

Тема 10, 11. Основні дискретні та неперервні розподіли.

Теоретичні відомості

1. Біноміальний закон розподілу $MX = np$, $DX = np(1-p)$.
2. Закон розподілу Пуассона $MX = \lambda$, $DX = \lambda$.
3. Геометричний розподіл $MX = \frac{1}{p}$, $DX = \frac{1-p}{p^2}$.
4. Гіпергеометричний розподіл $MX = \frac{kn}{N}$, $DX = \frac{nk(N-k)(N-n)}{N^2(N-1)}$.
5. Рівномірний закон розподілу $MX = \frac{a+b}{2}$, $DX = \frac{(b-a)^2}{12}$.
6. Показниковий закон розподілу $MX = \frac{1}{a}$, $DX = \frac{1}{a^2}$.
7. Нормальний закон розподілу $MX = a$, $DX = \sigma^2$.

Приклади розв'язування задач

Приклад 1 Визначити ймовірність потрапляння за контрольні межі не менш ніж 2 деталей із проби з 5 деталей, якщо автомат, із продукції якого беруться проби, обробляє 2 деталі за 1 хв і за зміну у його продукції виявляється 38 деталей, які виходять за контрольні межі. Застосувати для розв'язування задачі закон розподілу Пуассона.

Розв'язання. Застосуємо формулу розподілу Пуассона: $P(X = m) = \frac{(\lambda t)^m}{m!}$, $m = 0, 1, \dots$. Знайдемо λ — середню кількість бракованих деталей, які виготовляються за 1 хв. Якщо тривалість зміни 480 хв, то $\lambda = \frac{38}{480} \approx 0,08$. Пробу

з 5 деталей виготовляють за $t = \frac{5}{2} = 2,5$ хв, $\lambda t = 0,08 \cdot 2,5 = 0,2$. Знайдемо шукану

ймовірність: $P(X \geq 2) = \sum_{m=2}^5 \frac{(\lambda t)^m}{m!} = 0,0175$. Значення ймовірності знайдемо в

таблицях при $\lambda t = 0,8$ і $m = 2$.

Задачі

10.1. Час відправлення міжміського автобуса рівномірно розподілений на часовому проміжку від 0.00 до 20.00. Визначити ймовірність того, що пасажир, який прибув на станцію о 16.00, встигне на автобус.

10.2. Випадкова величина X розподілена показниково. Яка з подій більш ймовірна: випадкова величина набула значення, більшого чи меншого за своє математичне сподівання?

10.3. Визначити ймовірність того, що нормально розподілена величина потрапляє у проміжок $[\alpha; \beta)$, скориставшись таблицями функції $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$.

10.4. Розмір деталі — нормально розподілена величина з $MX = 10$. Деталь вважається стандартною, якщо її відхилення від математичного сподівання не перевищує 0,8. Побудувати графік залежності між значеннями σ і часткою (у відсотках) бракованих деталей.