

Тема 3. Позиційні властивості пар геометричних елементів. Належність

У геометрії розглядаються дві групи задач: позиційні та метричні, в основу яких покладено позиційні та метричні властивості пар їх проєкцій.

Позиційні задачі – це задачі на визначення загальних елементів різних геометричних фігур (належність, перетин, тощо).

3.1 Точка і пряма

Точка може належати або не належати прямій. Для розв'язання питання про належність досить розглянути їх проєкції, прийнявши до уваги таку властивість: точка належить прямій, якщо її проєкції належать тим же проєкціям прямої, і не належить прямій, коли хоча б одна з її проєкцій не належить тій же проєкції прямої.

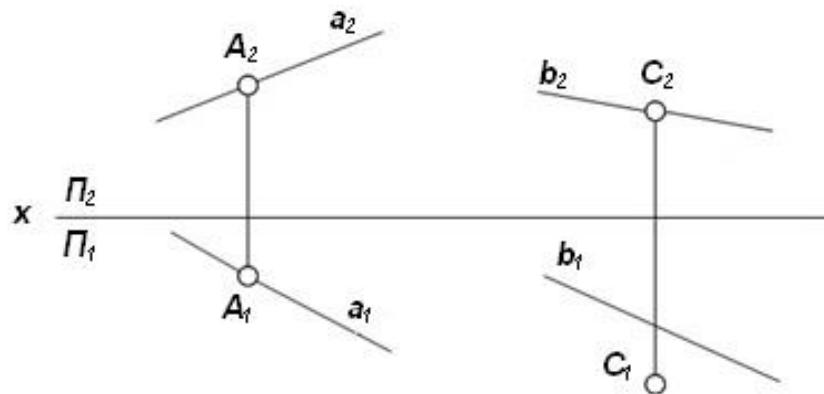


Рисунок 3.1 – Належність точки прямій

На рис. 3.1 показано прямі a та b . Точка A , проєкції якої належать відповідним проєкціям прямої a , належить цій прямій. Точка C не належить прямій b , бо її горизонтальна проєкція не належить горизонтальній проєкції прямої.

Для двох проєкцій (фронтальної та горизонтальної) профільної прямої умови належності недостатні, бо якщо пряма і точка належать одній профільній площині, то проєкції точки завжди належать проєкціям прямих. У цьому випадку

потрібно внести однозначність, яка полягає у тому, що профільна проекція точки повинна належати профільній проекції прямої або, що аналогічно, повинна своїми проекціями ділити проекції довільно зафіксованого на прямій відрізка в одному й тому ж відношенні.

3.2 Пряма та площина

Пряма належить площині, якщо дві її точки належать площині (рис. 3.2, 3.3а) або коли вона проходить через точку, що належить площині, та паралельна іншій прямій, що належить площині (рис. 3.3б). Для задання прямої, що належить площині, досить задати її горизонтальну чи фронтальну проекцію.

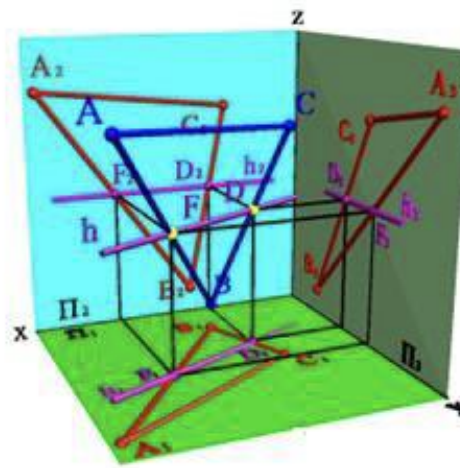


Рисунок 3.2 – Належність прямої площині

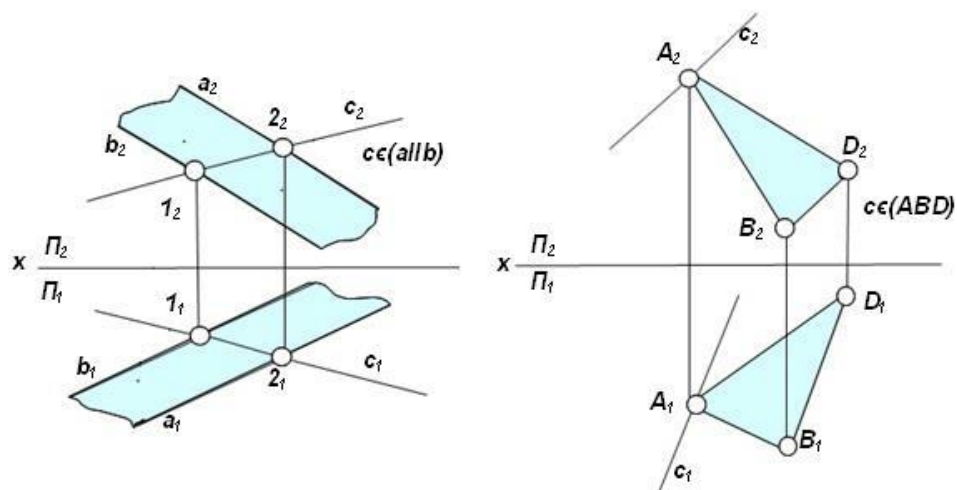


Рисунок 3.3 – Належність прямої площині

Крім того, є лінії, що належать площині і займають часткове положення. До таких ліній можна віднести лінії рівня.

Лініями рівня площини називають лінії, що належать даній площині та паралельні одній із площин проєкцій.

Горизонталь площини (горизонтальна пряма рівня площини) – це лінія, що належить площині та паралельна до Π_1 .

На рис. 3.4а проведено горизонталь CD. Фронталь площини (фронтальна пряма рівня площини) – лінія, що лежить у площині та паралельна до Π_2 . На рис. 3.4б проведено фронталь f. Горизонталь та фронталь часто використовуються при заданні площини, що дозволяє виявити її орієнтацію відносно площин проєкцій. Сліди площини також є крайніми положеннями горизонталі h чи фронталі f, їх у цьому випадку називають нульовими (рис. 3.4б).

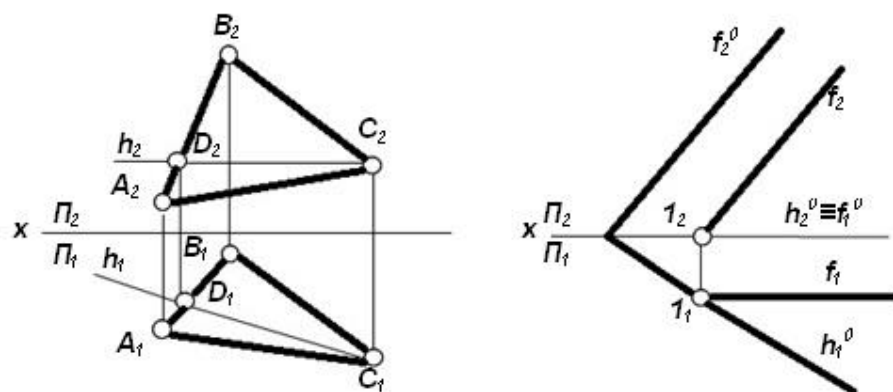


Рисунок 3.4 – Лінії рівня площини

Профільна пряма рівня – лінія, що належить площині та паралельна профільній площині проєкцій Π_3 .

3.3 Точка та площина

Точка може належати площині або не належати їй. Це визначається за допомогою прямої, що належить площині.

На рис. 3.5 показано трикутний відсік ABC і задано точки 1 та 2. Точка 1 належить площині, бо вона належить прямій BD, що є підмножиною площини;

точка 2 не належить площині, бо тільки фронтальна проекція її належить фронтальній проекції прямої – B_2D_2 , а горизонтальна проекція не належить B_1D_1 . Звідси можна сформулювати таку властивість: точка належить площині, якщо обидві її проекції збігаються з тими самими проекціями прямої, що належить площині.

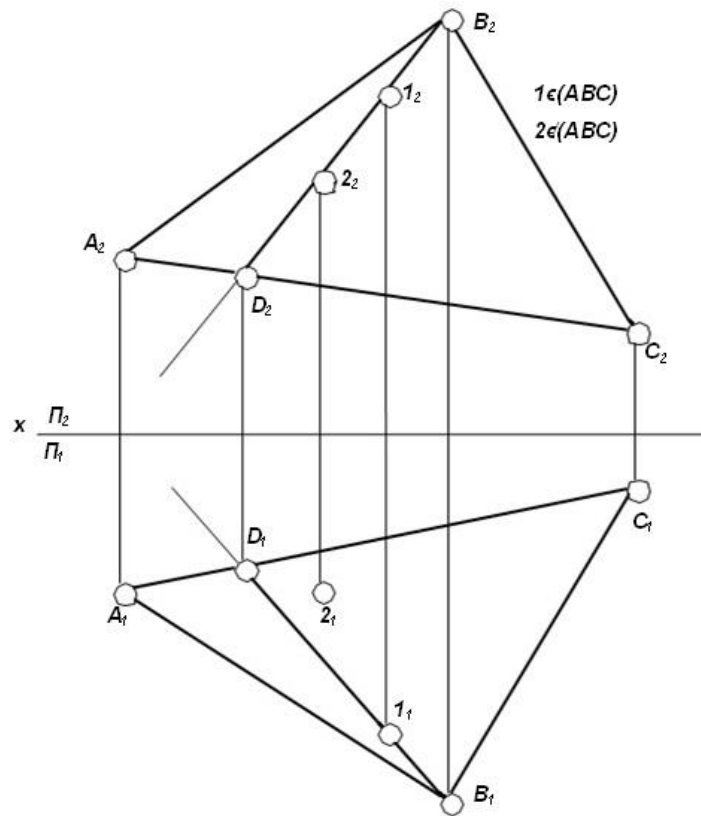


Рисунок 3.5 – Належність точки площині