

## Практична робота №1

### Електричні кола постійного струму з одним джерелом живлення. Визначення еквівалентного опору електричного кола, струмів і напруг у вітках

**Мета:** оволодіти методикою розрахунку електричного кола постійного струму з одним джерелом живлення. Визначення еквівалентного опору електричного кола, струмів і напруг у вітках.

**Задача 1.1** Для електричного кола, схема якого наведена на рис. 1.1а, визначити струм  $I$  джерела живлення, якщо відомі:  $E, R_1, R_2, R_5, R_4, R_3, \dots$ . Вихідні дані наведені в табл.1.1

Таблиця 1.1

Вихідні дані до задачі 1.1

Цифри номера залікової книжки											
десятки	одиниці	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$U, B$	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
	$R_1, Ом$	12	8	10	19	8	10	21	16	20	22
$R_2, Ом$		8	7	4	8	10	4	5	6	9	8
	$R_3, Ом$	10	6	4	5	8	9	11	12	14	16
$R_4, Ом$		4	10	8	6	4	5	8	9	10	12
	$R_5, Ом$	6	7	9	8	11	10	13	12	14	15

Приклад вибору варіанта для номера в журналі 3 2 (3 десятки, 2 одиниці):

- з колонки 3 таблиці 1 маємо:  $R_2 = 8 Ом, R_4 = 6 Ом$ ;

- з колонки 2 таблиці 1 маємо:  $U = 120 В, R_1 = 10 Ом, R_3 = 4 Ом, R_5 = 9 Ом$ .

*Методичні рекомендації до розв'язування задачі*

Визначити струми в гілках електричного кола, схема якого зображена на рис. 1.1,а, якщо:  $U = 130 В, R_1 = 10 Ом, R_2 = 15 Ом, R_3 = 8 Ом, R_4 = 12 Ом, R_5 = 24 Ом$ .

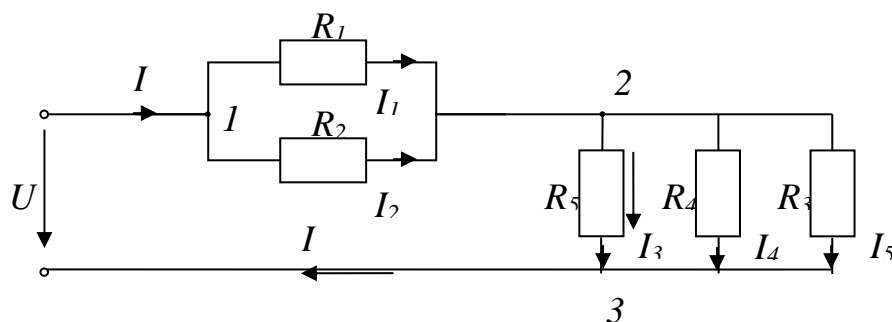


Рис. 1.1,а

## Розв'язання

1. Замінімо кожне паралельне з'єднання резисторів одним еквівалентним резистором (рис. 1.1,б) та знайдемо їх опори.

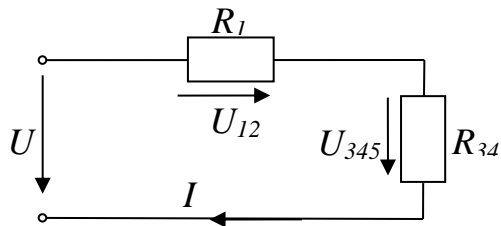


Рис. 1.1,б

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} = 6 \text{ Ом},$$
$$\frac{1}{R_{345}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{8} + \frac{1}{12} +$$
$$+ \frac{1}{24} = \frac{3+2+1}{24} = \frac{1}{4}; \quad R_{345} = 4 \text{ Ом}.$$

2. Визначимо струм в електричному колі (рис. 1.1,б)

$$I = \frac{U}{R_{12} + R_{345}} = \frac{120}{6 + 4} = 12 \text{ А}$$

3. Знайдемо струми кожної гілки.

За правилом «чужої гілки»:

$$I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{12 \cdot 15}{10 + 15} = 7,2 \text{ А} \quad I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{12 \cdot 10}{10 + 15} = 4,8 \text{ А}$$

За допомогою напруги на паралельних гілках:

$$U_{345} = R_{345} \cdot I = 4 \cdot 12 = 48 \text{ В};$$

$$I_3 = \frac{U_{345}}{R_3} = \frac{48}{8} = 6 \text{ А}; \quad I_4 = \frac{U_{345}}{R_4} = \frac{48}{12} = 4 \text{ А}; \quad I_5 = \frac{U_{345}}{R_5} = \frac{48}{24} = 2 \text{ А}.$$

## Практична робота №2

### Електричні кола постійного струму з одним джерелом живлення.

#### Визначення еквівалентної ємності

**Мета:** оволодіти методикою розрахунку електричного кола постійного струму з одним джерелом живлення. Визначення еквівалентної ємності.

**Задача 2.1** Для електричного кола, схеми яких наведена на рис. 2.1 (а і б) визначити еквівалентну ємність. Вихідні дані наведені в табл.1.1

Таблиця 1.1

Вихідні дані до задачі 1.1

Цифри номера залікової книжки											
десятки	одиниці	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$U, B$	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
	$C_1, мкФ$	12	8	10	19	8	10	21	16	20	22
$C_2, мкФ$		8	7	4	8	10	4	5	6	9	8
	$C_3, мкФ$	10	6	4	5	8	9	11	12	14	16
$C_4, мкФ$		4	10	8	6	4	5	8	9	10	12
	$C_5, мкФ$	6	7	9	8	11	10	13	12	14	15

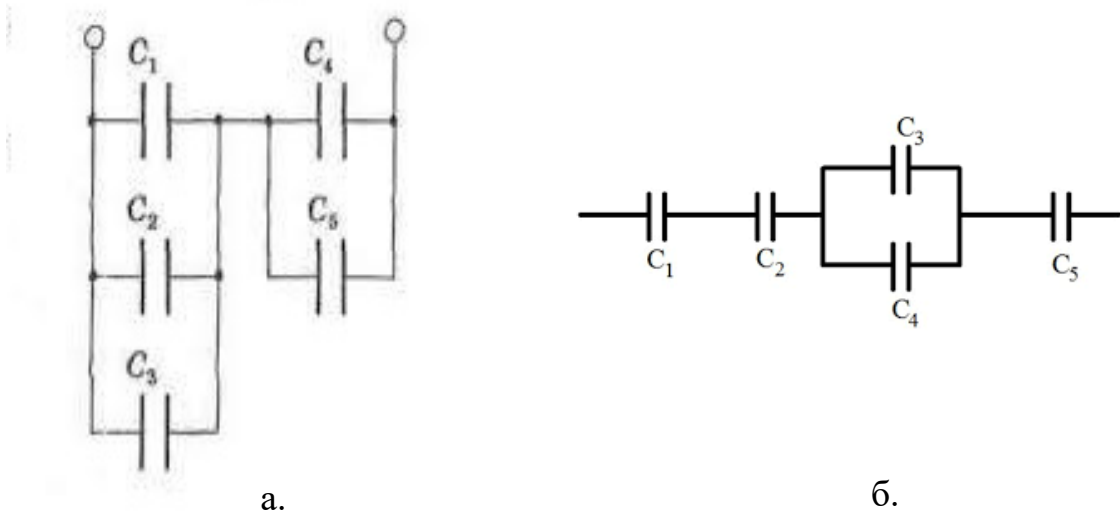
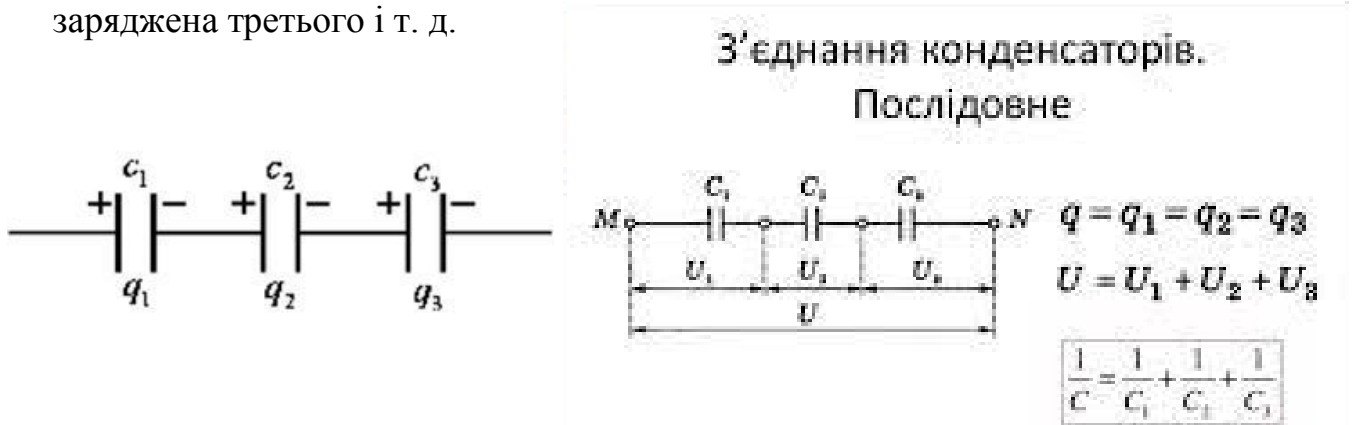


Рис. 2.1 – Розрахункові схеми до задачі 2.1

### Методичні рекомендації до розв'язування задачі

На практиці нерідко використовують системи конденсаторів, з'єднаних між собою. Як і для провідників існує два основних типи з'єднання: паралельне та послідовне:

**Послідовне з'єднання** – це таке з'єднання при якому до негативно зарядженої пластини першого конденсатора приєднується позитивно заряджена пластина другого, до негативно зарядженої пластини другого – позитивно заряджена третього і т. д.



При з'єднанні конденсаторів послідовно заряди на всіх обкладках (крім першої, яка приєднана до джерела) з'являються внаслідок індукції. Тому всі обкладки і батарея в цілому матимуть заряд величиною  $q$ :

$$q = q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = \dots \quad (1)$$

Потенціали сполучених обкладок двох сусідніх конденсаторів будуть однакові, тому загальна різниця потенціалів на кінцях батареї дорівнює сумі напруг між обкладками кожного з конденсаторів:

$$U_1 = \varphi_1 - \varphi_2 \quad U_2 = \varphi_2 - \varphi_3$$

$$U_3 = \varphi_3 - \varphi_4 \text{ і т.д.}$$

$$(\varphi_1 - \varphi_2) + (\varphi_2 - \varphi_3) + (\varphi_3 - \varphi_4) + \dots = \varphi_1 - \varphi_n = U$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots$$

Розпишемо різницю потенціалів між обкладками кожного конденсатора:

$$U_1 = q_1 / C_1$$

$$U_2 = q_2 / C_2$$

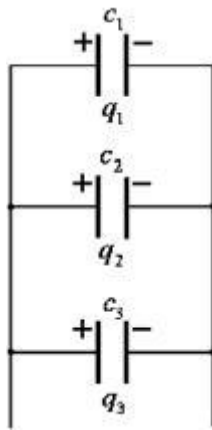
$$U_3 = q_3 / C_3$$

Підставимо усе це у формулу (2)

$$\frac{q}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3} + \dots$$

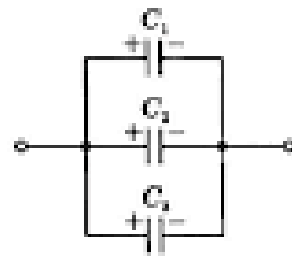
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \quad (3)$$

**Паралельне з'єднання** – це таке з'єднання при якому однойменно заряджені пластини усіх конденсаторів з'єднують в одну точку (позитивно заряджені пластини – в одну, а негативно заряджені – в іншу)



## З'єднання конденсаторів.

### Паралельне



$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

$$U_1 = U_2 = U_3$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

Загальна напруга на клеммах з'єднання дорівнює напрузі між обкладками кожного з конденсаторів:

$$U = U_1 = U_2 = U_3 = U_4 = \dots \quad (4)$$

Оскільки напруга на всіх конденсаторах однакова, то при різній ємності цих конденсаторів заряд на них накопичуватиметься теж різний, а отже, загальний заряд системи дорівнює сумі зарядів на кожному конденсаторі:

$$q = q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + \dots \quad (5)$$

Розпишемо заряд на кожному конденсаторі з означення ємності:

$$q_1 = C_1 U_1$$

$$q_2 = C_2 U_2$$

$$q_3 = C_3 U_3$$

Підставимо усі ці значення у формулу (5):

$$CU = C_1 U_1 + C_2 U_2 + C_3 U_3 +$$

Скоротивши на  $U$  отримаємо:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \quad (6)$$

### Практична робота №3

#### Розрахунок еквівалентних з'єднань резисторів за схемами «трикутник» і «зірка»

**Мета:** оволодіти методикою розрахунку електричного кола постійного струму з одним джерелом живлення, розрахунок еквівалентних з'єднань резисторів за схемами «трикутник» і «зірка».

**Задача 1.1** Для електричного кола, схема якого наведена на рис. 1.1а, визначити струм  $I$  джерела живлення, якщо відомі:  $E, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$ . Вихідні дані наведені в табл.1.1

Таблиця 1.1

Вихідні дані до задачі 1.1

Цифри номера залікової книжки											
десятки	одиниці	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$E, B$	30	40	50	60	70	80	30	40	50	60
	$R_1, Ом$	12	8	10	19	8	10	21	16	20	22
$R_2, Ом$		8	7	4	8	10	4	5	6	9	8
	$R_3, Ом$	10	6	4	5	8	9	11	12	14	16
$R_4, Ом$		4	10	8	6	4	5	8	9	10	12
	$R_5, Ом$	6	7	9	8	11	10	13	12	14	15
$R_6, Ом$		18	21	23	20	24	22	14	15	19	18

Приклад вибору варіанта для номера залікової книжки 1 3 2 (3 десятки, 2 одиниці):

- з колонки 3 таблиці 1 маємо:  $R_2 = 8 Ом, R_4 = 6 Ом, R_6 = 20 Ом$ ;

- з колонки 2 таблиці 1 маємо:  $E = 150 В, R_1 = 10 Ом, R_3 = 4 Ом, R_5 = 9 Ом$ .

#### Методичні рекомендації до розв'язування задачі

**Приклад 1.** В електричному колі, схема якого наведена на рис. 1.1, а, визначити струм  $I$  джерела живлення, якщо:  $E = 40 В, R_1 = R_2 = 6 Ом, R_5 = R_4 = 4 Ом, R_3 = 2 Ом, R_6 = 3 Ом$ .

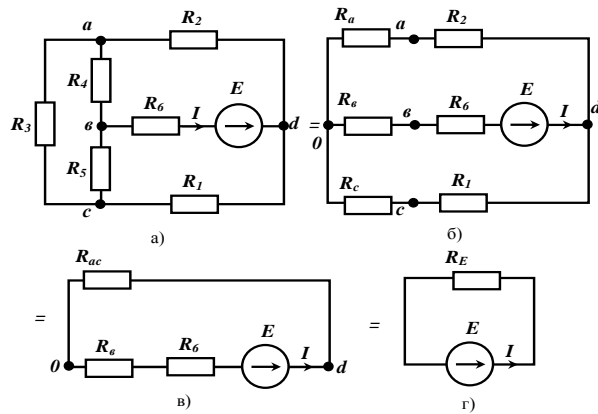


Рис. 1.1. Схема електричного кола (а) та схеми його послідовного перетворення (б, в, г,)

**Розв'язування.** Оскільки в електричному колі одне джерело живлення, то задачу розв'язуватимемо методом перетворення (рис. 1.1). Для визначення еквівалентного опору відносно затискачів джерела замінимо трикутник опорів  $R_3, R_4, R_5$  еквівалентною зіркою з опорами  $R_a, R_b, R_c$ :

$$R_a = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{2 \cdot 4}{2 + 4 + 4} = 0,8 \text{ Ом}; \quad R_b = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{4 \cdot 4}{2 + 4 + 4} = 1,6 \text{ Ом};$$

$$R_c = \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{2 \cdot 4}{2 + 4 + 4} = 0,8 \text{ Ом}.$$

Визначимо опір  $R_{ac}$  двох паралельних віток  $a$  і  $c$  (рис.1.1,в)

$$R_{ac} = \frac{(R_a + R_2)(R_c + R_1)}{R_a + R_2 + R_c + R_1} = \frac{(0,8 + 6)(0,8 + 6)}{0,8 + 6 + 0,8 + 6} = 3,4 \text{ Ом}.$$

Еквівалентний опір  $R_E$  (рис.1.1,г) електричного кола відносно затискачів джерела живлення дорівнює:

$$R_E = R_b + R_{ac} + R_6 = 3 + 1,6 + 3,4 = 8 \text{ Ом}.$$

Величину струму  $I$  визначимо за формулою:

$$I = \frac{E}{R_E} = \frac{40}{8} = 5 \text{ А}.$$

## Практична робота №4

### Розрахунок електричного кола постійного струму методом законів Кірхгофа

**Мета:** навчитися визначати параметри електричного кола постійного струму методом законів Кірхгофа.

**Задача 4.1.** В електричному колі, схема якого зображена на рис. 5.1, відомі ЕРС джерел і опори резисторів. Визначити струми у вітках і режими роботи кожного джерела. Скласти баланс потужностей. Задачу розв'язати методом законів Кірхгофа. Параметри електричного кола:  $E_1, E_2, E_3, R_1, R_2, R_3, R_4$ , наведені в таблиці 4.1 згідно двох останніх цифр номера залікової книжки студента.

Таблиця 4.1 - Вихідні дані до задачі 4.1

Цифри номера залікової книжки											
десятки	одиниці	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$E_1, B$	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
$E_2, B$		220	200	150	210	180	160	190	230	240	250
	$E_3, B$	140	160	180	200	220	120	150	170	190	210
	$R_1, Ом$	12	18	15	14	5	15	10	8	14	12
$R_2, Ом$		10	6	8	8	10	14	13	14	6	5
	$R_3, Ом$	14	14	14	10	12	5	14	12	13	12
$R_4, Ом$		15	10	10	15	14	10	6	10	16	14

Приклад вибору вихідних даних для розрахунку для номера залікової книжки 1 3 5 (3 десятки, 5 одиниць):

- з колонки 3 таблиці 1.1 маємо:  $E_2 = 210B, R_2 = 8Ом, R_4 = 15Ом$ ;

- з колонки 5 таблиці 1.1 маємо:  $E_1 = 150B, E_3 = 120Ом, R_1 = 15Ом, R_3 = 5Ом$ .

*Методичні рекомендації до розв'язування задачі 4.1.*

**Приклад 4.1.** В електричному колі, схема якого зображена на рис. 4.1, відомі ЕРС джерел і опори резисторів. Визначити струми у вітках і режими роботи кожного джерела. Скласти баланс потужностей. Задачу розв'язати методом законів Кірхгофа. Параметри електричного кола:  $E_1 = 200B, E_2 = 400B, E_3 = 120, R_1 = 2Ом, R_2 = 4Ом, R_3 = 5Ом, R_4 = 1Ом$ .

### Розв'язування

*Метод законів Кірхгофа*

Задаємося довільним напрямом струмів у вітках так, як зображено на рис. 4.1.



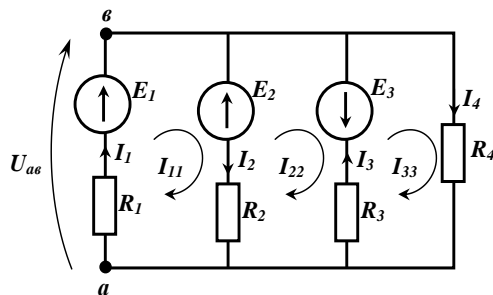


Рис. 4.1. Електрична схема до задачі 4.1

Записуємо рівняння за першим законом Кірхгофа для вузла  $b$  :

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0. \quad (1.1)$$

Число рівнянь за першим законом Кірхгофа дорівнює на одиницю менше від числа вузлів ( $2-1=1$ ). Тому решту рівнянь запишемо на основі другого закону Кірхгофа:

$$\begin{aligned} -I_1 R_1 + E_1 - E_2 - I_2 R_2 &= 0; \\ I_2 R_2 + E_2 + E_3 + I_3 R_3 &= 0; \\ -I_3 R_3 - E_3 - I_4 R_4 &= 0. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Розв'язуємо спільно системи рівнянь (1.1) і (1.2) відносно невідомих струмів. Для зменшення кількості рівнянь системи з рівняння (1.1) визначимо струм  $I_1 = I_2 - I_3 + I_4$  і підставимо його в систему рівнянь (1.2):

$$\begin{aligned} -(I_2 - I_3 + I_4) R_1 + E_1 - E_2 - I_2 R_2 &= 0; \\ I_2 R_2 + E_2 + E_3 + I_3 R_3 &= 0; \\ -I_3 R_3 - E_3 - I_4 R_4 &= 0. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Підставимо числові значення у систему рівнянь (1.3) і зведемо її до вигляду, зручного для розв'язування:

$$\begin{aligned} -6I_2 + 2I_3 - 2I_4 &= 200; \\ 4I_2 + 5I_3 + 0 &= -520; \\ 0 - 5I_3 - I_4 &= 120. \end{aligned}$$

Рівняння для довільного струму  $I_k$  буде мати вигляд:

$$I_k = \frac{\Delta_k}{\Delta},$$

де  $\Delta$  - визначник системи.

Визначник  $\Delta_k$  отримують із визначника  $\Delta$  внаслідок заміни опорів  $k$ -го стовпця на стовпець правих частин ( $E$ ):

$$\Delta = \begin{vmatrix} -6 & 2 & -2 \\ 4 & 5 & 0 \\ 0 & -5 & -1 \end{vmatrix} = 78; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 200 & 2 & -2 \\ -520 & 5 & 0 \\ 120 & -5 & -1 \end{vmatrix} = -6040;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} -6 & 200 & -2 \\ 4 & -520 & 0 \\ 0 & 120 & -1 \end{vmatrix} = -3280; \quad \Delta_4 = \begin{vmatrix} -6 & 2 & 200 \\ 4 & 5 & -520 \\ 0 & -5 & 120 \end{vmatrix} = 7040;$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-6040}{78} = -77,43 \text{ A}; \quad I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-3280}{78} = -42,05 \text{ A};$$

$$I_4 = \frac{\Delta_4}{\Delta} = \frac{7040}{78} = 90,25 \text{ A};$$

$$I_1 = I_2 - I_3 + I_4 = -77,43 + 42,05 + 90,25 = 54,87 \text{ A}.$$

У результаті розрахунків бачимо, що дійсні напрями струмів у вітках співпадають з напрямками відповідних ЕРС. Отже, всі джерела ЕРС працюють у режимі віддачі енергії (генераторний режим, а для акумуляторів – режим розрядки).

Рівняння балансу потужності має вигляд:

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2;$$

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 = 200 \cdot 54,87 + 400 \cdot 77,43 + 120 \cdot 42,05 = 47046 \text{ Bm};$$

$$R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 = 2 \cdot 54,87^2 + 4 \cdot 77,43^2 + 5 \cdot 42,05^2 + 1 \cdot 90,25^2 = \\ = 46989,13 \text{ Bm}.$$

Підставивши числові значення, переконуємося, що рівняння балансу потужностей підтверджується:  $47046 \text{ Bm} \approx 46989,13 \text{ Bm}$ .

Похибка обчислень становить 0,12%.

## Практична робота №5

### Розрахунок електричного кола постійного струму методом вузлової напруги

**Мета:** навчитися визначати параметри електричного кола постійного струму методом вузлової напруги.

Метод вузлової напруги дає можливість дуже просто провести розрахунок електричного кола, що має два вузли, з'єднаних багатьма паралельними вітками

**Задача 5.1.** В електричному колі, схема якого зображена на рис. 5.1, відомі ЕРС джерел і опори резисторів. Визначити струми у вітках і режими роботи кожного джерела. Скласти баланс потужностей. Задачу розв'язати методом вузлової напруги. Параметри електричного кола:  $E_1, E_2, E_3, R_1, R_2, R_3, R_4$ , наведені в таблиці 5.1 згідно двох останніх цифр номера залікової книжки студента.

Таблиця 5.1 - Вихідні дані до задачі 5.1

Цифри номера залікової книжки											
десятки	одиниці	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$E_1, B$	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
	$E_2, B$	220	200	150	210	180	160	190	230	240	250
	$E_3, B$	140	160	180	200	220	120	150	170	190	210
	$R_1, Ом$	12	18	15	14	5	15	10	8	14	12
	$R_2, Ом$	10	6	8	8	10	14	13	14	6	5
	$R_3, Ом$	14	14	14	10	12	5	14	12	13	12
	$R_4, Ом$	15	10	10	15	14	10	6	10	16	14

Приклад вибору вихідних даних для розрахунку для номера залікової книжки 1 3 5 (3 десятки, 5 одиниць):

- з колонки 3 таблиці 1.1 маємо:  $E_2 = 210B, R_2 = 8Ом, R_4 = 15Ом$ ;

- з колонки 5 таблиці 1.1 маємо:  $E_1 = 150B, E_3 = 120Ом, R_1 = 15Ом, R_3 = 5Ом$ .

*Методичні рекомендації до розв'язування задачі 5.1.*

**Приклад 5.1.** В електричному колі, схема якого зображена на рис. 5.1, відомі ЕРС джерел і опори резисторів. Визначити струми у вітках і режими роботи кожного джерела. Скласти баланс потужностей. Задачу розв'язати методом вузлової напруги. Параметри електричного кола:  $E_1 = 200B, E_2 = 400B, E_3 = 120, R_1 = 2Ом, R_2 = 4Ом, R_3 = 5Ом, R_4 = 10Ом$ .

## Розв'язування

Задаємося довільним напрямом струмів у вітках так, як зображено на рис. 1.1.

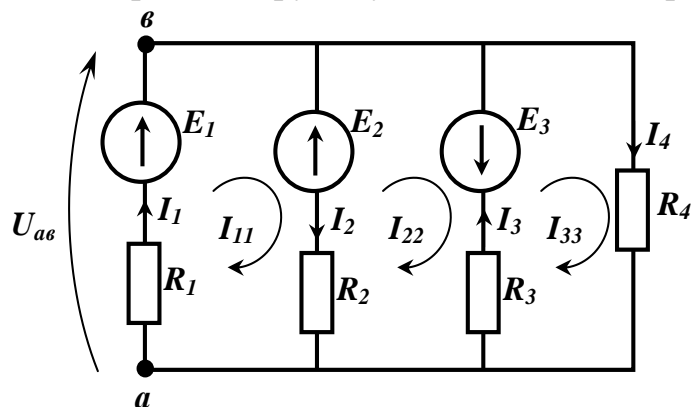
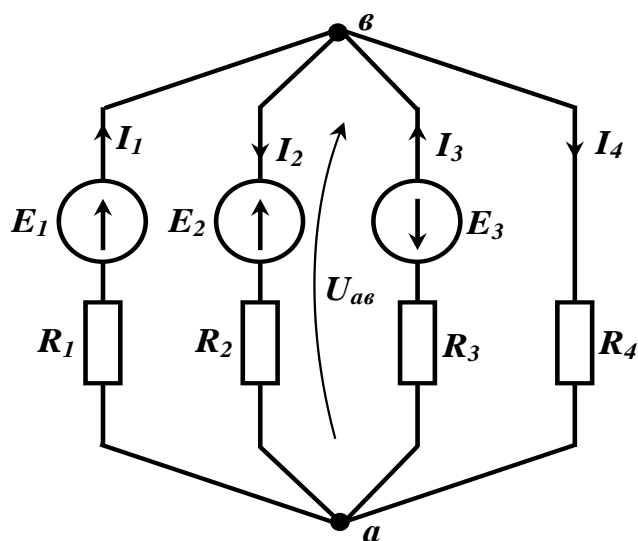


Рис. 1.1. Електрична схема до задачі 1.1



Задаємося напрямками струмів і міжвузлової напруги  $U_{ab}$  так, як зображено на рис. 1.1. Запишемо рівняння за другим законом Кірхгофа для контурів так, щоб у кожне рівняння входила напруга  $U_{ab}$  і одна вітка електричного кола:

$$U_{ab} + I_1 R_1 = E_1; \quad U_{ab} + I_2 R_2 = E_2; \quad U_{ab} + I_3 R_3 = -E_3; \quad U_{ab} - I_4 R_4 = 0, \text{ або}$$

$$U_{ab} - E_1 + I_1 R_1 = 0; \quad U_{ab} - E_2 + I_2 R_2 = 0; \quad U_{ab} + E_3 + I_3 R_3 = 0; \quad U_{ab} - I_4 R_4 = 0.$$

Із кожного рівняння створеної системи визначимо струм:

$$I_1 = \frac{-U_{ab} + E_1}{R_1} = -g_1 U_{ab} + g_1 E_1, \text{ де } g_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ Ом}^{-1};$$

$$I_2 = \frac{U_{ab} - E_2}{R_2} = g_2 U_{ab} - g_2 E_2, \text{ де } g_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ Ом}^{-1};$$

$$I_3 = \frac{-U_{ab} - E_3}{R_3} = -g_3 U_{ab} - g_3 E_3, \text{ де } g_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ Ом}^{-1};$$

$$I_4 = \frac{U_{ab}}{R_4} = g_4 U_{ab}, \text{ де } g_4 = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{1} = 1 \text{ Ом}^{-1}.$$

За першим законом Кірхгофа запишемо рівняння для вузла  $\epsilon$ :  $I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0$   
і підставимо в нього значення струмів:

$$-g_1 U_{ae} + g_1 E_1 - g_2 U_{ae} + g_2 E_2 - g_3 U_{ae} - g_3 E_3 - g_4 U_{ae} = 0.$$

З останнього рівняння визначимо напругу  $U_{ae}$ :

$$U_{ae} = \frac{g_1 E_1 + g_2 E_2 - g_3 E_3}{g_1 + g_2 + g_3 + g_4} = \frac{0,5 \cdot 200 + 0,25 \cdot 400 - 0,2 \cdot 120}{0,5 + 0,25 + 0,2 + 1} = 90,26 \text{ В.}$$

За відомою напругою  $U_{ae}$  визначаємо струми у вітках:

$$I_1 = -g_1 U_{ae} + g_1 E_1 = -0,5 \cdot 90,26 + 0,5 \cdot 200 = 54,87 \text{ А};$$

$$I_2 = g_2 U_{ae} - g_2 E_2 = 0,25 \cdot 90,26 - 0,25 \cdot 400 = -77,43 \text{ А};$$

$$I_3 = -g_3 U_{ae} - g_3 E_3 = -0,2 \cdot 90,26 - 0,2 \cdot 120 = -42,05 \text{ А};$$

$$I_4 = g_4 U_{ae} = 1 \cdot 90,26 = 90,26 \text{ А.}$$

## Практична робота №6

### Розрахунок електричного кола постійного струму методом контурних струмів

**Мета:** навчитися визначати параметри електричного кола постійного струму методом контурних струмів.

Порядок розрахунку електричного кола методом контурних струмів:

1. Вибираємо додатні напрями контурних струмів та струмів у вітках.
2. Записуємо систему рівнянь, що виражає дійсні струми у вітках через контурні струми.
3. За другим законом Кірхгофа записуємо рівняння для незалежних контурів, припускаючи, що через контур протікає контурний струм.
4. Розв'язуємо одержану систему рівнянь відносно контурних струмів.
5. За відомими контурними струмами визначаємо дійсні струми у вітках.

**Задача 6.1.** В електричному колі, схема якого зображена на рис. 1.1, відомі ЕРС джерел і опори резисторів. Визначити струми у вітках і режими роботи кожного джерела. Скласти баланс потужностей. Задачу розв'язати методом контурних струмів. Параметри електричного кола відомі і наведені у таблиці 6.1.

Таблиця 6.1 - Вихідні дані до задачі 6.1

Цифри номера залікової книжки											
десятки	одиниці	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$E_1, B$	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
	$E_2, B$	220	200	150	210	180	160	190	230	240	250
	$E_3, B$	140	160	180	200	220	120	150	170	190	210
	$R_1, Ом$	12	18	15	14	5	15	10	8	14	12
	$R_2, Ом$	10	6	8	8	10	14	13	14	6	5
	$R_3, Ом$	14	14	14	10	12	5	14	12	13	12
	$R_4, Ом$	15	10	10	15	14	10	6	10	16	14

**Приклад 6.1.** В електричному колі, схема якого зображена на рис. 1.1, відомі ЕРС джерел і опори резисторів. Визначити струми у вітках і режими роботи кожного джерела. Скласти баланс потужностей. Задачу розв'язати методом контурних струмів. Параметри електричного кола:  $E_1 = 200B$ ,  $E_2 = 400B$ ,  $E_3 = 120$ ,  $R_1 = 2Om$ ,  $R_2 = 4Om$ ,  $R_3 = 5Om$ ,  $R_4 = 1Om$ .

## Розв'язування

### Метод контурних струмів

Задаємося довільним напрямом струмів у вітках так, як зображено на рис. 6.1.

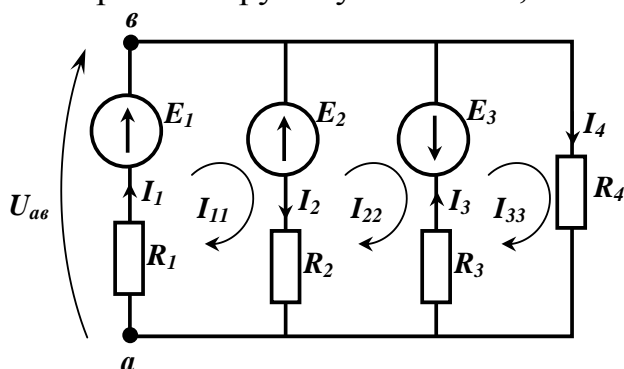


Рис. 6.1. Електрична схема до задачі 6.1

Задаємося напрямками струмів у вітках і контурних струмів так, як це зображено на рис. 6.1. На основі загальної форми запису рівнянь методом контурних струмів запишемо систему рівнянь контурних струмів для схеми (рис. 6.1), що має три незалежні контури:

$$\begin{aligned} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + R_{13}I_{33} &= E_{11}; \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + R_{23}I_{33} &= E_{22}; \\ R_{31}I_{11} + R_{32}I_{22} + R_{33}I_{33} &= E_{33}, \end{aligned} \quad (1.4)$$

де  $E_{11} = E_1 - E_2 = 200 - 400 = -200$ ;  $E_{22} = E_2 + E_3 = 400 + 120 = 520$ ;

$$E_{33} = -E_3 = -120;$$

$R_{11} = R_1 + R_2 = 2 + 4 = 6$ ;  $R_{22} = R_2 + R_3 = 4 + 5 = 9$ ;  $R_{33} = R_3 + R_4 = 5 + 1 = 6$ ;

$R_{12} = R_{21} = -R_2 = -4$ ;  $R_{23} = R_{32} = -R_3 = -5$ ;  $R_{13} = R_{31} = 0$ . (1.5)

Підставимо числові значення (1.5) в систему (1.4) :

$$\begin{aligned} 6I_{11} - 4I_{22} + 0 &= -200; \\ -4I_{11} + 9I_{22} - 5I_{33} &= 520; \\ 0 - 5I_{22} + 6I_{33} &= -120. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Розв'яжемо систему (1.6) відносно невідомих контурних струмів:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 6 & -4 & 0 \\ -4 & 9 & -5 \\ 0 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 78;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -200 & -4 & 0 \\ 520 & 9 & -5 \\ -120 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 4280;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 6 & -200 & 0 \\ -4 & 520 & -5 \\ 0 & -120 & 6 \end{vmatrix} = 10320;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 6 & -4 & -200 \\ -4 & 9 & 520 \\ 0 & -5 & -120 \end{vmatrix} = 7040;$$

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{4280}{78} = 54,87 \text{ A}; \quad I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{10320}{78} = 132,3 \text{ A};$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{7040}{78} = 90,26 \text{ A}.$$

Визначаємо дійсні струми у вітках за відомими контурними струмами:

$$I_1 = I_{11} = 54,87 \text{ A}; \quad I_2 = I_{11} - I_{22} = 54,8 - 132,3 = -77,43 \text{ A};$$

$$I_3 = I_{33} - I_{22} = 90,26 - 132,3 = -42,05 \text{ A}; \quad I_4 = I_{33} = 90,26 \text{ A}.$$

У результаті розрахунків бачимо, що дійсні напрями струмів у вітках співпадають з напрямками відповідних ЕРС. Отже, всі джерела ЕРС працюють у режимі віддачі енергії (генераторний режим, а для акумуляторів – режим розрядки).

Рівняння балансу потужності має вигляд:

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2;$$

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 = 200 \cdot 54,87 + 400 \cdot 77,43 + 120 \cdot 42,5 = 47046 \text{ Вт};$$

$$R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 = 2 \cdot 54,87^2 + 4 \cdot 77,43^2 + 5 \cdot 42,05^2 + 1 \cdot 90,25^2 = \\ = 46989,13 \text{ Вт}.$$

Підставивши числові значення, переконуємося, що рівняння балансу потужностей підтверджується:  $47046 \text{ Вт} \approx 46989,13 \text{ Вт}$ .

Похибка обчислень становить 0,12%.



## Практична робота №7

### Розрахунок електричного кола постійного струму методом накладання

**Мета:** навчитися визначати параметри електричного кола постійного струму методом накладання.

Метод накладання базується на загальнофізичному принципі накладання (суперпозиції), який в застосуванні до лінійних електричних кіл можна сформулювати так.

*Через будь-який елемент чи ділянку електричного кола одночасно можуть протікати струми від різних джерел, і результуючий струм (напруга) визначається алгебраїчною сумою струмів (напруг), викликаних дією кожного з джерел незалежно від інших.*

Слід особливо наголосити, що принцип накладання не виконується для нелінійних систем, в тому числі нелінійних електричних кіл.

З цього принципу випливає метод накладання. У відповідності з ним струм у будь-якій вітці кола, в якому діють  $k$  джерел, знаходять як алгебраїчну суму частинних струмів, викликаних дією кожного з  $k$  джерел при відсутності дії  $k-1$  інших джерел, тобто при їх „відключенні”.

При відключенні джерел у вітках залишаються їх внутрішні опори. У вітці з ідеальним джерелом е.р.с. ( $R_{вн} = 0$ ) замість внутрішнього опору ставлять перемичку, а вітку з ідеальним джерелом струму ( $R_{вн} = \infty$ ) розривають.

Застосовувати метод доцільно у випадках, коли необхідно знайти струм лише в одній з віток кола при наявності двох, максимум трьох джерел. Цей метод дозволяє задачу знаходження струмів розділити на ряд простих задач для визначення частинних струмів, викликаних дією кожного джерела окремо.

**Задача 7.1.** В електричному колі, схема якого зображена на рис. 7.1, відомі ЕРС джерел і опори резисторів. Визначити струм у вітці 2. Параметри електричного кола:  $E_1, E_2, E_3, R_1, R_2, R_3, R_4$ , наведені в таблиці 1.1 згідно номера за списком у журналі групи.

Таблиця 7.1 - Вихідні дані до задачі 7.1

Номер за списком											
десятки	одиниці	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$E_1, B$	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
	$E_3, B$	220	200	150	210	180	160	190	230	240	250
	$R_1, Ом$	12	18	15	14	5	15	10	8	14	12
	$R_2, Ом$	10	6	8	8	10	14	13	14	6	5
	$R_3, Ом$	14	14	14	10	12	5	14	12	13	12

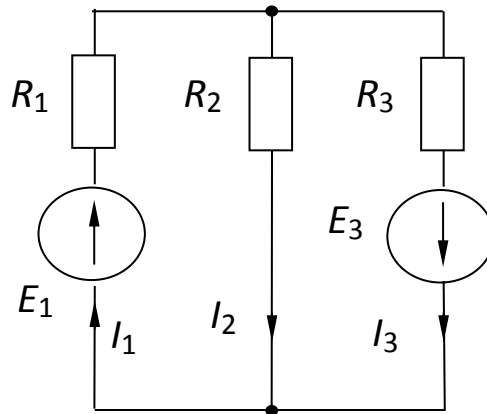


Рис. 7.1

Для знаходження струму у вітці 2 (рис. 7.1) спершу „виключимо” джерело  $E_3$ . Частинні струми у вітках 1 та 2 від дії е.р.с.  $E_1$

$$I_1(E_1) = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_1}{\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}$$

$$I_2(E_1) = I_1(E_1) \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

Частинні струми у вітках 3 та 2 від джерела  $E_3$

$$I_3(E_3) = \frac{E_3}{R_3} + \frac{E_3}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{E_3}{R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

;

$$I_2(E_3) = \frac{E_3}{R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Струм у вітці 2 дорівнює алгебраїчній сумі струмів

$$I_2 = I_2(E_1) + I_2(E_3)$$

(Струм  $I_2(E_3)$  напрямлений проти струму  $I_2$ ).

## Практична робота №8

### Розрахунок електричного кола постійного струму методом еквівалентного генератора

**Мета:** навчитися визначати параметри електричного кола постійного струму методом еквівалентного генератора.

Визначення струму на одній ділянці електричного кола можна виконати методом еквівалентного генератора, який дозволяє спростити такі обчислювання як вирішення систем рівняння з багатьма невідомими при використанні методів контурних струмів, вузлової напруги та накладання.

Принцип цього методу:

1. Задане електричне коло розбивають на дві ділянки: на вітку з опором, в якій потрібно знайти струм, й на частину кола, що залишилася після вилучення цієї вітки, тобто двополюсник.

2. Потім визначають еквівалентну ЕРС ( $\varepsilon_0$ ) та еквівалентний опір ( $R_0$ ) двополюсника за допомогою дослідів холостого ходу та короткого замкнення.

$$I = \frac{\varepsilon_0}{R + R_0}$$

3. Визначають струм у вітці за формулою:

де  $R$  - опір вітки, в якій потрібно було знайти струм, Ом.

Схему кола поділяють на дві частини – вітку з досліджуванним струмом та решту кола. Останню представляють у вигляді активного двополюсника (активного генератора) з параметрами  $E_{екв}$  та  $R_{екв}$ . Е.р.с  $E_{екв}$  дорівнює напрузі між полюсами навантаження двополюсника (при від'єднаній виділеній вітці). Величина опору  $R_{екв}$  дорівнює вхідному опору двополюсника і може розглядатись як внутрішній опір джерела з е.р.с.  $E_{екв}$ . Значення цих параметрів залежать від схеми сполучень і значень параметрів елементів, що входять в склад двополюсника. Загальної методики визначення цих параметрів не існує і кожна конкретна задача вимагає окремого підходу.

**Задача 8.1.** В електричному колі, схема якого зображена на рис. 8.1, відомі ЕРС джерел і опори резисторів. Визначити струм у вітці з  $R_3$ . Параметри електричного кола:  $E_1, E_2, R_1, R_2, R_3$ , наведені в таблиці 8.1 згідно номера за списком у журналі групи.

Таблиця 8.1 - Вихідні дані до задачі 8.1

Номер за списком											
десятки	одиниці	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$E_1, B$	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
	$E_2, B$	220	200	150	210	180	160	190	230	240	250
	$R_1, Ом$	12	18	15	14	5	15	10	8	14	12
	$R_2, Ом$	10	6	8	8	10	14	13	14	6	5
	$R_3, Ом$	14	14	14	10	12	5	14	12	13	12

Розглянемо застосування методу на прикладі кола (рис. 8.1, а), в якому треба знайти силу струму у вітці з резистором  $R_3$ .

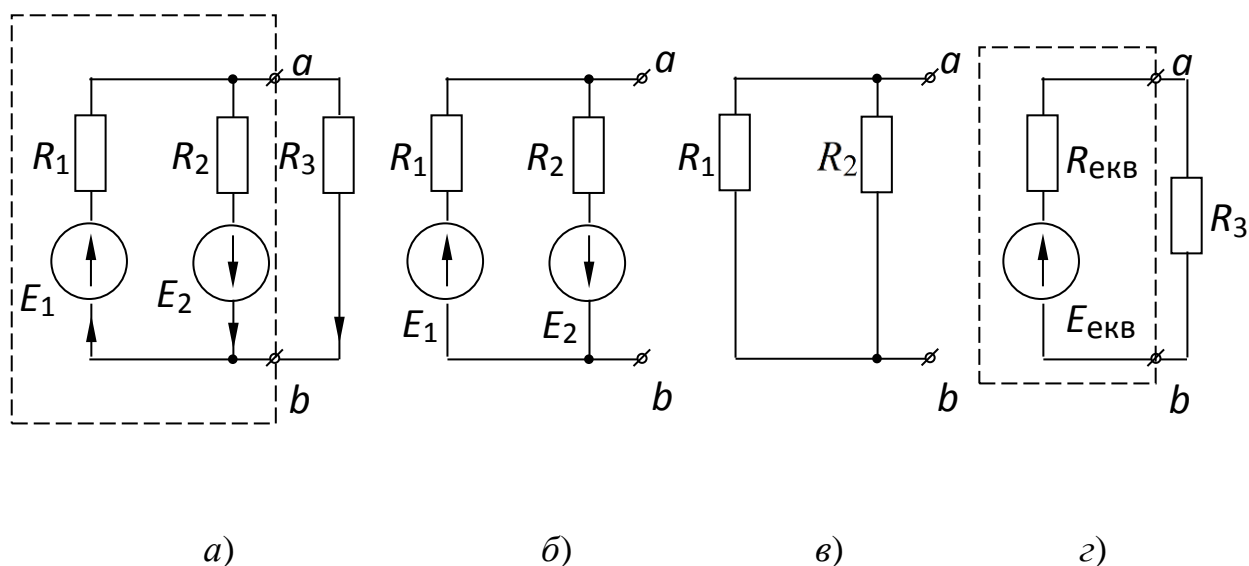


Рис. 8.1

Коло, за винятком вітки з резистором  $R_3$ , будемо розглядати як активний джерело струму (активний генератор). Для визначення еквівалентної е.р.с. такого генератора (схема 8.1, б) скористаємось методом двох вузлів

$$E_{екв} = \varphi_a - \varphi_b = \frac{\sum EG}{\sum G} = \frac{E_1 \frac{1}{R_1} - E_2 \frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}.$$

Із схеми 8.1, в для визначення внутрішнього опору еквівалентного генератора випливає, що

$$R_{екв} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Сила струму в резисторі  $R_3$  у відповідності з законом Ома (рис. 8.1, з)

$$I_3 = \frac{E_{екв}}{R_3 + R_{екв}}.$$

## Практична робота №9

### Розрахунок електричного кола однофазного синусоїдального струму

**Мета:** навчитися визначати коефіцієнт потужності, активну, реактивну і повну потужності приймача, що підключений до електричного кола однофазного синусоїдального струму за відомими величинами електровимірювальних приладів.

Задача 10.1. Визначити коефіцієнт потужності кола (рис. 10.1), активний опір котушки  $R_k$  та її індуктивність  $L$ , якщо прилади показали:  $U_1 = 200 \text{ В}$ ;  $U_2 = 100 \text{ В}$ ;  $I = 2 \text{ А}$ ;  $P = 320 \text{ Вт}$ ;  $f = 50 \text{ Гц}$ .

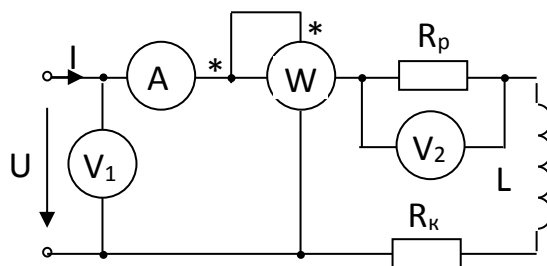


Рис. 10.1

Таблиця 10.1 - Вихідні дані до задачі 10.1

Номер за списком											
десятки	одиниці	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$f, \text{ Гц}$		50	60	50	60	50	60	50	60	50	60
$U_1, \text{ В}$		220	127	220	127	220	127	220	127	220	127
	$U_2, \text{ В}$	30	40	50	60	70	25	35	45	55	65
	$I, \text{ А}$	3	4	5	6	7	8	10	12	14	16
	$P, \text{ Вт}$	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000

**Приклад.** Визначити коефіцієнт потужності кола (рис. 2.2), активний опір котушки  $R_k$  та її індуктивність  $L$ , якщо прилади показали:  $U_1 = 200 \text{ В}$ ;  $U_2 = 100 \text{ В}$ ;  $I = 2 \text{ А}$ ;  $P = 320 \text{ Вт}$ ;  $f = 50 \text{ Гц}$ .

Розв'язання:

1. Визначимо повний опір кола:

$$Z_e = \frac{U_1}{I} = \frac{200}{2} = 100 \text{ Ом.}$$

2. Визначимо еквівалентний активний опір кола:

$$R_e = \frac{P}{I^2} = \frac{320}{2^2} = 80 \text{ Ом.}$$

3. Визначимо опір реостата:

$$R_p = \frac{U_2}{I} = \frac{100}{2} = 50 \text{ Ом.}$$

4. Розрахуємо активний опір котушки:

$$R_k = R_e - R_p = 80 - 50 = 30 \text{ Ом.}$$

5. Знайдемо індуктивний опір кола:

$$X_L = \sqrt{Z_e^2 - R_p^2} = \sqrt{100^2 - 80^2} = 60 \text{ Ом.}$$

6. Знайдемо індуктивність котушки:

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{60}{2\pi 50} = 0,19 \text{ Гн.}$$

7. Визначимо коефіцієнт потужності кола:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI} = \frac{320}{200 \cdot 2} = 0,8, \quad \text{або} \quad \cos \varphi = \frac{R_e}{Z_e} = \frac{80}{100} = 0,8.$$

## Практична робота №10

### Розрахунок електричного кола однофазного синусоїдального струму

**Мета:** навчитися визначати коефіцієнт потужності, активну, реактивну і повну потужності приймача, що підключений до електричного кола однофазного синусоїдального струму за відомими величинами електровимірювальних приладів.

Задача 10.1. Визначити коефіцієнт потужності кола (рис. 10.1), активний опір котушки  $R_k$  та її індуктивність  $L$ , якщо прилади показали:  $U_1 = 200 \text{ В}$ ;  $U_2 = 100 \text{ В}$ ;  $I = 2 \text{ А}$ ;  $P = 320 \text{ Вт}$ ;  $f = 50 \text{ Гц}$ .

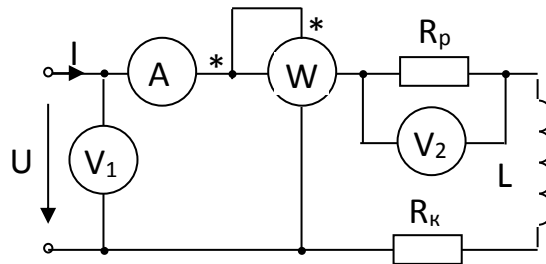


Рис. 10.1

Таблиця 10.1 - Вихідні дані до задачі 10.1

Номер за списком											
десятки	одиниці	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$f, \text{ Гц}$		50	60	50	60	50	60	50	60	50	60
$U_1, \text{ В}$		220	127	220	127	220	127	220	127	220	127
	$U_2, \text{ В}$	30	40	50	60	70	25	35	45	55	65
	$I, \text{ А}$	3	4	5	6	7	8	10	12	14	16
	$P, \text{ Вт}$	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000

**Приклад.** Визначити коефіцієнт потужності кола (рис. 2.2), активний опір котушки  $R_k$  та її індуктивність  $L$ , якщо прилади показали:  $U_1 = 200 \text{ В}$ ;  $U_2 = 100 \text{ В}$ ;  $I = 2 \text{ А}$ ;  $P = 320 \text{ Вт}$ ;  $f = 50 \text{ Гц}$ .

Розв'язання:

1. Визначимо повний опір кола:

$$Z_e = \frac{U_1}{I} = \frac{200}{2} = 100 \text{ Ом.}$$

2. Визначимо еквівалентний активний опір кола:

$$R_e = \frac{P}{I^2} = \frac{320}{2^2} = 80 \text{ Ом.}$$

3. Визначимо опір реостата:

$$R_p = \frac{U_2}{I} = \frac{100}{2} = 50 \text{ Ом.}$$



4. Розрахуємо активний опір котушки:

$$R_k = R_e - R_p = 80 - 50 = 30 \text{ Ом.}$$

5. Знайдемо індуктивний опір кола:

$$X_L = \sqrt{Z_e^2 - R_p^2} = \sqrt{100^2 - 80^2} = 60 \text{ Ом.}$$

6. Знайдемо індуктивність котушки:

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{60}{2\pi \cdot 50} = 0,19 \text{ Гн.}$$

7. Визначимо коефіцієнт потужності кола:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI} = \frac{320}{200 \cdot 2} = 0,8, \quad \text{або} \quad \cos \varphi = \frac{R_e}{Z_e} = \frac{80}{100} = 0,8.$$

**Задача 10.2.** (самостійно) Визначити активну  $P$ , реактивну  $Q$  та повну  $S$  потужності споживача, що під'єднаний до напруги  $u = 220 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ)$ , якщо споживаний струм  $i = 10 \cdot \sqrt{2} \sin \omega t$ .

Один із параметрів заданий у таблиці, інший приймається із умови задачі 10.2

Таблиця 10.2 - Вихідні дані до задачі 10.2

вар	Миттєве значення синусоїдної величини	вар	Миттєве значення синусоїдної величини
1	$u = 200 \sin\left(314t + \frac{\pi}{5}\right)$	6	$u = 150 \sin(628t - 20^\circ)$
2	$i = 5 \sin(628t + 40^\circ)$	7	$u = 250 \sin\left(314t + \frac{\pi}{10}\right)$
3	$u = 120 \sin\left(314t + \frac{\pi}{3}\right)$	8	$i = 15 \sin\left(628t + \frac{\pi}{6}\right)$
4	$u = 100 \sin(628t + 30^\circ)$	9	$u = 200 \sin(314t + 45^\circ)$
5	$i = 10 \sin\left(314t + \frac{\pi}{6}\right)$	10	$u = 200 \sin\left(314t + \frac{\pi}{5}\right)$