

Тема 12. Вибіркові характеристики. Спрощення обчислень вибірових характеристик.

Теоретичні відомості

Для вибіркової сукупності обчислюють числові характеристики — вибіркові випадкові функції: **вибіркову середню** \bar{x} , **вибіркову дисперсію** S^2 , статистичні моменти розподілу тощо. Реалізації цих вибірових функцій знаходять за формулами, вигляд яких залежить від того, в якій формі подано вибіркові дані. Якщо вибіркові дані не згруповано, то

$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$. Якщо вибіркові дані зведено у статистичний ряд,

то $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i n_i$, $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 n_i$.

Якщо дані подаються інтервальним рядом, то перехід до статистичного ряду виконують, обчислюючи для кожного інтервалу його середину.

Крім середніх значень і вибірових дисперсій для складових системи визначають статистичний кореляційний момент

$$K_{xy}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (x_i - \bar{x})(y_j - \bar{y}) n_{ij} \text{ і вибірковий коефіцієнт кореляції } r_{xy} = \frac{K_{xy}^*}{s_x \cdot s_y}.$$

Приклади розв'язування задач

Приклад. За заданим статистичним розподілом вибірки

| | | | | | |
|-----------|-----|-----|-----|-----|------|
| $X = x_i$ | 2,5 | 4,5 | 6,5 | 8,5 | 10,5 |
| n_i | 10 | 20 | 30 | 30 | 10 |

потрібно:

- 1) обчислити \bar{x}_B , D_B , σ_B ;
- 2) знайти Mo^* , Me^* ;
- 3) обчислити R , V .

Розв'язання. Оскільки $n = \sum n_i = 100$, то дістанемо:

$$\bar{x}_B = \frac{\sum x_i n_i}{n} = \frac{2,5 \cdot 10 + 4,5 \cdot 20 + 6,5 \cdot 30 + 8,5 \cdot 30 + 10,5 \cdot 10}{100} = 6,7;$$
$$\bar{x}_B = 6,7.$$

Для обчислення D_B визначається

$$\frac{\sum x_i^2 n_i}{n} = \frac{(2,5)^2 \cdot 10 + (4,5)^2 \cdot 20 + (6,5)^2 \cdot 30 + (8,5)^2 \cdot 30 + (10,5)^2 \cdot 10}{100} = 50,05.$$

Тоді

$$D_B = \frac{\sum x_i^2 n_i}{n} - (\bar{x}_B)^2 = 50,05 - (6,7)^2 = 50,05 - 44,89 = 5,16.$$

$$D_B = 5,16.$$

$$\sigma_B = \sqrt{D_B} = \sqrt{5,16} \approx 2,27.$$

$$\sigma_B = 2,27.$$

$$Mo^* = 6,5; 8,5.$$

Отже, наведений статистичний розподіл вибірки буде дво-modalним. $Me^* = 6,5$, оскільки варіанта $x = 6,5$ поділяє варіаційний ряд 2,5; 4,5; **6,5**; 8,5; 10,5 на дві частини: 2,5; 4,5 і 8,5; 10,5, які мають однакову кількість варіант.

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 10,5 - 2,5 = 8.$$

$$V = \frac{\sigma_B}{\bar{x}_B} 100\% = \frac{2,27}{6,7} 100\% = 33,88\%.$$

Задачі

12.1. Для оцінювання ймовірності настання події було проведено 10 серій послідовних випробувань до першого успішного випробування. У результаті здобуто такі значення: 4, 3, 5, 3, 4, 4, 3, 5, 3, 4. Побудувати статистичну функцію розподілу і знайти $\max_x |F(x) - F_n^*(x)|$, вважаючи, що справджується

геометричний розподіл з $p = 0,25$. Знайти \bar{x} і s^2 , а також MX і DX для відповідного геометричного розподілу.

12.2. У вимірювальному приладі встановлено 5 однотипних опорів. Під час експлуатації 15 приладів протягом року кількість опорів, які довелося замінити, була такою: 1, 3, 2, 0, 4, 1, 5, 5, 5, 4, 3, 4, 2, 1, 2. Побудувати статистичну функцію розподілу. Знайти $\max_x |F(x) - F_n^*(x)|$, вважаючи, що кількість замінених опорів має розподіл Пуассона з $a = 3$. Знайти вибірккові середню величину та дисперсію і зіставити їхні значення з числовими характеристиками відповідного розподілу Пуассона.

12.3. Для контролю якості продукції, що належить певній сукупності, було зроблено серію вибірок обсягом $n = 20$. У результаті 10 серій дістали такі значення кількості бракованих деталей: 1, 3, 2, 1, 4, 3, 1, 1, 2, 1. Побудувати статистичну функцію розподілу і знайти $\max_x |F(x) - F_n^*(x)|$, наблизивши

гіпергеометричний розподіл розподілом Пуассона з $a = 2$. Знайти \bar{x} і s^2 , зіставивши їхні значення зі значенням a .

12.4. У результаті свердління отворів тим самим свердлом та вимірювання діаметрів дістали такі дані, у мм: 40,25; 40,29; 40,46; 40,33; 40,37; 40,27; 40,39; 40,34; 40,33; 40,35; 40,38; 40,32; 40,28; 40,41; 40,45; 40,39; 40,29; 40,3; 40,44; 40,37; 40,41; 40,33; 40,35; 40,35; 40,35; 40, 40; 40, 40; 40,3; 40,28; 40,34; 40,45; 40,44. Скласти інтерв'яльний ряд і побудувати гістограму. Висунути гіпотезу про закон розподілу сукупності. Знайти \bar{x} і s^2 .

12.5. Виконавши вимірювання межі текучості X і межі міцності Y 30 марок сталі, дістали такі результати:

| | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | 154 | 133 | 58 | 145 | 94 | 113 | 74 | 121 | 119 | 112 | 85 |
| Y | 178 | 164 | 75 | 161 | 107 | 141 | 94 | 127 | 138 | 125 | 97 |
| X | 41 | 96 | 45 | 99 | 51 | 101 | 167 | 87 | 88 | 83 | 106 |

| | | | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|
| Y | 74 | 113 | 89 | 109 | 95 | 114 | 207 | 101 | 139 | 98 | 111 |
| X | 92 | 85 | 112 | 98 | 103 | 99 | 104 | 107 | | | |
| Y | 104 | 103 | 118 | 102 | 108 | 119 | 128 | 118 | | | |

Знайти числові характеристики вибірки.