є гуківськими пружними тілами. Характерними представниками цієї групи є теплоізолючі матеріали такі як пінопласт, пінополістірол, вермікуліт, вспінений поліетилен тощо.

До шостої групи увійшли неструктуровані дисперсні системи «рідина-тверде тіло». Здебільшого це комбіновані вироби.

ТЕМА 2 ПРИСТРОЇ ДОЗУВАННЯ І ФАСУВАННЯ ПРОДУКЦІЇ

Лекція 2.1(3) Способи дозування. Класифікація пристроїв дозування. Точність дозування

3.1. Способи дозування

Однією з основних операцій, за якою визначається якість пакування, є технологічна операція дозування [1, 2]. Операція дозування – це вимірювання потрібної кількості продукції за масою, об'ємом або поштучно. Відміряна кількість продукції переміщується в тару або у пакувальний матеріал. Ця процедура називається фасуванням.

Діапазон необхідних доз, додержання заданих технологічних вимог під час дозування, обумовлює застосування пристроїв дозування різних за своєю конструкцією і способом дозування. Найбільш широке застосування дістали такі способи дозування як: ваговий, об'ємний, комбінований, з корекцією за заданим параметром.

З розглянутих способів дозування самим найпростішим є об'ємний спосіб дозування, але цей спосіб також характеризується значною вадою – має найбільшу похибку дозування.

Ваговий спосіб дозування забезпечує найбільш точне формування дози за масою. Вагове дозування ґрунтується на тому, що в ємність для

зважування подається живильником спочатку так звана «груба доза», наперед менша за потрібну, а потім до неї тоненьким струменем додається продукція для отримання необхідної дози («тонке дозування»). Процес зважування складається з трьох етапів: 1) дія продукції на чутливий елемент зважувального пристрою, що генерує відповідний електричний сигнал; перетворення цього сигналу в числового значення; 2) реєстрація одержаного значення та його порівняння із заданим значенням; 3) генерація команди для керування системою подачі продукції і відкриття заслінки ємності зважування.

Для інтенсифікації операції вагового дозування використовують комбінований спосіб дозування. За цим способом «грубе» і «точне» дозування розділене в просторі і часі, що дає змогу здійснити суміщення виконання цих операцій. Залежно від послідовності застосування способів формування дози комбінований спосіб називають «об'ємно-ваговий» або «ваговий подвійної дії».

3.2. Класифікація пристроїв дозування

Більшість існуючих конструкцій дозувальних пристроїв – це досить складні фізико-механічні системи, що знаходяться під контролем електронних і мікропроцесорних блоків керування.

Найбільш узагальнена і практично прийнята для загального користування класифікація пристроїв дозування за такими ознаками: структурою технологічного процесу дозування; способу дозування (принципу роботи); конструктивними характеристиками.

Для аналізу кваліфікаційних ознак необхідно спочатку визначитися із структурою пристроїв дозування. У загальному випадку структура дозаторів, що застосовуються в пакувальній індустрії, включає чотири основних механізми:

- бункер-накопичувач продукції, що дозується;
- живильник, який створює рівномірну подачу продукції від бункера до дозувального механізму;
- дозувальний механізм;
- механізм фасування, який забезпечує переміщення дозованої продукції в тару.

Дозувальний механізм призначений для поділу продукції на дози заданої величини. Близьким до дозатора за фізичною дією на продукцію є

живильник. Живильник призначений для створення упорядкованого за заданим законом потоку будь-якої продукції. Ця упорядкованість залежно від поставленої задачі може мати характер: безперервно-рівномірного потоку продукції; потоку з пульсацією; потоку, що складається із дисперсних доз продукції. Конструкційно між живильником і дозатором немає принципової різниці. Більш того, один і той же механізм залежно від умов експлуатації може бути як живильником, так і дозатором.

За структурою технологічного процесу дозатори можна поділити на три основні групи:

- дозатори безперервної дії, що створюють неперервний і рівномірний потік продукції (в пакувальній індустрії не застосовуються як самостійні пристрої, а як живильники у дозаторах зі складною багатоступінчастою конструкцією);
- дозатори дискретної (періодичної) дії, що відміряють продукцію дискретними дозами; дози можуть відмірятися одна за другою з різними часовими інтервалами;
- дозатори безперервно-циклічної дії, що створюють безперервний та рівномірний потік продукції, який переривається для виконання автоматом дій з відміряною продукцією; сукупність тривалості роботи та зупинки складає повторюваний технологічний цикл.

За способом дозування або принципом роботи уся різноманітність конструкцій дозаторів зводиться до трьох основних груп:

- 1) Дозатори об'ємного типу. До цієї групи можна віднести часові і потокові дозатори та дозатори для штучної продукції. У таких дозаторах визначальною величиною є об'єм.
- 2) Дозатори вагового типу. До цієї групи належать також усі інші конструктивні виконання дозаторів, в яких вага дози продукції визначається не гравітаційним полем, а іншими силовими полями, наприклад, електростатичним тощо.
- 3) Дозатори комбінованого типу. В яких доза формується сукупністю об'ємного і вагового способів дозування або послідовністю двох вагових.

Дозатори об'ємного типу, в яких доза відміряється мірними ємностями, порожниною поршневого дозаторів, належать до дискретної дії, а дозатори часового і потокового типів – до безперервно-циклічної дії. Дозатори для штучної продукції залежно від задачі пакування відносять до дискретної або безперервно-циклічної дії. Вагові дозатори також залежно від поставленої задачі можуть бути дискретної або безперервно-циклічної дії.

За конструктивними ознаками пристрої дозування поділяють залежно від:

- типу привода;
- розташування дозувальної ємності;
- виду руху робочих органів та їх типу;
- системи керування тощо.

Найбільш визначальною та характерною класифікаційною ознакою, за якою й мають назви дозатори, є їх поділ залежно від виду руху й типу робочих органів. Так, наприклад, пристрої дозування можуть бути:

- без рушійного робочого органу – це гравітаційні, пневматичні;
- з активним робочим органом – плунжером, тарілкою шнеком тощо.

Робочі органи дозаторів можуть здійснювати такі рухи:

- поступальний рух – це стрічкові, пластинчасті конвеєри;
- обертальний рух – це лопатеві, шнекові, дискові, роторні, тарілчасті;
- зворотно-поступальний рух – це маятникові, вібраційні.

3.3. Точність дозування

Однією з найважливіших характеристик дозувальних пристроїв є точність дозування продукції. На практиці здійснити абсолютно точне дозування є неможливим. На точність дозування впливає велика кількість чинників:

- власні й вимушені коливання зважувальної системи;
- нерівномірність подачі продукції в дозувальний пристрій;
- характер взаємодії зважувальної системи з дозованою продукцією;
- ступінь заповнення бункера-накопичувача;
- зміна фізико-механічних та технологічних властивостей продукції під дією зовнішніх силових, температурних полів.

На практиці розрізняють абсолютну Δ та відносну δ похибки дозування. Абсолютна похибка дозування Δ – це відхилення результатів вимірювання величини дози продукції від дійсного або номінального її значення M_H та має розмірність вимірюваної величини. Відношення $\frac{\Delta}{M_H}$ називається відносною похибкою δ дозування, яка виражається часткою або у відсотках.

Для визначення величини похибки виконуються метрологічні дослідження, під час яких з потоку пакованих одиниць, одержаних за умови усталеної роботи пакувальної машини, здійснюють вибірку з N послідовних доз.

Необхідну й достатню величину вибірки доз N можна знайти за допомогою теореми Ляпунова, згідно якої

$$\frac{M_H - M_C}{S\sqrt{N}} < t_s, \quad (3.1)$$

де M_C – середнє значення маси дози продукції; S – середнє квадратичне відхилення величини дози; t_s – нормоване значення відхилення.

Нерівність (3.1) справедлива за нормальної функції розподілення похибок вимірювання. На підставі даних метрологічної атестації різних типів дозувальних пристроїв встановлено, що кількість проб повинна бути $N \leq 20$.

За заданих вихідних даних визначають абсолютну похибку вимірювання маси одиничної дози, що видана дозатором з N вибірок

$$\Delta_{M_i} = M_H - M_i, \quad (3.2)$$

де Δ_{M_i} – абсолютна похибка i -ї дози; M_i – значення маси i -ї дози продукції.

На підставі теорії математичної статистики перевіряють ідентифікацію закону розподілення похибок усталеного процесу дозування. Перевірка гіпотез про ступінь наближення елементарних розподілень до деяких математичних моделей здійснюється на основі критеріїв погодження, наприклад, критерію Пірсона χ^2 . Уточнивши закон розподілення похибок, переходять безпосередньо до їх метрологічних оцінок.

Середнє арифметичне значення маси N послідовних доз визначається за формулою

$$M_c = \frac{\sum_{i=1}^N M_i}{N}. \quad (3.3)$$

Тоді абсолютна похибка вибірки з N послідовних доз визначається співвідношенням

$$\Delta_{M_c} = M_H - M_c. \quad (3.4)$$

Абсолютна похибка вибірки або середнє значення похибки характеризує систематичну похибку або рівень налагодження дозатора. Похибка дозувальної системи може бути викликана:

- неправильним регулюванням величини дози;
- зміною пружних властивостей деталей дозатора;
- первинною й динамічною похибками виконання дозувального пристрою тощо.

Під час проведення відповідного аналізу технічної системи дозування можна практично виключити систематичну складову похибки дозування. Згідно з існуючими методиками метрологічної атестації дозувальних пристроїв, систематична похибка не враховується, зважаючи на її малі величини порівняно з випадковою похибкою. Випадкова похибка дозування – це похибка, яка формується операцією дозування і залежить від перепахованих вище факторів, що впливають на точність дозування. За основу точності дозування або випадкової похибки приймають середнє квадратичне відхилення маси дози від її середнього значення

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (M_i - M_c)^2}{N-1}}. \quad (3.5)$$

Тоді довірча границя допустимого відхилення випадкової абсолютної похибки маси дози визначається за формулою

$$\Delta_{M_B} = \pm tS, \quad (3.6)$$

де t – коефіцієнт Ст'юдента для кількості вибірок N за довірчої ймовірності p (зазвичай приймають $p=0,95$), визначається за ГОСТ 8.207-76.

Інколи для спрощення методики пошуку довірчої границі допустимого відхилення випадкової похибки і на основі аналізу функції розподілу похибок, прийнявши $p=0,95$, використовують нерівність

$$-2S \leq \Delta_{M_B} \leq +2S . \quad (3.7)$$

У разі необхідності врахування систематичної похибки визначають повну абсолютну похибку дозування

$$\Delta = \Delta_{M_C} + \Delta_{M_B} . \quad (3.8)$$

Відносна похибка дозування визначається як

$$\delta = \frac{\Delta}{M_H} 100\% . \quad (3.9)$$

Величини систематичних і випадкових похибок у випадку їх невідповідності заданим значенням або встановленим ДСТУ є предметом для аналізу технічних рішень, прийнятих під час конструювання дозатора, а саме:

- повнота використання можливостей датчиків маси за точністю і правильний вибір кінематичних зв'язків датчика з механічними елементами конструкції машини;
- конструктивне виконання заслінок мірної ємності, тип і потужність приводів, інерційність рухомих деталей;
- розміри і взаємне розташування подаючих каналів, заслінок і накопичувачів продукції;
- нерівномірність роботи живильників, що працюють на один завантажувальний бункер;
- раціональність вибору параметрів циклограми роботи дозатора тощо.

Оскільки точність роботи дозатора залежить від багатьох факторів, не можна однозначно стверджувати, що застосування деяких із способів дозування підвищує точність, а інших – зменшує. Відомо, що добре зважена конструктивна проробка об'ємного дозатора дає змогу одержати точність не нижчу, ніж в кращих зразках вагових дозаторів. А тому раціонально підходити до вибору типу дозатора потрібно не з вимог точності, а з відповідності його конструкції типу продукції та продуктивності пакувальної

машини. Практично всі існуючі на сьогодні дозатори дають можливість формувати дозу продукції з відносною похибкою не гірше 1–3 %.

Інша справа, коли мова йде про продуктивність. Тут дійсно є прямий зв'язок з типом дозатора. Так, наприклад, об'ємні дозатори можуть видавати 150 доз/хв, а вагові – (10–20) доз/хв (однопотокові).

ТЕМА 3 ПРИСТРОЇ ДОЗУВАННЯ СИПУЧОЇ ПРОДУКЦІЇ

Лекція 3.1(4) Загальна характеристика процесу дозування сипучої продукції. Пристрої дозування сипучої продукції об'ємного типу

4.1. Загальна характеристика процесу дозування сипучої продукції

Сипуча продукція – це складна система, що змінює свої властивості залежно від щільності укладки твердих частинок, характеру зовнішньої дії та зовнішніх умов (волога, температура) [1, 2]. Одна й та ж продукція може мати властивості як ідеально сипкої, так і зв'язаної продукції.

Сипучий продукт під дією робочих органів машини може ущільнюватися, розрихлятися з досягненням стану вібро- і пневморозрідження. Знання нормативних показників сипучої продукції та зміни їх значень під час дії на неї робочих органів дає змогу уникнути грубих помилок під час вибору і конструюванні дозувальних пристроїв.

Наразі існують класифікаційні таблиці для широкої гами сипучої продукції, що включають гранулометричний склад, об'ємну густину, плинність, аеруємість і здатність утворювати стійкі склепові структури. Уся сипуча продукція залежно від її здатності переміщатися поділяється на три класи:

- незв'язана;
- зв'язано-текуча;
- зв'язана.

Незв'язана сипуча продукція не утворює стійких вертикальних відкосів, оскільки початковий опір зсуву для неї дорівнює нулю. Висота стійкого відкосу сипучої продукції визначається за формулою, в яку входять усі основні фізико-механічні її характеристики

$$h_c = \frac{4\tau_0 \cos\varphi}{\rho g(1 - \sin\varphi)}, \quad (4.1)$$

де τ_0 – початкове напруження зсуву, Па; φ – кут внутрішнього тертя або кут природного укосу, рад; ρ – об’ємна (насипна) густина, кг/м³; g – вертикальна компонента вектора прискорення вільного падіння, м/с².

У зв’язаній продукції сили зчеплення значно перевищують вагу частинок, а тому переміщення окремих частинок в полі гравітаційних сил у такій продукції неможливе. Зв’язане середовище утворює вертикальні відкоси, має здатність до склепоутворення, комкується, проявляє адгезійні властивості. Зв’язано-текуча продукція належить до перехідного класу. Залежно від щільності укладки частинок вони можуть проявляти як властивість незв’язаної, так і зв’язаної продукції.

Інколи для попереднього прийняття рішення щодо способу дозування і конструкції дозувального пристрою користуються спрощеною класифікацією сипучої продукції залежно від її гранулометричного складу. Так сипуча продукція поділяється умовно на три основні групи. Перша група об’єднує порошкову продукцію з розміром частинок 0,02–0,6 мм. Для дозування цієї продукції найбільш широко застосовуються шнекові дозатори.

До другої групи сипучої продукції належать подрібнена продукція з розмірами частинок в межах 0,6–6 мм. Для дозування цієї групи продукції широке застосування дістали дозатори об’ємного типу (стаканчикові, маятникові, шиберні).

Третя група об’єднує сипучу продукцію з розмірами частинок близько 6 мм і більше. Для дозування такої продукції застосовують вагові дозатори лінійного типу. За потреби фасування зі значною продуктивністю (бульше 100 доз/хв) застосовується багатопозиційне дозування (паралельне).

Фасування сипкої продукції відбувається в різні види упаковки (пачки, пакети тощо), виготовленої з різних видів матеріалів для пакування.

Дозувальні пристрої для сипучої продукції залежно від продуктивності машини, способу дозування, структурно-механічних властивостей продукції характеризуються значно широкою номенклатурою, які згідно класифікації бувають: дискретні, безперервні, безперервно-циклічні; об’ємні, вагові, комбіновані; шнекові, стаканчикові, шиберні, маятникові, камерні тощо.

4.2. Пристрої дозування сипучої продукції об'ємного типу

Дозатори об'ємного типу працюють в режимі дискретної дії. До складу таких дозаторів відносяться: бункер-накопичувач, дозатор, механізм видачі порції продукції. Для дозування сипучої продукції найбільш широко застосовують дозатори стаканчикового, камерного, шибєрного, маятникового, шнекового типів [1, 2].

4.2.1. Дозатор стаканчикового типу

Конструктивно – це телескопічно розташовані два циліндри (рис. 4.1). Внутрішня порожнина цих циліндрів утворює мірну ємність. Наповнення мірної ємності відбувається через верхню горловину, а випорожнення – через нижній канал, який в процесі наповнення закритий заслінкою 3. Для зміни величини об'єму дози потрібно перемістити циліндр, стакан 2 догори/донизу.

Верхній стакан здебільшого кріпиться до нерухомого верхнього листа 4, а нижній – до рухомого нижнього листа 5. Закриття/відкриття заслінки може здійснюватися за рахунок пневмоциліндра, що кріпиться до корпусу нижнього стакана, або за рахунок переміщення ролика 6, що встановлений на заслінці, по копіру 7.

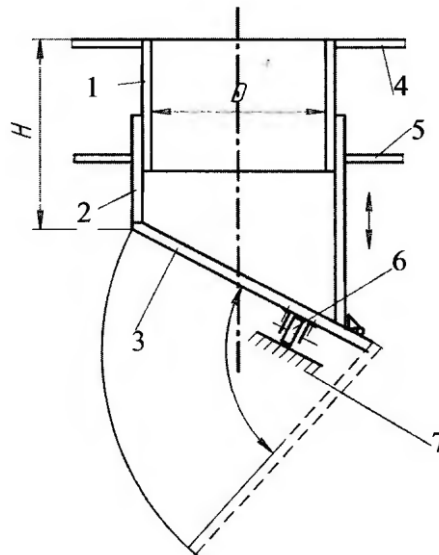


Рис. 4.1. Схема стаканчикового дозатора сипучої продукції

Дозатори стаканчикового типу здебільшого застосовуються для легкоплинної нев'язкої продукції. При його застосуванні для зв'язано-текучої продукції додатково встановлюється вібропристрій, що забезпечує поперечне коливання стаканів, завдяки якому відбувається якісне

заповнення мірної ємності та її випорожнення. За рахунок встановлення вібропристрою також підвищується точність дозування.

Стаканчиковий дозатор має два характерних параметри: D – внутрішній діаметр циліндра, м; H – висота мірної ємності, м. Дослідженнями встановлено, що для різних видів продукції та різної продуктивності співвідношення H/D цих параметрів також різне і знаходиться в межах 0,8–1,3. Найбільше значення співвідношення характерне для легкоплинної продукції і малої продуктивності. Телескопічність встановлення стаканів забезпечує плавне регулювання величини дози.

Стаканчикові дозатори в пакувальних машинах можуть бути скомпоновані на каруселі⁷ або лінійно (рис. 4.2). Кількість мірних стаканчиків на дисках (карусельний тип) може сягати 12, але за великих доз це призводить до збільшення діаметра дисків, а тому найчастіше встановлюють 6-8 стаканів. Лінійне компонування стаканчикових дозаторів передбачає їх розташування в лінію (див. рис. 4.2). Здебільшого встановлюються дві мірні ємності, які по чергово то заповнюються, то розвантажуються.

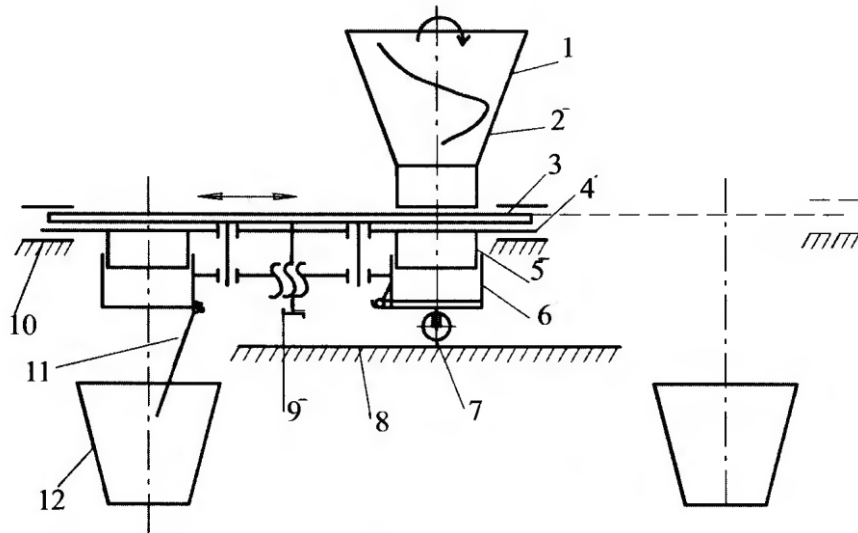
4.2.2. Дозатор шибера типу

Ці дозатори за способом формування дози подібні до стаканчикових. Доза відміряється об'ємом продукції, розміщеної між двома шиберами нижнім і верхнім (рис. 4.3).

В момент формування дози нижній шибера 4 перекриває отвір вихідного каналу дозатора, а верхній 3 – відкритий. Продукція під дією сил гравітації переміщається в мірний стакан дозатора. За наявності упаковки, тари і заповненого мірного каналу продукцією верхній шибера 3 перекриває канал переміщення продукції з бункера 1 в мірний стакан. Таким чином між двома шиберами відсікається об'єм продукції, рівний величині дози. За командою системи керування нижній шибера відкриває нижній отвір каналу, за рахунок чого продукція переміщається в лійку 5 і потрапляє в тару. Здебільшого верхній шибера здійснює зворотно-поступальний рух, що забезпечується пневмоприводом. Нижній шибера конструктивно може бути виконаний так само, як верхній, та здійснювати зворотно-коливальні рухи як відносно вертикальної, так і горизонтальної осей. Для регулювання дози продукції використовуються різні технічні рішення, одне з яких – мірний

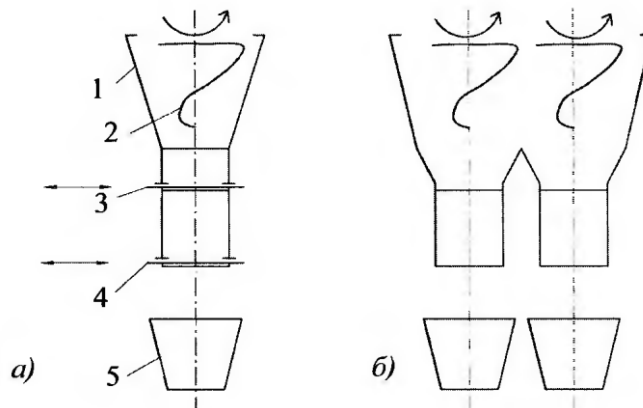
⁷ <https://www.youtube.com/watch?v=UMm4dYwobYk>

канал виконується телескопічним. Такий тип дозаторів застосовується для легкоплинної продукції, частинки якої достатньо тверді.



1 – бункер-накопичувач; 2 – мішалка; 3 – верхній лист; 4 – нижній лист; 5 – верхній стакан;
6 – нижній стакан; 7 – ролик; 8 – копір; 9 – пристрій регулювання дози; 10 – напрямні;
11 – заслінка; 12 – лінійка

Рис. 4.2. Схема стаканчикowego дозатора лінійного типу



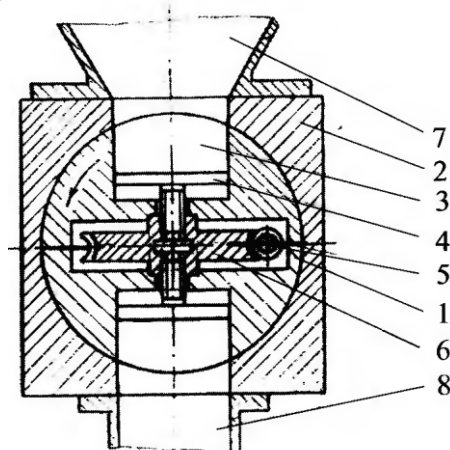
а – однопозиційний; б – багатопозиційний; 1 – бункер; 2 – мішалка; 3,4 – відповідно верхній і нижній шибєри; 5 – лійка

Рис. 4.3. Схема дозатора шибєрного типу

Для підвищення продуктивності пакувальної машини такі дозатори встановлюються в ряд та прикріплюються до одного бункера-накопичувача. Найчастіше такі дозатори встановлюються в багатоканальних пакувальних автоматах. Для забезпечення високої точності дозування потрібно підтримувати однаковий рівень продукції в бункері, не допускаючи склепоутворення і забезпечувати стабільність реологічних властивостей продукції під час дозування.

4.2.3. Дозатор камерного типу

В технічній літературі зустрічаються різні назви камерного дозатору: барабанний, роторний тощо. Назва камерний дозатор відповідає конструкції мірної ємності. Основна принципова відмінність цього дозатора порівняно зі стаканчиковим та шибєрним полягає в тому, що камера (мірна ємність) здійснює обертальний рух навколо горизонтальної осі (рис. 4.4).



1 – циліндр (в даному випадку складається з двох половинок); 2 – корпус; 3 – отвори в циліндрі;
4 – денця; 5 – черв'як; 6 – колесо черв'ячної передачі; 7 – бункер; 8 – випускний канал

Рис. 4.4. Схема дозатора камерного типу

Камерний дозатор – це циліндр 1 з одним або більше числом наскрізних або співвісних отворів, розташованих перпендикулярно його осі. В середині отворів розташовані денця 4. Денця можуть переміщатися по довжині отворів за допомогою привода 5 і 6 (гвинтового), зсовуючись чи розсовуючись. Кожне денце і поверхня циліндрів утворюють мірну ємність.

Зміна об'єму ємності з метою регулювання величини дози здійснюється переміщенням денць вздовж отворів. Циліндр обертається в корпусі 2 навколо горизонтально розташованої осі. Коли мірна ємність знаходиться зверху, в неї з бункера 7 поступає продукція. При обертанні мірної ємності на 180° з неї у випускний канал 8 (і далі у тару) переміщується доза продукції. Відповідна друга ємність співвісного отвору в цей час знаходиться в позиції завантаження.

Для дозування важкоплинної продукції камерний дозатор має дещо іншу конструкцію. В такому дозаторі пара денць не жорстко закріплена в отворах і можуть переміщатися вздовж їх осей, примусово виштовхуючи продукцію з мірної ємності.

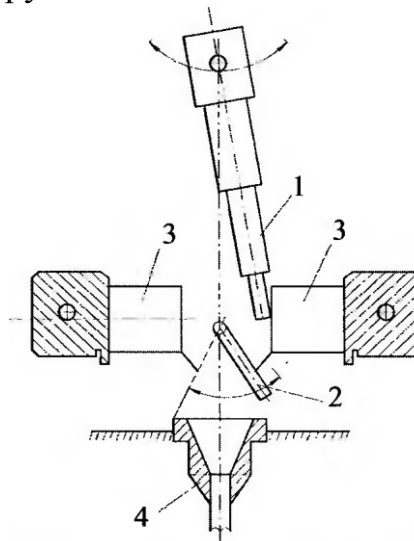
Камерні дозатори застосовуються здебільшого в пакувальних машинах для фасування продукції малими дозами в пласкі чотиришовні

пакети, одержані накладанням двох стрічок одна на іншу. Ці дозатори особливо ефективні в багатоканальному виконанні. Продуктивність таких машин може сягати 150–180 доз/хв.

До недоліків дозаторів камерного типу можна віднести неможливість у ряді конструкцій виконувати регулювання величини дози в робочому режимі і важко очищати мірну ємність від частинок, що приклеїлись до її стінок.

4.2.4. Дозатор маятникового типу

Цей тип дозаторів застосовується на таких пакувальних машинах, що і камерні дозатори. Дозатор маятникового типу (рис. 4.5) складається з ємності, в якій як маятник ререміщається заслінка по чергово торкаючись двох протилежних стінок мірних ємностей 3. Продукція переміщається в ту частину мірної ємності, що закрита заслінкою. В певний момент часу заслінка переміщається в друге положення, і доза продукції виходить з дозатора. В цей же час друга частина ємності заповнюється продукцією.



1 – канал подачі продукції; 2 – маятник; 3 – мірні ємності;
4 – канал для переміщення продукції в упаковку

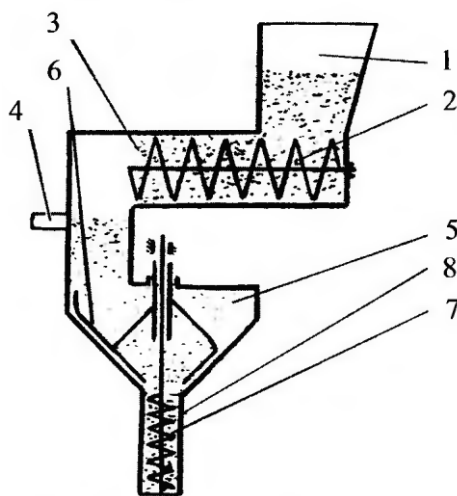
Рис. 4.5. Схема дозатора маятникового типу

Синхронізація рухів маятника 2 (заслінки) і канала подачі продукції здійснюється за рахунок жорстких кінематичних зв'язків (зубчастої передачі). Тривалість періоду коливання прямопропорційна часу формування дози. Змінюючи період коливання, збільшують або зменшують величину дози за постійного потоку продукції. Для більш точного корегування величини дози в ряді маятникових дозаторів регулюють й величину потоку продукції. Інколи дозатори, що формують дозу за

постійного потоку продукції, називають часовими, а якщо за чітко встановлений час змінюється величина потоку – потоковими.

4.2.5. Дозатор шнекового типу

Цей конструктивний тип дозаторів застосовують для дозування важкоплинної продукції, до якої належать порошкоподібні і пиловидні матеріали. Особливо важко забезпечити точність дозування продукції, яка з одного боку є текучою, а з іншого – за незначного стискання злипається. З такою продукцією може справитися тільки шнековий дозатор, і то з додатковими пристроями. Шнековий дозатор в його «класичному» виконанні наведено на рис. 4.6.



1 – бункер; 2 – живильний шнек; 3 – проміжна ємність; 4 – датчик рівня продукції; 5 – конічний бункер;
6 – лопаті мішалки; 7 – дозувальний шнек; 8 – циліндричний патрубкок

Рис. 4.6. Схема дозатора шнекового типу

Конструкція (див. рис. 4.6) має конічний бункер 5, з якого вертикальним дозувальним шнеком 7 у разі його включення відбирається і видається доза продукції. Вище конічного бункера розташована проміжна ємність 3, де підтримується заданий рівень продукції, і шнек живлення 2, який періодично включається, переміщуючи продукцію в проміжну ємність. В конічному бункері постійно обертаються лопаті мішалки 6, які не дають злягатися продукції в бункері і переміщують її до дозувального шнека. Величина дози визначається геометричними параметрами дозувального шнека (D – зовнішній діаметр шнека, м; d – внутрішній діаметр або діаметр вала, м; H – крок гвинтової поверхні, м) і кількістю обертів шнека.

Лекція 3.2(5) **Методика технологічного (параметричного) розрахунку дозаторів об'ємного типу**

5.1. Методика технологічного (параметричного) розрахунку дозаторів об'ємного типу

Основними параметрами технологічного розрахунку об'ємних дозаторів періодичної дії є визначення продуктивності і енерговитрат [1, 2]. Оскільки дозувальні пристрої формують дози продукції, то характерною для них буде штучна продуктивність. Штучна продуктивність визначається за формулою

$$Z = \frac{k}{t_{\Sigma}}, \quad (5.1)$$

де k – кількість дозувальних пристроїв, що одночасно формують дозу продукції; t_{Σ} – сумарний час формування і переміщення дози в тару, с.

Тривалість циклу дозування здебільшого визначається за циклограмою роботи дозатора. На етапі проектування враховуються всі складові витрат часу від початку заповнення однієї дози до іншої. Так, наприклад

$$t_{\Sigma} = t_1 + t_2 + t_3 + t_4, \quad (5.2)$$

де t_1 – тривалість заповнення мірної ємності продукцією, яка визначається довідниковими даними або експериментально для конкретного виду і стану продукції і конструктивного виконання дозатора, с; t_2 – тривалість переміщення мірної ємності з позиції заповнення в позицію вивантаження, с; t_3 – тривалість вивантаження мірної ємності, с; t_4 – тривалість передачі сигналів керування на включення, виключення етапів операції дозування, в першому наближенні приймається в межах 0,5–0,7 с.

Експериментально встановлено, що тривалість заповнення мірної ємності продукцією значно менша тривалості вивантаження. Згідно принципу роботи і циклограмі стаканчикowego дозатора карусельного типу, шнекового і маятникового дозаторів дані етапи виконуються в процесі руху мірних ємностей й суміщені у часі. Це дає можливість на етапі проектних

розрахунків під час визначення тривалості циклу дозування не враховувати t_1 .

Тривалість вивантаження мірної ємності визначається за формулою

$$t_3 = \frac{W}{\Pi}, \quad (5.3)$$

де W – об'єм дози, м^3 ; $\Pi = \mu_0 f_{eff} v$ – пропускна здатність випускного каналу мірної ємності, $\text{м}^3/\text{с}$; μ_0 – коефіцієнт втрати швидкості переміщення частинки порівняно з вільним гравітаційним падінням за рахунок тертя; f_{eff} – ефективна площа ємності, для циліндричної ємності маємо $f_{eff} = \frac{\pi D^2}{4}$, м^2 ; D – внутрішній діаметр мірного стакана, м ; $v = 2gH$ – швидкість вільного падіння частинки на межі контакту з лінійкою, $\text{м}/\text{с}$; H – висота мірного стакана (ємності), м .

Втрати з тертям, викликані такими чинниками: внутрішнім тертям і зчеплення частинок, тертям по поверхням мірної ємності. Коефіцієнт втрат за рахунок тертя визначається експериментально, для легкосипучого матеріалу приймається в межах 0,7–0,9.

Наведені формули для визначення тривалості вивантаження мірної ємності справедливі для гідравлічного виду переміщення легкоплинної продукції. Для інших способів переміщення сипучої продукції потрібно використовувати емпіричні залежності, що враховують структурно-механічні параметри матеріалу.

Тривалість переміщення мірної ємності з позиції заповнення в позицію вивантаження визначається на підставі припущення, що рух є сталим для карусельного компонування ($\omega, v = \text{const}$)

$$t_2 = \frac{\varphi_0}{\omega}, \quad (5.4)$$

де $\varphi_0 = \frac{2\pi}{m_0}$ – кут розташування мірних ємностей, рад; m_0 – кількість мірних ємностей в дозаторі; $\omega = 2\pi n$ – кутова швидкість обертання каруселі, рад/с; n – частота обертання каруселі, с^{-1} .

У разі лінійного компоновання мірних ємностей, маємо

$$t'_2 = \frac{L}{v}, \quad (5.5)$$

де L – відстань між центрами мірних ємностей в позиціях заповнення і вивантаження, м; v – лінійна швидкість переміщення мірної ємності за сталого режиму руху, м/с.

На практиці вихідними даними для проектування є такі: продуктивність; вид матеріалу для пакування; величина дози; тип і вид тари. За таких умов для карусельного компоновання дозатора визначають кількість мірних ємностей за прийнятої частоти обертання каруселі, а для лінійного компоновання – лінійну швидкість переміщення мірних ємностей.

На етапі проектування для розрахунків енерговитрати можна скористатися дещо спрощеними формулами. Так, наприклад, для карусельного компоновання стаканчикових дозаторів будемо мати для визначення потужності приводу

$$N = \frac{T\omega_c}{1000\eta}, \text{ кВт}, \quad (5.6)$$

де T – крутний момент на приводному валі каруселі, Н·м; ω_c – кутова швидкість обертання каруселі за сталого режиму руху, с⁻¹; η – механічний ККД приводу.

В свою чергу крутний момент T на приводному валу визначається співвідношенням

$$T = k_1 k_2 \sum M_0, \quad (5.7)$$

де $k_1=1,05-1,1$ – коефіцієнт, що враховує подрібнення частинок сипучого матеріалу; k_2 – коефіцієнт, що враховує динамічну складову в момент початку руху каруселі (для періодичної дії), приймають рівним $k_2=1,2-1,4$; $\sum M_0 = M_1 + M_2 + M_3$ – сумарний статичний момент опору переміщенню каруселі, Н·м; M_1 – момент опору в підшипниках

вертикального валу каруселі, Н·м; $M_2 = k_3 N_2 \frac{2k}{r_p} R_1$ – момент опору

переміщенню роликів заслінок мірних ємностей по копіру, Н·м; N_2 – нормальна реакція від тиску ролика на копір (залежить від ваги матеріалу в мірній ємності, ваги заслінки, розташування і конструкції ролика та конструкції кулачка), Н·м; $k_3 = 1,02-1,05$ – коефіцієнт, що враховує додатковий опір переміщенню ролика по копіру через налипання частинок продукції на поверхню копіра; k – коефіцієнт кочення ролика по копіру; r_p – радіус ролика, м; R_1 – радіус траєкторії переміщення роликів заслінок відносно приводного вертикального валу, м; $M_3 = F_0 p f_c R_2$ – момент опору від переміщення шарів сипучої продукції в момент виходу стаканчика із зони його наповнення, Н·м; p – тиск продукції в бункері на частину верхнього диску визначається за формулою Янсена, Па

$$p = \frac{R_g \rho}{f_c K}, \quad (5.8)$$

де R_g – гідравлічний радіус випускного отвору бункера (м), визначається як

$$R_g = \frac{F_0}{\Pi_0}, \quad (5.9)$$

де F_0 – площа випускного отвору бункера, м²; F_0 – периметр випускного отвору бункера, м; ρ – густина сипучого матеріалу в бункері, кг/м³; f_c – коефіцієнт внутрішнього тертя сипучої продукції; K – коефіцієнт переміщення продукції, визначається як

$$K = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}, \quad (5.10)$$

де φ – кут природного укосу сипучої продукції, що піддається пакуванню, рад.

Для лінійного компонування дозатора потужність приводу визначається формулою

$$N = \frac{Pv}{1000\eta}, \text{ кВт}, \quad (5.11)$$

де P – рушійна сила приводу, яка визначається за формулою

$$P = k_1 k_2 \sum_i F_i, \text{ Н}, \quad (5.12)$$

де k_1, k_2 – коефіцієнти, що враховують подрібнення частинок сипучого матеріалу і динамічну складову в момент початку руху каретки, відповідно; $\sum_i F_i$ – сумарний опір (Н) переміщенню каретки з мірними стаканами з позиції заповнення в позицію вивантаження, включає аналогічні складові, як і для карусельного компонування за винятком складової M_1 , оскільки в даному випадку розраховується опір переміщенню каретки в горизонтальній площині, а не обертанню валу каруселі.

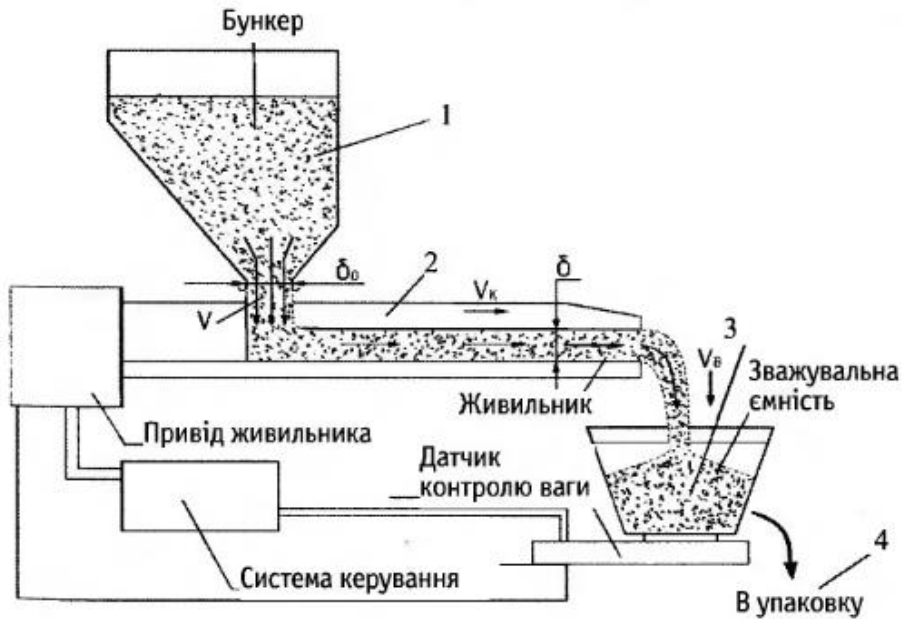
Наведена методика розрахунку дозаторів об'ємного типу дає змогу одержати вихідні дані для компонування і проектування пакувальної машини.

Лекція 3.3(6) Пристрої вагового дозування сипучої продукції

6.1. Пристрої вагового дозування сипучої продукції

Технологічна операція дозування сипучої продукції ваговими дозаторами (рис. 6.1) складається з таких етапів: переміщення продукції з бункера накопичувача; транспортування продукції живильником до зважувальної ємності; набір заданої дози продукції у зважувальній ємності; розвантажування зважувальної ємності.

Для забезпечення високої точності дозування продукції в пакувальному обладнанні зазвичай застосовується грубо-точна технологічна схема формування дози. За такою схемою доза умовно поділена на дві складові у часі, коли основна частина маси дози M_1 формується за максимальної витрати продукції, а значить під час швидкого набору маси M_1 відбувається грубе дозування, і друга частина здійснюється за малої витрати та відносно повільному наборі маси M_2 (рис. 6.2).



1 – бункер-накопичувач; 2 – живильник; 3 – зважувальна ємність; 4 – упаковка
 Рис. 6.1. Структурна схема вагового дозатора сипучого матеріалу

В реальних процесах дозування витрати продукції на першому етапі циклу нестабільні ($B_1 = M_1/\Delta t_1 \neq \text{const}$) з таких причин: зміна плинності через коливання значень вологості продукції; зміна адгезійних властивостей матеріалів бункерів, заслінок тощо. А тому точка *A* (див. рис. 6.2), що відповідає співвідношенню $\Delta t_1/\Delta t_2$, залежно від перерахованих факторів може змінювати своє положення в сторону збільшення або зменшення Δt_1 . Оскільки тривалість циклу дозування складає $T = \Delta t_1 + \Delta t_2$, то можливе і суттєве зменшення продуктивності пристрою особливо за рахунок збільшення Δt_2 .

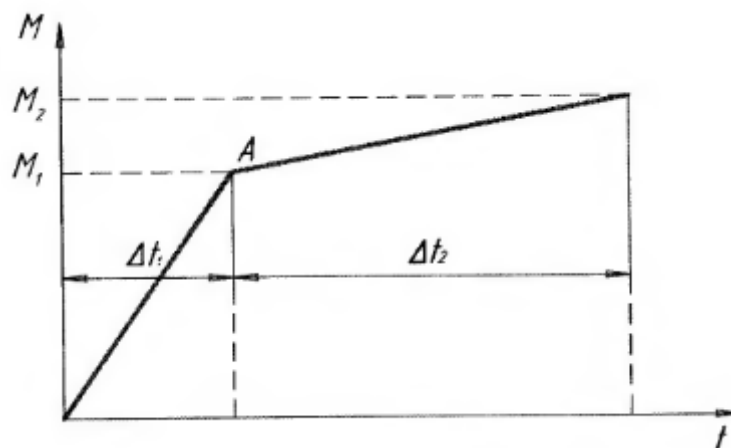


Рис. 6.2. Циклограма грубо-точного вагового дозування сипучої продукції

Для прогнозування реальної циклограми вагового дозатора необхідно проаналізувати переміщення сипучої продукції на всіх складових етапах

операції дозування. На першому етапі операції пакування характерним параметром є швидкість розвантаження сипучої продукції v із бункера

$$v = \lambda \sqrt{2 \left[\frac{1+f^2}{f} \left(R_K g - \frac{\tau_0}{\rho} \right) - \frac{\tau_0}{\rho} \sqrt{1+f^2} \right]}, \quad (6.1)$$

де λ – коефіцієнт переміщення продукції, що залежить від структурно-механічних характеристик продукції; f – коефіцієнт тертя продукції по бічних стінках вихідного каналу; R_K – розрахунковий ефективний лінійний розмір отвору каналу, м; τ_0 – початкове напруження зсуву сипучого матеріалу, Па; ρ – об’ємна (насипна) густина сипучого матеріалу, кг/м³; g – вертикальна компонента вектора прискорення вільного падіння, м/с².

Отвори випускних каналів бункера у вагових дозаторах конструктивно виконуються здебільшого у вигляді прямокутної щілини довжиною B_0 і шириною δ_0 , причому довжина щілини дорівнює ширині вантажонесучого елемента живильника. У високоавтоматизованих дозаторах ширина δ_0 автоматично регулюється заслінкою, що дає змогу змінювати пропускну здатність живильника не тільки за рахунок швидкості переміщення тягового елемента, але й за параметрами потоку продукції.

Розрахунковий лінійний розмір R_K отвору вихідного каналу бункера визначається залежністю

$$R_K = \frac{(B_0 - a)(\delta_0 - a)}{2(B_0 + \delta_0 - 2a)}, \quad (6.2)$$

де a – найбільший лінійний розмір частинки сипучого матеріалу, м.

Переміщення продукції від бункера до зважувальної ємності дозатора характеризується інтенсивністю подачі матеріалу P

$$P = B\delta\rho v_k, \text{ кг/с}, \quad (6.3)$$

де B – ширина вантажонесучого елемента живильника, м; δ – товщина шару сипучої продукції, м; ρ – об’ємна (насипна) густина сипучого матеріалу, кг/м³; v_k – швидкість переміщення продукції живильником, м/с.

Для досягнення заданої точності дозування потрібно забезпечити високу стабільність подачі продукції. Така задача конструктивно вирішується застосуванням у живильнику вантажонесучих елементів вібраційного типу з багатоступінчастою системою (дві-три ступені). У цьому випадку швидкість переміщення продукції буде визначатися співвідношенням

$$v_k = (K_1 \pm K_2 \sin \alpha) A \omega \sqrt{1 - \frac{\cos \beta}{K_p^2}}, \quad (6.4)$$

де K_1, K_2 – емпіричні коефіцієнти, що залежать від фізико-механічних і реологічних властивостей продукції (табличні дані); A – амплітуда коливання вантажонесучого елемента, м; ω – частота коливання вантажонесучого елемента, с^{-1} ; α – кут нахилу вантажонесучого органу до горизонту, рад; β – кут між вектором прикладання силового імпульсу до продукції і горизонтом, рад; K_p – коефіцієнт режиму роботи вантажонесучого органу.

Значення безрозмірного коефіцієнта K_p визначається залежністю

$$K_p = \frac{A \omega^2 \sin(\beta - \alpha)}{g \cos \alpha}. \quad (6.5)$$

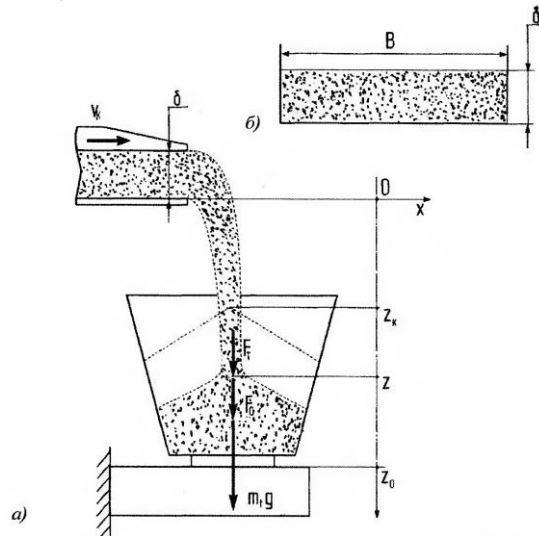
Аналізуючи формулу (6.3), можна прийти до висновку, що змінювати інтенсивність потоку продукції P можна за рахунок зміни або геометричних параметрів B і δ , або кінематичних – v_k і K_p . Потрібно відмітити, що інтенсивність подачі продукції до завантажувальної ємності є визначальним параметром продуктивності операції дозування.

Вага продукції, що набирається у завантажувальній ємності, фіксується датчиком і контролюється системою керування дозатором. За умови досягнення встановленої величини дози продукції у завантажувальній ємності система керування зупиняє рух вантажонесучого елемента живильника і доза продукції відсікається від суцільного потоку сипучого матеріалу.

У режимі формування дози датчик вимірювання ваги навантажується як сталою вагою зважувальної ємності, так і змінною вагою продукції, що постуває в ємність (рис. 6.3). Повне зусилля F_{Σ} , що діє на датчик визначається виразом

$$F_{\Sigma} = F_C + F_D, \text{ Н}, \quad (6.6)$$

де F_C – статичне навантаження на датчик від ваги мірної ємності, Н; F_D – динамічне навантаження на датчик від ваги продукції, що надійшла та надходить у зважувальну ємність, Н.



a – загальний вигляд схеми зважування; *б* – поперечний переріз продукції, що подається живильником
Рис. 6.3. Схема навантаження датчика контролю ваги

Контроль набору дози фактично зводиться до визначення повного динамічного навантаження, величина якого визначається сумою миттєвого значення ваги продукції, що знаходиться в ємності, і динамічного зусилля від тиску потоку продукції, яка надходить у зважувальну ємність

$$F_D = m_t g + F_t, \quad (6.7)$$

де m_t – миттєве значення маси продукції в ємності, $0 \leq m_t \leq m_k$, кг; m_k – задана маса дози, кг; F_t – динамічне зусилля від тиску продукції, що переміщається, Н.

Величина динамічного зусилля F_t визначається за формулою

$$F_t = p v_m = B \delta \rho v_k C_p \sqrt{2g \left(z + \frac{\delta}{2} \right)}, \quad (6.8)$$

де p – масова витрата сипучої продукції, кг/с; $v_m = C_p \sqrt{2g \left(z + \frac{\delta}{2} \right)}$ –

середня миттєва швидкість падіння потоку продукції а момент її контакту з поверхнею масиву матеріалу, що знаходиться у завантажувальній ємності, м/с; z – поточне значення координати точки контакту по осі OZ , м; C_p – аеродинамічний коефіцієнт опору повітря потоку продукції, що переміщається.

Миттєве значення величини маси продукції в ємності визначається таким співвідношенням

$$m_t = pt = B\delta\rho v_k t, \quad (6.9)$$

де t – поточне значення часу формування дози, $0 \leq t \leq t_k$, с; $t_k = T$ – тривалість формування дози, с.

Використовуючи формули (6.7)–(6.9), можна отримати рівняння, що характеризує процес формування дози з врахуванням динамічних складових

$$m_t = B\delta\rho v_k \left[t + \frac{z + \frac{\delta}{2}}{C_p \sqrt{2g \left(z + \frac{\delta}{2} \right)}} \right]. \quad (6.10)$$

Причому абсолютне значення похибки дозування неважко визначити як

$$\Delta m = B\delta\rho v_k \frac{z + \frac{\delta}{2}}{C_p \sqrt{2g \left(z + \frac{\delta}{2} \right)}}, \quad (6.11)$$

$$\text{де } t' = \frac{z + \frac{\delta}{2}}{C_p \sqrt{2g \left(z + \frac{\delta}{2} \right)}} - \text{час падіння сипучого матеріалу з висоти } z + \frac{\delta}{2}$$

з врахуванням аеродинамічного коефіцієнту опору повітря потоку продукції, с.

На підставі проведеного аналізу операції дозування ваговим дозатором можна констатувати, що продуктивність і точність дозування залежить, в першу чергу, від параметрів живильника. Найменша похибка дозування визначається величиною мінімальної маси продукції Δm_{\min} , яку живильник може видати в зважувальну ємність (рис. 6.4).

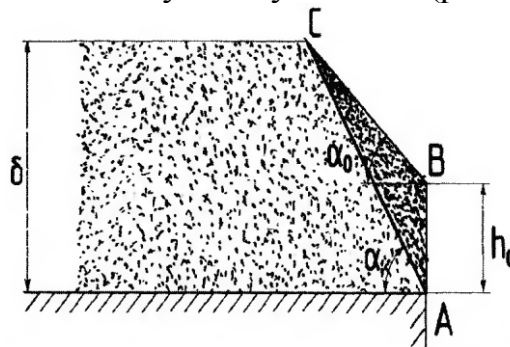


Рис. 6.4. Схема граничного обвалювання Δm_{\min} продукції з несучої поверхні живильника

Мінімальна маса сипучої продукції, що обвалюється з несучого елемента живильника, визначається з ΔABC (див. рис. 6.4) за формулою

$$\Delta m_{\min} = \frac{B\delta\rho h_0}{2\text{tg}\alpha_k}, \quad (6.12)$$

де h_0 – висота вертикальної стінки вільно розміщеної продукції на несучій поверхні в момент зупинки живильника, м; α_k – динамічний кут природного укосу сипучого матеріалу, рад; ρ – об’ємна (насіпна) густина сипучого матеріалу, кг/м^3 .

Висота вертикальної стінки h_0 визначається формулою

$$h_0 = \frac{2\tau_0 \cos\alpha_0}{\rho g (1 - \sin\alpha_0)}, \quad (6.13)$$

де α_0 – статичний кут природного укосу сипучого матеріалу, рад; τ_0 – початкове напруження зсуву сипучого матеріалу, Па; ρ – об’ємна (насіпна) густина сипучого матеріалу, кг/м³; g – вертикальна компонента вектора прискорення вільного падіння, м/с².

Швидкість переміщення продукції живильником, за якої забезпечується найвища точність дозування, виражається формулою, яка отримується об’єднанням формул (6.11) і (6.12)

$$v_k = \frac{h_0 C_p \sqrt{2g \left(z + \frac{\delta}{2} \right)}}{2 \left(z + \frac{\delta}{2} \right) \operatorname{tg} \alpha_k}. \quad (6.14)$$

Останнім етапом технологічної операції є розвантаження зважувальної ємності. На цьому етапі відкриваються заслінки дна ємності або вона перевертається. Здебільшого сипучий матеріал переміщується під дією гравітаційних сил на похилій поверхні з подоланням сил опору тертя з боку поверхонь зважувальної ємності.

Швидкість v_p переміщення сипучого матеріалу під час розвантаження зважувальної ємності визначається виразом

$$v_p = \sqrt{2gl \left(\sin \varphi - f_1 \cos \varphi \left(1 + \frac{nh_c}{b} \right) \right)}, \quad (6.15)$$

де l – довжина похилих площин ємності, м; φ – кут нахилу бічних поверхонь ємності до горизонту, рад; h_c – висота шару продукції відносно бічних стінок ємності, м; n – коефіцієнт тиску продукції на бічні стінки ємності; b – відстань між бічними стінками, м; f_1 – коефіцієнт тертя продукції по несучим поверхням і бічним стінкам ємності для зважування.

Наведені аналітичні залежності із застосування методів пошуку оптимальних рішень дають можливість реалізувати одну з поставлених задач: знайти параметри дозувального пристрою, за яких продуктивність буде найвища при допустимій похибці дозування; знайти параметри дозувальних пристроїв, за яких точність дозування найвища за заданої продуктивності.

Оскільки режим дозування двоступінчастий, умовну точку А переходу з одного режиму дозування на інший можна визначити

$$m_{t_{kp}} = M_1 = m_K - B\delta\rho v_k \frac{z + \frac{\delta}{2}}{C_p \sqrt{2g\left(z + \frac{\delta}{2}\right)}}. \quad (6.16)$$

Також можна визначити коефіцієнт Φ_{Π} раціонального виконання операції дозування ваговим дозатором, що визначає, яка частина дози формується в інтенсивному режимі

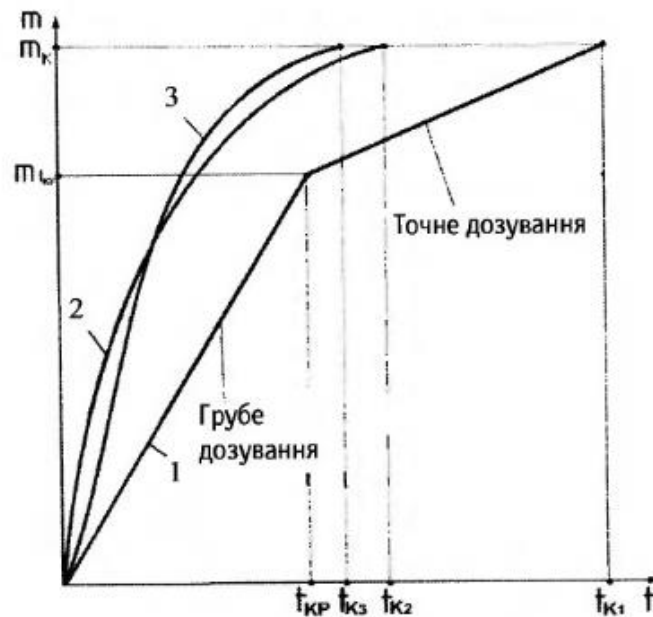
$$\Phi_{\Pi} = 1 - \frac{1}{m_K} B\delta\rho v_k \frac{z + \frac{\delta}{2}}{C_p \sqrt{2g\left(z + \frac{\delta}{2}\right)}}. \quad (6.16)$$

Із аналізу виразу (6.15) витікає, що за відповідних співвідношень між параметрами можлива ситуація, коли процес за заданої інтенсивності реалізувати неможливо. Оскільки, уразі

$$\frac{1}{m_K} \left[B\delta\rho v_k \frac{z + \frac{\delta}{2}}{C_p \sqrt{2g\left(z + \frac{\delta}{2}\right)}} \right] \geq 1, \quad (6.17)$$

інтенсивність подачі продукції настільки висока, що складова динамічного зусилля від тиску продукції перевищує величину повного динамічного зусилля на датчик, і тоді процес формування дози контролювати системою керування неможливо.

Оптимальним за швидкістю є режим формування дози, що реалізується за кривою 2 (рис. 6.5) без врахування коливальних процесів датчика контролю ваги і за кривою 3 з врахуванням коливальних процесів.



1 – двоступінчастий режим; 2, 3 – оптимальні режими
 Рис. 6.5. Графіки режимів формування дози вагового дозатора

Лекція 3.4(7) Класифікація та влаштування вагових дозаторів сипучої продукції. Живильники

7.1. Класифікація та влаштування вагових дозаторів сипучої продукції

Найбільш суттєва класифікаційна ознака, за якою можна класифікувати ваговий дозувальний пристрій, є тип зважувальних механізмів (систем). Розрізняють такі зважувальні системи [1, 2]:

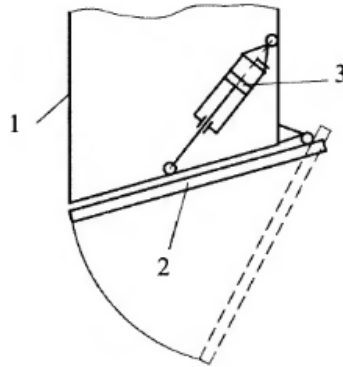
- важільні, важільно-пружні;
- тензометричні;
- індукційні;
- вібраційно-частотні.

У сучасних зразках пакувального обладнання все ширше знаходять застосування нові технології зважування, що базуються на застосуванні мікропроцесорів, комп'ютерних технологій контролю і керування за формуванням дози.

За видом сигналу дистанційної передачі інформації і керування дозатори поділяють на: аналогові та дискретно-цифрові тощо. Не менш важливою характеристикою є спосіб розвантаження зважувальної ємності. Їх поділяють на такі, де:

- денце бункера виконується у вигляді заслінки, яка відкривається;
- зважувальна ємність перекидається;
- зважувальна ємність обертається.

Найбільш широке застосування в дозаторах вагового типу знайшли зважувальні ємності з відкидною заслінкою (рис. 7.1). В таких конструкціях зважувальних ємностей режимом роботи заслінки керують індивідуальні приводи (пневмоциліндри, електромагніти).

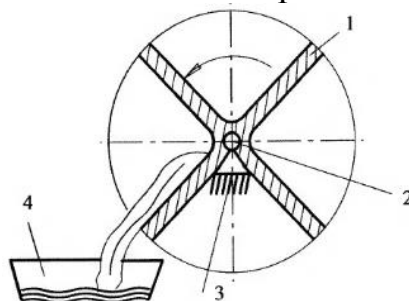


1 – ємність; 2 – заслінка; 3 – пневмоциліндр

Рис. 7.1. Схема зважувальної ємності з відкидною заслінкою

До недоліків такої схеми розвантаження можна віднести: наявність додаткового приводу; збільшення тривалості операції дозування на час закриття і відкриття заслінки, а також спрацювання системи керування; у випадку знеживлення приводу потрібно передбачити додаткові механізми блокування.

В конструкції зважувальної ємності, в якій розвантаження здійснюється за рахунок обертання, деякі з перерахованих недоліків усунені. Типова схема такої зважувальної ємності наведена на рис. 7.2. Зважувальна ємність виконується у вигляді лопатевого ротора. Між лопатями розміщується продукція. Напіввісі ротора встановлюють в пази тензOMETричної балки або іншої зважувальної системи. По завершенню формування дози приводом надається обертальний рух ємності.

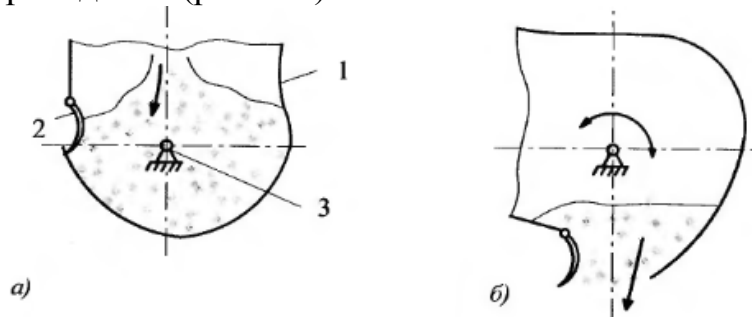


1 – ротор з лопатями; 2 – напіввісь; 3 – опора з пружним елементом; 4 – лійка

Рис. 7.2. Типова схема зважувальної ємності з розвантаженням за рахунок її обертання

Зважувальна ємність обертається на кут розташування лопатей. При цьому простір між новою парою лопатей готовий до заповнення продукцією, а попередньо дозована продукція по похилій площині лопаті переміщується в продуктопровід і в упаковку. Обертальний рух ємності зменшує тривалість її розвантаження і тим самим є резерв для підвищення продуктивності. До недоліків такого способу розвантаження відносяться: збільшені геометричні розміри й витрати енергії; зношування пар тертя під час обертання; важко створити умови герметичності.

Найбільш невдалою є система розвантаження зважувальної ємності за способом її перекидання (рис. 7.3).



a – заповнення; *б* – розвантаження; 1 – ємність; 2 – заслінка; 3 – опора

Рис. 7.3. Схема розвантаження зважувальної ємності за допомогою її перекидання

Конструктивно ємність виконана таким чином, щоб її центр ваги зміщується. У випадку наповнення (див. рис. 7.3, *a*) зважувальної ємності продукцією центр ваги зміщується в бік закріплення заслінки 2, що створює обертальний момент відносно опори 3. По завершенню формування дози механізм і ємність обертається на 90° . Відкривається заслінка і продукція висипається. Центр ваги по мірі вивантаження переміщається в протилежний бік, що створює момент сили для повернення ємності в початкову позицію для заповнення – дозування. До недоліків такої конструкції можна віднести:

- перекидання супроводжується ударами, що руйнує систему зважування;
- значна інерційність пристрою, що впливає на тривалість циклу та продуктивність.

7.2. Живильники

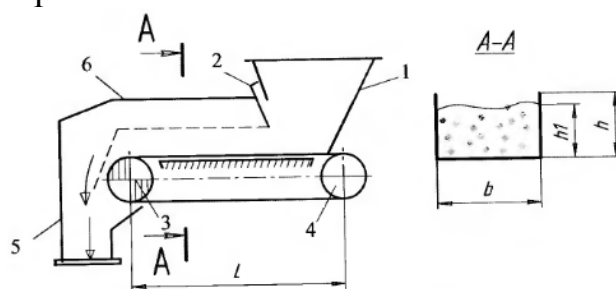
Дозувальні пристрої вагового типу також поділяють за схемою компонування – лінійна, карусельна і за конструктивним виконанням

живильників (стрічкові, шнекові, тарілчасті, вібраційні, барабанні, лопатеві тощо).

Живильники призначені для рівномірної із заданою інтенсивністю (витратою) подачі продукції до зважувальної ємності.

7.2.1. Стрічкові живильники. Технологічний розрахунок

Стрічкові живильники у своїй будові мають стрічкові конвеєри, що приводяться в рух покрововими двигунами. Покровові двигуни забезпечують різну інтенсивність потоку продукції. На рис. 7.4 наведена характерна схема стрічкового живильника.



1 – бункер-накопичувач; 2 – регулювальна заслінка; 3 – привідний барабан; 4 – натяжний барабан; 5 – випускний патрубок; 6 – жолоб

Рис. 7.4. Схема стрічкового живильника

Регулювання інтенсивності потоку продукції також можна забезпечувати заслінкою 2. Для пилоподібної продукції жолоб виконується закритим, а для легкосіпучої – відкритим. В пакувальних машинах стрічкові живильники встановлюються горизонтально або під незначним кутом в бік зважувальної ємності.

Продуктивність живильника визначають за формулою

$$Q = 3600 F \rho v_k \psi k, \text{ кг/год} \quad (7.1)$$

де $F = bh$ – площа поперечного перерізу жолоба живильника, м^2 ; b, h – ширина і висота поперечного перерізу жолоба, відповідно, м ; ρ – об’ємна (насіпна) густина сипучого матеріалу, кг/м^3 ; v_k – лінійна швидкість переміщення продукції, яку приймають рівною швидкості стрічки v_c живильника, м/с ; $\psi = \frac{h_1}{h}$ – коефіцієнт заповнення жолоба живильника продукцією; h_1 – рівень продукції в жолобі, м ; k – коефіцієнт нерівномірності заповнення жолоба продукцією по його довжині L .

Потужність приводу стрічкового живильника визначається за формулою

$$N = (N_1 + N_2) \frac{k_{зп}}{\eta}, \quad (7.2)$$

де N_1 – складова потужності, що визначається за класичною методикою розрахунку стрічкового конвеєра – $N_1 = \frac{Wv_c}{1000}$, кВт; W – тягове зусилля на приводному барабані конвеєра, Н; N_2 – складова потужності, що витрачається на подолання сил тертя продукції по нерухомих напрямних жолоба, кВт; $k_{зп}$ – загальний коефіцієнт запасу, який враховує можливі затори, подрібнення твердих частинок продукції тощо, приймається рівним $k_{зп} = 1,2 - 1,5$; η – механічний ККД.

Складова потужності N_2 визначається за формулою

$$N_2 = \frac{P_2 v_c}{1000}. \quad (7.3)$$

де P_2 – сила опору переміщенню продукції вздовж нерухомих напрямних, Н.

Оскільки напрямні знаходяться по обидва боки жолоба P_2 , визначається з коефіцієнтом 2

$$P_2 = 2 p_H \frac{h_1}{2} L f, \quad (7.4)$$

де L – довжина робочої зони живильника, м; f – коефіцієнт тертя ковзання сипучої продукції по напрямних жолоба; p_H – тиск сипучого матеріалу на вертикальну стінку жолоба (Па), який визначається за формулою

$$p_H = h_1 \rho K, \quad (7.5)$$

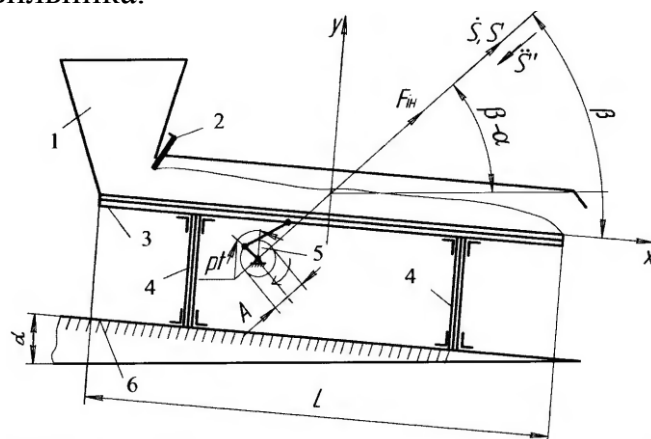
де ρ – об'ємна (насипна) густина сипучого матеріалу, кг/м³.

7.2.2. Вібраційні живильники

Вібраційні живильники використовуються для транспортування як сипучої, так і штучної продукції до пакувального обладнання та безпосередньої подачі матеріалу в дозатор. Характерною особливістю широкого застосування вібраційних живильників у пакувальному обладнанні є висока рівномірність подачі сипучого матеріалу, легка керуваність транспортним потоком та можливість регулювання товщини шару продукції. Робочий орган живильника (лоток) здійснює низько- або високочастотні коливання.

Залежно від частоти коливання живильники поділяють на: інерційні; вібраційні та інерційно-вібраційні. Інерційні пристрої працюють таким чином, що сипучий матеріал, який переміщається, проковзує по поверхні лотка без відриву від нього. Вібраційні – характеризуються коливаннями, в яких нормальна складова максимального прискорення лотка більше складової прискорення вільного падіння і протягом відповідної частини періоду коливань переміщається в стані направленого мікрокидка. Інерційно-вібраційні пристрої поєднують два режими руху в один – спочатку кидок, а потім ковзання за один період коливання.

Основним недоліком інерційних пристроїв є: прискорене зношування елементів лотка; нерівномірність значення сили тертя, що сприяє значному коливанню динамічних навантажень; великі енергетичні витрати; складність керування продуктивністю. Вібраційні пристрої мають такі переваги: відносно малі витрати енергії на переміщення продукції; пристрій працює в усталеному режимі роботи. На рис. 7.5 наведена типова схема вібраційного живильника.



1 – бункер-накопичувач; 2 – регулювальна заслінка; 3 – лоток; 4 – пружні елементи; 5 – привод;
6 – основна станина

Рис. 7.5. Схема вібраційного живильника

Вібраційний живильник працює таким чином: лоток 3 встановлюється на пружні елементи 4 і під дією приводу 5 здійснює коливання в напрямку S . Сипучий матеріал подається з бункера 1 і, отримавши імпульс руху від лотка 3, переміщується вперед за кожне коливання лотка. Із суми таких переміщень складається результуюче переміщення продукції по лотку із середньою швидкістю v_{cp} . Привод встановлюється таким чином, щоб лінія дії збурюючої сили приводу проходила через центр мас коливальної системи пристрою, а також суміщалася з лінією напрямку коливань. Закон руху лотка повинен бути таким, щоб при його зворотному русі продукція здійснювала незначне переміщення вперед. Привод живильника може бути виконаним з електромагнітним збурювачем коливань або з електромеханічним. Електромагнітні приводи бувають однокітні (з одною катушкою) і двокітні. Для живильників пакувального обладнання використовуються однокітні електромагніти.

Пружні елементи можуть бути виконані металевими, полімерними або комбінованими. У разі встановлення таких живильників на пакувальне обладнання потрібно забезпечити захист зважувальної системи всієї машини від коливань. Для цього зв'язок між рамою машини і пристроєм здійснюється через демпферні пристрої, а рама машини повинна бути масивною.

З великої кількості типів вібраційних живильників широке застосування дістали одно- та двомасові, з напрямленими та незалежними коливаннями [1, 2].

7.2.2.1. Вимоги до проектування вібраційних живильників

Під час проектування вібраційного конвеєра необхідно враховувати небезпеку виникнення «паразитних» коливань, що можуть спричинити нерівномірність транспортування сипучого матеріалу. Для усунення цього та забезпечення рівномірного вібраційного поля по довжині конвеєра під час конструювання необхідно виконати одну з умов:

- лінія, що з'єднує центри коливальних мас O_1 і O_2 повинна збігатися з напрямком коливань, тобто бути перпендикулярною до плоских пружин;
- центри коливальних мас O_1 і O_2 повинні бути суміщені.

Наприклад, під час проектування та розрахунку вібраційного конвеєра двомасового типу повинні бути також враховані такі його особливості:

- конвеєр являє собою двомасову коливальну систему, в якій одна з мас є робочим органом – лотком, по якому транспортується сипучий матеріал;
- коливальна система конвеєра працює в дорезонансному режимі, при цьому забезпечується стабільна робота та суттєво знижується залежність амплітуди коливань від маси сипучого продукту, що транспортується;
- спрясовані коливання забезпечуються встановленням під заданим кутом пружних елементів;
- для передачі конвеєру рушійного зусилля використовується електромагніт.

Вихідними даними для проектування вібраційних конвеєрів живильників є такі параметри: довжина конвеєра (L); швидкість транспортування (v) або продуктивність.

7.2.2.2. Вибір частоти коливань конвеєра. Методика технологічного розрахунку

Робоча частота вимушених коливань конвеєра (ϕ) може становити: 100, 50 або 25 Гц. Частоту коливань конвеєра вибирають залежно від таких чинників:

- величини коливальних мас;
- довжина конвеєра.

За частотою вимушених коливань конвеєри живильників характеризуються таким чином.

100 Гц – частота відповідає частоті протягування електромагнітом якоря за умови його електроживлення безпосередньо від мережі змінного струму. За цих умов важко усунути «паразитні» коливання, значний шум. Довжина конвеєра не повинна перевищувати 0,8–1 м, з вагою маси до 50 кг.

50 Гц – на електромагніт подається випрямлений струм. Довжина конвеєра не повинна перевищувати 1,5 м, а маса продукції – 100 кг. Необхідно забезпечити достатньо високу жорсткість жолоба.

25 Гц – електроживлення здійснюється через перетворювач частоти. Характеризується низьким рівнем шумів, легко усуваються «паразитні» коливання, довжина може сягати 2,5–3 м, а маса продукції не регламентується.

Необхідно також зазначити, що найбільшій швидкості транспортування можна досягти за умови частоти 100 Гц, а зменшення швидкості транспортування можна досягти у разі зниження частоти

коливань конвеєра. З метою підвищення стабільності його роботи, необхідно компенсувати збільшенням амплітуди коливань.

За заданою швидкістю транспортування сипучої продукції та вибраною частотою вимушених коливань визначається амплітуда повздовжніх коливань конвеєра

$$A_{\text{п}} = \frac{v}{2\pi\phi K_{\text{ш}}}, \quad (7.6)$$

де $A_{\text{п}}$ – повздовжня складова амплітуди направлених коливань конвеєра, м; v – задана швидкість транспортування сипучої продукції, м/с; ϕ – частота вимушених коливань конвеєра, Гц; $K_{\text{ш}} = \frac{v}{v_{\text{max}}}$ – коефіцієнт швидкості, який визначається експериментально; $v_{\text{max}} = 2\pi\phi A_{\text{п}}$ – максимальна швидкість лотка конвеєра, м/с.

Залежно від транспортних виробів – сипучих або штучних вибирається форма лотка конвеєра дозатора (рис. 7.6). Трубочасті лотки використовуються для матеріалів, що характеризуються пилоутворенням.

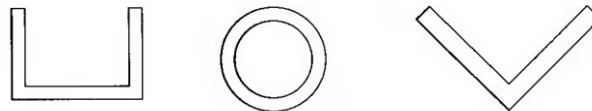


Рис. 7.6. Форми лотків конвеєра

Залежно від жорсткості жолоба і його довжини конструюються елементи підвищення жорсткості, тобто вибирається кількість пружин та вибирається спосіб їх кріплення. Визначаються робоча (m_1) та реактивна (m_2) маси конвеєра, співвідношення між якими може становити

$$m_2 = (1-5)m_1, \quad (7.7)$$

Далі виконується розрахунок мінімальної незащемленої робочої довжини пружини (l_{min}) та її товщини на задану частоту власних коливань конвеєра

$$l_{\min} = \frac{10,215A}{[\sigma_{-1}]} \sqrt{\frac{\phi_0^2 EM_{\text{пр}}}{bn}}, \quad (7.8)$$

де $A = A_1 + A_2 = A_1 \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)$ – сумарна амплітуда коливань обох мас, м;
 $[\sigma_{-1}]$ – допустиме напруження згину під час знакозмінного навантаження, Па (для пружинної сталі марки ст. 60С2 – $[\sigma_{-1}] = 300$ МПа);
 $\phi_0 = (1,04 - 1,085)\phi$ – власна частота коливань конвеєра, Гц; E – модуль пружності, Па ($2,1 \cdot 10^{11}$ Па для пружинної сталі); $M_{\text{пр}} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ – приведена маса конвеєра, кг; b – товщина пружини, м; n – кількість пружин.

Приймаючи робочу довжину пружини $l_p \geq l_{\min}$, виконується розрахунок товщини пружини за формулою

$$h = l_p \sqrt{\frac{4\pi^2 \phi_0^2 M_{\text{пр}}}{EbnK_3}}, \quad (7.9)$$

де $K_3 = h \frac{+0,8}{+0,5}$ – коефіцієнт защемлення пружини, який враховує різницю між реальним і теоретичним защемленням.

Плоскі пружини виготовляються товщиною h з наступним шліфуванням та доведенням власної частоти коливань конвеєра до розрахункової.

Необхідна збурююча сила електромагнітного віброзбурника F_e (Н) визначається за формулою

$$F_e = \frac{4\pi^2 \phi_0^2 A M_{\text{пр}}}{\mu \xi^2 \cos \gamma}, \quad (7.10)$$

де $\mu = \frac{1}{\sqrt{(1-z^2)^2 + \xi^2 z^2}}$ – коефіцієнт динамічності; $z = \frac{\phi}{\phi_0}$ – коефіцієнт резонансного налагодження (приймається рівним $z = 0,92 - 0,96$);

ξ – показник внутрішнього опору (для сталевих пружин приймається на рівні $\xi=0,004-0,006$).

Оптимальний кут нахилу β (див. рис. 7.5) для транспортування сипучих та гранульованих матеріалів визначається експериментально. Кут β вибирається в межах $\beta=10-50^\circ$ і залежить від амплітуди коливань і безрозмірного параметра перевантаження W

$$W = \frac{4\pi^2\phi_0^2 A_n M_{np} \operatorname{tg}\beta}{g \cos\alpha}, \quad (7.11)$$

де α – кут нахилу робочого органу до горизонталі (див. рис. 7.5), рад.

Параметр перевантаження W показує співвідношення між вертикальною складовою прискорення жолоба g залежно від повздовжньої складової амплітуди A_n , кута вібрації β , властивостей матеріалу, що транспортується, та товщини його шару і може набувати значення в діапазоні $W=1-14$.

Продуктивність вібраційного живильника визначається за формулою (7.1), яка будучи записана через v_{cp} набуває вигляду

$$Q = 3600F\psi v_{cp}\rho, \text{ кг/год} \quad (7.12)$$

де F – площа поперечного перерізу лотка, м^2 ; ψ – коефіцієнт заповнення лотка продукцією; v_{cp} – середня швидкість переміщення продукції вібраційним живильником, м/с ; ρ – об'ємна (насипна) густина сипучого матеріалу, кг/м^3 .

Одержати в аналітичному вигляді залежність для визначення середньої швидкості переміщення шару сипучої продукції v_{cp} досить складно, оскільки потрібно враховувати структурно механічні характеристики продукції, тому на основі експериментальних даних одержано ряд емпіричних залежностей, які з допустимою похибкою дають змогу визначити значення v_{cp} , наприклад,

$$v_{cp} \approx (k_1 \pm k_2 \sin\alpha) A_p \cos\beta \sqrt{1 - \lambda^2}, \quad (7.13)$$

де k_1, k_2 – емпіричні коефіцієнти, значення яких залежить від властивостей продукції (табл. 7.1); p – частота вимушених коливань лотка; λ – безрозмірний коефіцієнт режиму руху, значення якого залежить від конструктивного виконання живильника, тобто від α, β, A, p (наближено приймається в межах $\lambda \approx 0,3/0,5$).

Таблиця 7.1. Середні значення дослідних емпіричних коефіцієнтів k_1 і k_2

Продукція	розмір частинок, мм	Вологість, %	k_1	k_2
Кускова	5–200	–	0,9–1,1	1,5–2
Зерниста	0,5–5	0,5–10	0,8–1,0	1,6–2,5
Порошкоподібна	0,1–0,5	0,5–5	0,4–0,5	1,8–3
Пилоподібна	менше 0,1	0,5–5	0,2–0,5	2–5

У формулі (7.13) знак « \pm » відповідає: «+» – нахил лотка в напрямку переміщення продукції; «-» – нахил лотка в протилежному від продукції напрямку.

Визначення потужності приводу на переміщення продукції заданої продуктивності можна виконати за однією з емпіричних залежностей, наприклад

$$N \approx K_{TP} \frac{Q}{3600} \left(K_B \left(L \cos \alpha \pm \frac{L \sin \alpha}{0,36} \right) \right) \frac{1}{\eta}, \text{ кВт} \quad (7.14)$$

де K_{TP} – коефіцієнт транспортабельності продукції (для дрібнозернистої $K_{TP} \approx 1–1,2$; для пилоподібної – $K_{TP} \approx 1,3–1,5$); Q – продуктивність пристрою, кг/год; K_B – коефіцієнт питомої витрати енергії в Дж для транспортування 1 кг продукції на відстань 1 м, для одномасних систем приймається на рівні $K_B \approx (7–10)10^{-3}$ Дж/(кг·м).

Потрібна потужність електромагнітного приводу визначається за формулою

$$N_{\text{ел}} = \frac{F_e v_k}{1000 \eta_H}, \text{ кВт} \quad (7.15)$$

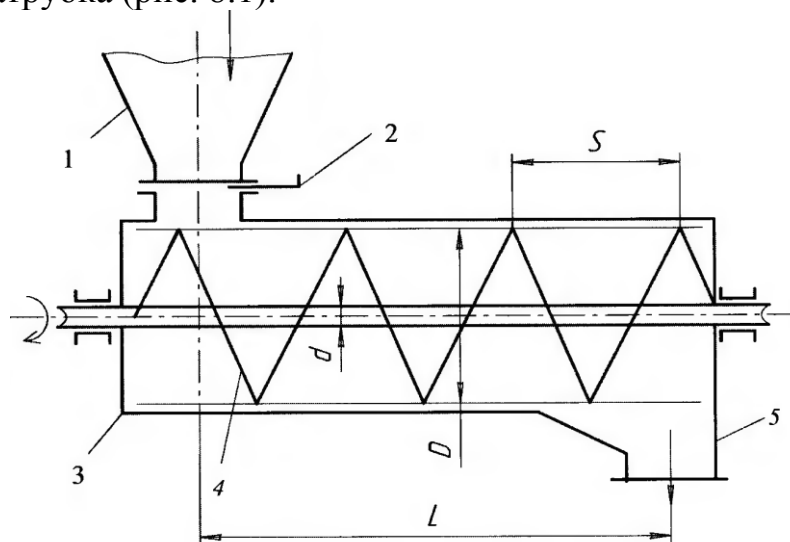
де F_e – збурююча рушійна сила електромагнітного вібропристрою, яка визначається за формулою (7.10), Н; v_k – задана швидкість

транспортування сипучої продукції, м/с; η_H – коефіцієнт, що враховує втрати потужності на нагрівання, гістерезис і струм Фуко в магнітопроводі й обмотці електромагніту, а також магнітний потік розсіювання та наявність зазорів в магнітопроводі.

Лекція 3.5(8) Шнекові живильники. Живильники тарілчастого типу

8.1. Шнекові живильники

Шнекові живильники застосовуються для транспортування пило- і порошкоподібної продукції, а також продукції зі схильністю до швидкого злягання [1, 2]. Шнекові живильники складаються з кожуха (частіше циліндричного), всередині якого розміщені один або два шнеки, а також бункера-накопичувача, заслінки для регулювання подачі продукції та вивідного патрубку (рис. 8.1).



1 – бункер-накопичувач; 2 – заслінка; 3 – кожух; 4 – шнек; 5 – випускний патрубок

Рис. 8.1. Схема шнекового живильника

Залежно від компонування живильників в пакувальному обладнанні вони можуть мати окремий кожух або єдиний корпус з дозатором. За розташуванням вони бувають горизонтальними або нахиленими під кутом до 20° . Шнек живильника здебільшого виготовляється точінням або литтям і точінням. Він може мати гвинтову поверхню одно-, дво- або тризахідну.

Поверхня шнека може бути суцільної, стрічкової або переривчастої форми у вигляді окремих фасонних лопатей. Шнек із суцільною поверхнею переважно застосовують для переміщення злежалої, в'язкої продукції, а

також, коли за технологічним процесом потрібно здійснювати інтенсивне переміщення продукції.

Інтенсивність подачі продукції шнековим живильником за сталих значень геометричних і кінематичних параметрів шнека залежить від структурно-механічних властивостей проукції. Для визначення продуктивності пристрою і аналізу її складових параметрів розглянемо такі дві умови: продукція переміщається без проковзування по гвинтових поверхнях та з проковзуванням.

Розглянемо переміщення продукції без проковзування, тобто вона не проковзується разом зі шнеком і не обсипається в межах міжгвинтової порожнини. За такої умови продуктивність визначається за формулою

$$Q = 3600Fv_0\psi\rho, \text{ кг/год} \quad (8.1)$$

де $F = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$ – активна площа поперечного перерізу гвинтової поверхні, м²; D, d – зовнішній і внутрішній діаметри гвинтової поверхні; $v_0 = \frac{Sn}{60}$ – осьова швидкість переміщення продукції, м/с; S – крок гвинтової лінії, для легкосипучої продукції приймається $S = 0,8D$, м; n – частота обертання шнека, об./хв; $\psi = 0,75 - 0,9$ – коефіцієнт заповнення шнека продукцією; ρ – об'ємна (насипна) густина сипучого матеріалу, кг/м³.

Частота обертання шнека n приймається залежно від властивостей продукції і зовнішнього діаметра шнека. Цей параметр повинен забезпечувати стійке, без пересипання через вал переміщення продукції. Частота обертання зазвичай зменшується зі збільшенням діаметра шнека, густини та абразивності продукції. Максимальну частоту обертання шнека можна визначити за такою емпіричною формулою

$$n_{\max} = \frac{A}{\sqrt{D}}, \quad (8.2)$$

де A – емпіричний коефіцієнт, який залежить від властивостей продукції (для соди $A=50$, для солі $A=45$), об.·м^{1/2}/хв.

Для забезпечення нормальної роботи шнекового живильника приймають, що

$$n \leq \frac{n_{\max}}{1,5 \dots 2,5}.$$

Після підстановки в (8.1) вирази для визначення вхідних параметрів, отримуємо таку формулу для визначення продуктивності шнекового живильника

$$Q = 3600 \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \frac{Sn}{60} \psi \rho, \text{ кг/год} \quad (8.3)$$

Безумовно, проукція в шнековому живильнику не може переміщатися без проковзування, оскільки є складною дисперсною системою, в якій тверді частинки є відокремленими одна від одної і можуть за рахунок сил тертя втягуватися слідом за рухом шнека. А це явище зменшує швидкість переміщення продукції в осьовому напрямку (рис. 8.2).

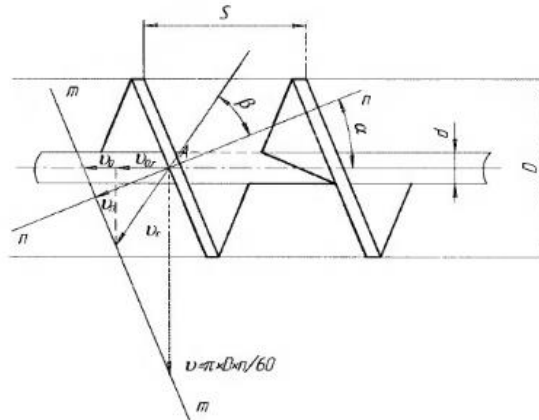


Рис. 8.2. План складових швидкості під час переміщення продукції шнековим живильником

Якби тертя між продукцією і гвинтовою поверхнею шнека не існувало, то частинки продукції переміщалися б уздовж вектора нормальної складової швидкості v_n . Завдяки дії сил тертя напрям руху частинок дещо змінюється від вектора v_n на кут β і відповідає вектору \vec{v}_r .

Тоді швидкість переміщення продукції в осьовому напрямку дорівнює вектору \vec{v}_{or} (див. рис. 8.2) і визначається залежністю

$$\begin{aligned} v_{or} &= v_r \cos(\alpha + \beta) = \frac{v_n}{\cos \beta} \cos(\alpha + \beta) = v \sin \alpha \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \beta} = \\ &= v_0 \frac{\sin \alpha \cos(\alpha + \beta)}{\operatorname{tg} \alpha \cos \beta} = v_0 \cos \alpha (\cos \alpha - \sin \alpha \operatorname{tg} \beta). \end{aligned} \quad (8.4)$$

Оскільки $\operatorname{tg}\beta = f'$ – коефіцієнт тертя ковзання продукції по гвинтовій поверхні шнека, то

$$v_{or} = v_0 \cos\alpha(\cos\alpha - f' \sin\alpha). \quad (8.5)$$

де α – кут нахилу гвинтової поверхні, рад.

Введемо позначення

$$\cos\alpha(\cos\alpha - f' \sin\alpha) = k_n, \quad (8.6)$$

де k_n – коефіцієнт подачі продукції в шнековому живильнику.

З врахуванням (8.6) формула (8.5) набуває вигляду

$$v_{or} = v_0 k_n. \quad (8.7)$$

Як видно з формули (8.6), коефіцієнт подачі залежить від кута α і коефіцієнта тертя продукції по гвинтовій поверхні. Встановлено, що наближене до оптимального значення $\alpha_{\text{опт}}$ можна визначити як

$$\alpha_{\text{опт}} \approx 0,5 \operatorname{arctg} f' = 0,5\beta. \quad (8.8)$$

Приймаючи значення кута α , потрібно погодити його з допустимим значенням

$$[\alpha] = \operatorname{arctg} \frac{S}{\pi D}. \quad (8.9)$$

З врахуванням умови переміщення продукції (8.7) формула для визначення продуктивності шнекового живильника (8.3) змінюється до вигляду

$$Q = 3600 \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \frac{Sn}{60} k_n \psi \rho, \text{ кг/год.} \quad (8.10)$$

Потужність приводу, що необхідна для переміщення продукції, визначається за формулою

$$N = \frac{QgL}{3,6\eta} (\omega' \cos \gamma \pm \sin \gamma), \text{ кВт}, \quad (8.11)$$

де L – довжина робочої частини шнекового живильника, м;
 ω' – загальний коефіцієнт опору переміщенню шнека, який приймається залежно від ластивостей продукції: сода $\omega' = 1,6$; сіль $\omega' = 2,5$; γ – кут нахилу шнека до горизонту.

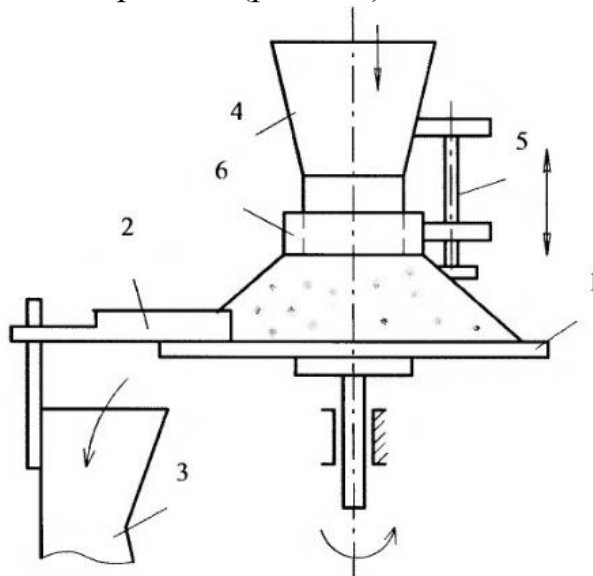
Найбільше значення діючої на шнек повздовжньої сили визначається співвідношенням

$$P = \frac{M_0}{r \operatorname{tg}(\alpha + \beta)}, \text{ кВт}, \quad (8.12)$$

де $M_0 = \frac{60N}{2\pi n}$ – крутний момент на валу шнека, Н·м; N – потужність приводу, Вт; n – частота обертання шнеку, хв⁻¹.

8.2. Живильники тарілчастого типу

Основним робочим органом тарілчастого (дискового) живильника є тарілка або диск. За конструктивним виконанням вони можуть бути з рухомою або нерухомою тарілкою, виготовлені у вигляді скребкового пристрою, сітки. Найбільшого поширення в пакувальних машинах дістали живильники з рухомою тарілкою (рис. 8.3).



1 – тарілка; 2 – скребок; 3 – лійка; 4 – бункер; 5 – механізм регулювання;
 6 – манжета

Рис. 8.3. Схема тарілчастого живильника

У живильник (див. рис. 8.3) продукція надходить з бункера-накопичувача через манжету, яка за допомогою пристрою регулювання може переміщатися догори або донизу на поверхню тарілки, утворюючи фігуру, подібну до зрізаного конуса. Кут при основі конуса φ рівний куту природного укосу.

У позиції розвантаження живильника над поверхнею тарілки під кутом β встановлений скребок, який направляє відокремлений потік продукції в лійку 3. Залежно від частоти обертання тарілки й висоти розташування манжети інтенсивність потоку продукції змінюється в більшу чи меншу сторону. В машинах з автоматичною системою керування інтенсивність потоку (продуктивність) також керується автоматично.

Проаналізуємо способи ефективного керування продуктивністю тарілчастого живильника. У загальному вигляді продуктивність тарілчастого живильника визначається за формулою

$$Q = V\rho n\psi, \quad (8.13)$$

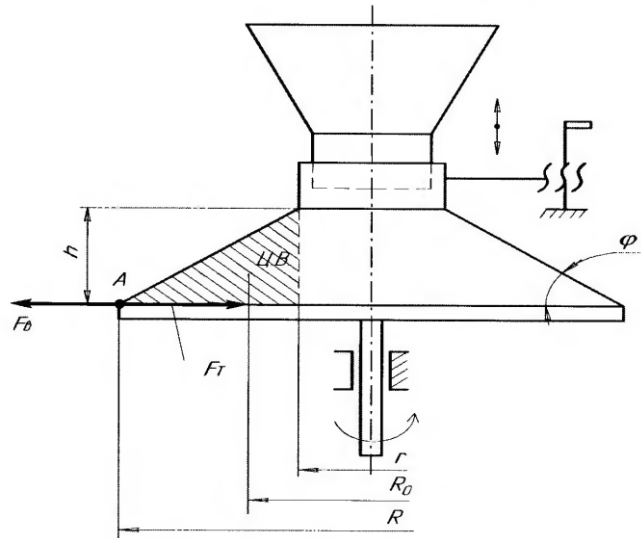
де V – кільцевий об'єм продукції, відокремлений скребком, який для випадку максимально можливого (коли скребок встановлено врівень з манжетою), визначається формулою

$$V = 2\pi R_0 F, \text{ м}^3; \quad (8.14)$$

де F – площа поперечного перерізу кільцевого об'єму продукції (рис. 8.4)

$$F = 0,5h(R - r) = \frac{h^2}{2\text{tg}\varphi}, \text{ м}^2; \quad (8.15)$$

де h – відстань розташування манжети відносно несучої поверхні тарілки (максимально допустима визначається як $h = \frac{R - r}{\text{tg}\varphi}$), м; $R_0 = r + \frac{1}{3}(R - r)$ – відстань від центру ваги поперечного перерізу кільцевого об'єму до осі тарілки, м; n – частота обертання тарілки, хв^{-1} ; ρ – об'ємна (насіпна) густина сипучого матеріалу, кг/м^3 ; ψ – коефіцієнт заповнення.



1 – тарілка; 2 – скребок; 3 – лійка; 4 – бункер; 5 – механізм регулювання;
6 – манжета

Рис. 8.4. Схема до розрахунку тарілкового живильника

Після підстановки (8.14) і (8.15) у (8.13) отримуємо формулу для визначення продуктивності тарілкового живильника

$$Q = \frac{\pi h^2}{\operatorname{tg} \varphi} \rho n \psi \frac{1}{3} (2r + R). \quad (8.16)$$

З формули (8.16) видно, що параметри, якими можна регулювати інтенсивність потоку продукції, що поступає у зважувальну ємність, є n і h . Потрібно також відмітити, що найефективніше змінювати параметр h , який знаходиться у квадраті.

Однак h може змінюватися від $h_{\max} = (R_{\max} - r) / \operatorname{tg} \varphi$ до нуля, тобто за заданої частоти обертання тарілки $Q_{\max} = f(h_{\max})$. Розглянемо границі зміни частоти обертання тарілки на підставі дослідження стану матеріальної частинки в точці A під час обертання диска (див. рис. 8.4). На матеріальну частинку діє відцентрова сила, яка сприяє виходу її за межі тарілки, і сила тертя між частинкою і поверхнею тарілки, що утримує частинку на поверхні тарілки. Припустимо, що рух тарілки усталений і зв'язок між іншими частинками відсутній. Тоді для забезпечення нерухомості частинки потрібно, щоб виконувалася така умова

$$F_T \geq F_B, \quad (8.17)$$

де $F_T = mgf_1$ – сила тертя по поверхні частинки, Н; m – маса частинки, кг; f_1 – коефіцієнт тертя спокою частинки по поверхні тарілки;

F_b – відцентрова сила, що діє на матеріальну частинку і визначається формулою

$$F_b = \frac{mv^2}{R} = \frac{m}{R} \left(\frac{2\pi Rn}{60} \right)^2, \quad (8.18)$$

де $v = \frac{2\pi Rn}{60}$ – лінійна швидкість обертання, м/с; n – частота обертання тарілки, хв^{-1} .

Після підстановки у (8.17) виразів для визначення F_T і F_b та прийнявши, що $g \approx \pi^2 \approx 10$, знаходимо

$$n_{\text{кр}} \approx 30 \sqrt{\frac{f_1}{R}}. \quad (8.19)$$

Для гарантованого забезпечення найвищої продуктивності живильника приймається

$$n \approx \frac{n_{\text{кр}}}{2 \dots 3}. \quad (8.20)$$

Тарілчастий живильник для забезпечення рівномірної подачі продукції потребує витрат енергії. Технологічні витрати пов'язані з подоланням опорів тертя продукції по поверхнях тарілки і сребка, а також на подрібнення продукції сребками і переміщення всіх рухомих деталей пристрою.

В загальному вигляді вираз для визначення технологічних витрат енергії у вигляді механічної потужності приводу можна записати формулою

$$N = \frac{N_1}{\eta} \left(1 + \frac{f_2}{f_1} \cos \beta \right) k, \text{ кВт}, \quad (8.21)$$

де $N_1 = \frac{Pv_0}{1000}$ – витрати потужності на подолання сил опору від тертя продукції по поверхні тарілки, кВт; $P = 2\pi R_0 f_1 F \rho g$ – сила тертя продукції по поверхні тарілки, Н; R_0 – радіус центра ваги поперечного перерізу

кільцевого об'єму продукції (див. рис. 8.4), м; f_1 – коефіцієнт тертя спокою частинок сипучої продукції по поверхні тарілки; F – площа поверхні тарілки, м²; ρ – об'ємна (насипна) густина сипучого матеріалу, кг/м³; g – прискорення вільного падіння, м/с²; $v_0 = \frac{2\pi R_0 n}{60}$ – лінійна швидкість обертання центра ваги поперечного перерізу кільцевого об'єму продукції, м/с; β – кут між вектором швидкості переміщення продукції і проекцією скребка на тарілку (кут встановлення скребка), рад; f_2 – коефіцієнт тертя ковзання продукції по поверхні скребка; $k=1,2-1,5$ – коефіцієнт, що враховує інші витрати потужності за сталого режиму руху.

У пакувальному обладнанні також застосовуються живильники інших типів та конструкцій, наприклад, роторні, електромагнітні вібраційні пристрої живлення, лінійно-лоткові, комбінованого типу тощо. Типові схеми цих живильників та технологічний їх розрахунок наведено в підручнику «Пакувальне обладнання» авторів – О. М. Гавви, А. П. Беспалько, А. І. Волочко та ін. [1, 2].

ТУМА 4 ПРИСТРОЇ ДЛЯ ДОЗУВАННЯ І ФАСУВАННЯ РІДКОЇ ПРОДУКЦІЇ

Лекція 4.1(9) Класифікація і характеристика процесу дозування рідкої продукції. Пристрої для барометричного ізобаричного фасування. Параметричні розрахунки фасувальних пристроїв рідкої продукції

Рідка продукція дуже різноманітна за своїми фізичними та хімічними властивостями (в'язкість, здатність до спінування тощо), а тому під час її дозування та фасування в упаковку повинні виконуватися відповідні умови, щоб гарантувати збереження специфічних властивостей того чи іншого виду рідкої продукції [1, 2]. Тому пристрої для дозування і фасування рідкої продукції різноманітні як за технологічними процесами, так і за конструктивними рішеннями.

На сьогодні рідку продукцію фасують у різні типи й види споживчої тари, виготовленої зі скла, полімерних матеріалів, металу, комбінованих матеріалів. Це спричинило створення великої різноманітності фасувальних пристроїв за конструктивними ознаками. Для аналізу та визначення

тенденції вдосконалення конструктивних рішень цих пристроїв необхідно їх систематизувати за найбільш характерними ознаками.

9.1. Класифікація і характеристика процесу дозування рідкої продукції

Загальноприйнята класифікація пристроїв дозування і фасування рідкої проведена за такими основними ознаками:

- за способом формування дози (розрізняють вагові і об'ємні);
- за умовами переміщення рідини (розрізняють барометричні, вакуумні, над барометричні);
- за рушійною силою переміщення рідини (розрізняють гравітаційні і примусові);
- за схемою наповнення тари (розрізняють з короткою трубкою (без трубки), з довгою трубкою);
- за видом й кількістю камер у пристрої (розрізняють камерні та сифонні);
- за типом запірної арматури для рідини або газу (розрізняють клапанні, кранові, золотникові);
- за видом системи керування запірною апаратурою (розрізняють механічну, електропневматичну, електромеханічну, комбіновану).

Пристрої дозування і фасування залежно від продуктивності і компоновочних рішень машини можуть бути виконані з ручною, напівавтоматичною і автоматичною системами керування. Пристрої з ручною системою застосовуються на підприємствах малої продуктивності (до 500 уп./год). До складу такої машини здебільшого входять витратний резервуар і один-два дозувально-фасувальних пристроїв. Машини з напівавтоматичною системою керування додатково мають конвеєри подачі та відведення тари, а також підйомно-опускні столики. Продуктивність таких машин може сягати 1500 уп./год. До складу машин автоматичної дії входять пристрої подачі тари до дозувально-фасувального пристрою, витратні резервуари, транспортна система, система керування запірною арматурою тощо.

Пакування рідкої продукції відбувається як об'ємним так ваговим способом. Ваговий спосіб застосовується здебільшого під час пакування рідин в транспортну тару і спеціальні контейнери. Об'ємний спосіб дозування залежно від умов формування дози поділяється на той, що формується безпосередньо у тарі і той, що формується в тарованих

ємностях. Дозування за рівнем рідини застосовується тільки для жорсткої і напівжорсткої тари (пляшки, банки, ПЕТФ тощо).

Пристрої для фасування рідини за рівнем складаються з 1–3 камер. Вони можуть бути виконані у вигляді сифону. В однокамерних пристроях тиск у надрідинному просторі витратного резервуару і в тарі перед фасуванням однаковий, а в двох або трьох камерних має місце перепад тиску. Однокамерні пристрої застосовуються як для барометричного фасування, або фасування з низьким вакуумом, так і для надбарометричного фасування. Дво- і трикамерні пристрої призначені для вакуумного або надбарометричного фасування.

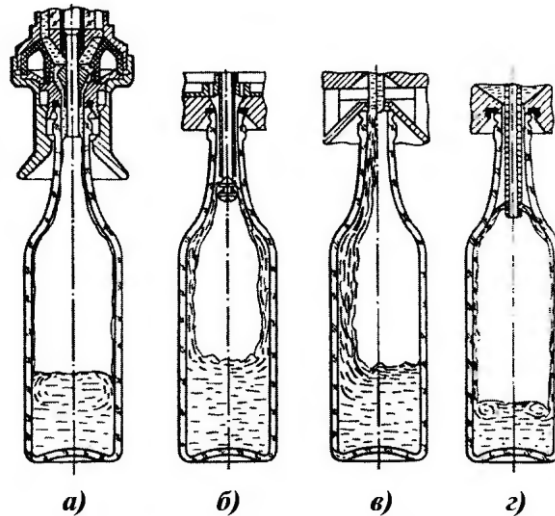
У другому способі об'ємного формування дози застосовуються таровані вимірники, пристрої швидкісного дозування часового типу або з лічильним механізмом. Таровані вимірники за конструкцією і станом у процесі дозування поділяються на рухомі й нерухомі, ті, що знаходяться в середині витратного резервуару і зовні, мають клапанну або кранову запірну арматуру. Запірна арматура може керуватися елементами тари, індивідуальними приводами або комбінованою системою. Переміщення продукції в тару здійснюється під дією робочого органу –поршня або під дією сил гравітації. Пристрої швидкісного або часового типів формування дози працюють в процесі гравітаційного переміщення рідини як за сталим рівнем стовпа рідини, так і за сталим гідростатичним перепадом тиску в системі дозування.

Конструкція та принцип дії пристроїв дозування з лічильними механізмами теж відрізняються різноманітністю. Найбільшого поширення дістали механічні або електромеханічні лічильники.

Конструкція і принцип дії фасувальних пристроїв також в значній мірі залежать від умов переміщення рідини в тару. Залежно від властивостей продукції і вимог, що висуваються до процесу фасування, пристрої можуть бути барометричними, вакуумними і надбарометричними, як вище зазначалося.

Якість та ефективність роботи дозувально-фасувального пристрою багато в чому також залежить від схеми наповнення споживчої тари продукцією і гідравлічної характеристики його зливного тракту. За гідравлічною схемою наповнення тари можливі два варіанти виконання: наповнення з короткої або з довгої трубки. Відсутність довгої трубки дає змогу об'єднати процес наповнення тари з короткої трубки чи без неї в такі

найбільш характерні гідравлічні схеми: плівка рідини переміщується рівномірно у вигляді шатра; струмина спрямована симетрично, одностороння або пряма, струмина рівномірна у вигляді парасольки (рис. 9.1).



a – плівка рідини рівномірна (шатровий метод); *б* – симетрично спрямована струмина;
в – струмина одностороння або пряма; *г* – струмина рівномірна (парасолька)

Рис. 9.1. Схема наповнення тари

Для зменшення контакту рідини з повітрям, що знаходиться в тарі, а також із внутрішньою поверхнею тари, застосовують схему наповнення з довгої трубки. З точки зору продуктивності пристрою наповнення тари з довгої трубки значно триваліше, але за цією схемою гарантується стабільність якості фасування продукції.

Конструкції пристроїв для фасування рідин, окрім вищенаведених ознак, різняться й умовами проведення процесу фасування. Так, наприклад, фасування буває: гаряче, холодне, з подвійним вакуумуванням тари, з обробленням тари інертними газами, з нагріванням тари тощо.

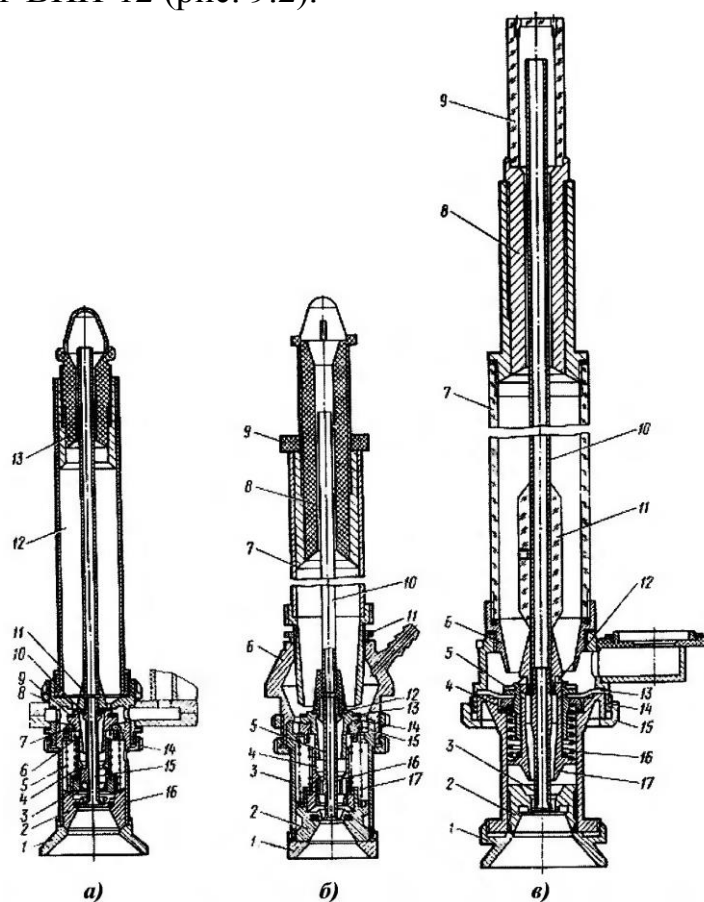
9.2. Пристрої для барометричного ізобаричного фасування

Цей тип дозувальних пристроїв є найпростішим за принципом дії конструкцією і тому широко використовується в пакувальному обладнанні. Залежно від способу формування дози вони в своїй конструкції можуть мати: мірний стакан, мірну ємність, а також можуть формувати дозу в тарі за рівнем. За способом зміни об'єму дози – регульовані і змінні ємності. До регульованих відносяться системи з витискними елементами і з регульованими за висотою розташування повітряними трубками. За способом перекриття подачі рідини – клапанні, кранові й золотникові.

9.2.1. Пристрої з мірними стаканами і клапанною системою

Ці пристрої поділяються на дві групи: до першої відносяться пристрої, в яких керування клапанами наповнення і випорожнення мірного стакана здійснюється за рахунок дії жорстких елементів конструкції тари (горловина пляшки); до другої групи – керування клапанами здійснюється окремо.

До першої групи можна віднести фасувальні пристрої машини ВАР-6, Д9-ВР2М-6 і Т1-ВПН-12 (рис. 9.2).



а – ВАР-6; 1 – дзвіночок; 2 – вкладка; 3 – поршень; 4, 5 – пружина; 6 – залівна трубка; 7 – гумова мембрана; 8 – корпус; 9, 10 – клапани; 11, 14 – гайки; 12 – мірний стакан; 13 – витискач; 15 – шатрова трубка; 16 – стакан;

б – Д9-ВР2М-6; 1 – дзвіночок; 2 – вкладка; 3 – стакан; 4 – поршень; 5, 10 – трубки; 6 – корпус; 7 – мірний стакан; 8 – витискач; 9 – гайка; 11 – контргайка; 12, 13 – клапани; 14 – зливна втулка; 15 – мембрана; 16, 17 – пружини;

в – Т1-ВПН-12; 1 – дзвіночок; 2 – вкладка; 3 – шатрова трубка; 4 – зливна втулка; 5, 12 – клапани; 6 – сідло клапана наповнення; 7 – мірний стакан; 8, 11 – витискач; 9 – ковпачок; 10 – трубка; 13 – мембрана; 14 – корпус; 15 – накидна гайка; 16 – пружина; 17 – стакан

Рис. 9.2. Фасувальні пристрої машин рідкої продукції

З констукціями пристроїв з мірною ємністю і клапанною системою та крановою запірною арматурою, пристроїв для формування дози за рівнем рідини в тарі, пристроїв для вакуумного фасування, пристроїв для формування дози за об'ємом у мірному стакані, пристроїв для надбарометричного фасування, одно- та багатоканерних фасувальних пристроїв тощо, можна ознайомитися в підручнику «Пакувальне обладнання» авторів – О. М. Гавви, А. П. Беспалько, А. І. Волочко та ін. [1, 2].

9.3. Параметричні розрахунки фасувальних пристроїв рідкої продукції

На стадії проектування фасувальних пристроїв рідини їх розрахунок зводиться до визначення тривалості формування дози і наповнення тари за умови дотримання технологічного процесу.

Для виконання розрахунків необхідними є такі вихідні дані:

- фізико-механічні характеристики рідини, що фасується (густина, динамічна в'язкість, ступінь насиченості газом тощо);
- характеристика тари (вид, тип, об'єм, форма, геометричні розміри);
- рекомендована максимальна швидкість переміщення продукції в тару.

Максимальна швидкість переміщення продукції по рідинних трактах фасувального пристрою визначається або задається з міркувань збереження початкових властивостей продукції, забезпечення точності дозування, продуктивності тощо.

Точність дозування залежно від способу дозування (за об'ємом або рівнем), видом продукції і місткістю тари згідно з існуючими ГОСТ, ДСТУ, ТУ задається у відхиленнях: до номінального об'єму, мл; рівня (мм), а відносно похибкою (%) – до об'єму.

Тривалість наповнення пляшки або мірної ємності визначається за формулою

$$\tau = \frac{W}{\Pi}, \quad (9.1)$$

де W – об'єм дози продукції як в тарі, так і в мірній ємності, м^3 ;
 Π – пропускна здатність рідинних каналів для наповнення як тари, так і мірної ємності, $\text{м}^3/\text{с}$.

Визначення пропускної здатності рідинного тракту під час наповнення тари рідиною залежить від гідравлічної схеми, прийнятої для даного дозувального пристрою. Існуючі конструктивні схеми пристроїв дозування умовно поділяються на характерні чотири гідравлічні схеми (рис. 9.3).

Перша схема (див. рис. 9.3, а) характеризується переміщенням рідини з витратного резервуару в пляшку з постійною швидкістю. Така умова фасування забезпечується підтриманням постійного значення рідини у витратному резервуарі і конструктивним виконанням дозувального пристрою (дозувальний пристрій з короткою рідинною трубкою та без неї).

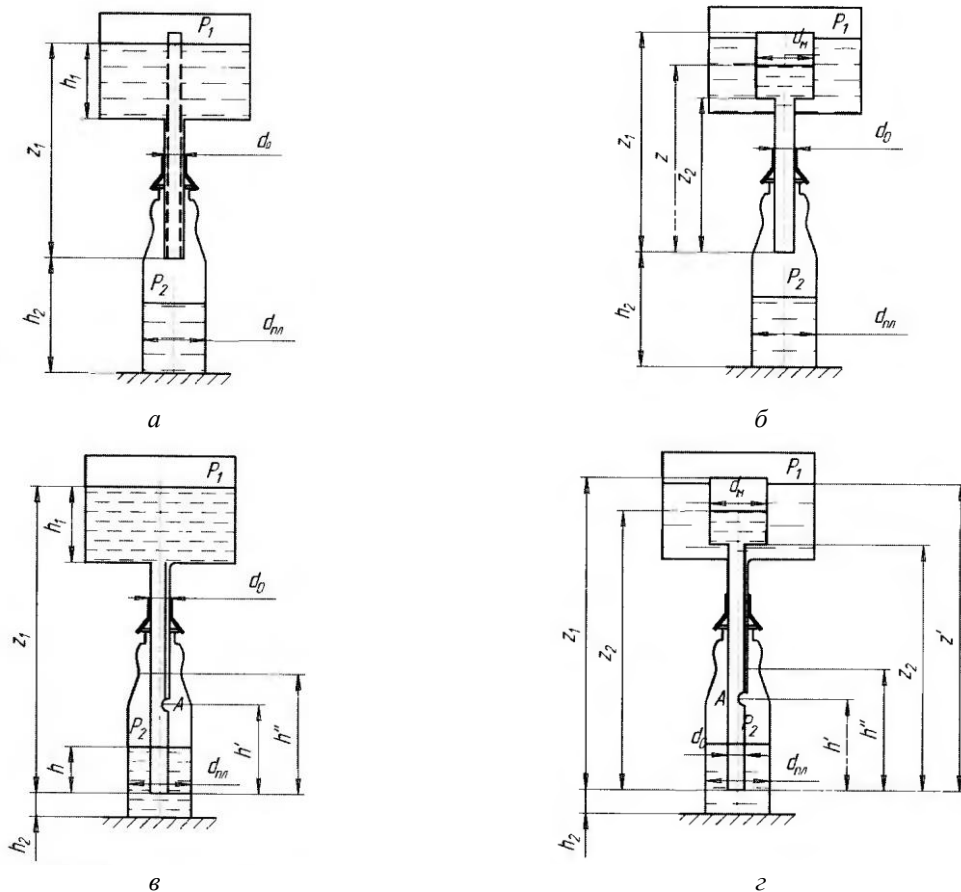


Рис. 9.3. Гідравлічні схеми дозувально-фасувальних пристроїв рідкої продукції

У другій схемі (див. рис. 9.3, б) рідина переміщається з мірної ємності в пляшку зі змінною швидкістю. Конструктивне виконання дозувального

пристрою подібне до першої схеми. Несталий режим руху рідини характеризується зміною напору рідини від Z_1 до Z_2 .

Характерною особливістю третьої і четвертої схем (див. рис. 9.3, в, г) є застосування в дозувальних пристроях довгої зливної трубки. Режим руху рідини є несталим. За цими схемами наповнення пляшки здійснюється в кілька етапів:

- перший – наповнення пляшки рідиною відбувається до рівня h_2 , тобто до нижнього поперечного зрізу рідинної трубки (третя схема характеризується сталим режимом переміщення рідини, оскільки рівень рідини у витратному резервуарі підтримується на одному рівні, а четверта схема – змінним, оскільки зменшується рівень рідини в мірній ємності);
- другий – наповнення пляшки рідиною до рівня $(h_2 + h')$, тобто до розташування повітряної трубки. Режим переміщення рідини змінний, оскільки як і в третій, так і в четвертій гідравлічній схемах (див. рис. 9.3, в, г) змінюється висота напору рідини (з рідинної трубки рідина вливається в тару збільшуючи значення h і зменшуючи різницю $(Z_1 - h)$);
- третій – наповнення пляшки рідиною до рівня $(h_2 + h'')$. Цей етап здебільшого характеризується змінною швидкістю переміщення рідини і незначною тривалістю порівняно з першим і другим, а тому на проектних етапах розрахунку його тривалість враховується через коефіцієнт збільшення тривалості другого етапу.

Розглянемо методики визначення пропускної здатності пристроїв в послідовності наведених гідравлічних схем на рис. 9.3.

9.3.1. А – дозування за рівнем рідини в тарі з короткою трубкою (див. рис. 9.3, а)

Для різних способів фасування (ізобаричний, ізоваккумний, вакуумний, надбарометричний) пропускна здатність визначається за формулою

$$\Pi = \mu f_{\text{еф}} \sqrt{2g \left(\frac{\Delta P}{\rho g} + Z_1 \right)}, \text{ м}^3/\text{с}, \quad (9.2)$$

де μ – коефіцієнт витрат, або коефіцієнт опору переміщенню рідини в рідинних каналах дозувального пристрою; $f_{\text{еф}}$ – ефективна площа

поперечного перерізу насадки зливної рідинної трубки пристрою (m^2) (для пристрою з короткою трубкою – $f_{\text{еф}} = \frac{\pi d_0^2}{4}$; для пристрою без трубки – $f_{\text{еф}} = \frac{\pi(d_1^2 - d_2^2)}{4}$, де d_0 – внутрішній діаметр зливної трубки, м; d_1 – діаметр поперечного перерізу рідинного каналу пристрою, м; d_2 – зовнішній діаметр повітряної трубки, м); g – прискорення відбного падіння, m/s^2 ; $\Delta P = P_1 - P_2$ – перепад тиску, Па; P_1, P_2 – тиск у надрідинному просторі витратного резервуару і в порожнині пляшки, відповідно, Па; ρ – густина рідини, kg/m^3 ; Z_1 – висота стовпа рідини (для схеми на рис. 9.3, a є постійною величиною), м.

Для ізобаричного, ізовакуумного способів фасування вираз (9.2) має спрощений вигляд, тому, що $P_1 = P_2 \rightarrow \Delta P = 0$

$$\Pi = \mu f_{\text{еф}} \sqrt{2gZ_1}, \text{ м}^3/\text{с}. \quad (9.3)$$

9.3.2. Б – дозування за об'ємом пристроєм з короткою трубкою (див. рис. 9.3, б)

Спосіб формування дози за об'ємом передбачає застосування: мірних ємностей, стаканів, ковшів тощо. Для даної гідравлічної системи вираз для визначення пропускної здатності записується у вигляді

$$\Pi = \mu f_{\text{еф}} \sqrt{2g \left(\frac{\Delta P}{\rho g} + Z \right)}, \text{ м}^3/\text{с}, \quad (9.4)$$

де Z – висота стовпа рідини у фасувальному пристрої, м.

Під час наповнення пляшки рідиною величина Z змінюється в межах $Z'_2 \leq Z \leq Z_1$. Інколи через невелике значення Z_2 порівняно з Z_1 його приймають рівним нулю.

Оскільки у формулі (9.4) Z є змінною величиною, то Π є також величиною змінною в процесі наповнення тари. Тому для визначення тривалості наповнення тари рідиною сталої дози можна розв'язати просту гідравлічну задачу про витікання рідини з ємності через отвір сталої розміру, тобто

$$\tau = \int_{Z_2}^{Z_1} \frac{F_0 Z}{\mu f_{\text{еф}} \sqrt{2g \left(\frac{\Delta P}{\rho g} + Z \right)}} dZ, \text{ с}, \quad (9.5)$$

де F_0 – площа поперечного перерізу мірної ємності, м².

Під час проведення проектних розрахунків для ізобаричного або ізовакуумного способу фасування використовується спрощена формула для визначення пропускної здатності

$$\Pi = \frac{1}{2} \mu f_{\text{еф}} \sqrt{2g Z_1}, \text{ м}^3/\text{с}. \quad (9.6)$$

9.3.3. В – дозування за рівнем рідини пристроєм з довгою трубкою (див. рис. 9.3, в)

Для даної гідравлічної системи дозувального пристрою характерними є наявність сталого і змінного режимів руху рідини. Тому для цих двох режимів роботи дозатора необхідно окремо визначати пропускну здатність:

– для сталого режиму

$$\Pi_1 = \mu f_{\text{еф}} \sqrt{2g \left(\frac{\Delta P}{\rho g} + Z_1 - h_2 \right)}, \text{ м}^3/\text{с}, \quad (9.7)$$

– для змінного режиму

$$\Pi_2 = \mu f_{\text{еф}} \sqrt{2g \left(\frac{\Delta P}{\rho g} + Z_1 - h \right)}, \text{ м}^3/\text{с}, \quad (9.8)$$

де h – змінна величина рівня в пляшці, м.

Тоді тривалість наповнення тари рідиною можна визначити за формулою

$$\tau = \tau_1 + k_1 \tau_2 = \frac{W_1}{\Pi_1} + k_1 \frac{W_2}{\Pi_2}, \text{ с}, \quad (9.9)$$

де $W_1 = h_2 \frac{\pi d_{\text{пл}}^2}{4}$ – об'єм рідини в пляшці від денця до нижнього кінця рідинної трубки, м^3 ; $d_{\text{пл}}$ – внутрішній діаметр пляшки, м ; $W_2 = W - W_1$ – об'єм рідини в пляшці, що заповнюється за змінного режиму, м^3 ; W – максимальне значення об'єму рідини в пляшці, м^3 ; k_1 – коефіцієнт, що враховує тривалість третього етапу заповнення (корегування дози, приймається $k_1=1,05-1,15$).

9.3.2. Г – дозування за об'ємом пристроєм з довгою трубкою (див. рис. 9.3, з)

Рідина за цією гідравлічною схемою переміщається на всіх етапах зі змінною швидкістю. Тому пропускну здатність визначається:

– на пешому етапі

$$\Pi_1 = \mu f_{\text{еф}} \sqrt{2g \left(\frac{\Delta P}{\rho g} + Z \right)}, \text{ м}^3/\text{с}, \quad (9.10)$$

де Z – змінюється в межах $Z' \leq Z \leq Z_1$, м ; Z' – рівень рідини в мірній ємності за умови, що в пляшці рівень рідини буде становити h_2 , м .

Із рівності витрати рідини можна визначити

$$Z' = Z_1 - \frac{F_M}{F_{\text{пл}}} h_2,$$

де $F_M, F_{\text{пл}}$ – площа живого перерізу мірної ємності й тари, відповідно, м^2 ;

– на другому етапі

$$\Pi_2 = \mu f_{\text{еф}} \sqrt{2g \left(\frac{\Delta P}{\rho g} + Z - h \right)}, \text{ м}^3/\text{с}, \quad (9.11)$$

або після підстановки $h = (Z' - Z) \frac{F_{\text{пл}}}{F_M}$ отримуємо

$$\Pi_2 = \mu f_{\text{еф}} \sqrt{2g \left(\frac{\Delta P}{\rho g} + \frac{F_M + F_{\text{пл}}}{F_M} Z - \frac{F_{\text{пл}}}{F_M} Z' \right)}, \text{ м}^3/\text{с}. \quad (9.12)$$

Тривалість наповнення пляшки рідиною визначається за формулою (9.9).

Для дозувальних пристроїв рідини різних гідравлічних систем визначальним параметром є коефіцієнт втрат μ . Для визначення цього коефіцієнта використовують різні методики: експериментальні, графоаналітичні.

Коефіцієнт втрати напору зливного тракту залежить від форми і в загальному випадку визначається на підставі методу суперпозицій місцевих опорів

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{1 + \sum \xi}}, \quad (9.13)$$

де $\sum \xi$ – сумарний коефіцієнт опору гідравлічної системи, що складається з суми місцевих опорів.

Для каналу круглої форми, що має постійне значення діаметра по всій довжині, коефіцієнт втрат напору визначається за формулою

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda \frac{l}{d} + \sum \xi}}, \quad (9.14)$$

де λ – коефіцієнт гідравлічного тертя; l – довжина каналу, м; d – діаметр каналу, м; $\sum \xi$ – сумарний коефіцієнт опору гідравлічної системи.

Якщо канал виконано у вигляді конфузора, то коефіцієнт втрат напору визначається за формулою

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\lambda}{8 \sin \frac{\alpha}{2}} (1 - n^{-2}) + \xi_{\text{п.з.}}}}, \quad (9.15)$$

де α – кут конусності, рад; n – ступінь звуження;
 $\xi_{п.з.} = K_{п.з.} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2$ – коефіцієнт місцевого опору у разі поступового звуження каналу; $K_{п.з.}$ – коефіцієнт поступового звуження.

Формули (9.13)–(9.15) використовуються під час перевірових розрахунків дозувального обладнання.

Часто під час перевірових розрахунків також користуються емпіричними даними для визначення μ залежно від числа Рейнольдса (при цьому форма каналу приймається циліндричною). В табл. 9.1 наведено емпіричні дані для визначення коефіцієнта втрат.

Таблиця 9.1 – Емпіричні залежності для визначення коефіцієнта втрат

$Re = \frac{v_k d_0}{\nu}$ – число Рейнольдса)*	μ – коефіцієнт втрат
$Re < 25$	$\frac{Re}{48}$
$25 < Re < 300$	$Re(1,5 + 1,4Re)^{-1}$
$300 < Re < 10000$	$0,589 + \frac{0,27}{Re^{1/6}}$
$Re > 10000$	$0,592 + \frac{5,5}{\sqrt{Re}}$

Примітка: v_k – швидкість рідини в каналі, м/с; d_0 – діаметр каналу, м; ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості, м²/с.

Інформацію про конструктивні особливості пристроїв дозування і фасування рідкої продукції в м'яку і напівжорстку тару, витратні резервуари тощо можна знайти у підручнику «Пакувальне обладнання» авторів – О. М. Гавви, А. П. Беспалько, А. І. Волочко та ін. [1, 2].

ТЕМА 5 ПРИСТРОЇ ДЛЯ ДОЗУВАННЯ І ФАСУВАННЯ В'ЯЗКОЇ ПРОДУКЦІЇ

Лекція 5.1(10) Класифікація і аналіз конструкцій пристроїв дозування і фасування в'язкої продукції. Технологічний розрахунок пристроїв дозування поршневого типу

Багато видів продукції, що пакується, будучи складними багатокомпонентними дисперсними системами, – це суцільні середовища,

властивості яких не підлягають ні закону Гука, ні закону Ньютона, хоча в той же час за певних умов проявляють і пружні властивості твердих тіл і властивості ньютонівської рідини [1, 2].

Загалом високомолекулярні дисперсні системи поділяють на дві групи: рідкоподібні та твердоподібні з поступовим переходом між ними. Якщо дійсно в'язкі рідини характеризуються постійним значенням в'язкості, то структуровані рідини визначаються залежністю ефективної в'язкості від діючого напруження.

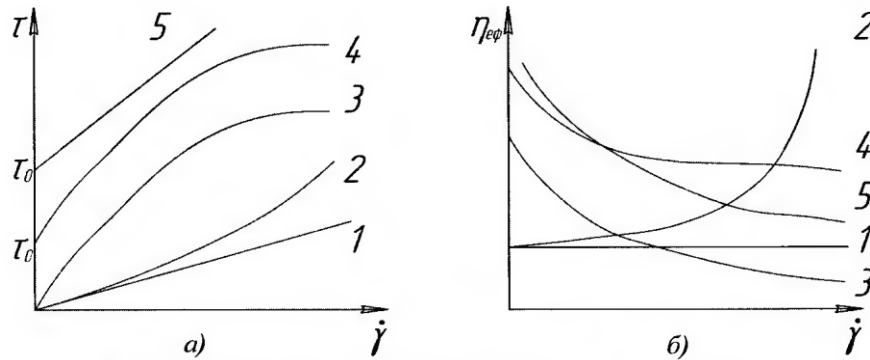
У більшості випадків в'язкість або плинність (величина обернена в'язкості) є найбільш важливою властивістю, що визначає різний стан речовини. В'язкість залежить від температури, тиску, вологості, концентрації або ступеня дисперсності.

Для характеристики рідин використовуються криві витікання – реограми, які відображають залежність напруження зсуву від швидкості деформації зсуву в умовах простого зсуву.

Реограма ньютонівських рідин – це пряма лінія 1 (рис. 10.1), що проходить через початок координат. Всі інші криві лінії витікання 2–4, що відхилені від прямої лінії, а також пряма лінія 5 характеризують неньютонівські рідини. Крива 2 характеризує дилатантне витікання концентрованих дисперсних систем, при цьому зі збільшенням швидкості деформації настає зона ускладненого переміщення. Крива 3 характеризує псевдопластичне витікання, яке здійснюється під час руйнування структури продукції зі збільшенням швидкості деформації. Крива 4 і пряма 5 характеризують переміщення пластичних тіл.

Таким чином до в'язкої продукції умовно можна віднести рідини, що мають значну в'язкість і за відповідних умов можуть її змінювати. Через свої реологічні характеристики в'язка продукція не може достатньо швидко витікати через відносно невеликі отвори під дією сили тяжіння й тиску верхніх шарів цієї продукції. А тому під час формування дози і фасування в'язкої продукції в тару потрібно здійснювати її примусове переміщення.

Процес витікання неньютонівської рідини має інші гідравлічні й кінематичні параметри. Конструктивне виконання дозувальних і фасувальних пристроїв повинно враховувати всі особливості фізико-механічних характеристик в'язкої рідини.



1 – ньютонівська рідина; 2 – дилатантна рідина; 3 – структурно-в'язка рідина; 4 – нелінійно пластичне тіло; 5 – лінійне пластичне тіло;

Рис. 10.1. Криві зсувного напруження (а) і функції в'язкості (б)

В'язка продукція пакується у різні види й типи тари: скляні і полімерні банки, пляшки; полімерні пакети; упаковки з комбінованих пакувальних матеріалів тощо.

10.1. Класифікація і аналіз конструкцій пристроїв дозування і фасування в'язкої продукції

Ознаки за якими виконується класифікація дозувально-фасувальних пристроїв в'язкої продукції багато в чому збігаються з ознаками класифікації пристроїв для рідини і є такими: спосіб вимірювання дози; спосіб підготовки продукції; вид продукції, що пакується; вид робочого органу; тип приводу робочого органу; спосіб переміщення продукції в мірну ємність; спосіб переміщення продукції в упаковку; вид запірної арматури; тип приводу на запірній арматурі.

За способом вимірювання дози здебільшого застосовуються об'ємні пристрої. Об'ємні пристрої у свою чергу можна поділити на багато різновидів, відповідно до конструктивного вирішення. Іноді використовується спосіб вимірювання дози за масою. В основі таких дозаторів лежить тензометрична система зважування.

Для забезпечення заданої продуктивності фасування, реалізації відповідної технології пакування, продукція підлягає попередній обробці й підготовці. Пристрої дозування залежно від способу обробки продукції бувають з попереднім розігріванням або охолодженням і без термічної обробки. Попереднє розігрівання продукції здійснюється для зменшення її в'язкості, що дає змогу збільшити продуктивність в процесі її переміщення й відповідно зменшити витрати енергії на дозування.

Відповідно до значень в'язкості продукція, що дозується і фасується, умовно поділяється на продукцію з помірною чи високою в'язкістю та продукцію з твердими включеннями. Явного поділу між цими видами продукції не існує, і перехід відбувається поступово. Умовно можна вважати продукцію з помірною в'язкістю такою, що є відносно легкоплинною та з певним наближенням є ньютонівською рідиною. Для такої продукції взагалі не потрібно застосовувати додаткових операцій, таких як розігрівання або нагнітання з магістралі живлення.

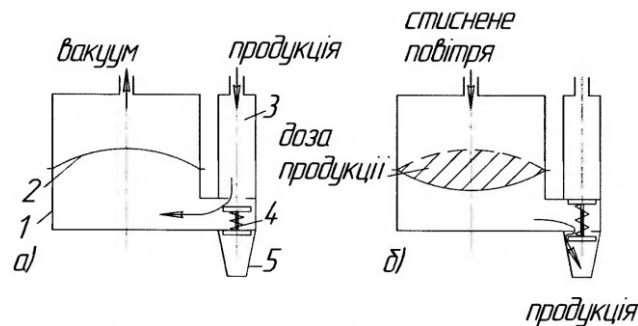
Висока в'язкість продукції потребує додаткових підготовчих операцій (розігрівання) та вимагає виконання додаткових вимог безпосередньо під час дозування: примусова подача продукції в мірну камеру, тому що створюване поршнем розрідження може бути недостатнім для забезпечення заданої продуктивності; збільшення розміру січення трубопроводів і каналів по яких переміщається продукція та значні зусилля під час фасування.

За видом робочих органів пристрої дозування бувають: без активного робочого органу, мембранні, пневматичні та поршневі. В пристроях без активного робочого органу переміщення продукції здійснюється за рахунок сил гравітації. Застосовують такі пристрої для малов'язких рідин. В основі таких пристроїв лежить барометричний спосіб фасування під час формування дози за об'ємом або за рівнем.

Мембранні дозувальні пристрої (рис. 10.2) застосовуються для формування малих доз малов'язкої продукції і там, де потрібно забезпечувати стерильність пакування. Робочим органом є мембрана, що здійснює коливальні рухи під дією різниці тиску повітря або електромагнітних сил. Такого типу дозувальні пристрої застосовуються для доз до 50 мг і здебільшого для фармацевтичної та парфумерної продукції. Основним недоліком таких дозаторів є складність регулювання величини дози.

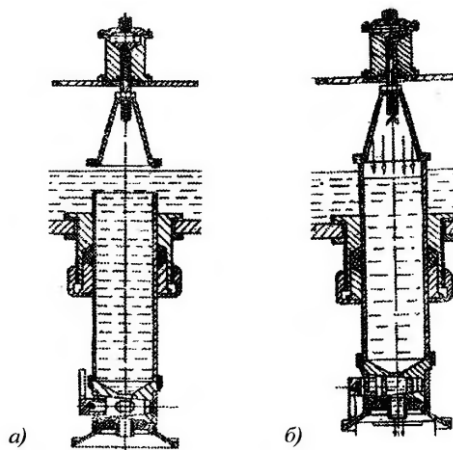
У пневматичних дозаторах використовується енергія стисненого повітря для прискорення переміщення в'язкої продукції з мірного стакана (рис. 10.3). Такі дозатори можуть бути використані для фасування продукції як з помірною, так і з високою в'язкістю та продукції з твердими частинками. В основі конструкції таких дозаторів є мірна ємність, що здійснює зворотно-поступальний рух у витратному резервуарі з продукцією, запірні арматура, здебільшого кранова, конічний ковпак, в

який подається стиснене повітря після його герметичного приєднання до корпусу мірної ємності.



а – формування дози; б – видача дози;
1 – мірна ємність; 2 – мембрана; 3 – трубопровід подачі продукції; 4 – клапан; 5 – насадка видачі продукції

Рис. 10.2. Схема мембранного дозатора



а – наповнення мірної ємності; б – видача дози з мірної ємності;

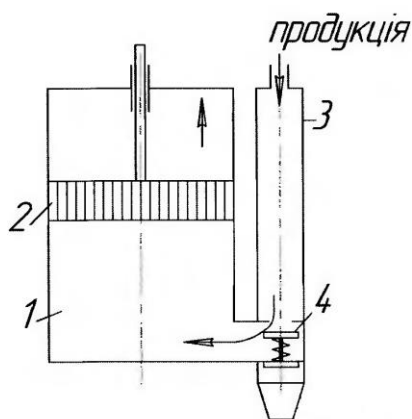
Рис. 10.3. Пневматичний дозатор

Перевагами такого дозатора є відсутність зношування активного робочого органу та дія стисненого повітря до повного видалення продукції з мірної ємності. До недоліків можна віднести: необхідність очищення повітря; високий ступінь аерації продукції; складність регулювання як точності дозування, так і величини дози тощо.

Найширшого застосування для дозування в'язкої продукції знайшли поршневі дозатори. Цей тип дозатора може використовуватися для фасування практично будь-якої продукції та за наявності будь-якої системи подачі продукції (магістральної, з накопичувального бункера). Робочим органом в таких дозаторах є поршень, за рахунок якого створюється або розрідження у мірній ємності для пришвидшення переміщення продукції з витратного резервуара, або зусилля витискання продукції з мірної ємності. У деяких випадках, особливо коли ставиться задача про суттєве збільшення

продуктивності, використовуються плунжерні дозатори. Ці дозатори можуть створювати значний тиск продукції під час її переміщення в каналах дозувальних пристроїв, що безумовно збільшує їх пропускну здатність. Плунжені дозатори завдяки високого тиску та значної енергоємності використовуються тільки для невеликої групи в'язкої продукції, а поршневі, навпаки, дістали широкого застосування для значно різноманітної продукції. Принципова схема поршневого дозатора наведена на рис. 10.4.

Поршневий дозатор складається з мірного циліндра, поршня з ущільнювальними кільцями, запірної арматури, каналів подачі і видачі продукції, приводу. За розташуванням у просторі поршневі дозатори поділяють на: вертикальні, горизонтальні або нахилені, залежно від компоновки пакувальної машини.



1 – мірний циліндр; 2 – поршень; 3 – магістральний трубопровід; 4 – клапанна система

Рис. 10.4. Схема поршневого дозатора

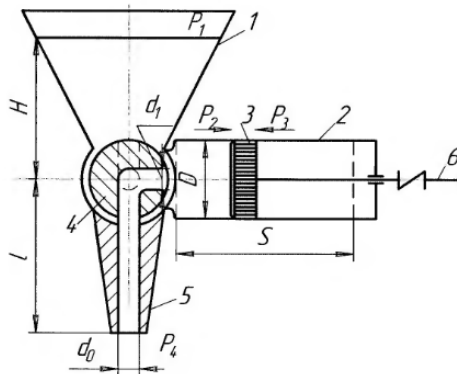
Поршневі дозатори мають значну кількість переваг: простота конструкції та монтажу дозатора; можливість легкого та швидкого варіювання величини дози в заданих межах та використання широкої гами приводів; герметичність дозувальної камери.

До недоліків поршневих дозаторів можна віднести: зношуваність ущільнення поршня; неповне видалення продукції з дозувальної камери; обмеження за продуктивністю дозування.

Для забезпечення руху робочих органів широко використовуються: пневматичні, електромагнітні та електромеханічні приводи.

10.2. Технологічний розрахунок пристроїв дозування поршневого типу

Вихідними даними для технологічного розрахунку поршневих пристроїв дозування в'язкої продукції здебільшого є: продуктивність Z , доз./хв; величина дози W , м³; динамічна в'язкість продукції μ , Па·с; висота стовпа продукції в бункері H , м; тиск повітря в надрідинному просторі бункера P_1 , Па; геометричні параметри дозувального циліндра – діаметр D , м; діаметр каналу насадки d_0 і каналу крана d_1 , м. Розрахункова схема поршневого дозатора наведена на рис. 10.5.



1 – бункер; 2 – дозувальний циліндр; 3 – поршень; 4 – кран; 5 – насадка; 6 – важіль приводу

Рис. 10.5. Розрахункова схема поршневого дозатора

Тривалість кінематичного циклу роботи поршневого дозатора визначається як сума тривалостей операцій цього циклу

$$T_k = t_n + t_{\text{вип}} + 2t_{\text{вк}}, \quad (10.1)$$

де t_n – тривалість наповнення дозувального циліндра продукцією, с;
 $t_{\text{вип}}$ – тривалість вивантаження продукції з дозувального циліндра, с;
 $t_{\text{вк}}$ – тривалість включення і спрацювання запірної арматури на наповнення і вивантаження дозувального циліндра, с.

Тривалість кінематичного циклу також можна визначити із заданої продуктивності

$$T_k = \frac{60}{Z}, \text{ с.} \quad (10.2)$$

Якщо прийняти припущення, що в'язка продукція в режимі формування дози може характеризуватися як ньютонівська рідина, то тривалість формування дози визначається за формулою

$$t_n = 1,1 \dots 1,2 \frac{W}{\mu_0 f_{\text{еф}} \sqrt{2g \left(\frac{\Delta P}{\rho g} + H \right)}}, \text{ с}, \quad (10.3)$$

де μ_0 – коефіцієнт витрати швидкості переміщення в'язкої продукції в дозаторі, на етапі проектування приймається в межах 0,6–0,8; $f_{\text{еф}}$ – ефективна площа поперечного перерізу каналу крана (м^2) (для круглого січення – $f_{\text{еф}} = \frac{\pi d_1^2}{4}$); g – прискорення вільного падіння, $\text{м}/\text{с}^2$; $\Delta P = P_1 - P_2$ – перепад тиску, Па; P_1, P_2 – тиск у надрідинному просторі бункеру і тиск розрідження, створюваний поршнем у дозувальному циліндрі, відповідно, Па; ρ – густина в'язкої рідини, $\text{кг}/\text{м}^3$; H – висота стовпа продукції в бункері, м.

Для кранової запірної арматури приймається, що $t_{\text{вк}} = 0,5 - 0,6$ с. Після визначення та прийняття t_n , $t_{\text{вк}}$ із формули (10.1) та T_k з (10.2) визначають тривалість розвантаження дозувального циліндра від продукції

$$t_{\text{вип}} = T_k - (t_n + 2t_{\text{вк}}). \quad (10.4)$$

Якщо одержане значення $t_{\text{вип}}$ є від'ємним, то здійснюють пошуки технічних рішень для зменшення t_n . Деякі з них можуть бути такими: підвищення тиску P_1 , збільшення до можливих значень $f_{\text{еф}}$; збільшення H . У випадку, коли перераховані заходи не призводять до позитивного результату, приймається рішення про встановлення кількох дозаторів, що працюють паралельно.

У разі, якщо отримане значення $t_{\text{вип}}$ є додатнім, то визначають необхідне зусилля, з яким буде діяти поршень на продукцію на стадії вивантаження дозувального циліндра.

Враховуючи прийняте припущення, що в'язка продукція на стадії фасування характеризується як ньютонівська, і додатково припустивши, що $d_1 \approx d_0$ та режим витікання є ламінарним, то можна використати формулу Пуазейля, яка функціонально зв'язує пропускну здатність насадки з перепадом тиску поршень–довкілля

$$\Pi_1 = \frac{\pi d_0^4}{128\mu l} (P_3 - P_4), \text{ м}^3/\text{с}, \quad (10.5)$$

де P_3 – тиск на продукцію з боку поршня в дозувальному циліндрі, Па; P_4 – тиск навколишнього середовища, куди переміщується продукція (приймається $P_4 = 0,1$ МПа), Па; μ – динамічна в'язкість продукції, Па·с; l – довжина насадки, м.

Для визначення функціональної залежності між P_3 і t_n прирівнюємо пропускну здатність каналу насадки і дозувального циліндра

$$\Pi_2 = \frac{\pi D^2}{4} v_0 = \frac{W}{t_{\text{вип}}}, \text{ м}^3/\text{с}, \quad (10.6)$$

де Π_2 – пропускну здатність дозувального пристрою, м³/с; v_0 – середня швидкість переміщення поршня на стадії розвантаження дозувального циліндра, $v_0 = \frac{S}{t_{\text{вип}}} = \frac{4W}{\pi D^2 t_{\text{вип}}}$; S – хід поршня, визначається

$$S = \frac{4W}{\pi D^2}, \text{ м}.$$

Тоді, прирівнюючи формули (10.5) і (10.6), отримуємо

$$\frac{W}{t_{\text{вип}}} = \frac{\pi d_0^4}{128\mu l} (P_3 - P_4), \quad (10.7)$$

звідки

$$P_3 = \frac{128\mu l W}{\pi d_0^4 t_{\text{вип}}} + P_4. \quad (10.8)$$

Зусилля на штоку поршня, що з відповідним припущенням дорівнює зусиллю на штоку převмоприводу або важеля електромеханічного приводу, визначається за формулою

$$R = P_3 \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi D^2}{4} \left(\frac{128\mu l W}{\pi d_0^4 t_{\text{вип}}} + P_4 \right). \quad (10.9)$$

У випадку застосування пневмоприводу, за заданого тиску повітря в магістралі, можна визначити, а потім по каталогах підібрати пневмоциліндр

$$R = \frac{\pi d_{\text{ц}}^2}{4} (P_{\text{м}} - P_{\text{а}}), \quad (10.10)$$

звідки

$$d_{\text{ц}} = \sqrt{\frac{4R}{\pi(P_{\text{м}} - P_{\text{а}})}}, \quad (10.11)$$

де $d_{\text{ц}}$ – внутрішній діаметр пневмоциліндра, м; $P_{\text{м}}$ – тиск повітря в магістралі ($P_{\text{м}}=0,5-0,6$ МПа); $P_{\text{а}}$ – атмосферний тиск ($P_{\text{а}}=0,1$ МПа).

У разі застосування електромеханічного приводу також визначаються витрати електроенергії (потужність електроприводу)

$$N = Rv_0, \text{ кВт}. \quad (10.12)$$

Інформацію про пристрої дозування і фасування пластичної продукції, конструктивні особливості дозування і фасування в газовому середовищі, пристрої для виконання допоміжних операцій пакування тощо можна знайти у підручнику «Пакувальне обладнання» авторів – О. М. Гавви, А. П. Беспалько, А. І. Волочко та ін. [1, 2].

РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ФІЗИЧНИХ ПОЛІВ ПРОЦЕСІВ ТА ОБЛАДНАННЯ ПАКУВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ ДЛЯ ВИКОНАННЯ ОЦІНОК ЇЇ ЕКСПЛУАТАЦІЙНОЇ ПРИДАТНОСТІ

ТЕМА 1 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ СТАЦІОНАРНИХ І НЕСТАЦІОНАРНИХ ЗАДАЧ ТЕРМО-МЕХАНІКИ

Лекція 1.1(11) Постановка задачі стаціонарної теплопровідності. Постановка задачі статичної пружності. Постановка задачі нестаціонарної теплопровідності. Постановка задачі динамічної пружності з врахуванням великих деформацій та контактної взаємодії механічної природи

Згідно М³-концепції (див. лекцію №1.1(1)), місця в ній дисципліни та кредитного модуля «Інжиніринг пакувального обладнання» та методології сучасного наукоємного комп'ютерного інжинірингу в частині CAE-технологій, призначення цього розділу лекційного курсу дисципліни полягає в математичному формулюванні мультифізичних задач з метою їх подальшого використання для визначення експлуатаційної придатності процесів, що протікають під час пакування різноманітної продукції, обладнання пакувальної техніки та процесів виготовлення тари.

Перші дві лекції цьому розділу присвячено математичним формулюванням задач для визначення працездатності деталей та вузлів пакувального обладнання, а саме: стаціонарним і нестаціонарним лінійним та нелінійним задачам теплопровідності, задачам статичної та динамічної пружності та термопружності, багатодисциплінарним задачам термоелектрики та зв'язаної термопружності.

В третій лекції наведені постановки різноманітних задач течії, що мають місце під час переміщення рідкої, в'язкої, пластичної та композитної продукції в дозувально-фасувальних пристроях пакувального обладнання, а саме: задачі ламінарної та турбулентної течії нестисливих ньютонівських рідин, тепло-гідродинамічних задач під час ламінарної течії неньютонівських рідин, а також багатофазних задач, що описують процес просочення поруватих середовищ під час виготовлення композитної тари.

В четвертій лекції наведено задачу рухомого шару сипучого матеріалу на підставі дискретного уявлення про сипуче середовище.

11.1. Постановка задачі стаціонарної теплопровідності

Рівняння лінійної стаціонарної теплопровідності з внутрішнім джерелом теплоти для ізотропного тіла можна записати у вигляді [8]

$$\Delta T(\mathbf{x}) + \frac{q_v}{\lambda} = 0, \quad \mathbf{x} \in \Omega, \quad (11.1)$$

де $\mathbf{x} = x^i \mathbf{e}_i$ – радіус-вектор декартової системи координат (при $i = 1, 2$ маємо двовимірну систему координат (x^1, x^2) , а при $i = 1, 2, 3$ – тривимірну (x^1, x^2, x^3)), м; $\Delta = \nabla^2$ – оператор Лапласа; $\nabla = \mathbf{e}^k \nabla_k \equiv \mathbf{e}^k \frac{\partial}{\partial x^k}$, – оператор Гамільтона (оператор градієнта); $\mathbf{e}_i, \mathbf{e}^k$ – коваріантний і контраваріантний векторний базис (векторний супровід тензорів), відповідно; T – температура, К; q_v – густина внутрішнього джерела теплоти, Вт/м³; λ – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·К); Ω – розрахункова область (тверде тіло).

У літературних джерелах рівняння (11.1) у вигляді $\Delta u - b = 0$ або $\nabla^2 u - b = 0$ (де u – деякий потенціал, b – джерельний член) також отримало назву рівняння Пуассона.

Граничні умови (ГУ) для рівняння (11.1) можуть включати в себе ГУ 3-х родів:

- I роду – задана температура на границі тіла T_b

$$T = T_b; \quad (11.2)$$

- II роду – задана нормальна складова вектора густини теплового потоку

$$\mathbf{n} \cdot (-\lambda \nabla T) = q_n, \quad (11.3)$$

де q_n – нормальна складова вектора густини теплового потоку $\mathbf{q} = -\lambda \nabla T$, що визначається законом Фур'є, Вт/м²; \mathbf{n} – вектор зовнішньої нормалі до поверхні тіла; (\cdot) – оператор скалярного добутку векторів;

- III роду – задані конвективні умови теплообміну (закон Ньютона-Ріхмана)

$$\mathbf{n} \cdot (-\lambda \nabla T) = \alpha(T - T_p), \quad (11.4)$$

де α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м²·К); T_p – температура оточуючого середовища, К.

Система рівнянь (11.1)–(11.4) є повним математичним формулюванням стаціонарної задачі теплопровідності ізотропного тіла.

11.2. Постановка задачі статичної пружності

Система стаціонарних диференціальних рівнянь задачі статичної пружності для ізотропного матеріалу включає рівняння руху й рівноваги, геометричне рівняння – тензор малих деформацій та фізичне рівняння – узагальнений закон Гука [7, 8]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}} + \rho \mathbf{b} = 0; \\ \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{2}(\mathbf{u}\nabla + \nabla\mathbf{u}); \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{E}{1+\nu} \left(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{\nu}{1-2\nu} \hat{\mathbf{I}}\text{tr}(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}) \right), \end{array} \right. \text{ або } \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{ij,j} + \rho b_i = 0; \\ \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}); \\ \sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \varepsilon_{kk} \right), \end{array} \right. \quad (11.5)$$

де $\nabla = \mathbf{e}_j \frac{\partial}{\partial x_j}$, $i, j = 1, 2, 3$ – оператор Гамільтона, м⁻¹; $\mathbf{x} = x_i \mathbf{e}_i$, $i = 1, 2, 3$

– радіус-вектор декартових координат, м; (\cdot) – оператор скалярного добутку тензорів; $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \sigma_{ij} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_j$, $i, j = 1, 2, 3$ – симетричний тензор напруження другого рангу, Па;

$\nabla \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{e}_j \frac{\partial}{\partial x_j} \cdot (\sigma_{ij} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\sigma_{ij} \mathbf{e}_i (\mathbf{e}_j \cdot \mathbf{e}_j)) = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \mathbf{e}_i = \sigma_{ij,j} \mathbf{e}_i$, $i, j = 1, 2, 3$ –

частинна похідна від тензора напруження (або скалярний добуток оператора Гамільтона на тензор напруження), Па/м; \mathbf{e}_i , $i = 1, 2, 3$ – основний (коваріантний) векторний базис – векторний супровід тензора; ρ – густина, кг/м³; $\mathbf{b} = b_i \mathbf{e}_i$, $i = 1, 2, 3$ – вектор масових сил, наприклад, гравітаційних, Н/кг; $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \varepsilon_{ij} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_j$, $i, j = 1, 2, 3$ – симетричний тензор другого рангу пружних деформацій; $\mathbf{u} = u_i \mathbf{e}_i$, $i = 1, 2, 3$ – вектор переміщень, м;

$\nabla \mathbf{u} = \mathbf{e}_j \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \mathbf{e}_i = u_{i,j} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_j$, $i, j = 1, 2, 3$ – частинна похідна від вектора переміщення (або тензорний добуток оператора Гамільтона на вектор);

E – модуль пружності, Па; ν – коефіцієнт Пуассона; $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } i = j; \\ 0 & \text{при } i \neq j, \end{cases}$ – символ Кронекера.

Граничні умови для (11.5):

– переміщення або защемлення (повинно бути задано хоча б в одній точці на поверхні тіла)

$$\mathbf{u}|_{S_u} = 0 \text{ або } u_i|_{S_u} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (11.6)$$

де S_u – поверхня (або точка поверхні), на якій задано переміщення, м²;

– симетрії

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}|_{S_{su}} = 0 \text{ або } n_i u_i|_{S_{su}} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (11.7)$$

де $\mathbf{n} = n_i \mathbf{e}_i$, $i = 1, 2, 3$ – вектор та компоненти зовнішньої нормалі до поверхні тіла; S_{su} – поверхня симетрії тіла, м²;

– зовнішній тиск

$$(\hat{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n}|_{S_p} = p \text{ або } (\sigma_{ij} n_j) n_i|_{S_p} = p, \quad (11.8)$$

де p – зовнішній тиск, який задано на поверхні S_p , Па;

– зовнішня сила, що прикладена в деякій точці тіла

$$\mathbf{F}_P = \int_{\Delta S_p} \hat{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n} dS \text{ або } F_i^P = \int_{\Delta S_p} \sigma_{ij} n_j dS, \quad (11.9)$$

де $\mathbf{F}_P = F_i^P \mathbf{e}_i$, $i = 1, 2, 3$ – вектор та компоненти зовнішньої сили в точці P , Н; ΔS_p – елементарна площадка поверхні тіла в околі точки P , м²;

– умови контактного типу механічної природи

$$\begin{cases} \mathbf{n}^+ \mathbf{u}^+ + \mathbf{n}^+ \mathbf{u}^- - \delta \leq 0; \\ \{\boldsymbol{\sigma}^{(n)} \cdot \mathbf{n}\} \leq 0; \\ (\mathbf{n}^+ \mathbf{u}^+ + \mathbf{n}^+ \mathbf{u}^- - \delta) \boldsymbol{\sigma}^{(n)} \cdot \mathbf{n} = 0; \\ |\sigma_\tau| \leq -f \boldsymbol{\sigma}^{(n)} \cdot \mathbf{n}; \end{cases} \quad (11.10)$$

де δ – початковий зазор у напрямку нормалі до поверхонь, що контактують, м; $\boldsymbol{\sigma}^{(n)} = \hat{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}$ – напруження в нормальному напрямку до поверхні контакту (вектор напруження), Па; $\sigma_\tau = \sqrt{|\boldsymbol{\sigma}^{(n)}|^2 + (\sigma_n)^2}$ – тангенціальна складова напруження, Па; $\sigma_n = (\hat{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} = \boldsymbol{\sigma}^{(n)} \cdot \mathbf{n}$ – нормальне напруження на поверхні контакту, Па; f – коефіцієнт сухого тертя.

Перша нерівність (11.10) є умовою взаємного непроникнення тіл та пов'язана з силовим співвідношення (друга нерівність (11.10)), оскільки закриття зазору призводить до виникнення контактної тиску. Третє рівняння (11.10) відповідає нульовим контактним напруженням, що викликає роз'єднання контактних тіл. Четверта нерівність описує умови фрикційної взаємодії тіл (поверхневих напружень) у формі закону Амонта-Кулона.

Система рівнянь (11.5)–(11.10) є повним математичним формулюванням задачі статичної пружності ізотропного твердого тіла.

Співвідношення для визначення запасу міцності, що є необхідним для визначення експлуатаційної придатності вузла або деталі пакувального обладнання.

Еквівалентні напруження σ_{eqvM} за Мізесом визначаються для пластичних тіл за формулами:

$$\sigma_{\text{eqvM}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2)}, \quad (11.11)$$

або

$$\sigma_{\text{eqvM}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}, \quad (11.12)$$

де $\sigma_{ij}, i, j = 1, 2, 3$ – компоненти тензора напруження, Па; $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ – компоненти вектора головних напружень, Па.

Запас міцності F_s пластичних матеріалів визначається за формулою

$$F_s = \frac{[\sigma_T]}{\sigma_{\text{eqvM}}}, \quad (11.13)$$

де $[\sigma_T]$ – межа текучості матеріалу, Па; σ_{eqM} – еквівалентне напруження за Мізесом (11.11), (11.12), Па.

Задача (11.5)–(11.10) сформульована для умов виключно механічного навантаження тіла. Однак, на практиці іноді необхідно враховувати ще й температурне навантаження відомим полем температури. Така задача дістала назву лінійної задачі незв’язаної термопружності. При цьому температурні деформації і напруження вважаються початковими.

У випадку незв’язаної термопружної задачі для ізотропного матеріалу узагальнений закон Гука приймає дещо інший вигляд

$$\hat{\sigma} = \hat{C}^4 : (\hat{\varepsilon}^e - \hat{\varepsilon}^T) \text{ або } \sigma_{ij} = C_{ijkl} (\varepsilon_{ij}^e - \varepsilon_{ij}^T), \quad (11.14)$$

де $\hat{C}^4 = C^{ijkl} = \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + \lambda\delta_{ij}\delta_{kl}$ – тензор 4-го рангу пружності, Па; $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ і $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ – коефіцієнти Ламе, Па; $(:)$ – оператор

подвійного скалярного добутку тензорів; $\hat{\varepsilon}^e = \varepsilon_{ij}^e$ – тензор та компоненти малих пружних деформацій (11.5); $\hat{\varepsilon}^T = \alpha(T - T_0)\hat{\mathbf{I}}$ або $\varepsilon_{ij}^T = \alpha(T - T_0)\delta_{ij}$ – тензор температурних деформацій; α – коефіцієнт лінійного температурного розширення матеріалу, K^{-1} ; T_0 і T – початкова і поточна температура тіла, відповідно, К; δ_{ij} – символ Кронекера.

Рівняння (11.9) дістало назву співвідношення Дюамеля-Неймана.

У разі врахування температурного навантаження для забезпечення однозначності системи диференціальних рівнянь (11.5), (11.14), окрім ГУ (11.6)–(11.10), треба додати прсевдопочаткові умови у вигляді температурного навантаження, яке може бути задано як різниця $T - T_0$ для визначення початкової температурної деформації $\varepsilon_{ij}^T = \alpha(T - T_0)\delta_{ij}$.

11.3. Постановка задачі нестационарної теплопровідності

Рівняння нелінійної нестационарної теплопровідності ізотропного середовища з внутрішніми джерелами теплоти можна записати у вигляді

$$c_p(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot [\lambda(T)\nabla T(\mathbf{x})] + q_v(T), \quad t > 0, \quad \mathbf{x} \in \Omega, \quad (11.15)$$

де c_p – масова ізобарна теплоємність, Дж/(кг·К); ρ – густина, кг/м³;
 T – абсолютна температура, К; t – час, с; $\nabla = \frac{\partial}{\partial x_i}$, $i=1,2,3$ – оператор
 Гамільтона, м⁻¹; x_i , $i=1,2,3$ – декартові координати, м; λ – коефіцієнт
 теплопровідності, Вт/(м·К); \mathbf{x} – радіус-вектор декартової системи
 координат, м; q_v – об’ємна густина внутрішнього джерела теплоти, Вт/м³;
 $\Omega \in R^3$ – тривимірна розрахункова область.

Початкові умови для (11.15) в момент часу $t = 0$:

$$T(\mathbf{x})|_{\Omega} = T_0, \quad (11.16)$$

де T_0 – початкова температура, К.

Граничні умови (ГУ) для (11.15) в момент часу $t > 0$ можуть включати
 ГУ трьох родів:

– I роду – задана температура T_b на границі Γ_I поверхні Ω

$$T(\mathbf{x})|_{\Gamma_I} = T_b; \quad (11.17)$$

– II роду – задана нормальна складова вектора густини теплового
 потоку на границі Γ_{II} поверхні Ω

$$q_n|_{\Gamma_{II}} = \mathbf{n} \cdot [-\lambda(T)\nabla T], \quad (11.18)$$

де q_n – нормальна складова вектора густини теплового потоку
 $\mathbf{q} = -\lambda(T)\nabla T$, Вт/м²; \mathbf{n} – вектор зовнішньої нормалі до поверхні Ω ;

– III роду – задані конвективні умови теплообміну на границі Γ_{III}
 поверхні Ω

$$\mathbf{n} \cdot [-\lambda(T)\nabla T]|_{\Gamma_{III}} = \alpha(T)(T - T_p), \quad (11.19)$$

де α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м²·К); T_p – температура
 оточуючого середовища, К.

Система рівнянь (11.15)–(11.19) є повним формулюванням нелінійної нестационарної задачі теплопровідності ізотропного тіла (середовища) з внутрішніми джерелами теплоти.

11.4. Постановка задачі динамічної пружності з врахуванням великих деформацій та контактної взаємодії механічної природи

Систему нестационарних диференціальних рівнянь динамічної пружності, яка включає в себе нестационарне рівняння руху й рівноваги або збереження кількості руху, геометричні нелінійні рівняння та узагальнений закон Гука можна записати у векторній формі через переміщення [7]:

$$\begin{cases} \rho \frac{d^2 \mathbf{u}}{dt^2} = \vec{\nabla} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f}; \\ \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \left(\vec{\nabla} \mathbf{u} + (\vec{\nabla} \mathbf{u})^T + (\vec{\nabla} \mathbf{u})^T \cdot (\vec{\nabla} \mathbf{u}) \right); \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} = \hat{C}^4 : \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}, \end{cases} \quad (11.20)$$

де $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ – оператор Гамільтона, m^{-1} ; x, y, z – декартові координати, м; $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ – тензор напруження 2-го рангу, Па; \mathbf{f} – вектор об’ємних сил, наприклад, гравітаційних, Па/м; $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ – тензор 2-го рангу нелінійних деформацій; $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ – вектор переміщень, м; \hat{C}^4 – тензор 4-го рангу пружних властивостей ізотропного матеріалу, Па; $(:)$ – оператор подвійного (кратного) скалярного добутку двох тензорів.

Система диференціальних рівнянь (11.20) включає нестационарний член, тому для неї необхідно записати початкові умови для вектора переміщень в початковий момент часу, $t = 0$

$$\mathbf{u}|_{t=0} = \Phi_u(\mathbf{x}), \quad (11.21)$$

де $\mathbf{x} = x_i, (i = 1, 2, 3)$ – радіус-вектор декартової системи координат.

Для однозначності системи диференціальних рівнянь (11.20) треба також записати граничні умови. Для цього можна скористатись граничними умовами (11.6)–(11.10).

Для числового розв'язання сформульованих задач найбільшого застосування дістав метод скінченних елементів (МСЕ) [7, 8].

ТЕМА 2 БАГАТОДИСЦИПЛІНАРНІ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ

Лекція 2.1(12) **Постановка нелінійної нестационарної термоелектричної задачі. Постановка зв'язаної задачі термодружності**

12.1. Постановка нелінійної нестационарної термоелектричної задачі

Систему рівнянь зв'язаної нелінійної нестационарної задачі теплоелектропровідності ізотропного середовища (тіла) можна записати у вигляді:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} = \nabla \cdot [\lambda(T)\nabla T(\mathbf{x})] + \chi(T)|\nabla U|^2 + q_v(T), t > 0; \mathbf{x} \in \Omega, \\ \nabla \cdot [\chi(T)\nabla U] = 0, \end{cases} \quad (12.1)$$

де $h(T) = \int_{T_{\text{ref}}}^T c_p(T)\rho(T)dT$ – явна об'ємна ентальпія, Дж/м³;

T_{ref} – абсолютна температура відліку, К; c_p – масова ізобарна теплоємність, Дж/(кг· К); ρ – густина, кг/м³; T – абсолютна температура, К; t – час, с;

$\nabla = \frac{\partial}{\partial x_i}$, $i = 1, 2, 3$ – оператор Гамільтона, м⁻¹; x_i , $i = 1, 2, 3$ – декартові

координати, м; λ – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м· К); \mathbf{x} – радіус-вектор декартової системи координат, м; χ – коефіцієнт електропровідності, См/м; U – електричний потенціал, В; q_v – об'ємна густина внутрішнього джерела теплоти неелектричної природи, Вт/м³; $\Omega \in R^3$ – тривимірна розрахункова область.

Початкові умови для (12.1) в момент часу $t = 0$ задаються тільки для нестационарного рівняння теплопровідності (12.1):

$$T(\mathbf{x})|_{\Omega} = T_0, \quad (12.2)$$

де T_0 – початкова температура, К.

Граничні умови (ГУ) для рівняння теплопровідності (12.1) в момент часу $t > 0$ можуть включати ГУ трьох родів:

- I роду або Дирихле – задана температура T_b на границі $\Gamma_{T I}$ частини поверхні Ω

$$T(\mathbf{x})|_{\Gamma_{T I}} = T_b; \quad (12.3)$$

- II роду або Неймана – задана нормальна складова вектора густини теплового потоку на границі $\Gamma_{T II}$ частини поверхні Ω

$$q_n|_{\Gamma_{T II}} = \mathbf{n} \cdot [-\lambda(T)\nabla T], \quad (12.4)$$

де q_n – нормальна складова вектора густини теплового потоку $\mathbf{q} = -\lambda(T)\nabla T$, Вт/м²; \mathbf{n} – вектор зовнішньої нормалі до поверхні Ω ;

- III роду – задані конвективні умови теплообміну на границі $\Gamma_{T III}$ частини поверхні Ω

$$\mathbf{n} \cdot [-\lambda(T)\nabla T]|_{\Gamma_{T III}} = \alpha(T)(T - T_p), \quad (12.5)$$

де α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м²·К); T_p – температура оточуючого середовища, К.

ГУ квазістаціонарного рівняння електропровідності (12.1) в момент часу $t > 0$ можуть включати ГУ двох типів:

- Дирихле – задано нульовий електричний потенціал на границі $\Gamma_{U I}$ частини поверхні Ω

$$U(\mathbf{x})|_{\Gamma_{U I}} = 0; \quad (12.6)$$

- Неймана – задана нормальна складова вектора густини електричного струму на границі $\Gamma_{U II}$ частини поверхні Ω

$$j_n|_{\Gamma_{U II}} = \mathbf{n} \cdot [-\chi(T)\nabla U], \quad (12.7)$$

де j_n – нормальна складова вектора густини електричного струму, А/м².

Система рівнянь (12.1)–(12.7) є повним формулюванням зв'язаної нелінійної нестационарної термоелектричної задачі для ізотропного середовища.

12.2. Постановка зв'язаної задачі термопружності

Система диференціальних рівнянь зв'язаної задачі лінійної термопружності для твердого середовища в наближенні малих деформацій включає такі рівняння: збереження кількості руху, збереження енергії, фізичне рівняння у вигляді узагальненого закону Гука, геометричні рівняння для тензорів пружних та температурних деформацій, рівняння для швидкості деформації [7]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \dot{\mathbf{v}} = \vec{\nabla} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}} + \rho \mathbf{F}; \\ C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \hat{\boldsymbol{\sigma}} : \dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}} + \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T) + q_v; \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} = \hat{C} : (\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^e - \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^T); \\ \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \mathbf{u} + (\vec{\nabla} \mathbf{u})^T) = \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^e - \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^T; \\ \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^T = \beta (T - T_0) \hat{\mathbf{g}}; \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}} = \frac{d\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}{dt}, \end{array} \right. \quad (12.8)$$

де ρ – густина, кг/м³; $\mathbf{v} = v^i \mathbf{e}_i$ – вектор швидкості $\left(\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{u}}{dt} \right)$, м/с;
 $\dot{\mathbf{v}} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$ – вектор прискорення, м/с²; t – час, с; $\vec{\nabla} = \mathbf{e}^s \frac{\partial}{\partial x^s}$ – оператор Гамільтона, м⁻¹; $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \sigma^{ij} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_j$ – тензор напруження 2-го рангу, що визначається фізичним рівнянням – законом Гука, який встановлює зв'язок між напруженнями і деформаціями, Па; $\mathbf{F} = F^m \mathbf{e}_m$ – вектор масових сил, Н/кг;
 $\dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}} = \dot{\varepsilon}_{mn} \mathbf{e}^m \mathbf{e}^n$ – тензор швидкості деформацій 2-го рангу, який визначається через похідну $\dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}} = \frac{d\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}{dt}$, с⁻¹; $\mathbf{e}_i, \mathbf{e}^m$ – коваріантний і контраваріантний векторний базис (векторний супровід тензорів), відповідно; $C_v = c_v \rho$ – об'ємна ізохорна теплоємність середовища, Дж/(м³·К); c_v – масова ізохорна теплоємність, Дж/(кг·К); T – абсолютна температура, К; λ – коефіцієнт

теплопровідності, Вт/(м·К); $\hat{\sigma}:\hat{\epsilon}$ – дисипативний член, що описує незворотне перетворення механічної енергії в теплову, Вт/м³; (\cdot) – оператор подвійного скалярного добутку; q_v – об’ємна густина внутрішнього джерела теплоти, що спричинена джерелом будь-якої немеханічної природи, Вт/м³; \hat{C} – тензор 4-го рангу фізичних констант, який у загальному випадку вміщує 81 компоненту, Па; $\mathbf{u} = u^i \mathbf{e}_i$ – вектор переміщень, м; β – коефіцієнт лінійного температурного розширення середовища, К⁻¹; T_0 і T – початкова і поточна температура середовища, відповідно, К; $\hat{\mathbf{g}}$ – метричний тензор 2-го рангу.

Початкові і граничні умови для (12.8). Початкові умови описують початковий стан середовища:

$$\mathbf{u}_0 = \varphi_u(\mathbf{x}); \quad (12.9)$$

$$T_0 = \varphi_T(\mathbf{x}), \quad (12.10)$$

де $\mathbf{x} = x^i \mathbf{e}_i$, м.

Граничні умови:

- крайові умови Дирихле (стосуються геометричного рівняння, рівнянь збереження – рівноваги та енергії)

$$\begin{cases} \mathbf{u} = 0; \\ T = T_b, \end{cases} \quad (12.11)$$

де перша умова відповідає умові закріплення тіла; T_b – температура на границі середовища (тіла), К;

- крайові умови Неймана (стосуються рівнянь збереження кількості руху та енергії)

$$\begin{cases} \hat{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{p}; \\ \mathbf{n} \cdot (-\lambda \vec{\nabla} T) = \mathbf{n} \cdot \mathbf{q} = q_n, \end{cases} \quad (12.12)$$

де $\mathbf{p} = p^i \mathbf{e}_i$ – вектор напруження, що діє на поверхні середовища, Па; $\mathbf{q} = q^i \mathbf{e}_i$ – вектор густини теплового потоку на поверхні середовища, Вт/м²;

- конвективні умови (стосуються тільки рівняння енергії)

$$\mathbf{n} \cdot (-\lambda \vec{\nabla} T) = \alpha(T - T_p), \quad (12.13)$$

де α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м²·К); T_p – температура оточуючого середовища, К;

– механічні умови абсолютного контакту

$$\begin{cases} \{\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}\} = 0; \\ \{\boldsymbol{\sigma}_n \cdot \mathbf{n}\} = 0, \end{cases} \quad (12.14)$$

де \mathbf{n} – вектор нормалі до поверхні контакту; \mathbf{u} – вектор переміщення, м; $\{\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}\} = \mathbf{n}^+ \cdot \mathbf{u}^+ - \mathbf{n}^- \cdot \mathbf{u}^-$, м; $\boldsymbol{\sigma}_n = \hat{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}$ – компоненти вектора напруження в нормальному напрямку до поверхні контакту, Па; $\{\boldsymbol{\sigma}_n \cdot \mathbf{n}\} = \boldsymbol{\sigma}_n^+ \cdot \mathbf{n}^+ - \boldsymbol{\sigma}_n^- \cdot \mathbf{n}^-$, Па; «+» і «-» – означає ліворуч і праворуч від поверхні контакту;

– теплові умови абсолютного контакту

$$\begin{cases} \{T\} = 0; \\ \{\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}\} = 0, \end{cases} \quad (12.15)$$

де $\{T\} = T^+ - T^-$, К; $\{\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}\} = \mathbf{n}^+ \cdot \mathbf{q}^+ - \mathbf{n}^- \cdot \mathbf{q}^-$, Вт/м²; $\mathbf{q} = -\lambda \nabla T$ – вектор густини теплового потоку, Вт/м².

Для числового розв'язання сформульованих задач (12.1)–(12.7) і (12.8)–(12.15) найбільшого застосування дістав метод скінченних елементів (МСЕ) [8].

ТЕМА 3 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЗАДАЧ ТЕЧІЇ

Лекція 1.3(13) **Постановка задачі тепло-гідродинаміки під час ламінарної течії нестисливої ньютонівської рідини. Постановка задачі тепло-гідродинаміки під час турбулентної течії нестисливої ньютонівської рідини на базі стандартної моделі. Фізичні рівняння для неньютонівської рідини. Моделі дилатантних (комполитних) речовин. Постановка тепло-гідродинамічної задачі для рідини типу Bingham-Rapanastasiou. Математична модель процесу просочення поруватих середовищ під час виготовлення комполитної тари**

13.1. Постановка задачі тепло-гідродинаміки під час ламінарної течії нестисливої ньютонівської рідини

Система рівнянь тепло-масопереносу під час ламінарної течії нестисливої рідини включає такі рівняння: збереження маси (квазістаціонарне) і кількості руху в наближенні Бусінеска, фізичне рівняння Нав'є-Стокса і збереження енергії [9]:

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \mathbf{v} = 0; \\ \rho_0 \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \vec{\nabla}) \mathbf{v} \right] = \vec{\nabla} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}} + \mathbf{f}; \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} = \mu \vec{\nabla} \mathbf{v} - p; \\ c_p \rho_0 \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \vec{\nabla} T \right) = \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T) + \hat{\boldsymbol{\sigma}} : \vec{\nabla} \mathbf{v} + q_v, \end{cases} \quad (13.1)$$

де $\vec{\nabla} = \mathbf{e}^s \frac{\partial}{\partial x^s}$ – оператор Гамільтона, м^{-1} ; $\mathbf{v} = v^i \mathbf{e}_i$ – вектор швидкості, м/с ; ρ_0 – густина рідини за абсолютної температури T_0 , кг/м^3 ; t – час, с ; μ – коефіцієнт динамічної в'язкості, $\text{Па} \cdot \text{с}$; $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \sigma^{ij} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_j$ – тензор напруження 2-го рангу, Па ; p – гідростатичний тиск, Па ; $\mathbf{f} = f^m \mathbf{e}_m$ – вектор об'ємного навантаження, який за наближення Бусінеска має вигляд $f^m = \rho_0 \beta (T - T_0) g^m$, Па/м ; g^m – компоненти вектора прискорення вільного падіння, м/с^2 ; c_p – масова ізобарна теплоємність, $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; T – абсолютна температура, К ; λ – коефіцієнт теплопровідності, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$; $\hat{\boldsymbol{\sigma}} : \vec{\nabla} \mathbf{v}$ – дисипативний член або джерело теплоти механічної природи, Вт/м^3 ;

(\cdot) – оператор подвійного скалярного добутку; q_v – об’ємна густина внутрішнього джерела теплоти, що спричинена джерелом будь-якої немеханічної природи, Вт/м³.

Початкові умови до (13.1):

$$\begin{cases} \mathbf{v}|_{t=0} = \varphi_v(\mathbf{x}); \\ T|_{t=0} = \varphi_T(\mathbf{x}); \\ p|_{t=0} = \varphi_p(\mathbf{x}), \end{cases} \quad (13.2)$$

де $\mathbf{v} = v^i \mathbf{e}_i$, $\mathbf{x} = x^i \mathbf{e}_i$.

Граничні умови включають взаємодію рідини із зовнішнім середовищем на протязі всього процесу, який досліджується:

- на поверхнях контакту рідини з твердою поверхнею можуть задаватися умови прилипання (всі компоненти швидкості на поверхні твердого тіла дорівнюють нулю), нормальна складова густини теплового потоку (закон Фур’є) тощо

$$\mathbf{v}|_{S_v} = 0, \quad (13.3)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}|_{S_q} = -q_s, \quad (13.4)$$

де $\mathbf{q} = -\lambda \vec{\nabla} T$ – вектор густини теплового потоку, Вт/м²; $\mathbf{n} = n_i \mathbf{e}^i$ – вектор нормалі до поверхні тіла;

- на вихідному перетині потоку рідини, як правило, задаються його нормальна складова швидкості і температура

$$\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = v_0; \\ T = T_0, \end{cases} \quad (13.5)$$

- на перетині витoku рідини задаються нульові значення градієнтів тиску й температури

$$\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \vec{\nabla} p = 0; \\ \mathbf{n} \cdot \vec{\nabla} T = 0. \end{cases} \quad (13.6)$$

У декартовій системі координат (x_1, x_2, x_3) система рівнянь (13.1) за умови $\mu, \lambda = \text{const}$ приймає вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} = 0; \\ \rho_0 \left[\frac{\partial v_1}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + v_3 \frac{\partial v_1}{\partial x_3} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x_1} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_3^2} \right) + \rho_0 \beta (T - T_0) g_1; \\ \rho_0 \left[\frac{\partial v_2}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_2}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + v_3 \frac{\partial v_2}{\partial x_3} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x_2} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_3^2} \right) + \rho_0 \beta (T - T_0) g_2; \\ \rho_0 \left[\frac{\partial v_3}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_3}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial v_3}{\partial x_2} + v_3 \frac{\partial v_3}{\partial x_3} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x_3} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_3}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_3}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 v_3}{\partial x_3^2} \right) + \rho_0 \beta (T - T_0) g_3; \\ c_p \rho_0 \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial T}{\partial x_2} + v_3 \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_3^2} \right) + q_v, \end{array} \right. \quad (13.7)$$

де (v_1, v_2, v_3) – компоненти вектора швидкості, м/с; (g_1, g_2, g_3) – компоненти вектора прискорення вільного падіння, м/с².

Початкові умови до (13.7):

$$\left\{ \begin{array}{l} v_i|_{t=0} = \varphi_v(x_j); \\ T|_{t=0} = \varphi_T(x_j); \quad i, j = 1, 2, 3; \\ p|_{t=0} = \varphi_p(x_j). \end{array} \right. \quad (13.8)$$

Граничні умови включають умови взаємодії тіла із зовнішнім середовищем на протязі всього процесу, який досліджується:

- на поверхнях контакту рідини з твердою поверхнею можуть задаватися умови прилипання і нормальна складова густини теплового потоку

$$(v_1 = v_2 = v_3)|_{S_v} = 0, \quad (13.9)$$

$$(n_1 q_1 + n_2 q_2 + n_3 q_3)|_{S_q} = -q_s, \quad (13.10)$$

де (q_1, q_2, q_3) – компоненти вектора густини теплового потоку, Вт/м²; (n_1, n_2, n_3) – компоненти вектора нормалі до поверхні тіла;

- на вихідному перетині потоку рідини задаються його нормальна швидкість й температура

$$\begin{cases} n_1 v_1 + n_2 v_2 + n_3 v_3 = v_0; \\ T = T_0, \end{cases} \quad (13.11)$$

- на перетині витоку рідини задаються нульові значення градієнтів тиску й температури

$$\begin{cases} n_1 \frac{\partial p}{\partial x_1} + n_2 \frac{\partial p}{\partial x_2} + n_3 \frac{\partial p}{\partial x_3} = 0; \\ n_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} + n_2 \frac{\partial T}{\partial x_2} + n_3 \frac{\partial T}{\partial x_3} = 0. \end{cases} \quad (13.12)$$

Методика числового розв'язання сформульованих задач базується на методі скінчених об'ємів (МСО)⁸. Алгоритм розв'язання задач називається SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations або напівнеявний метод розв'язку рівнянь, які зв'язують тиск, який вперше запропонували L. S. Caretto, S. V. Patankar, D. B. Spalding).

13.2. Постановка задачі тепло-гідродинаміки під час турбулентної течії нестисливої ньютонівської рідини на базі стандартної $k - \varepsilon$ моделі

Стандартна $k - \varepsilon$ модель, окрім осереднених за Рейнольдсом рівнянь збереження маси, кількості руху та енергії, включає два додаткових скалярних рівняння для кінетичної турбулентної енергії та швидкості дисипації кінетичної енергії турбулентності, що записуються додатково до системи рівнянь Нав'є-Стокса. Система осереднених рівнянь стандартної $k - \varepsilon$ моделі турбулентності нестисливої рідини має вигляд [9]:

⁸ Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / Патанкар С. ; пер. с англ. В. Д. Виленского. — М. : Энергоатомиздат, 1984. — 153 с.

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}} = 0; \\ \rho \left[\frac{\partial \tilde{\mathbf{v}}}{\partial t} + (\tilde{\mathbf{v}} \cdot \nabla) \tilde{\mathbf{v}} \right] = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}}_{eff}; \\ \rho \left[\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla \cdot (\tilde{\mathbf{v}} k) \right] = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + \bar{\boldsymbol{\tau}}_{eff} : \nabla \tilde{\mathbf{v}} - \bar{\rho} \varepsilon; \\ \rho \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\tilde{\mathbf{v}} \varepsilon) \right] = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} (\bar{\boldsymbol{\tau}}_{eff} : \nabla \tilde{\mathbf{v}}) - C_{\varepsilon 2} \bar{\rho} \frac{\varepsilon^2}{k}; \\ \rho \left[\frac{\partial}{\partial t} \tilde{E} + \nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}} (\tilde{E} + \bar{p}) \right] = \nabla \cdot \left[\left(\lambda + \frac{c_p \mu_t}{Pr_t} \right) \nabla \tilde{T} \right] + \nabla \tilde{\mathbf{v}} : \bar{\boldsymbol{\tau}}_{eff} + q_v, \end{array} \right. \quad (13.13)$$

де ∇ – оператор Гамільтона, m^{-1} ; $\tilde{\mathbf{v}}$ – вектор швидкості, осереднений за Favre, m/c ; ρ – густина, kg/m^3 ; t – час, s ; \bar{p} – тиск, осереднений за Reynolds, Pa ;

$\bar{\boldsymbol{\tau}}_{eff} = (\mu + \mu_t) [\nabla \tilde{\mathbf{v}} + \tilde{\mathbf{v}} \nabla] - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \hat{\mathbf{I}}$ – тензор 2-го рангу ефективних зсувних

напружень, Pa ; μ – коефіцієнт динамічної в'язкості, $Pa \cdot s$; $\mu_t = \frac{\bar{\rho} C_\mu k^2}{\varepsilon}$ –

коефіцієнт турбулентної в'язкості, $Pa \cdot s$; k – турбулентна кінетична енергія, J/kg ; $(:)$ – оператор подвійного скалярного добутку; ε – швидкість дисипації турбулентної кінетичної енергії, $J/(kg \cdot s)$; $C_{\varepsilon 1} = 1,44$; $C_{\varepsilon 2} = 1,92$; $C_\mu = 0,09$; $\sigma_k = 1,0$; $\sigma_\varepsilon = 1,3$ – коефіцієнти k – ε моделі турбулентності;

$\tilde{E} = \tilde{h} - \frac{\bar{p}}{\bar{\rho}} + \frac{\tilde{\mathbf{v}} \cdot \tilde{\mathbf{v}}}{2}$ – повна масова енергія, осереднена за Favre, J/kg ;

$\tilde{h} = \int_{T_0}^{\tilde{T}} c_p dT$ – явна масова ентальпія, осереднена за Favre, J/kg ; c_p – масова

ізобарна теплоємність, $J/(kg \cdot K)$; \tilde{T} – абсолютна температура, осереднена за Favre, K ; λ – коефіцієнт теплопровідності, $W/(m \cdot K)$; Pr_t – турбулентне число Prandtl; q_v – густина об'ємного джерела теплоти, W/m^3 .

Початкові умови для (13.13):

$$\begin{cases} \tilde{T}(X) = T_0; \\ \tilde{\mathbf{v}}(X) = \mathbf{v}_0; \\ \bar{p}(X) = p_0; \\ k(X) = k_0; \\ \varepsilon(X) = \varepsilon_0, \end{cases} \quad (13.14)$$

де $X(x, y, z) \in \Omega$ – декартові координати, м; Ω – розрахункова область.

Граничні умови для (13.13):

– на вході газового потоку (13.15) і на виході – (13.16)

$$\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \tilde{\mathbf{v}} = v_{inlet}; \\ \bar{p} = p_{inlet}; \\ \tilde{T} = T_{inlet}; \\ k = k_{inlet}; \\ \varepsilon = \varepsilon_{inlet}, \end{cases} \quad (13.15)$$

де \mathbf{n} – вектор нормалі до поверхні твердої стінки;

$$\begin{cases} \bar{p}_{outlet} = 0; \\ \tilde{T} = T_{outlet}; \\ k = k_{outlet}; \\ \varepsilon = \varepsilon_{outlet}, \end{cases} \quad (13.16)$$

– на поверхні твердого тіла

$$\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \nabla \bar{p} = 0; \\ \mathbf{n} \cdot (-\lambda \nabla \tilde{T}) = q_n \vee \mathbf{n} \cdot \nabla \tilde{T} = 0; \\ \tilde{\mathbf{v}} = 0; \\ k = 0; \\ \varepsilon = 0, \end{cases} \quad (13.17)$$

де q_n – нормальна густина теплового потоку, Вт/м².

13.3. Фізичні рівняння для неньютонівської рідини

Рівняння стану для нестисливої неньютонівської рідини мають вигляд [10]

$$\sigma_{ij} = 2\eta(\dot{\gamma})\dot{D}_{ij} - p\delta_{ij} \text{ або } \hat{\sigma} = \hat{\tau} - p\hat{\mathbf{I}} = 2\eta(\dot{\gamma})\hat{\mathbf{D}} - p\hat{\mathbf{I}}, \quad (13.18)$$

де $\hat{\sigma}$ – симетричний тензор напруження другого рангу, Па; $\hat{\tau} = 2\eta(\dot{\gamma})\hat{\mathbf{D}}$ – тензором в'язких напружень другого рангу, Па; $\dot{D}_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i})$ або $\hat{\mathbf{D}} = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{v} + \mathbf{v}\nabla)$ – тензор швидкості деформації, с^{-1} ; $v_i = \mathbf{v}$ – вектор швидкості, м/с; p – зовнішній гідростатичний тиск, Па; $\hat{\mathbf{I}}$ – одиничний тензор другого рангу; $\eta(\dot{\gamma})$ – ефективна в'язкість рідини як функція другого інваріанта $\dot{\gamma}$ від $\hat{\mathbf{D}}$, Па·с; $\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2}\hat{\mathbf{D}}:\hat{\mathbf{D}}}$ – другий інваріант від $\hat{\mathbf{D}}$, с^{-1} .

Степеневий закон з врахуванням температурної залежності в'язкості для різних класів рідин має вигляд

$$\eta(\dot{\gamma}) = k\dot{\gamma}^{n-1}H(T), \quad (13.19)$$

де k – величина середньої в'язкості рідини, Па·с; $\dot{\gamma}$ – другий інваріант $\hat{\mathbf{D}}$, с^{-1} ; n – показник ступеня, який визначає клас рідини; $H(T) = \exp\left[\frac{E_a}{RT_a}\left(\frac{1}{T-T_0} - \frac{1}{T_a-T_0}\right)\right]$; E_a – енергія активації течії, Дж/моль; R – газова стала, Дж/(моль·К); T_a – абсолютна температура активації, К; T_0 – абсолютна температура відліку, К.

За умови $n=1$ маємо ньютонівську рідину; для $n>1$ – дилатантну рідину; для $n<1$ – псевдо-пластик.

Розглянемо систему диференціальних рівнянь механіки суцільного середовища, яка для ізотермічної нестисливої рідини має вигляд

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{v} = 0; \\ \rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = \nabla \cdot \hat{\sigma} + \rho \mathbf{g}, \end{cases} \quad (13.20)$$

де ∇ – оператор Гамільтона, m^{-1} ; ρ – густина, kg/m^3 ; t – час, s ; $\hat{\sigma}$ – тензор напруження (13.18), Pa ; \mathbf{g} – вектор прискорення вільного падіння, m/s^2 .

Для замикання системи рівнянь (13.20) треба додати рівняння стану, що визначає тип рідини (ньютонівська або неньютонівська), початкові та відповідні граничні умови.

13.4. Моделі дилатантних (комполітних) речовин. Постановка тепло-гідродинамічної задачі для рідини типу Bingham-Papanastasiou

Комполітні речовини, що складаються з наповнювача (твердих частинок) і зв'язувального (в'язкої рідини), проявляють дуалізм властивостей залежно від значень внутрішнього напруження. З одного боку, нижче певного рівня зовнішньої механічної дії такий матеріал зберігає свою цілісність, проявляючи пластичні властивості, що схожі з твердим тілом, а з іншого – за умови достатнього зовнішнього зусилля речовина починає текти як в'язка рідина.

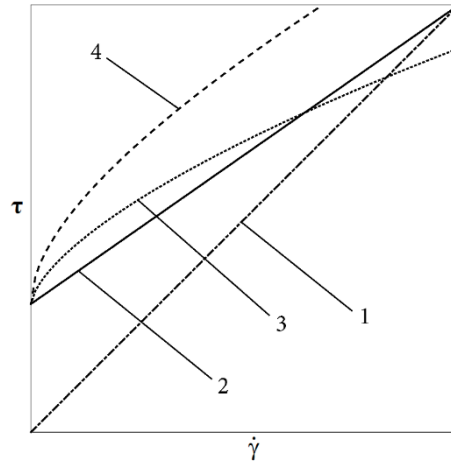
Для опису поведінки даного класу речовин застосовуються моделі Bingham (13.21), Herschel-Bulkley (13.22), Casson (13.23). Для простої двовимірної зсувної течії (течії Куетта) ці моделі запишуться таким чином (рис. 13.1) [9]:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\tau} = \tau_{\text{shear}} + \mu_{\text{eff}} \dot{\boldsymbol{\gamma}}, & |\boldsymbol{\tau}| > \tau_{\text{shear}}; \\ \dot{\boldsymbol{\gamma}} = 0, & |\boldsymbol{\tau}| \leq \tau_{\text{shear}}, \end{cases} \quad (13.21)$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\tau} = \tau_{\text{shear}} + K \dot{\boldsymbol{\gamma}}^n, & |\boldsymbol{\tau}| > \tau_{\text{shear}}; \\ \dot{\boldsymbol{\gamma}} = 0, & |\boldsymbol{\tau}| \leq \tau_{\text{shear}}, \end{cases} \quad (13.22)$$

$$\begin{cases} \sqrt{\boldsymbol{\tau}} = \sqrt{\tau_{\text{shear}}} + \sqrt{\mu_{\text{eff}}} \dot{\boldsymbol{\gamma}}, & |\boldsymbol{\tau}| > \tau_{\text{shear}}; \\ \dot{\boldsymbol{\gamma}} = 0, & |\boldsymbol{\tau}| \leq \tau_{\text{shear}}, \end{cases} \quad (13.23)$$

де $\boldsymbol{\tau}$ – вектор напруження зсуву, Pa ; τ_{shear} – критичне зсувне напруження (статичне напруження зсуву), Pa ; μ_{eff} – ефективний коефіцієнт динамічної в'язкості, $Pa \cdot s$; $\dot{\boldsymbol{\gamma}} = 2\hat{\mathbf{D}}$ – тензор швидкості деформації, s^{-1} ; K , n – коефіцієнти моделі Herschel-Bulkley.



1 – ньютонівська рідина; 2 – рідина Bingham; 3 – рідина Herschel-Bulkley;
4 – рідина Casson

Рис. 13.1. Залежність зсувних напружень від швидкості деформації для різних моделей в'язко-пластичної рідини

Для тривимірного випадку тензорна форма рівняння (13.23) набуває вигляду:

$$\begin{cases} \bar{\bar{\tau}} = \left(\mu_{eff} + \frac{\tau_{shear}}{|\dot{\gamma}|} \right) \bar{\bar{\gamma}}, & |\tau| > \tau_{shear}; \\ \bar{\bar{\gamma}} = 0, & |\tau| \leq \tau_{shear}, \end{cases} \quad (13.24)$$

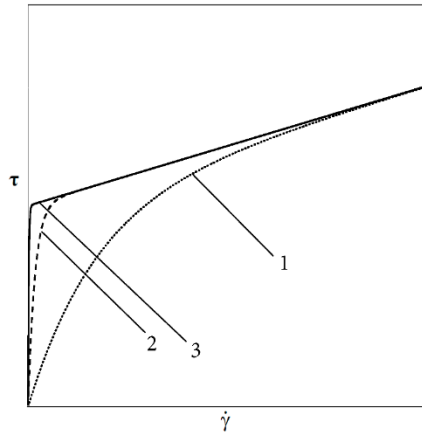
де $\bar{\bar{\tau}}$ – тензор напруження зсуву, Па; $|\dot{\gamma}| = \sqrt{\frac{1}{2} II_{\dot{\gamma}}} = \sqrt{\frac{1}{2} (\bar{\bar{\gamma}} : \bar{\bar{\gamma}})}$ – другий інваріант від $\bar{\bar{\gamma}}$, c^{-1} ; $\bar{\bar{\gamma}} = \nabla \mathbf{v} + \mathbf{v} \nabla$ – швидкість деформації, c^{-1} ; \mathbf{v} – вектор швидкості, м/с; ∇ – оператор Гамільтона, m^{-1} ; $|\tau| = \sqrt{\frac{1}{2} II_{\tau}} = \sqrt{\frac{1}{2} (\bar{\bar{\tau}} : \bar{\bar{\tau}})}$ – другий інваріант від $\bar{\bar{\tau}}$, Па.

Модель Bingham (13.24) передбачає співіснування двох областей (рідкої і твердої), що тягне за собою значні обчислювальні труднощі при моделюванні в області сильної нелінійності фізичних властивостей рідини. Для подолання цієї проблеми Papadastasiou запропонував регуляризацію рівняння напружено-деформованого стану потоку в'язко-пластичного матеріалу за допомогою введення експоненціального множника в рівняння (13.24)

$$\bar{\bar{\tau}} = \left(\mu_{eff} + \frac{\tau_{shear}}{|\dot{\gamma}|} [1 - \exp(-m|\dot{\gamma}|)] \right) \bar{\bar{\gamma}}, \quad (13.25)$$

де m – експоненціальний множник, с.

Рівняння (13.25) (модель Bingham-Papanastasiou) є справедливим для всіх значень $|\bar{\tau}|$ і дає близькі результати до ідеальної рідини Bingham за значень $m \geq 100$ (рис. 13.2).



1 – $m = 1$; 2 – $m = 10$; 3 – $m = 100$

Рис. 13.2. Залежність зсувних напружень від швидкості деформації для моделі рідини Bingham-Papanastasiou за різних значень параметра m

Математична модель неізотермічної екструзії композитної речовини може бути представлена системою рівнянь, яка включає квазістаціонарне рівняння нерозривності, нестационарні рівняння збереження кількості руху та енергії:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \mathbf{v} = 0; \\ \rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}; \\ \rho \left[\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}h) \right] = \nabla \cdot [\lambda_{eff}(T) \nabla T] + \bar{\bar{\tau}} : \nabla \mathbf{v}, \end{array} \right. \quad (13.26)$$

де ρ – густина, кг/м³; t – час, с; p – тиск, Па; $h = \int_0^T c_p(T) dT$ – явна масова ентальпія, Дж/кг; T – абсолютна температура, К; c_p – масова ізобарна теплоємність, Дж/(кг·К); λ_{eff} – ефективний коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·К); $\bar{\bar{\tau}} : \nabla \mathbf{v}$ – член, що відповідає дисипації механічної енергії, Вт/м³; $(:)$ – оператор подвійного скалярного добутку.

За початкові умови системи рівнянь (13.26) приймаються розподіл полів компонент вектора швидкості, тиску та температури:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_0 = \mathbf{v}(x, y, z); \\ p_0 = p(x, y, z); \\ T_0 = T(x, y, z), \end{cases} \quad (13.27)$$

де $(x, y, z) \in \Omega$ – декартові координати, м; Ω – розрахункова область.

Граничні умови для (13.26) включають: у вхідному січенні – нормальну швидкість і температуру (13.28); у відхідному січенні – нульовий градієнт тиску й температури (13.29); на поверхнях контакту рідини зі стінками каналу – умови проковзування та умови конвективного типу або густину теплового потоку (13.30):

$$\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = v_{inlet}(t); \\ T = T_{inlet}(t), \end{cases} \quad (13.28)$$

$$\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \nabla p = 0; \\ \mathbf{n} \cdot \nabla T = 0, \end{cases} \quad (13.29)$$

$$\begin{cases} \overline{\boldsymbol{\tau}} = \boldsymbol{\tau}_{wall}; \\ \mathbf{n} \cdot (-\lambda_{eff}(T)\nabla T) = \alpha(T - T_{\infty}); \\ \mathbf{n} \cdot (-\lambda_{eff}(T)\nabla T) = \mathbf{q}, \end{cases} \quad (13.30)$$

де \mathbf{n} – вектор зовнішньої нормалі до поверхні вхідного або відхідного січення; v_{inlet}, T_{inlet} – швидкість (м/с) та абсолютна температура (К) у вхідному січенні, відповідно; $\boldsymbol{\tau}_{wall}$ – тензор зсувних напружень на границі контакту рідина-тверде тіло, Па; α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м²·К); T_{∞} – абсолютна температура оточуючого середовища, К; \mathbf{q} – вектор густини теплового потоку, Вт/м².

13.5. Математична модель процесу просочення поруватих середовищ під час виготовлення композитної тари

Система диференціальних рівнянь багатофазного середовища під час руху та теплопередачі стисливої рідини в поруватому середовищі включає такі рівняння: збереження маси, кількості руху та енергії, що записується окремо для рідини і поруватого середовища (твердої фази), відповідно:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial(\gamma\rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \hat{\mathbf{K}} \cdot \mathbf{U}) = 0; \\ \frac{\partial(\gamma\rho\mathbf{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho(\hat{\mathbf{K}} \cdot \mathbf{U}) \otimes \mathbf{U}) = -\gamma\nabla p + \nabla \cdot \left(\mu_{eff} \hat{\mathbf{K}} \cdot (\nabla\mathbf{U} + \mathbf{U}\nabla) - \frac{2}{3}(\nabla \cdot \mathbf{U})\hat{\mathbf{I}} \right) + \gamma\mathbf{S}_M; \\ \frac{\partial(\gamma\rho h_f)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \hat{\mathbf{K}} \cdot \mathbf{U} h_f) = \nabla \cdot (\lambda_e^f \hat{\mathbf{K}} \cdot \nabla T_f) + \gamma\mathbf{S}_f + Q_{fs}; \\ \frac{\partial(\gamma\rho_s h_s)}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_s \hat{\mathbf{K}}_s \cdot \nabla T_s) + \gamma_s\mathbf{S}_s + Q_{sf}, \end{array} \right. \quad (13.31)$$

де t – час, с; $\gamma = \frac{V'}{V}$ – поруватість твердого середовища або об'ємна частка пор; V' – об'єм пор поруватого середовища, м³; V – об'єм поруватого середовища, в якому враховується об'єми твердої фази та пор, м³; ρ – густина рідини, кг/м³; ∇ – оператор Гамільтона, м⁻¹; $\hat{\mathbf{K}} = \gamma\hat{\mathbf{I}}$ – тензор поруватості середовища другого рангу; $\hat{\mathbf{I}}$ – одиничний тензор другого рангу; \mathbf{U} – вектор швидкості потоку рідини, м/с; (\cdot) – оператор скалярного добутку; \otimes – оператор векторного добутку; p – тиск, Па; μ_{eff} – ефективна динамічна в'язкість рідини, Па·с; \mathbf{S}_M – вектор джерельного члену, що впливає на рух рідини завдяки гравітації і гідравлічного опору поруватого середовища $\hat{\mathbf{R}}$ (кг/(м²·с)) у вигляді складової $\mathbf{U} \cdot \hat{\mathbf{R}}$ (тензор $\hat{\mathbf{R}}$ є коефіцієнтом пропорційності в оберненому вигляді в законі фільтрації Дарсі – $\mathbf{U} = -\hat{\mathbf{R}}^{-1}\nabla p$), Н/м³; $\gamma_s = 1 - \gamma$ – частка твердої фази в поруватому середовищі; $h_f = \int_{T_{ref}}^T c_p^f dT$ – явна або неізотермічна масова ентальпія рідини, Дж/кг; c_p^f – масова ізобарна теплоємність рідкої фази, Дж/(кг·К); λ_e^f – ефективний коефіцієнт теплопровідності рідини, Вт/(м·К); T_f, T_s – абсолютна температура рідкої та твердої фаз, відповідно, К; $\mathbf{S}_f, \mathbf{S}_s$ – векторні джерельні члени – об'ємна густина теплоти для рідини та твердої фази поруватого середовища, відповідно, Вт/м³; $Q_{fs} = \alpha_v(T_f - T_s)$ – об'ємна густина теплового потоку між фазами через поверхню їх контакту A_{fs} , Вт/м³; α_v – об'ємний коефіцієнт тепловіддачі між фазами, Вт/(м³·К); $Q_{fs} = -Q_{sf}$ (причому $Q_{ff} = Q_{ss} = 0$), Вт/м³; $h_s = \int_{T_{ref}}^T c_p^s dT$ – явна масова ентальпія твердої фази, Дж/кг; c_p^s – масова ізобарна теплоємність твердої фази, Дж/(кг·К); λ_s – коефіцієнт

теплопровідності твердої фази, Вт/(м·К); $\hat{\mathbf{K}}_s = \gamma_s \hat{\mathbf{I}}$ – тензор непроникності поруватого середовища другого рангу.

Зв'язок між тиском та густиною стисливої рідини встановлюється рівнянням стану у вигляді співвідношення

$$p = p(\rho, T), \quad (13.32)$$

Початкові умови:

$$\begin{cases} \mathbf{U}|_{t=0} = \mathbf{U}_0; \\ p|_{t=0} = p_0; \\ T|_{t=0} = T_0, \end{cases} \quad (13.33)$$

де \mathbf{U}_0 – вектор початкової швидкості, м/с; p_0 – початковий тиск, Па; T_0 – початкова абсолютна температура, К.

Граничні умови:

– на поверхні входу в порувате середовище

$$\begin{cases} p_{inlet} = \delta p; \\ T_{inlet} = T_f, \end{cases} \quad (13.34)$$

де δp – надлишковий тиск, Па; T_f – абсолютна температура рідини, К;

– на поверхні виходу з поруватого середовища

$$\begin{cases} p_{outlet} = 0; \\ \mathbf{n} \cdot \nabla T = 0, \end{cases} \quad (13.35)$$

де \mathbf{n} – вектор зовнішньої нормалі до поверхні поруватого тіла.

ТЕМА 4 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДИСКРЕТНОГО ОПИСУ РУХУ СИПУЧОГО МАТЕРІАЛУ

Лекція 4.1(14) Постановка задачі рухомого шару сипучого матеріалу

14.1. Постановка задачі рухомого шару сипучого матеріалу

Найбільш близьким описом реальної поведінки сипучого матеріалу є дискретний опис руху сипучого середовища на базі методу дискретного елемента (МДЕ), який полягає в дослідженні взаємодії окремої частинки зі всіма частинками шару сипучого матеріалу в лагранжевій системі відліку [10].

В основі МДЕ лежить баланс механічного руху частинки сипучого матеріалу у лагранжевій системі відліку:

$$\begin{cases} m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = m_i \mathbf{b} + \sum_{j=1}^k \mathbf{F}_{ij}; \\ I_i \frac{d\boldsymbol{\omega}_i}{dt} = \sum_{j=1}^k (\mathbf{T}_{ij} + \mathbf{M}_{ij}), \end{cases} \quad (14.1)$$

де m_i – маса, кг; t – час, с; i – індекс частинки, відносно якої розглядається система рівнянь (14.1); \mathbf{v}_i – вектор лінійної швидкості центра маси частинки, м/с; I_i – момент інерції, кг·м²; $\boldsymbol{\omega}_i$ – вектор кутової швидкості, рад/с; \mathbf{b} – вектор масової сили, Н/кг; \mathbf{F}_{ij} – зовнішня сила, що діє на частинку i через контакт з частинкою j , Н; j – індекс частинок, що перебувають у контакті з частинкою i ; k – кількість частинок в контакті з частинкою i ; \mathbf{T}_{ij} – зовнішній крутний момент, пов'язаний з контактною взаємодією частинок i та j , Н·м; \mathbf{M}_{ij} – момент опору коченню, Н·м.

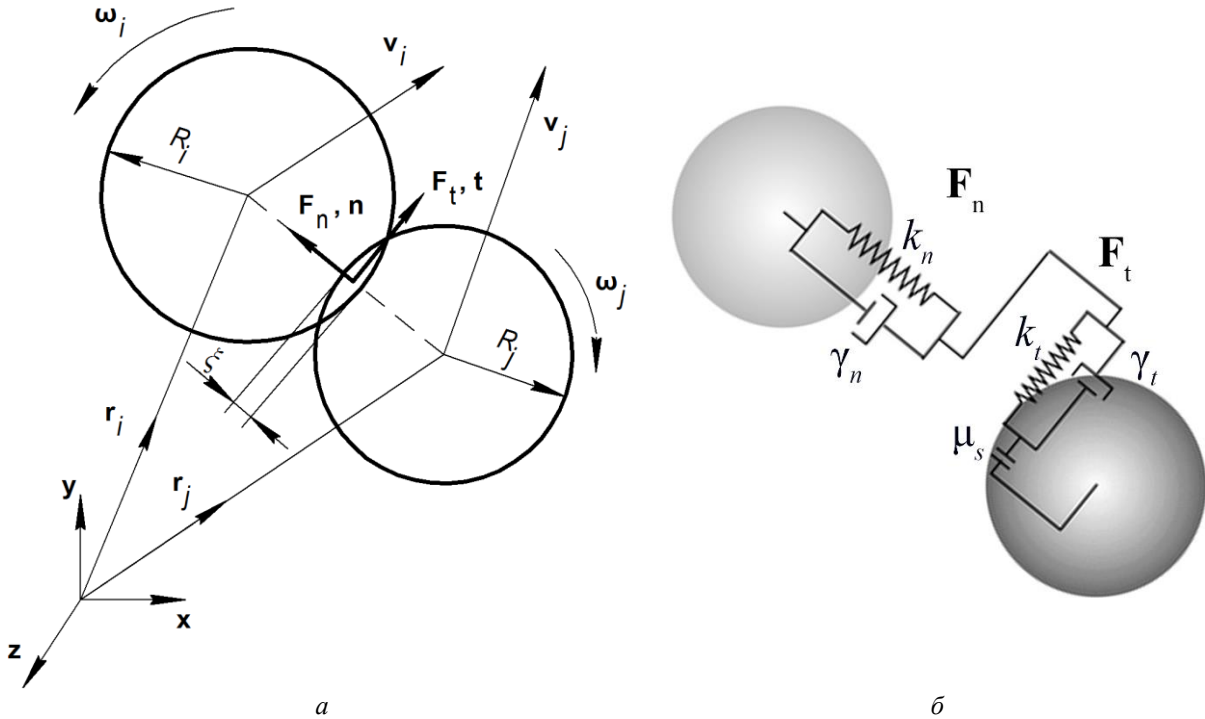
В МДЕ припускається, що кожна частинка є сферою радіусом R_i . Схематично взаємодія між частинками i та j представлена на рис. 14.1,а.

Для опису контактної взаємодії між частинками в МДЕ можуть прийматися різні формулювання. Найчастіше зустрічається в'язко-пружна модель Hertz–Mindlin (див рис. 14.1, б), яка припускає, що частинки під час контакту не деформуються, а перекривають одна одну на величину ξ , утворюючи пляму контакту. Сумарна сила взаємодії між двома частинками

розкладається на нормальну та тангенціальну складові $\mathbf{F}_{n,ij}$, $\mathbf{F}_{t,ij}$, відповідно, які визначаються таким чином :

$$\mathbf{F}_{n,ij} = k_n \xi_n \mathbf{n} - \gamma_n \mathbf{v}_n, \quad (14.2)$$

$$\mathbf{F}_{t,ij} = -\min\{k_t \xi_t \mathbf{t} - \gamma_t \mathbf{v}_t; \mu_s \mathbf{F}_n\}, \quad (14.3)$$



a – векторна схема контакту: \mathbf{v}_i , \mathbf{v}_j – вектор швидкості центра маси частинок; $\boldsymbol{\omega}_i$, $\boldsymbol{\omega}_j$ – вектор кутової швидкості; \mathbf{r}_i , \mathbf{r}_j – радіус-вектор; $\mathbf{r}_i = \{x, y, z\}$; $x, y, z \in \Omega_1$; Ω_1 – розрахункова область частинок; \mathbf{n} – одиничний нормальний вектор уздовж лінії, яка з'єднує центри частинок i та j ; ξ – нормальне перекриття частинок i та j ; *b* – схема в'язко-пружної взаємодії між частинками

Рис. 14.1. Дві сферичні частинки i та j , що перебувають у контакті

де $k_n = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R^* \xi_n}$ – коефіцієнт пружності за нормальної контактної взаємодії, Н/м; $E^* \rightarrow \left(\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_i^2}{E_i} + \frac{1 - \nu_j^2}{E_j} \right)$ – ефективний модуль пружності, Па; E – модуль пружності у разі одновісного

розтягнення/стискання, Па; ν – коефіцієнт Пуассона; $R^* \rightarrow \left(\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j} \right)$

– приведений радіус частинок, м; $\xi_n = R_i + R_j - (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \cdot \mathbf{n}$ – відносне нормальне перекриття частинок під час контактної взаємодії, м;

$\gamma_n = -2\sqrt{\frac{5}{3}}\beta\sqrt{E^*m^*}\sqrt[4]{R^*\xi_n} \geq 0$ – коефіцієнт демпфування в нормальному

напрямі до поверхні контакту, кг/с; $\beta = \frac{\ln e_{ij}}{\sqrt{\ln^2 e_{ij} + \pi^2}}$ – безрозмірний

коефіцієнт демпфування; e_{ij} – коефіцієнт реституції між матеріалами

частинок i та j ; $m^* \rightarrow \left(\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_j} \right)$ – приведена маса, кг;

$\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j + (R_i\boldsymbol{\omega}_i + R_j\boldsymbol{\omega}_j) \times \mathbf{n}$ – відносна швидкість у точці контакту

частинок, м/с; $\mathbf{v}_n = (\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}$ – нормальна складова \mathbf{v}_{ij} ; $\mathbf{v}_t = (\mathbf{n} \times \mathbf{v}_{ij}) \times \mathbf{n}$ –

тангенціальна складова \mathbf{v}_{ij} ; μ_s – коефіцієнт тертя ковзання;

$\xi_t = \int_{\tau_0}^{\tau} |(\mathbf{n} \times \mathbf{v}_{ij}) \times \mathbf{n}| dt$ – відносне тангенціальне перекриття частинок, що

почалось в момент часу τ_0 і продовжується до даного моменту часу τ , м;

$\mathbf{t} = \frac{\mathbf{v}_t}{|\mathbf{v}_t|}$ – одиничний тангенціальний вектор; $k_t = 8G^*\sqrt{R^*\xi_n}$ – коефіцієнт

зсуву під час контактної взаємодії, Н/м;

$G^* \rightarrow \left[\frac{1}{G^*} = \frac{2(2+\nu_i)(1-\nu_i)}{E_i} + \frac{2(2+\nu_j)(1-\nu_j)}{E_j} \right]$ – ефективний модуль

зсуву, Па; $\gamma_t = -4\sqrt{\frac{5}{3}}\beta\sqrt{G^*m^*}\sqrt[4]{R^*\xi_n} \geq 0$ – коефіцієнт демпфування у

тангенціальному напрямі до поверхні контакту, кг/с.

Крутий момент, що діє на частинку, створюється тангенціальною силою $\mathbf{F}_{t,ij}$ та визначається таким рівнянням

$$\mathbf{T}_{ij} = (R_i\mathbf{n}) \times \mathbf{F}_{t,ij}. \quad (14.4)$$

За відносного руху частинок також виникає момент опору коченню \mathbf{M}_{ij}

$$\mathbf{M}_{ij} = -\mu_r k_n \xi_n R^* \frac{\boldsymbol{\omega}_i}{|\boldsymbol{\omega}_i|}, \quad (14.5)$$

де μ_r – коефіцієнт тертя кочення.

За початкові умови беруть початкові координати та початкову швидкість усіх частинок системи:

$$\mathbf{r}_i|_{t=0} = \mathbf{r}_{i_0}, i = \overline{1, n}; \quad (14.6)$$

$$\mathbf{v}_i|_{t=0} = \mathbf{v}_{i_0}, i = \overline{1, n}, \quad (14.7)$$

де n – загальна кількість частинок у системі; \mathbf{r}_{i_0} – початковий радіус вектор для кожної частинки, м; \mathbf{v}_{i_0} – початковий вектор швидкості для кожної частинки, м/с.

Граничні умови для МДЕ при $t > 0$, описують взаємодію частинок з границями розрахункової області Ω_1 , рухомими та нерухомими стінками $G \in \Omega_1$ всередині області:

- частинка перебуває в контакті зі стінкою $g \in G$ геометрії розрахункової області, даний контакт розглядається аналогічно іншим контактам частинки, а сили взаємодії розраховуються з врахуванням того, що лінійна та кутова швидкості стінки є заданими:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_g &= \text{const}; \\ \boldsymbol{\omega}_g &= \text{const}. \end{aligned} \quad (14.8)$$

- частинка i перебуває за межами розрахункової області. Вважається, що вона покидає систему та більше не бере участі в розрахунках

$$\mathbf{r}_i \notin \Omega_1 \rightarrow n - 1. \quad (14.9)$$

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Пакувальне обладнання в 3 кн. – 1 кн. Обладнання для пакування продукції у споживчу тару [Текст]: навч. посіб. / О. М. Гавва, А. П. Беспалько, А. І. Волочко : за ред. О. М. Гавви — Київ : ІАЦ «Упаковка», 2008. — 436 с.
2. Пакувальне обладнання: підручник / О. М. Гавва, А. П. Беспалько, А. І. Волочко, О. О. Кохан. — Київ : ІАЦ «Упаковка», 2010. — 744 с.
3. Ханлон Дж. Ф. Упаковка и тара: проектирование, технологи, применение / Дж. Ф. Ханлон, Р. Дж. Келси, Х. Е. Форсинио ; пер. с англ. под. ред. В. Л. Жавнера. — СПб. : Профессия, 2006. — 632 с.
4. Основные элементы SolidWorks / Dassault Systems SolidWorks Corporation, a Dassault Systems S.A. company, 300 Baker Avenue, Concord, Mass. 01742 USA, 1995–2009, — 534 p.
5. Каплун С.А., Худякова Т.Ф., Щекин И.В. SolidWorks. Оформление чертежей по ЕСКД / учебн. пособ.: — SolidWorks Russia, 2009. — 10-13 с.
6. Тику Ш. Эффективная работа: SolidWorks 2005. / Ш. Тику. — СПб. : Питер, 2006. — 816 с.
7. Метод. вказівки до викон. комп'ютерних практикумів з практичних занять студентів з дисципліни «Проектування поточних ліній», для студ. спец. 7.05050206, 8.05050206 – «Машини і технологія пакування» / Уклад.: А.Я. Карвацький, Т.В. Лазарев. – К.: НТУУ «КПІ», 2013. – 35 с.
8. Карвацький А.Я. Метод скінченних елементів у задачах механіки суцільних середовищ. Програмна реалізація та візуалізація результатів [Текст]: навч. посіб. — К.: НТУУ «КПІ» ВПІ ВПК «Політехніка», 2015. — 392 с. Гриф надано Вченою радою НТУУ «КПІ» (Протокол № 4 від 12.05.2015 р.)
9. Карвацький А.Я. Механіка суцільних середовищ [Електронний ресурс]: навч. посіб. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2016. – 290 с. Гриф надано Вченою радою НТУУ «КПІ» (Протокол № 11 від 07.11.2016 р.) – Електронні текстові данні (1 файл: 11,4 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2016. – 290 с. – Назва з екрана. – Доступ : <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/18094>
10. Закономірності процесу високотемпературного оброблення сипучих вуглецевих матеріалів в електричних печах [Текст] : монографія / Т. В. Лазарев, А. Я. Карвацький, Є. М. Панов та ін. — Київ : НТУУ «КПІ» Вид-во «Політехніка», 2016. — 156 с. Гриф надано Вченою радою НТУУ «КПІ» (Протокол № 3 від 14.03.2016 р.)

11. Сайт: Autodesk Inventor // Режим доступу : <http://www.autodesk.ru/products/autodesk-inventor-family/overview>.
12. Алямовский А. А. и др. SolidWorks. Компьютерное моделирование в инженерной практике / Алямовский А. А., Собачкин А. А., Одинцов Е. В., Харитонович А. И., Пономарев Н. Б. — СПб. : БХВ-Петербург, 2005. — 800 с.
13. Прохоренко В. П. SolidWorks. Практическое руководство / В. П. Прохоренко. — М. : ООО Бином-Пресс, 2004. — 448 с.
14. Сайт: ОАП Интерактивный учебник. CAD-CAM // Режим доступу <http://www.oap.org.ru>
15. Боткин М. Н. Расчет и конструирование деталей из пластмасс / М. Н. Боткин, О. Г. Циплаков. — Л. : Машиностроение, 1966. — 175 с.
16. Каплун А. Б. ANSYS в руках инженера А.Б. Каплун, Е.М.Морозов, М.А.Олферова. — М. : УРСС, 2003. — 270 с.
17. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич ; пер. с англ. ; под ред. Б. Е. Победри. — М. : Мир, 1975. — 541 с.
18. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд ; пер. с англ. А. А. Шестакова ; под ред. Б. Е. Победри. — М. : Мир, 1979. — 392 с.
19. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. — М. : Мир, 1986. — 318 с.
20. 9. Сайт: Autodesk Inventor // Режим доступу : <http://www.autodesk.ru/products/autodesk-inventor-family/overview>.
21. Сайт: PTC Mathcad – програмне середовище для виконання на комп'ютері різноманітних математичних і технічних розрахунків // Режим доступу : <http://www.ptc.com/product/mathcad/>
22. Теоретичні та експериментальні дослідження теплоелектричного та механічного стану високотемпературних агрегатів [Текст] : моногр. / А. Я. Карвацький, Є. М. Панов, С. В. Кутузов та ін. – К. : НТУУ «КПІ», 2012. – 352 с.

Питання для самоконтролю

Лекція 1.1(1)

- 1) Термін «інжиніринг» – що під ним треба розуміти?
- 2) Дайте визначення наукоємного комп'ютерного інжинірингу, його методології та інструментарію?
- 3) Опишіть склад інноваційної М³-концепції та в чому вона полягає?
- 4) Яке місце займає дисципліна «Інжиніринг пакувального обладнання» в інноваційній М³-концепції?
- 5) Наведіть головні етапи застосування наукоємного комп'ютерного інжинірингу в рамках дисципліни «Інжиніринг пакувального обладнання».

Лекція 1.2(2)

- 1) З яких етапів складається технологічний процес пакування продукції?
- 2) Які існують способи пакування продукції?
- 3) Які основні та допоміжні операції виконуються пакувальними машинами під час пакування продукції?
- 4) З яких функціональних модулів складається пакувальна машина?
- 5) Які чинники визначають структуру пакувальної машини?
- 6) Опишіть напрямки класифікації пакувальної техніки.
- 7) Які функції виконує споживча упаковка продукції?
- 8) Наведіть види та типи упакувань?
- 9) Які з найважливіших властивостей продукції впливають на вибір або створення пакувальних машин?
- 10) Наведіть найпростіші типи деформованих середовищ.
- 11) Що таке дисперсні багатофазні середовища?
- 12) На які основні групи поділяється продукція, що пакується?

Лекція 2.1(3)

- 1) У чому полягає процес дозування?
- 2) Які існують способи дозування продукції?
- 3) Охарактеризуйте об'ємний, ваговий та комбіновані способи дозування.
- 4) В чому полягає дозування з корекцією за заданим параметром?
- 5) За якими ознаками виконується класифікація дозаторів?

- 6) На які групи поділяють дозувальні пристрої залежно від конструктивного їх виконання та виду руху робочих органів?
- 7) Що розуміється під точністю дозування?
- 8) Які чинники впливають на точність дозування?
- 9) Природа систематичної і випадкової похибки дозування? Як вони визначаються ?
- 10) Які фактори впливають на величину систематичної і випадкової похибок дозування?
- 11) Наведіть формули для визначення абсолютної, систематичної, випадкової і повної абсолютної похибок.
- 12) Наведіть способи зменшення систематичної похибки.
- 13) Які існують умови вибору способу дозування і конструкції дозатора?

Лекція 3.1(4)

- 1) За якими ознаками класифікують сипучу продукцію як об'єкт пакування?
- 2) В які види і типи упаковки фасують сипучу продукцію?
- 3) Які типи дозаторів застосовують для дозування сипучої продукції?
- 4) Опишіть роботу дозатора об'ємного типу, принцип формування дози.
- 5) Опишіть типову конструктивну схему дозатора стаканчикowego типу.
- 6) Схеми компонувань стаканчикових дозаторів у пакувальних машинах.
- 7) Опишіть типову конструктивну схему стаканчикових дозаторів із карусельним компонуванням.
- 8) Опишіть типову конструктивну схему стаканчикових дозаторів з лінійним компонуванням.
- 9) Наведіть переваги й недоліки стаканчикових дозаторів, область їх застосування.
- 10) Опишіть типову конструктивну схему і дайте характеристику дозаторів шибєрного типу.
- 11) Опишіть типову конструктивну схему і дайте характеристику дозаторів камерного типу.
- 12) Опишіть типову конструктивну схему і дайте характеристику дозаторів маятникового типу.
- 13) Наведіть область застосування і типова конструктивна схема шнекових дозаторів.
- 14) Які існують способи вдосконалення шнекових дозаторів?

Лекція 3.2(5)

- 1) Опишіть методику параметричного розрахунку дозаторів об'ємного типу.
- 2) В чому полягає різниця в методиці розрахунку потужності приводу у разі лінійного компонування дозатора, порівняно з карусельним компонуванням?

Лекція 3.3(6)

- 1) Опишіть структуру пристроїв для вагового дозування, особливості формування дози сипучої продукції.
- 2) Яким чином впливає робота живильника на якість формування дози?
- 3) Як визначити швидкість переміщення продукції живильником, за якої забезпечується найвища точність дозування?
- 4) Дайте характеристику кваліфікаційним ознакам вагових дозаторів.
- 5) Охарактеризуйте способи розвантаження зважувальних ємностей, їх переваги й недоліки.

Лекція 3.4(7)

- 1) Опишіть призначення живильників сипучої продукції.
- 2) Охарактеризуйте недоліки схем розвантаження сипучої продукції та наведіть способи їх подолання.
- 3) Наведіть класифікацію та опишіть влаштування вагових дозаторів сипучої продукції.
- 4) Опишіть типову схему стрічкових живильників та технологічний їх розрахунок.
- 5) Опишіть недоліки інерційних пристроїв транспортування.
- 6) Сформулюйте призначення, опишіть принцип роботи і конструктивну схему вібраційних живильників.
- 7) Наведіть аналіз вимог до проектування вібраційних живильників.
- 8) Охарактеризуйте методику параметричного розрахунку вібраційних живильників.

Лекція 3.5(8)

- 1) Опишіть призначення, принцип роботи та конструктивну схему шнекового живильника.

- 2) Наведіть методику технологічного розрахунку шнекового живильника.
- 3) Опишіть призначення, принцип роботи та конструктивну схему живильника тарілчастого типу.
- 4) Опишіть методику технологічного розрахунку живильника тарілчастого типу.
- 5) Охарактеризуйте конструктивні схеми і принцип роботи роторних живильників.
- 6) Опишіть особливості конструктивного виконання роторного живильника для переміщення важкоплинної продукції.
- 7) Охарактеризуйте конструкції та принцип роботи електромагнітних вібраційних живильників.
- 8) Охарактеризуйте конструкції та принцип роботи живильників комбінованого типу.

Лекція 4.1(9)

- 1) Опишіть за якими ознаками можна класифікувати рідку продукцію як об'єкта пакування?
- 2) Опишіть класифікацію і головні характеристики процесу дозування рідкої продукції.
- 3) Наведіть у які види тари фасують рідку продукцію?
- 4) Охарактеризуйте пристрої для барометричного ізобаричного фасування.
- 5) Опишіть конструкції та принцип дії пристроїв з мірними стаканами і клапанною системою.
- 6) Опишіть в чому полягає методика розрахунків фасувальних пристроїв рідкої продукції?
- 7) Наведіть гідравлічні схеми дозувально-фасувальних пристроїв рідкої продукції.
- 8) Наведіть способи визначення коефіцієнта втрати напору дозувально-фасувальних пристроїв рідкої продукції.

Лекція 5.1(10)

- 1) Опишіть, за якими ознаками можна класифікувати в'язку продукцію як об'єкт пакування?
- 2) Наведіть в які види і типи упаковки фасують в'язку продукцію?
- 3) Опишіть типи дозаторів, які застосовуються для дозування в'язкої продукції?

- 4) Наведіть ознаки за якими класифікують дозувально-фасувальні пристрої в'язкої продукції?
- 5) Опишіть типову конструктивну схему мембранного дозатора.
- 6) Опишіть типову конструктивну схему поршневого дозатора.
- 7) Наведіть методику технологічного розрахунку пристроїв дозування в'язкої продукції поршневого типу.
- 8) Опишіть, за якими структурно-механічними параметрами можна характеризувати пластичну продукцію?
- 9) Опишіть, за якими ознаками можна класифікувати пластичну продукцію як об'єкт пакування?
- 10) Опишіть, за якими ознаками класифікують дозувально-фасувальні пристрої пластичної продукції?

Лекція 1.1(11)

- 1) Наведіть постановку лінійної задачі стаціонарної теплопровідності ізотропного матеріалу.
- 2) Опишіть постановку задачі статичної пружності.
- 3) Наведіть математичне формулювання нелінійної задачі нестационарної теплопровідності.
- 4) Опишіть постановку задачі динамічної пружності з врахуванням великих деформацій.

Лекція 2.1(12)

- 1) Наведіть постановку нелінійної нестационарної термоелектричної задачі для ізотропного матеріалу.
- 2) Опишіть постановку зв'язаної задачі термопружності.

Лекція 3.1(13)

- 1) Наведіть постановку задачі тепло-гідродинаміки під час ламінарної течії нестисливої ньютонівської рідини.
- 2) Опишіть постановку задачі тепло-гідродинаміки під час турбулентної течії нестисливої ньютонівської рідини на базі стандартної $k - \varepsilon$ моделі.
- 3) Наведіть фізичні рівняння для неньютонівських рідин.
- 4) Охарактеризуйте основні моделі дилатантних (комполітних) речовин.
- 5) Опишіть постановку задачі тепло-гідродинамічного стану комполітної рідини типу Bingham-Papanastasiou.

- б) Наведіть математичну модель процесу просочення поруватих середовищ під час виготовлення композитної тари.

Лекція 4.2(14)

- 1) Опишіть в чому полягає головна відмінність між дискретним та континуальним уявленням про рух середовища?
- 2) Наведіть постановку задачі рухомого шару сипучого матеріалу з використанням МДЕ.