

Тема 8. Числові характеристики випадкових величин. Математичне сподівання, властивості. Дисперсія, властивості. Моменти розподілу випадкових величин. Коефіцієнт асиметрії, коефіцієнт ексцесу. Мода, медіана.

Теоретичні відомості

Математичним сподіванням випадкової величини X , визначеною на дискретному просторі Ω , називається величина $M(X) = \sum_{s=1}^{\infty} x_s \delta_s$.

Якщо Ω — обмежена множина, то $M(X) = \sum_{s=1}^n x_s p_s$.

Якщо простір Ω є неперервним, то математичним сподіванням неперервної випадкової величини X називається величина $\dot{I}(\tilde{O}) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$.

Дисперсією випадкової величини X називається математичне сподівання квадрата відхилення цієї величини $D(X) = M(X - M(X))^2$.

Дисперсію можна обчислити і за такою формулою:

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X).$$

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Закон розподілу дискретної випадкової величини X задано таблицею:

x_i	-4	-2	1	2	4	6
p_i	0,1	0,2	0,3	0,2	0,1	0,1

Обчислити $D(X)$, $\sigma(X)$.

Розв'язання. Згідно з формулою для знаходження дисперсії маємо:

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X) = \sum_{s=1}^6 \tilde{o}_s^2 \delta_s - \left(\sum_{s=1}^6 \tilde{o}_s \delta_s \right)^2;$$

$$\begin{aligned} \dot{I}(\tilde{O}) &= \sum_{s=1}^6 \tilde{o}_s \delta_s = -4 \cdot 0,1 - 2 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,1 + 6 \cdot 0,1 = \\ &= -0,4 - 0,4 + 0,3 + 0,4 + 0,4 + 0,6 = 0,9; \end{aligned}$$

$$M(X^2) = \sum_{s=1}^6 \tilde{\sigma}_s^2 \tilde{\sigma}_s = 16 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,2 + 16 \cdot 0,1 + 36 \cdot 0,1 =$$

$$= 1,6 + 0,8 + 0,3 + 0,8 + 1,6 + 3,6 = 8,7;$$

$$D(X) = 8,7 - (0,9)^2 = 8,7 - 0,81 = 7,89;$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{7,89} \approx 2,8.$$

Задачі

8.1. Випадкова величина ξ має розподіл:

ξ	1	2	3
p	0,5	0,3	0,2

Знайти $M\xi$, $D\xi$, σ_ξ , початкові та центральні моменти до 3-го порядку включно.

8.2. Робітник за зміну обслуговує 14 однотипних верстатів-автоматів. Імовірність того, що верстат за зміну потребує уваги робітника становить $1/7$. Знайти $M\xi$, $D\xi$, σ_ξ дискретної випадкової величини ξ — числа верстатів-автоматів, що потребують уваги робітника за зміну.

8.3. Випадкова величина ξ має розподіл:

ξ	0	1	2
p	0,3	0,5	0,2

Знайти $M\xi$, $D\xi$, σ_ξ , початкові та центральні моменти до 3-го порядку включно.

8.4. Знайти $M\xi$, $D\xi$, σ_ξ , $\alpha_0, \dots, \alpha_3$, μ_1, \dots, μ_3 , якщо випадкова величина ξ має розподіл:

ξ	-1	0	1	2
p	0,1	0,4	0,2	0,3

8.5. Знайти $M\xi$, $D\xi$, σ_ξ , $\alpha_0, \dots, \alpha_3$, μ_1, \dots, μ_3 , якщо випадкова величина ξ має розподіл:

ξ	-2	-1	0	1	2
p	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1