**ТЕМА 9. СЕРЕДНІ ВЕЛИЧИНИ**

1. Суть середніх величин. Середня арифметична та її властивості.

2. Середня гармонійна та інші види середніх.

3. Структурні середні.

**1. Суть середніх величин. Середня арифметична та її властивості.**

Серед узагальнюючих показників, якими статистика характеризує суспільні явища та властиві їм закономірності, важлива роль належить середнім величинам. Досліджувані статистикою суспільні явища, як правило мають масовий характер, а розміри тієї чи іншої ознаки окремих одиниць статистичної сукупності – різне кількісне значення, *тобто їм властива мінливість*. Мінливість ознак статистичної сукупності залежить від конкретних умов і чинників, які впливають на ту чи іншу ознаку. *Варіація ознак є тією причиною, яка зумовлює необхідність вдаватися до розрахунку середніх величин*. В тому випадку (а він практично неможливий в реальних умовах), коли б тій чи іншій ознаці не була властива мінливість, то відпала 6 потреба вдаватися до визначення середньої, бо будь-яке значення будь-яке значення окремої одиниці було б властиве всім іншим. Так, наприклад, для характеристики такої статистичної сукупності, як урожайність зернових вдаються до середньої тому, що на окремих полях і ділянках посіву під впливом різних чинників врожайність неоднакова. Таким чинником є природна родючість ґрунту, система удобрення, сорти, терміни посіву тощо.

 *Узагальнюючу характеристику рівня врожайності можна дати тільки у вигляді середньої.*

Одним із важливих принципів наукового застосування середніх величин є їх обчислення на основі до*статньої чисельної сукупності одиниць.*

Середні застосовуються для дослідження якісно однорідних явищ. *Середня* – одна з найважливіших категорій, які широко використовуються в економіці, бухгалтерському обліку, аналізі, планово-аналітичній роботі. До обчислення *середніх величин вдаються при використанні багатьох статистичних методів:* аналізі результатів зведення і групування, дослідження рядів динаміки, індексного аналізу, показників варіації, вибіркового методу тощо.

*Середні величини* – це показники, які відображають типові риси і дають узагальнюючу кількісну характеристику рівня варіюючої ознаки.

*Вимоги, які ставляться при розрахунку середніх величин:*

1) середня величина повинна розраховуватися на основі однорідних, однотипних одиниць сукупності;

2) правильний вибір одиниці сукупності в розрахунках на яку проводимо розрахунок середньої;

3) якщо розрахунок середньої величини проводиться не по всій сукупності, а по її частині, то для того щоб середня величина достатньо точно характеризувала досліджувану сукупність потрібно відібрати від 20 до 30 одиниць.

У статистиці застосовують різні види середніх величин.

$\overline{х}$ - середнє значення досліджуваної ознаки.

$х\_{і}$ або х – кожне індивідуальне значення усереднюваної ознаки (варіанта) у вараційному ряду.

f або $f\_{і}$ – частота повторень (вага) індивідуальної ознаки у варіаційному ряду;

z=xf – обсяг значень ознаки;

n – кількість одиниць досліджуваної ознаки.

Найпростішим і найчастіше вживаним видом середніх величин є середня арифметична величина.

Середня арифметична застосовується у двох формах: простій і зваженій.

Середня арифметична проста використовується для незгрупованих даних, тобто коли всі частоти рівні 1 або, коли частоти однакові (коли частот немає або їх дуже важко визначити; коли частота несуттєво відрізняється одна від одної). ***Середня арифметична проста обчислюється за формулою:***

.

Наприклад, статутний капітал акціонерної компанії сформований 6 засновниками. Розмір внеску кожного з них відповідно становить, млн. грн.: 8, 10, 12, 9, 6, 5.

Середній внесок одного засновника розраховується так:

$\overline{х}$= 8+10+12+9+6+5/6=50/6=8,3 млн грн.

***Середня арифметична зважена*** використовується для згрупованих даних, при цьому в інтервальних варіаційних рядах в якості х виступають середини інтервалів.

.

Наприклад, існують дані щодо розподілу робочих за виробітком деталей:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Виробіток деталей за зміну одним робітником, шт. х | Кількість робочих (ваги), f | xf |
| 18 | 2 | 36 |
| 19 | 4 | 76 |
| 20 | 5 | 100 |
| 21 | 3 | 63 |
| 22 | 1 | 22 |
| Всього | 15 | 297 |

За формулою середня арифметична:

297/15=19,8=20 шт.

Властивості середньої арифметичної:

1) якщо всі варіанти х збільшити чи зменшити на величину а, то середня збільшиться або зменшиться теж на величину а;

2) якщо всі х збільшити чи зменшити в k раз, то й середня збільшиться чи зменшиться теж в k раз;

3) якщо всі частоти збільшити чи зменшити в k разів, то середня не зміниться;

4) величина середньої арифметичної залежить не від самих абсолютних значень окремих варіант і ваг, а від пропорцій між ними;

5) середня величина, помножена на суму частот, дорівнює сумі добутків кожної варіанти на її частоту:

.

6) сума відхилень індивідуальних значень від їх середньої арифметичної величини рівна нулю:

.

 7) квадрат суми відхилень індивідуальних значень х від середнього завжди менша ніж сума відхилень від будь-якої іншої величини:

.

Використовуючи властивості середньої арифметичної її можна порахувати спрощено, методом моментів або метод відліку від умовного 0. Ця формула використовується лише для варіаційних рядів з рівними інтервалами:

.

де  – величина інтервалу;

*а* – значення варіанти х, яка займає середнє положення у варіаційному ряді.

**2. Середня гармонійна та інші види середніх.**

***Середня гармонійна*** – це обернена до середньої арифметичної із обернених значень ознак. Її обчислюють, коли необхідно осереднення обернених індивідуальних значень ознак шляхом їх підсумування (наприклад, у випадках визначення середніх витрат часу, праці, матеріалів на одиницю продукції).

Середня гармонійна застосовується у двох формах: простій і зваженій.

Середня гармонійна проста обчислюється за формулою:

.

Середня гармонійна зважена обчислюється за формулою:



Для встановлення місця середньої гармонійної в розрахунку середньої величини розглянемо ***такий приклад***. Припустимо, що бригада токарів протягом 8-годинного робочого дня зайнята обточкою однакових деталей. Перший токар затрачує на одну деталь 12 хв, другий – 15 хв, третій – 11 хв, четвертий – 16 хв, п’ятий – 14 хв. Необхідно знайти середній час на виготовлення однієї деталі.

На перший погляд, ця задача вирішується легко за формулою середньої арифметичної простої:

68/5= 13,6 хв.

Однак, знайдена середня була б правильною, якщо кожний робітник виробив лише по одній деталі, а не працював 8 годин, коли робітниками виготовлено різну кількість деталей. Для розрахунку кількості деталей, виготовлених кожним робітником, використаємо таке співвідношення:

*Середній час на одну деталь= весь затрачений час/кількість деталей =*

(8\*60+8\*60+8\*60+8\*60+8\*60)/(8\*60/12+8\*60/15+8\*60/11+8\*60/16+8\*60/14) =

= 5/(1/12+1/15+1/11+1/16+1/14)=5/0,375=13,3 хв.

Останнє кількісне співвідношення відповідає формулі середньої гармонійної простої.

Крім того, застосовуються середня геометрична, середня квадратична та інші.

***Середня геометрична*** величина використовується для визначення середніх темпів зростання і обчислюється за формулою:

$$\overline{k}=\sqrt[n]{k\_{1}\*k\_{2}\*…\*k\_{n}} $$

де k – темпи зростання, що розраховуються відносно попереднього періоду.

Наприклад, внаслідок інфляції споживчі ціни за чотири роки виросли в 2,8 рази, в тому числі: за перший рік в 1,7 рази, за другий рік – 1,3 рази, за третій рік – 1,1 рази, за четвертий в 1,15 раз. Визначте середньорічний темп зростання цін?

Середня арифметична: (1,7+1,3+1,1+1,15)/4= 1,312 не забезпечує визначення даної властивості, так як за чотири роки за цією середньою ціни зросли б у 2,94 рази (1,312\*4), а не в 2,8 рази. Визначити дану властивість можна лише за допомогою середньої геометричної.

***Середня квадратична величина*** широко використовується при вивченні варіації явища.

Середня квадратична проста обчислюється за формулою:

.

Середня квадратична зважена обчислюється за формулою:

.

**3. Структурні середні.**

Середні величинами в статистичних рядах розподілу є мода і медіана, які відносяться до класу структурних (позиційних) середніх. Їх величини залежать лише від характеру частот, тобто від структури розподілу. На відмінну від інших середніх, які залежать від усіх значень ознаки, мода і медіана не залежить від крайніх значень. Це особливо важливо для незакритих крайніх інтервалів варіаційних рядів розподілу.

В статистиці використовують два особливих види середніх структурних величин: моду і медіану.

*Мода – це варіанта, яка в ряді розподілу зустрічається найчастіше.* Спосіб обчислення моди залежить від виду статистичного ряду. Для атрибутивних рядів розподілу та дискретних моду визначають візуально без будь-яких розрахунків за значенням варіанти з найбільшою частотою. Наприклад, за результатами опитування населення щодо самовизначення власного матеріально стану за чотирма оцінками (добрий, задовільний, незадовільний, нестерпний) більшість респондентів визначили свій стан як незадовільний – це і буде модою.

В інтервальному ряді мода знаходиться за формулою:

,

де - нижня межа модального інтервалу;

k – величина модального інтервалу;

f1 – частота інтервалу, який стоїть перед модальним;

f2 – частота модального інтервалу;

f3 – частота інтервалу, який розміщений після модального.

Модальним інтервалом називається інтервал, який має найбільшу частоту.

*Медіана – це варіанта, яка займає середнє положення в ранговому ряді.* Фактично – це варіанта, що ділить ранговий ряд розподілу (впорядкований за мірою зростання або зменшення) на дві рівні за обсягом частини.

Порядковий номер варіанти, яка є медіаною визначається за формулою:

.

В інтервальних рядах медіана розраховується за формулою:

,

де – нижня межа медіанного інтервалу;

k – величина медіанного інтервалу;

 – загальна кількість одиниць сукупності;

Sm-1 – сума частот накопичених до медіанного інтервалу;

fm – чстота медіанного інтервалу.