***Тема :*** Границя функції неперервного аргументу.

***Мета уроку:*** Формування поняття про границю функції.

**І. Перевірка домашнього завдання.**

1. Перевірити наявність виконаних домашніх завдань та відпо­вісти на запитання, що виникли в учнів при виконанні до­машніх завдань.

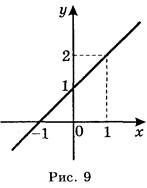
2. Сформулюйте означення і властивості модуля дійсного числа, користуючись таблицею 1.

3. Усне розв'язування рівнянь і нерівностей з модулем за табли­цею 2 для усних обчислень.

Таблиця 2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | |*х*| = 5 | |*х*| *=*0 | *х* = *–* 5 | *|х| = х* |
| 2 | *|х|* = *– х* | |*х –* 3| *=* 2 | |*х +*2|*=*3 | |*х –*1| + |*х* + 1| = 0 |
| 3 | |*х*|*<* 2 | |*х*|*>*0 | |*х*|*>* *–*1 | |*х*| > 3 |
| 4 | |*х –* 1| < 2 | |*х +* 1| < 2 | |*х –* 1| > 3 | |*х +* 3| > 1 |

**II. Сприймання поняття границі функції.**



Побудуємо графік функції *f(x)* = *х* + 1 (рис.9). Якщо *х* наближається до1**,** то зна­чення *у* наближається до 2.

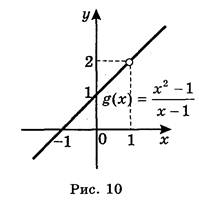
Говорять, що границя функції *f(x)* при *х*, що наближається до 1, дорівнює 2 і запи­сується: https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image010.png(*x* +1) = 2.

Розглянемо другий приклад.

Побудуємо графік функції *g(x)* = https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image017.png і розглянемо  поведінку цієї функції при *х*, близьких до 1.

Функція *g(x) =* https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image017.png визначена при *х* https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image025.png (-https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image029.png; 1) https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image033.png (1; +https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image029.png) і графік являє собою пряму *у = х* + 1 з виколотою точкою *х* = 1 (рис. 10),  бо функція *g(x) =*

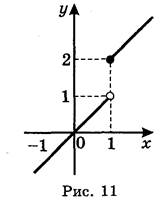
*=* https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image017.png не визначена в точці *х* = 1.

Якщо *х* наближається до 1 (зліва чи справа), то *у* наближається до 2 (відпов­ідно знизу чи зверху).

Отже, https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image039.pnghttps://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image017.png=2.

Розглянемо третій приклад. Побудуємо графік функції

https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image041.png(рис. 11) і розглянемо поведінку функції при *х,* що наближається до 1.

При *х →*1 (що наближається до 1) границі функції *h(x)* не існує, поскільки не існує єди­ного числа, до якого наближається функція при *х,* що прямує до 1.

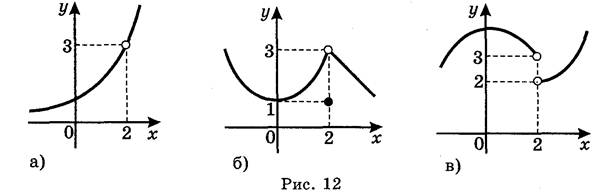
(Якщо *х* наближається до 1 зліва, то *h(x)* наближається до 1; якщо ж *х* наближається до 1 справа, то *h(x)* наближаєть­ся до 2).

Таким чином:

Якщо при значеннях *х,* що прямують до дея­кого числа *а,* значення функції *f(x)* прямують до єдиного значення *b,* то говорять, що при *х,* що наближається до *а,* функція *f(x)* має границю, яка дорівнює *b,* і це записується так: https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image044.png *f(x) = b* або *f(x) → b* при *х* → *а.*

**ІІІ. Виконання вправ**

1. Використовуючи графіки функцій (рис. 12), з'ясуйте:



1) Чи має границю функція в точці *х,* що прямує до 2? Якщо має, то чому дорівнює ця границя?

2) Чи залежить існування границі функції в точці від визначе­ності функції в цій точці?

3) Якщо функція визначена в точці, то чи завжди границя функ­ції дорівнює значенню функції в цій точці? 2. Користуючись графіком, знайти границі (якщо вони існують): a) https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image047.png б) https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image049.png в) https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image051.png г) https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image053.png

**IV. Осмислення поняття границі функції.**

Нехай задано деяку функцію, наприклад, *f(x) =*2*х +* 1. Розглянемо таблицю значень цієї функції в точках, що досить близько розташовані до числа 1 (і в самій точці 1), та знайдемо |*х –* 1| та |*f(x)* – 3| у відповідних точках.

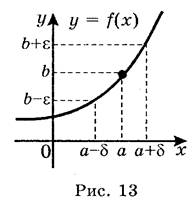
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Х* | 0,5 | 0,8 | 0,9 | 0,99 | 0,999 | 1 | 1,001 | 1,01 | 1,1 | 1,5 |
| *f(x)* | 2 | 2,6 | 2,8 | 2,98 | 2,998 | 3 | 3,002 | 3,02 | 3,2 | 4 |
| |*х –*1| | 0,5 | 0,2 | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 0 | 0,001 | 0,01 | 0,1 | 0,5 |
| |*f(x) –* 3| | 1 | 0,4 | 0,2 | 0,02 | 0,002 | 0 | 0,002 | 0,02 | 0,2 | 1 |

З таблиці видно, що при наближенні значення аргументу до чис­ла 1 значення функції наближається до числа 3, при цьому по­хибка значень функції може бути досягнена як завгодно малою, шляхом зменшення похибки аргументу. Дійсно, взявши довільне ε > 0, тоді |*f(x)* – 3| < ε,

або |2*х* + 1 – 3| < ε; |2*х* – 2| < ε, *2*|*х –* 1| < ε; |*х* – 1| < https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image055.png.

Отже, щоб похибка значень функції не перевищувала ε > 0, слід  взяти значення *х* такі, що |*х* – 1| < https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image055.png.

Число *b* називається границею функції *у* = *f(x)* в точці *а,* якщо для будь-якого ε > 0 існує таке число δ = δ(ε) > 0, що для всіх *х: 0****<***|*х – а*| *<* δ, виконується нерівність |*f(x) – b*|*<* ε. (Рис. 13).

Розглянемо *приклад.*

Доведіть, що https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image058.png(2*x* – 1) = 5.

*Розв'язання*Задамо довільне ε > 0 і покажемо, що існує δ > 0 таке, що із нерівності |*х* - 3| < δ випливає нерівність |(2х - 1) - 5| < ε. Маємо |(*2х* - 1) - 5| < є,

|*2х -* б| < ε;  |2(х -3)| < ε;  2·|*х -* 3| < ε; |*х -* 3| < https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image055.png Отже, якщо взяти δ = https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image055.png, то виконання нерівності

| *x -* 3| < δ приведе до виконання нерівності |(2*x* - 1) - 5| < ε. Отже, згідно з означенням границі маємо: https://fizmat.7mile.net/algebra-10/01-2-granicya-funktsiya.files/image058.png(2x -1) = 5.

Виконання вправи № 12 (3).

**V. Домашнє завдання.**

§ 33 Запитання і завдання для повторення № 6. Впра­ви № 2 (6), 12 (1).

Опрацювати конспект та виконати завдання в зошиті.

**VІ. Підведення підсумків уроку.**