

Розділ 1. Випадкові події

Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей. Простір елементарних подій. Безпосередній підрахунок ймовірностей. Класичне означення ймовірності. Дискретні ймовірності простори. Геометричне означення ймовірності.

Теоретичні відомості

Ймовірністю випадкової події A називається невід'ємне число $P(A)$, що дорівнює відношенню числа елементарних подій m ($0 \leq m \leq n$), які сприяють появі A , до кількості всіх елементарних подій n простору Ω :

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

Для неможливої події $P(\emptyset) = 0$ ($m = 0$). Для вірогідної події $P(\Omega) = 1$ ($m = n$).

Отже, для довільної випадкової події $0 < P(A) < 1$.

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. У ящику міститься 15 однотипних деталей, із яких 6 бракованих, а решта — стандартні. Навмання з ящика береться одна деталь. Яка ймовірність того, що вона буде стандартною?

Розв'язання. Число всіх рівноможливих елементарних подій для цього експерименту:

$$n = 15.$$

Нехай A — подія, що полягає в появі стандартної деталі. Число елементарних подій, що сприяють появі випадкової події A , дорівнює дев'яти ($m = 9$). Згідно з (1) маємо:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}.$$

Приклад 2. У цеху працює 10 верстатів-автоматів, кожний із яких може з певною ймовірністю перебувати в роботоздатному стані або в стані поломки. Яка ймовірність того, що під час роботи верстатів-автоматів із ладу вийдуть три з них?

Розв'язання. Оскільки кожний верстат-автомат може перебувати у двох несумісних станах — роботоздатному або нероботоздатному, то кількість усіх елементарних подій множини Ω буде $n = 2^{10}$.

Позначимо через A випадкову подію — із ладу вийде три верстати з десяти. Тоді кількість елементарних подій, що сприяють появі A , буде

$$m = C_{10}^3 = \frac{10!}{3!7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7!} = 120.$$

Отже,

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_{10}^3}{2^{10}} = \frac{120}{2^{10}}.$$

Задачі

1.1. Партія з 10 деталей містить 4 браковані. Знайти ймовірність того, що з навмання взятих двох деталей будуть:

- 1) дві придатні;
- 2) дві браковані;
- 3) 1 придатна і 1 бракована.

1.2. Партія складається з 20 виробів, з яких 8 виробів 1-го сорту, 6—2-го, 2—3-го сорту, а решта — браковані. Навмання беруть 4 вироби. Знайти ймовірність того, що серед них виявилось 2 вироби 1-го сорту, 1—2-го сорту і 1 бракований.

1.3. Навмання взятий телефонний номер складається із 6 цифр. Знайти ймовірність того, що в ньому всі цифри різні.

1.4. На прямокутній полиці навмання розставлено 8 томів зібрання творів. Знайти ймовірність того, що в результаті I, II і III томи стоять поруч.

1.5. Набираючи номер телефону, абонент забув дві останні цифри і, вважаючи, що вони різні, набрав їх навмання. Знайти ймовірність того, що набрано правильні цифри.

1.6. У лотереї на кожні 500 білетів розігрується 100 речових і 50 грошових виграшів. Знайти ймовірність виграшу для особи, яка має один білет.

1.7. На складі є 10 кінескопів заводу № 1 і вісім кінескопів заводу № 2. Навмання взято чотири кінескопи. Знайти ймовірність того, що серед них два кінескопи заводу № 1 і два кінескопи заводу № 2.

1.8. Партія електролампочок складається з 10 придатних і п'яти бракованих. Із партії навмання по одній беруть усі лампочки. Знайти ймовірність того, що останньою буде взято придатну.

1.9. У партії із 16 деталей чотири нестандартні. Навмання з поверненням беруть три деталі. Знайти ймовірність того, що серед них дві деталі будуть стандартними.