

Розділ 2. Випадкові величини

Тема 6. Випадкові величини. Дискретні випадкові величини. Дискретні розподіли.

Теоретичні відомості

Величина називається *випадковою*, якщо внаслідок проведення експерименту під впливом випадкових факторів вона набуває того чи іншого можливого числового значення з певною ймовірністю.

Якщо множина можливих значень випадкової величини є зчисленною то таку величину називають *дискретною*. У протилежному разі її називають *неперервною*.

Функцію аргументу x , що визначає ймовірність випадкової події $X < x$, називають *функцією розподілу ймовірностей*:

$$F(x) = P(X < x)$$

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Закон розподілу дискретної випадкової величини X задано таблицею:

$X = x_i$	-4	-1	2	6	9	13
$P(X = x_i) = p_i$	0,1	0,2	0,1	0,3	0,1	0,2

Побудувати $F(x)$ та її графік.

Розв'язання. Згідно з властивостями $F(x)$, дістаємо наведені далі співвідношення.

1) $F(-4) = P(X < -4) = 0;$

2) $F(-1) = P(X < -1) = P(X = -4) = 0,1;$

3) $F(2) = P(X < 2) = P(X = -4) + P(X = -1) = 0,1 + 0,2 = 0,3;$

4) $F(6) = P(X < 6) = P(X = -4) + P(X = -1) + P(X = 2) = 0,1 + 0,2 + 0,1 = 0,4;$

5) $F(9) = P(X < 9) = P(X = -4) + P(X = -1) + P(X = 2) + P(X = 6) = 0,1 + 0,2 + 0,1 + 0,3 = 0,7;$

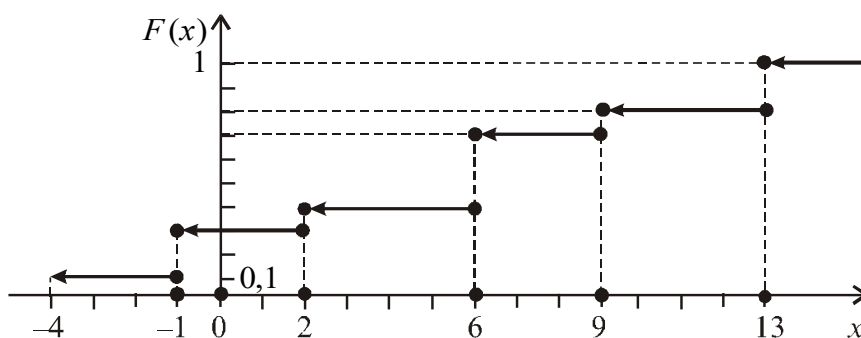
$$6) F(12) = P(X < 13) = P(X = -4) + P(X = -1) + P(X = 2) + P(X = 9) = 0,1 + 0,2 + 0,1 + 0,3 + 0,1 = 0,8;$$

$$7) F(x)|_{x > 13} = P(X > 13) = P(X = -4) + P(X = -1) + P(X = 2) + P(X = 9) + P(X = 13) = 0,1 + 0,2 + 0,1 + 0,1 + 0,3 + 0,1 + 0,2 = 1.$$

Компактно $F(x)$ можна записати в такій формі:

$$F(x) = P(X < x) = \begin{cases} 0, & x \leq -4; \\ 0,1, & -4 < x \leq -1; \\ 0,3, & -1 < x \leq 2; \\ 0,4, & 2 < x \leq 6; \\ 0,7, & 6 < x \leq 9; \\ 0,8, & 9 < x \leq 12; \\ 1, & x > 12. \end{cases}$$

Графік функції $F(x)$ зображено на мал. 1.



Мал. 1.

Задачі

6.1. Трое складають іспит із теорії ймовірностей. Ймовірність того, що перший студент складе екзамен, становить 0,9, для другого та третього студентів ця ймовірність дорівнює відповідно 0,85; 0,8. Побудувати закон розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини X — числа студентів, які складуть іспит з теорії ймовірностей, побудувати $F(x)$ і накреслити її графік.

6.2. У першому ящику міститься 7 стандартних і 3 браковані деталі, у другому — 6 стандартних і 4 браковані. Навмання з першого ящика беруть чотири деталі, а з другого — одну. Побудувати закон розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини X — появи числа стандартних деталей серед чотирьох навмання взятих — і побудувати $F(x)$.

6.3. На шляху руху автомобіля стоять п'ять світлофорів, кожний із яких з імовірністю 0,5 дозволяє або забороняє рух. Побудувати закон розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини X — числа світлофорів, що їх автомобіль промине без затримки.

6.4. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X маємо:

$X = x_i$	-4	-1	2	5	8	10
$P(X = x_i) = p_i$	a	$1,5a$	$0,5a$	$3,5a$	$2,5a$	a

Знайти a . Обчислити: $P(X < 2)$, $P(-4 < X \leq 8)$.

Побудувати функцію розподілу ймовірностей і накреслити її графік.