

АЛГЕБРА ТА ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Тема 1. Обчислення. Арифметичні задачі

Натуральні числа — це числа, які використовують при лічбі: 1, 2, 3, Множину натуральних чисел позначають буквою N .

Цілі числа — це натуральні числа, числа протилежні до них та число нуль. Цілими є числа $-2, 4, 0$ тощо. Множину цілих чисел позначають буквою Z .

Раціональні числа — це числа, які можна подати у вигляді $\frac{m}{n}$, де m — ціле число ($m \in Z$), n — натуральне число ($n \in N$). Кожне раціональне число можна представити у вигляді скінченного або нескінченного періодичного десяткового дробу. Раціональними є числа $4,5; -3; -7,3; \frac{3}{4}; -2\frac{7}{9}$ тощо. Множину раціональних чисел позначають буквою Q .

Ірраціональні числа — це нескінченні десяткові неперіодичні дробу. Наприклад, ірраціональними є числа $\sqrt{5}, \cos 7^\circ, \pi$ тощо. Множину ірраціональних чисел позначають буквою I .

Дійсні числа — це раціональні та ірраціональні числа. Кожне дійсне число можна зобразити точкою на числовій осі, а кожній точці числової осі відповідає дійсне число. Множину дійсних чисел позначають буквою R .

Прості та складені числа

Натуральне число називають *простим*, якщо воно має лише два дільники: одиницю і саме число. Найменше просте число — 2. Наприклад, число 19 має два дільники (1 і 19), тому воно є простим.

Натуральне число називають *складеним*, якщо воно має більше, ніж два дільники. Число 6 має чотири дільники (1, 2, 3 і 6), тому воно є складеним.

Число 1 має лише один дільник, тому воно є ні простим, ні складеним.

Розкласти складене число на прості множники означає записати дане число у вигляді добутку простих чисел — дільників даного числа. Наприклад, $12600 = 7 \cdot 5^2 \cdot 3^2 \cdot 2^3$.

Взаємно простими числами називають числа, які не мають спільних дільників, крім одиниці. Наприклад, $65 = 5 \cdot 13$, $306 = 2 \cdot 3^2 \cdot 17$, тому числа 65 і 306 — взаємно прості.

Найбільшим спільним дільником (НСД) кількох натуральних чисел називають найбільше число, на яке дані числа діляться без остачі. НСД даних чисел дорівнює добутку спільних простих множників цих чисел.

Найменшим спільним кратним (НСК) кількох натуральних чисел називають найменше число, яке ділиться без остачі на кожне з даних чисел. НСК даних чисел дорівнює добутку одного з них на прості множники, яких нема у його розкладі, але є у розкладах решти чисел.

Якщо числа a та b — взаємно прості, тобто $\text{НСД}(a; b) = 1$, то $\text{НСК}(a; b) = a \cdot b$. Наприклад, оскільки числа 9 і 25 є взаємно простими ($\text{НСД}(9; 25) = 1$), то $\text{НСК}(9; 25) = 9 \cdot 25 = 225$.

Звичайним дробом називають число виду $\frac{m}{n}$, де m та n — натуральні числа. Риска дробу означає

дію ділення: $\frac{m}{n} = m : n$.

Число n — *знаменник* дробу — вказує, на скільки рівних частин поділили число (величину), число m — *чисельник* дробу — скільки таких частин взято.

Дріб, у якому чисельник менший за знаменник, називають *правильним*. Дріб, у якому чисельник більший за знаменник або дорівнює йому, називають *неправильним*. Наприклад, дроби $\frac{7}{12}$, $\frac{16}{23}$, $\frac{8}{44}$ — правильні, а дроби $\frac{20}{13}$, $\frac{99}{33}$, $\frac{15}{15}$ — неправильні.

Число, яке складається з натурального числа і звичайного дробу, називають *мішаним*. Наприклад, $4\frac{8}{11}$, $132\frac{2}{5}$ — мішані числа. Мішане число можна записати у вигляді суми натурального числа і звичайного дробу. Наприклад, $4\frac{8}{11} = 4 + \frac{8}{11}$.

Щоб записати мішане число у вигляді неправильного дробу, досить його цілу частину помножити на знаменник дробової частини, до знайденого добутку додати чисельник і результат записати в чисельнику, а знаменник залишити тим самим. Наприклад, $5\frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{23}{4}$.

З будь-якого неправильного дробу можна виділити цілу частину. Для цього досить поділити з остачею чисельник на знаменник. Частка від ділення буде цілою частиною, остача — чисельником, а дільник — знаменником. Наприклад, $\frac{38}{9} = 4\frac{2}{9}$, бо $38 : 9 = 4$ (ост. 2).

Основна властивість дробу. Якщо чисельник і знаменник дробу помножити чи поділити на одне й те саме натуральне число, то отримаємо дріб, який дорівнює даному. Наприклад, $\frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{4}{24}$; $\frac{100}{70} = \frac{100 : 10}{70 : 10} = \frac{10}{7}$.

Скороченням дробу називають ділення чисельника і знаменника дробу на їх спільний дільник, відмінний від одиниці. Найбільше число, на яке можна скоротити дріб, — найбільший спільний дільник чисельника і знаменника і якщо він дорівнює 1, то дріб називають *нескоротним*. Наприклад, дріб $\frac{100}{70}$ скоротний, бо $\frac{100}{70} = \frac{100 : 10}{70 : 10} = \frac{10}{7}$, а дріб $\frac{9}{13}$ — нескоротний.

Заміну дробів з різними знаменниками відповідно рівними їм дробами з однаковими знаменниками називають *зведенням дробів до спільного знаменника*. Найменшим спільним знаменником дробів є найменше спільне кратне їх знаменників.

Щоб звести дріб до найменшого спільного знаменника, досить:

- 1) знайти найменше спільне кратне знаменників дробів;
- 2) поділити найменше спільне кратне на кожен знаменник і знайти додаткові множники для кожного дробу;
- 3) помножити чисельник і знаменник кожного дробу на його додатковий множник.

Наприклад, звести дроби $\frac{7}{8}$ і $\frac{5}{6}$ до найменшого спільного знаменника. 1) Найменше спільне кратне чисел 8 і 6 дорівнює 24; 2) $24 : 8 = 3$; $24 : 6 = 4$. Отже, числа 3 і 4 є додатковими множниками для дробів $\frac{7}{8}$ і $\frac{5}{6}$ відповідно; 3) $\frac{7}{8} = \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{21}{24}$; $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24}$.

Дії над звичайними дробами

1. Додавання і віднімання. Сумою (різницею) дробів з однаковими знаменниками є дріб, чисельник якого є сумою (різницею) чисельників цих дробів, а знаменник дорівнює їх знаменникам:

$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ $\left(\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b} \right)$. Щоб додати (відняти) дроби з різними знаменниками, треба їх спочатку звести до спільного знаменника.

2. *Множення.* Добутком дробів є дріб, чисельник якого дорівнює добутку чисельників, а знаменник — добутку знаменників даних дробів: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$.

3. *Ділення.* Часткою двох дробів є дріб, який дорівнює добутку дробу-діленого та оберненого числа до дробу-діляника: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$.

Наприклад: 1) $\frac{2}{11} + \frac{3}{11} = \frac{2+3}{11} = \frac{5}{11}$; 2) $\frac{2^4}{3} + \frac{1^3}{4} = \frac{4 \cdot 2 + 3 \cdot 1}{3 \cdot 4} = \frac{8+3}{12} = \frac{11}{12}$;

3) $\frac{1^3}{6} + \frac{1^2}{9} = \frac{3 \cdot 1 + 2 \cdot 1}{18} = \frac{3+2}{18} = \frac{5}{18}$; 4) $2\frac{1}{10} + 7\frac{4}{15} = 2+7 + \frac{3 \cdot 1 + 2 \cdot 4}{30} = 9 + \frac{11}{30} = 9\frac{11}{30}$;

5) $6\frac{4}{5} - 2\frac{3}{4} = 6-2 + \frac{4}{5} - \frac{3}{4} = 4\frac{16-15}{20} = 4\frac{1}{20}$; 6) $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 5} = \frac{6}{35}$; 7) $2\frac{1}{2} \cdot 3\frac{2}{3} = \frac{5}{2} \cdot \frac{11}{3} = \frac{5 \cdot 11}{2 \cdot 3} = \frac{55}{6} = 9\frac{1}{6}$;

8) $\frac{2}{13} : \frac{3}{8} = \frac{2}{13} \cdot \frac{8}{3} = \frac{2 \cdot 8}{13 \cdot 3} = \frac{16}{39}$; 9) $5 : \frac{4}{17} = \frac{5}{1} \cdot \frac{17}{4} = \frac{5 \cdot 17}{1 \cdot 4} = \frac{85}{4} = 21\frac{1}{4}$;

10) $5\frac{4}{9} \cdot 1\frac{12}{21} = \frac{49}{9} \cdot \frac{33}{21} = \frac{7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 3} = \frac{7 \cdot 11}{3 \cdot 3} = \frac{77}{9} = 8\frac{5}{9}$;

11) $3\frac{5}{11} : 5\frac{5}{33} = \frac{38}{11} : \frac{170}{33} = \frac{38}{11} \cdot \frac{33}{170} = \frac{19 \cdot 38 \cdot 3}{11 \cdot 170} = \frac{19 \cdot 3}{1 \cdot 85} = \frac{57}{85}$.

Числові вирази

Числовий вираз — це запис, який складається з чисел, об'єднаних знаками арифметичних дій, і дужок. Якщо в числовому виразі виконати зазначені дії, дотримуючись порядку виконання арифметичних дій, то одержимо число, яке називають *значенням числового виразу*.

Порядок дій у числовому виразі

Додавання і віднімання чисел називають *діями першого ступеня*, а множення і ділення — *діями другого ступеня*.

1. Якщо в числовому виразі немає дужок і він містить лише дії одного ступеня, то їх виконують за порядком запису зліва направо.

2. Якщо у виразі є дії першого та другого ступенів, а дужок немає, то спочатку виконують дії другого ступеня, а потім — дії першого ступеня.

3. Якщо у виразі є дужки, то спочатку виконують дії в дужках у порядку, зазначеному в п. 1 і 2.

Наприклад, у числовому виразі $25 \cdot 296 - 17 \cdot (300 - 7 \cdot 40) + 5 \cdot 138$ порядок виконання арифметичних дій є таким:

$$\overset{\textcircled{3}}{25} \cdot \overset{\textcircled{6}}{296} - \overset{\textcircled{4}}{17} \cdot (\overset{\textcircled{2}}{300} - \overset{\textcircled{1}}{7} \cdot \overset{\textcircled{7}}{40}) + \overset{\textcircled{5}}{5} \cdot \overset{\textcircled{8}}{138}$$

Десятковий дріб — інша форма запису звичайного дробу зі знаменником 10^n , де n — натуральне число. Наприклад, $\frac{4}{10} = 0,4$; $\frac{53}{1000} = 0,053$; $\frac{609}{10} = 60,9$.

Дії над десятковими дробами

1. *Додавання, віднімання.* Щоб додати або відняти десяткові дроби, потрібно їх записати так, щоб однакові розряди були один під одним (або «кома під комою») і виконати дію. Якщо необхідно, то до одного з дробів можна дописати нулі праворуч. Наприклад, знайдемо суму $16,8 + 0,5347$:

$$\begin{array}{r} 16,8000 \\ + 0,5347 \\ \hline 17,3347 \end{array}$$

2. Множення. Множать десяткові дроби, не зважаючи на коми, як натуральні числа, а в добутку відділяють комою праворуч стільки цифр, скільки їх є після коми в обох множниках разом. Наприклад,

$$\begin{array}{r} \times 1,35 \\ 0,006 \\ \hline 0,00810 \end{array}$$

3. Ділення. Щоб поділити десяткові дроби, спочатку їх домножують на 10^n , де n — кількість цифр після коми в дільнику і перетворюють дільник у натуральне число. Кому в частці ставлять після завершення ділення цілої частини діленого. Наприклад, поділимо 3,12 на 2,6:

$$3,12 : 2,6 = 31,2 : 26$$

$$\begin{array}{r|l} 31,2 & 26 \\ \hline 26 & 1,2 \\ \hline 52 & \\ \hline 52 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Кожен звичайний дріб можна подати у вигляді скінченного або нескінченного десяткового дробу.

Для цього потрібно чисельник поділити на знаменник. Наприклад, $\frac{14}{11} = 1,272727\dots$,

$$\frac{7}{12} = 0,583333\dots, \quad \frac{3}{8} = 0,375.$$

Періодом нескінченного десяткового дробу називають найменшу групу цифр після коми десяткового дробу, яка повторюється. Період записують раз, поміщаючи його в круглі дужки, наприклад, $1,27272727\dots = 1,(27)$; $0,583333\dots = 0,58(3)$; $0,375 = 0,375000\dots = 0,375(0)$.

Кожен нескінченний десятковий періодичний дріб можна подати у вигляді звичайного.

Правило перетворення нескінченного періодичного дробу в звичайний

Щоб перетворити періодичний дріб у звичайний, потрібно від числа, яке стоїть до другого періоду, відняти число, що стоїть до першого періоду, і записати цю різницю чисельником звичайного дробу, а в знаменнику записати цифру 9 стільки разів, скільки цифр у періоді, і дописати стільки нулів, скільки цифр між комою і першим періодом. Наприклад: 1) $0,(24) = 0,242424\dots = \frac{24-0}{99} = \frac{24}{99} = \frac{8}{33}$;

$$2) 2,5(3) = 2,5333\dots = \frac{253-25}{90} = \frac{228}{90} = \frac{38}{15}.$$

Модуль дійсного числа

Модулем (абсолютною величиною) дійсного числа a називають саме це число, якщо воно невід'ємне ($a \geq 0$), і протилежне йому число, якщо воно від'ємне ($a < 0$), тобто:

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0, \\ -a, & a < 0. \end{cases}$$

$$\text{Наприклад, } |13| = 13; \quad |-9| = 9; \quad |0| = 0; \quad |\sqrt{5} - 10| = -(\sqrt{5} - 10) = 10 - \sqrt{5}.$$

Модуль числа a дорівнює відстані на числовій осі від початку відліку до точки, яка позначає число a .

Додавання від'ємних чисел і чисел з різними знаками

1. Щоб додати два від'ємні числа, потрібно: 1) додати їхні модулі; 2) поставити перед одержаним результатом знак «-». Наприклад, $-6 + (-2) = -8$.

2. Щоб додати два числа з різними знаками, потрібно: 1) з'ясувати, модуль якого числа більший; 2) від більшого модуля відняти менший; 3) перед одержаним результатом поставити знак того доданка, модуль якого більший. Наприклад: а) $-5 + 12 = 7$; б) $-23,5 + 9,1 = -(23,5 - 9,1) = -14,1$.

3. Щоб від одного числа *відняти* інше число, потрібно до зменшуваного додати число, протилежне до від'ємника: $a - b = a + (-b)$. Наприклад: а) $20 - 50 = 20 + (-50) = -30$; б) $-20 - 50 = -20 + (-50) = -70$; в) $-20 - (-50) = -20 + (+50) = -20 + 50 = 30$.

Множення і ділення додатних і від'ємних чисел

Добуток (частка) двох чисел з різними знаками є число від'ємне; модуль добутку (частки) дорівнює добутку (частці) модулів цих чисел. Наприклад: а) $-0,25 \cdot 5 = -1,25$; б) $0,6 : (-3) = -1,8$.

Добуток (частка) двох від'ємних чисел є число додатне; модуль добутку (частки) дорівнює добутку (частці) модулів цих чисел. Наприклад: а) $-7 \cdot (-9) = 63$; б) $-24 : (-8) = 3$.

Властивості дій над числами

1. Властивості додавання:

- $a + b = b + a$ (переставна властивість);
- $(a + b) + c = a + (b + c)$ (сполучна властивість);
- $a + 0 = a$ (властивість нуля);
- $a + (-a) = 0$ (властивість суми протилежних чисел).

2. Властивості множення:

- $ab = ba$ (переставна властивість);
- $(ab) \cdot c = a \cdot (bc)$ (сполучна властивість);
- $(a + b) \cdot c = ac + bc$ (розподільна властивість);
- $a \cdot 1 = a$ (властивість одиниці);
- $a \cdot 0 = 0$ (властивість нуля);
- $a \cdot \frac{1}{a} = 1$, якщо $a \neq 0$ (властивість обернених чисел).

Пропорція

Пропорцією називають рівність двох часток (відношень): $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, або $a : b = c : d$. Числа a та d називають крайніми членами пропорції, b та c — середніми членами пропорції.

Основна властивість пропорції: добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку середніх її членів: $a \cdot d = b \cdot c$.

Прямо пропорційні величини

Дві величини називають *прямо пропорційними*, якщо зі збільшенням значень однієї величини у певну кількість разів значення іншої величини збільшується в таку ж кількість разів: $\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1} = k$ — коефіцієнт пропорційності. Наприклад, якщо швидкість руху автомобіля постійна, то:

Час		Відстань		
2 год	↓	120 км	↓	$\frac{2}{8} = \frac{120}{480}$
8 год		480 км		

Обернено пропорційні величини

Дві величини називають *обернено пропорційними*, якщо зі збільшенням значень однієї величини у певну кількість разів значення іншої величини зменшується в таку ж кількість разів: $\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_1}{y_2}$. Наприклад, якщо відстань постійна, то:

<i>Швидкість</i>		<i>Час</i>		
40 км/год	↓	4 год	↑	$\frac{40}{80} = \frac{2}{4}$
80 км/год		2 год		

Масштаб.

Масштаб — це відношення відстані на карті до відповідної відстані на місцевості. Наприклад, масштаб 1 : 100000 означає, що 1 см на карті відповідає 100000 см = 1000 м = 1 км на місцевості.

Стандартний вигляд числа.

Стандартним виглядом числа m називають його запис у вигляді $a \cdot 10^n$, де $1 \leq a < 10$, $n \in \mathbf{Z}$. Число n називають порядком числа m . Наприклад: $m = 63000 = 6,3 \cdot 10^4$; $k = 0,0000014 = 1,4 \cdot 10^{-6}$.

Приклад 1. Знайти НСД(120; 220).

■ $120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$, $220 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$. Тоді НСД(120; 220) = $2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$.

Відповідь. 20. ■

Приклад 2. Знайти НСК(28; 16; 10).

■ $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$; $16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; $10 = 2 \cdot 5$. Отже, НСК (28; 16; 10) = $2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 560$.

Відповідь. 560. ■

Приклад 3. Оксана, Сергій і Петро о 16 годині почали розв'язувати задачі. Оксана на виконання кожної вправи витратила 16 хв, Сергій — 24 хв, а Петро — 18 хв. Через деякий час вони одночасно закінчили виконувати свої завдання. О котрій годині найшвидше це могло статися?

А	Б	В	Г	Д
17 год 12 хв	18 год	18 год 20 хв	18 год 24 хв	19 год

■ Час, за який діти виконали свої завдання, має виражатися числом, яке ділиться на 16, на 24 і на 18, тобто необхідно знайти НСК чисел 16, 24 і 18. $16 = 2^4$; $24 = 2^3 \cdot 3$; $18 = 2 \cdot 3^2$; НСК(16; 24; 18) = $2^4 \cdot 3^2 = 144$. Отже, діти закінчать одночасно виконувати вправи через 144 хв = 2 год 24 хв. Це буде об 16 год + 2 год 24 хв = 18 год 24 хв.

Відповідь. Г. ■

Приклад 4. Знайти значення числового виразу $15\frac{11}{14} + 11\frac{5}{7} : \left(4\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{9} - 3\frac{1}{6}\right)$.

■ 1) $4\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{9} = \frac{9}{2} \cdot \frac{20}{9} = \frac{9 \cdot 20}{2 \cdot 9} = \frac{1 \cdot 10}{1 \cdot 1} = 10$;

2) $10 - 3\frac{1}{6} = 9\frac{6}{6} - 3\frac{1}{6} = 6\frac{5}{6}$;

3) $11\frac{5}{7} : 6\frac{5}{6} = \frac{82}{7} : \frac{41}{6} = \frac{82 \cdot 6}{7 \cdot 41} = \frac{2 \cdot 6}{7 \cdot 1} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$;

4) $15\frac{11}{14} + 1\frac{5}{7} = 15 + 1 + \frac{11+10}{14} = 16 + \frac{21}{14} = 16 + \frac{3}{2} = 16 + 1\frac{1}{2} = 17\frac{1}{2}$.

Відповідь. $17\frac{1}{2}$. ■

Приклад 5. Обчислити $\frac{3\frac{1}{6} + 5,2}{\left(4,6 - \frac{5}{12}\right) \cdot 0,4}$.

А	Б	В	Г	Д
1,5	5	3	6	13

■ 1) $3\frac{1}{6} + 5,2 = 3\frac{1}{6} + 5\frac{2}{10} = (3+5) + \left(\frac{1^5}{6} + \frac{2^3}{10}\right) = 8 + \frac{5+6}{30} = 8\frac{11}{30}$;

2) $4,6 - \frac{5}{12} = 4\frac{6}{10} - \frac{5}{12} = 4 + \left(\frac{6^6}{10} - \frac{5^5}{12}\right) = 4 + \frac{36-25}{60} = 4\frac{11}{60}$;

3) $4\frac{11}{60} \cdot 0,4 = \frac{251}{60} \cdot \frac{4}{10} = \frac{251 \cdot 4}{15 \cdot 60 \cdot 10} = \frac{251}{15 \cdot 10} = \frac{251}{150}$;

4) $8\frac{11}{30} : \frac{251}{150} = \frac{251}{30} \cdot \frac{150}{251} = \frac{150}{30} = 5$.

Відповідь. Б. ■

Приклад 6. Установити відповідність між числами (1–4) та множинами (А–Д), до яких вони належать.

- | | |
|---------------|---|
| 1 -8 | А множина парних чисел |
| 2 23 | Б множина цілих чисел, які не є натуральними |
| 3 $\sqrt{16}$ | В множина раціональних чисел, які не є цілими числами |
| 4 1,7 | Г множина ірраціональних чисел |
| | Д множина простих чисел |

Відповідь.

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Приклад 7. Турист пройшов $\frac{2}{5}$ шляху за 3 год. За який час він пройде решту шляху, рухаючись із такою ж швидкістю?

А	Б	В	Г	Д
4,5 год	4 год	5 год	3,5 год	1,8 год

■ Дві частини з п'яти турист пройшов за 3 год, отже, одну частину він пройшов за $3 : 2 = 1,5$ (год). Йому залишилося пройти $5 - 2 = 3$ (ч.) з п'яти, тоді цей шлях він пройде за $3 \cdot 1,5 = 4,5$ (год).

Відповідь. А. ■

Приклад 8. Мотоцикліст проїхав деяку відстань за 6 год. Якщо він рухатиметься зі швидкістю 48 км/год) то пройде цю відстань за 5 год. Знайти початкову швидкість руху мотоцикліста.

■ Якщо відстань є постійною величиною, то швидкість і час є обернено пропорційними величинами, тобто якщо x км/год — початкова швидкість руху мотоцикліста, то

Швидкість		Час	
x км/ год	↓	6 год	↑
48 км/год		5 год	

Тоді $\frac{x}{48} = \frac{5}{6}$; $x = \frac{48 \cdot 5}{6}$; $x = 40$ (км/год).

Відповідь. 40 км/год. ■

Приклад 9. Два оператори комп'ютерного набору, працюючи разом, виконали деяку роботу за 12 год. Другий оператор, працюючи самостійно, може виконати цю роботу за 20 год. За скільки годин виконає цю ж роботу перший оператор, працюючи самостійно?

■ Другий оператор, працюючи самостійно, за 1 год виконає $\frac{1}{20}$ усієї роботи. Працюючи разом, за 1 год обидва оператори виконають $\frac{1}{12}$ частину всієї роботи. Отже, перший оператор, працюючи самостійно, за 1 год виконає $\frac{1}{12} - \frac{1}{20} = \frac{5-3}{60} = \frac{2}{60} = \frac{1}{30}$ (ч.) всієї роботи. Тоді на виконання всієї роботи першому оператору знадобиться $1 : \frac{1}{30} = 30$ (год).

Відповідь. 30 год. ■

Приклад 10. У магазині купили 9 однакових зошитів по 5 грн. за кожен та кілька ручок по 3 грн. за кожна. Яке з наведених значень може дорівнювати вартості покупки?

А	Б	В	Г	Д
55 грн.	56 грн.	57 грн.	58 грн.	59 грн.

■ Суму покупки можна записати у вигляді виразу $5 \cdot 9 + 3 \cdot n$, де n — кількість куплених ручок. $5 \cdot 9 + 3 \cdot n = 3 \cdot (5 \cdot 3 + n)$. Цей вираз містить добуток, у якому один з множників дорівнює 3, тоді вартість покупки має ділитися на 3. Отже, сума цифр числа повинна ділитися на 3. Серед запропонованих чисел це лише число 57 ($5 + 7 = 12$).

Відповідь. В. ■

Приклад 11. Середнє арифметичне п'яти чисел дорівнює 400, а одне з цих чисел — 600. Знайти середнє арифметичне решти чотирьох чисел.

■ Нехай a_1, a_2, a_3, a_4 і a_5 — задані числа, тоді $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5}{5} = 400$, звідки $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 2000$. Якщо одне з чисел дорівнює 600, то, наприклад, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + 600 = 2000$; $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1400$. Тоді середнє арифметичне решти чотирьох чисел дорівнює $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{4} = \frac{1400}{4} = 350$.

Відповідь. 350. ■

Приклад 12. Відстань у 2400 км між Києвом і Парижем зображена на карті відрізком завдовжки 48 см. Знайти масштаб карти.

А	Б	В	Г	Д
1 : 5000000	1 : 200000	1 : 2400	1 : 5000	1 : 50

■ $48 \text{ см} : 2400 \text{ км} = 48 \text{ см} : 240000000 \text{ см} = 1 : 5000000$.

Відповідь. А. ■

Завдання 1.1–1.22 мають по п'ять варіантів відповідей, з яких тільки **ОДНА ПРАВИЛЬНА**. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь.

1.1. Яке з наведених чисел кратне числу 9?

А	Б	В	Г	Д
978999	100009	199999	253647	3333333

1.2. Знайти найбільший спільний дільник чисел 42 і 63.

А	Б	В	Г	Д
126	3	7	9	21

1.3. Знайти найменше спільне кратне чисел 28 і 35.

А	Б	В	Г	Д
7	140	70	175	280

1.4. Обчислити: $1,521 : 0,3 - 1,9 \cdot 0,3$.

А	Б	В	Г	Д
0	-0,063	5,13	4,5	-0,63

1.5. Обчислити: $2 \cdot \frac{3}{4} + \frac{12}{25} : \frac{3}{20}$.

А	Б	В	Г	Д
3,575	3,7	4,7	5,7	4,07

1.6. Обчислити: $4\frac{2}{3} - 6\frac{3}{7} - \left(-1\frac{2}{9}\right) + 5\frac{10}{21}$.

А	Б	В	Г	Д
$11\frac{23}{63}$	$4\frac{29}{63}$	$4\frac{59}{63}$	$-4\frac{29}{63}$	$3\frac{4}{63}$

1.7. Обчислити: $-4,8 : (-2,6 + 3,4) + 0,8$.

А	Б	В	Г	Д
-7,2	-6,8	6,8	-5,2	5,2

1.8. Розв'язати рівняння $(5x - 7) : 12 = 2 : 3$.

А	Б	В	Г	Д
3	2	7	4	6

1.9. Вказати найбільше з наведених чисел.

А	Б	В	Г	Д
0,23	0,(23)	0,233	0,2(3)	0,2(31)

1.10. Вказати звичайний дріб, який дорівнює дробу $0,1(3)$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{13}{100}$	$\frac{13}{99}$	$\frac{13}{90}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{2}{15}$

1.11. $|\pi - 4| = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\pi - 4$	$\pi + 4$	-4π	$4 - \pi$	4π

1.12. Не виконуючи ділення, встановити остачу від ділення 33333333341 на 9.

А	Б	В	Г	Д
1	5	14	4	41

1.13. Швидкість равлика дорівнює $\frac{1}{12}$ м/хв. Яку відстань проповзе равлик за $6\frac{1}{4}$ години?

А	Б	В	Г	Д
0,75 м	31,25 м	75 м	$\frac{25}{48}$ м	$52\frac{1}{12}$ м

1.14. Із 68 жовтих і 85 червоних троянд склали букети, розділивши жовті та червоні троянди в усі букети порівну. Скільки найбільше букетів можна одержати?

А	Б	В	Г	Д
9	20	34	17	8

1.15. Яка найменша кількість метрів тканини може бути в рулоні, щоб його можна було продати без залишку по 6 м, по 8 м або по 10 м?

А	Б	В	Г	Д
480	60	120	240	4800

1.16. За три дні зорано 1800 га поля. За перший день зорано $\frac{2}{9}$ поля, а за другий — $\frac{1}{6}$ поля. Скільки гектарів поля було зорано за третій день?

А	Б	В	Г	Д
1100	700	1200	800	900

1.17. За перший день турист пройшов $\frac{4}{9}$ усього шляху, а за другий — решту — $26\frac{2}{3}$ км. Яку відстань пройшов турист за два дні?

А	Б	В	Г	Д
$46\frac{1}{4}$ км	$54\frac{1}{3}$ км	60 км	$56\frac{1}{4}$ км	48 км

1.18. Басейн наповнюється через першу трубу за 4 години, а через другу — за 6 годин. Яку частину басейну залишиться наповнити після спільної роботи обох труб протягом 2 годин?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{9}{10}$

1.19. Басейн заповнюють водою через першу трубу за a годин, через другу — за b годин. Через скільки годин можна заповнити басейн при використанні обох труб разом?

А	Б	В	Г	Д
$a + b$	$a - b$	ab	$\frac{ab}{a+b}$	$\frac{a+b}{ab}$

- 1.20. Майстер виготовляє одну деталь за 5 хв, а його учень таку ж деталь — за 9 хв. Працюючи разом, вони виготовили 42 деталі. Скільки деталей виготовив майстер?

А	Б	В	Г	Д
28	32	30	27	25

- 1.21. Добуток двох послідовних парних натуральних чисел дорівнює 728. Знайти суму цих чисел.

А	Б	В	Г	Д
56	66	54	32	28

- 1.22. В одному місті всі мешканці розмовляють англійською або французькою мовою. Англійською мовою розмовляє 90% усіх мешканців, французькою — 80%. Скільки відсотків мешканців володіє лише однією мовою?

А	Б	В	Г	Д
70%	60%	30%	20%	10%

Завдання 1.23–1.32 передбачають установлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви).

- 1.23. Установити відповідність між числами (1–4) та їх остачами від ділення на 9 (А–Д).

1 53229465	А 2
2 81720245	Б 3
3 33333332	В 4
4 33333016	Г 5
	Д 0

- 1.24. Установити відповідність між числами (1–4) та їх записами у стандартному вигляді (А–Д).

1 73,4	А $7,34 \cdot 10^{-3}$
2 734	Б $7,34 \cdot 10^{-2}$
3 0,734	В $7,34 \cdot 10^{-1}$
4 0,00734	Г $7,34 \cdot 10$
	Д $7,34 \cdot 10^2$

- 1.25. Установити відповідність між періодичними десятковими дробами (1–4) та їх записами у вигляді звичайних дробів (А–Д).

1 0,(6)	А $\frac{241}{330}$
2 0,2(3)	Б $\frac{7}{30}$
3 0,2(6)	В $\frac{3}{5}$
4 0,7(30)	Г $\frac{2}{3}$
	Д $\frac{1}{6}$

1.26. Установити відповідність між виразами (1–4) та їх значеннями (А–Д).

- | | |
|----------------------------|--------------|
| 1 $ \pi - 4 + \pi - 3 $ | А $2\pi - 7$ |
| 2 $ 3 - \pi - -\pi - 4 $ | Б 7 |
| 3 $- \pi - 4 - \pi - 3 $ | В 1 |
| 4 $ \pi - 4 + -\pi - 3 $ | Г -1 |
| | Д -7 |

1.27. Установити відповідність між виразами (1–4) та їх значеннями (А–Д).

- | | |
|--|----------|
| 1 $1000 \cdot 0,02 + 100 \cdot 0,004 + 10 \cdot 0,0003$ | А 2,0403 |
| 2 $1000 \cdot 0,02 + 100 \cdot 0,04 + 10 \cdot 0,0003$ | Б 2,4003 |
| 3 $10000 \cdot 0,02 + 1000 \cdot 0,004 + 100 \cdot 0,0003$ | В 20,403 |
| 4 $100 \cdot 0,02 + 100 \cdot 0,004 + 10 \cdot 0,00003$ | Г 24,003 |
| | Д 204,03 |

1.28. Установити відповідність між виразами (1–4) та їх значеннями (А–Д).

- | | |
|------------------------------------|---------|
| 1 $1,824 : 0,3 - 1,9 \cdot 0,2$ | А 5,048 |
| 2 $0,2432 : 0,04 - 1,9 \cdot 0,02$ | Б 5,98 |
| 3 $36,48 : 6 + 4,5 \cdot 0,2$ | В 5,7 |
| 4 $4,864 : 8 + 0,111 \cdot 40$ | Г 6,042 |
| | Д 6,98 |

1.29. Установити відповідність між виразами (1–4) та їх значеннями (А–Д).

- | | |
|---|-------------------|
| 1 $4 \cdot 1\frac{1}{2} + 1\frac{23}{25} : \frac{3}{20}$ | А $15\frac{1}{3}$ |
| 2 $4 : 1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} \cdot 7\frac{1}{7}$ | Б $16\frac{1}{3}$ |
| 3 $8\frac{12}{33} \cdot \left(4\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}\right)$ | В $17\frac{1}{3}$ |
| 4 $\left(18\frac{1}{4} + 2\frac{1}{6}\right) : 1\frac{1}{4}$ | Г $18\frac{4}{5}$ |
| | Д $19\frac{1}{3}$ |

1.30. Установити відповідність між виразами (1–4) та їх значеннями (А–Д).

- | | |
|---------------------------------------|-------|
| 1 $-48 : (-26 + 34) + 80$ | А -72 |
| 2 $-120 : (-26 - 34) + 36 \cdot (-2)$ | Б -74 |
| 3 $68 : (7 - 41) - 18 \cdot 4$ | В -70 |
| 4 $-144 : (42 - 46) - 12 \cdot (-3)$ | Г 74 |
| | Д 72 |

1.31. Установити відповідність між степенями (1–4) та їх значеннями (А–Д).

- | | |
|------------------------------------|-------------------|
| 1 $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ | А $\frac{8}{125}$ |
| 2 $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$ | Б $\frac{8}{27}$ |
| 3 $\left(1\frac{1}{2}\right)^{-3}$ | В $1\frac{1}{8}$ |
| 4 $\left(2\frac{1}{2}\right)^{-3}$ | Г $3\frac{3}{8}$ |
| | Д $15\frac{5}{8}$ |

1.32. Установити відповідність між виразами (1–4) та їх значеннями (А–Д).

- | | |
|--------------------------------|-------------------|
| 1 $5^{-2} \cdot 5^4$ | А $\frac{1}{125}$ |
| 2 $(5^{-2})^{-1} \cdot 5^{-3}$ | Б $\frac{1}{25}$ |
| 3 $(5^{-1})^{-2} \cdot 5$ | В $\frac{1}{5}$ |
| 4 $(5^{-1})^4 \cdot 5^2$ | Г 25 |
| | Д 125 |

Розв'яжіть завдання 1.33–1.47. Відповідь запишіть десятковим дробом.

- 1.33. Обчислити значення виразу $\left(8\frac{7}{12} - 2\frac{17}{36}\right) \cdot 2,7 - 4\frac{1}{3} : 0,65$. У відповідь записати результат, округлений до 0,01.
- 1.34. Обчислити зручним способом: $\left(74,7 \cdot \frac{2}{21} + (-105,3) \cdot 2\frac{3}{7} - (-105,3) \cdot \frac{2}{21} - 2\frac{3}{7} \cdot 74,7\right) : 10$.
- 1.35. Знайти невідомий член пропорції: $\frac{1,2 : 0,375 - 0,2}{6\frac{4}{25} : 15\frac{2}{5} + 0,8} = \frac{(0,016 : 0,12 + 0,7) \cdot 3}{x}$.
- 1.36. Два пароплави заходять у порт після кожного рейсу. Перший робить рейс за 4 дні, а другий — за 6 днів. Якось у неділю вони зустрілись у порту. Через скільки днів вони зустрінуться в порту в неділю наступного разу?
- 1.37. Для учнів класу приготували однакові подарунки. В усіх подарунках було разом 588 цукерок, 140 яблук і 252 горіхи. Скільки учнів у класі, якщо їх більше, ніж 20?
- 1.38. Середній вік одинадцяти футболістів команди становить 22 роки. Під час гри один із гравців залишив поле, після чого середній вік футболістів, які залишилися, дорівнював 21 рік. Скільки років футболістові, який залишив поле?
- 1.39. Кішка з кошенятами з'їдають куплений господарем корм за 8 днів. Якби кішку годували саму, то їй вистачило б корму на 11 днів. На скільки повних днів вистачило б корму кошенятам?
- 1.40. Швидкість товарного поїзда дорівнює 60 км/год. Чому дорівнює його довжина у метрах, якщо відомо, що він проходить повз нерухомого спостерігача за 15 секунд?

- 1.41. Петрик збирає за 21 хвилину 48 яблук, а Сашко за 84 хвилини — 36 яблук. Скільки яблук збере Петрик за час, за який Сашко збере 54 яблука?
- 1.42. У класі із 40 учнів 30 уміють плавати, 27 — грати у шахи і 5 не вміють ні плавати, ні грати в шахи. Скільки учнів уміють плавати і грати в шахи?
- 1.43. Знайти x , якщо $\left(3\frac{9}{16} : \left(\frac{2,75}{x : \frac{2}{7} - 45} - \frac{7}{24} \right) + 6,2 \right) : 12\frac{2}{3} = 1,2$.
- 1.44. У ліцеї навчається 70 учнів, з них 27 записалося в драмгурток, 32 співають у хорі, 22 захоплюються спортом. Драмгурток відвідує 10 учнів, які також займаються в хорі, у хорі співає 6 спортсменів, у драмгуртку займається 8 спортсменів, 3 спортсмени відвідують і драмгурток, і хор. Скільки дітей не співають у хорі, не захоплюються спортом і не займаються в драмгуртку?
- 1.45. Катер пройшов за течією річки 60 км за деякий час. За цей же час проти течії він пройшов би 40 км. Яку відстань у кілометрах за цей час пропливе пліт?
- 1.46. Відстань між містами за течією річки теплохід проходить за 6 год, а проти течії — за 8 год. За скільки годин пропливе цю відстань пліт?
- 1.47. Автомобіль проїхав першу половину шляху зі швидкістю 60 км/год. Шлях, що залишився, половину часу він їхав зі швидкістю 80 км/год, а другу половину часу — зі швидкістю 100 км/год. Знайти у кілометрах за годину середню швидкість руху автомобіля.

Тема 2. Відсотки

Відсотком (процентом) називають число одну соту. Отже, $\frac{1}{100} = 1\%$; $100\% = \frac{100}{100} = 1$;

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}; \quad 25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}.$$

Тоді 100% числа a дорівнюють a , 50% числа a дорівнюють $\frac{1}{2}a$, 25% числа a становлять $\frac{1}{4}a$.

Щоб перетворити десятковий дріб у відсотки, потрібно помножити його на 100.

Щоб перетворити відсотки у десятковий дріб, потрібно число відсотків поділити на 100.

Наприклад: а) $0,002 = 0,002 \cdot 100\% = 0,2\%$; $0,07 = 0,07 \cdot 100\% = 7\%$; $1,34 = 1,34 \cdot 100\% = 134\%$;
б) $2,3\% = 2,3\% : 100\% = 0,023$; $40\% = 40\% : 100\% = 0,4$; $263\% = 263\% : 100\% = 2,63$.

Аналогічно поступають і у випадку звичайних дробів. Наприклад: а) $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \cdot 100\% = \frac{200}{3}\% = 66\frac{2}{3}\%$; б) $28\frac{4}{7}\% = 28\frac{4}{7}\% : 100\% = \frac{200}{7} : 100 = \frac{200}{7} \cdot \frac{1}{100} = \frac{2}{7}$.

Знаходження відсотків від числа

Приклад 1. Зарплата водія становить 3400 грн. Авансом йому виплатили 40% зарплати. Яку суму отримав водій?

■ 3400 грн. — 100%;
 x грн. — 40%.

Складаємо пропорцію: $\frac{3400}{x} = \frac{100}{40}$. Тоді $x = \frac{3400 \cdot 40}{100}$; $x = 1360$.

Отже, водій отримав 1360 грн.

Відповідь. 1360 грн. ■

Розв'язання задачі можна провести і так:

- 1) записати 40% десятковим дробом: $40\% = 0,4$;
- 2) знайти дріб 0,4 від числа 3400: $3400 \cdot 0,4 = 1360$ (грн.).

Для того щоб знайти p відсотків від заданого числа a , можна:

- 1) записати p відсотків десятковим дробом;
- 2) помножити число a на одержаний десятковий дріб.

Наприклад: знайти 13% від 40. $13\% = 0,13$; $40 \cdot 0,13 = 5,2$.

Знаходження числа за його відсотками

Приклад 2. Робітникові виплатили авансом 1400 грн., що становить 35% його зарплати. Яка заробітна плата у робітника?

■ 1400 грн. — 35%;
 x грн. — 100%.

Складаємо пропорцію: $\frac{1400}{x} = \frac{35}{100}$. Тоді $x = \frac{1400 \cdot 100}{35}$; $x = 4000$.

Отже, заробітна плата робітника становить 4000 грн.

Відповідь. 4000 грн. ■

Розв'язання задачі можна провести і так:

- 1) записати 35% десятковим дробом: $35\% = 0,35$;
- 2) знайти число за його дробом: $1400 : 0,35 = 4000$ (грн.).

Для того щоб знайти число за відомою його частиною t і числом відповідних відсотків p , можна:

- 1) записати p відсотків десятковим дробом;
- 2) поділити t на одержаний десятковий дріб.

Наприклад: знайти число, якщо 19% його становлять 57. $19\% = 0,19$; $57 : 0,19 = 300$.

Знаходження відсоткового відношення двох чисел

Приклад 3. Сторожеві із зарплати 1800 грн. виплатили авансом 720 грн. Який відсоток зарплати він отримав?

- 1800 грн. — 100 %;
720 грн. — x %.

Складаємо пропорцію: $\frac{1800}{720} = \frac{100}{x}$. Тоді $x = \frac{720 \cdot 100}{1800}$; $x = 40$.

Отже, сторож отримав 40% зарплати.

Відповідь. 40%. ■

Розв'язання задачі можна провести і так:

- 1) знайти відношення $\frac{720}{1800} = 0,4$;
- 2) помножити одержаний результат на 100%: $0,4 \cdot 100\% = 40\%$.

Для того щоб знайти, скільки відсотків становить число a від числа b , можна:

- 1) знайти значення дроби $\frac{a}{b}$;
- 2) помножити його на 100%.

Наприклад: знайти, скільки відсотків становить число 9 від числа 24. $\frac{9}{24} \cdot 100\% = 37,5\%$.

Формули простих і складних відсотків.

Якщо банк виплачує клієнтові щомісячно $p\%$ внесеної суми A_0 , то на рахунку клієнта через n місяців буде сума:

$$A_n = A_0 \left(1 + \frac{pn}{100} \right). \text{ Це формула простих відсотків.}$$

Якщо клієнт поклав у банк суму A_0 під $p\%$ річних, то через n років нагромаджений (накопичений) капітал становитиме:

$$A_n = A_0 \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n. \text{ Це формула складних відсотків.}$$

Приклад 4. Якою має бути початкова сума, покладена в банк під 20% річних, щоб через два роки прибуток становив 22000 грн.?

■ Нехай початкова сума становить A_0 грн. Тоді через два роки на рахунку буде $A_2 = A_0 \cdot (1 + 0,2)^2 = A_0 \cdot 1,44$ (грн.). Прибуток дорівнює різниці нарощеного (A_2) та початкового (A_0) капіталу: $A_2 - A_0 = A_0 \cdot 1,44 - A_0 = A_0 \cdot 0,44$. Рівняння: $A_0 \cdot 0,44 = 22000$; $A_0 = \frac{22000}{0,44} = 50000$ (грн.).

Відповідь. 50000 грн. ■

Приклад 5. Скільки сухої ромашки вийде із 50 кг свіжої, якщо при сушінні вона втрачає 84% своєї маси?

А	Б	В	Г	Д
34 кг	312,5 кг	60 кг	42 кг	8 кг

- 1) $84\% = 0,84$;
 - 2) $0,84 \cdot 50 = 42$ (кг) — втрачає ромашка при сушінні;
 - 3) $50 - 42 = 8$ (кг) — залишиться сухої ромашки.
- Відповідь. Д. ■

Приклад 6. Товар був виставлений на продаж за 4000 грн. Після двох знижок на одну й ту ж кількість відсотків він був проданий за 2250 грн. Визначити, на скільки відсотків щоразу знижували ціну.

■ Нехай ціну знижували на $x\% = \frac{x}{100}$. Тоді, застосувавши формулу складних відсотків, де

$$A_0 = 4000 \text{ грн.}, n = 2, A_2 = 2250 \text{ грн.}, p\% = x\%, \text{ одержимо: } 4000 \left(1 - \frac{x}{100}\right)^2 = 2250; \left(1 - \frac{x}{100}\right)^2 = \frac{225}{400};$$

$$1 - \frac{x}{100} = \frac{15}{20}; \frac{x}{100} = \frac{1}{4}; x = 25.$$

Відповідь. 25%. ■

Приклад 7. Токареві за перший рік роботи підвищили заробітну плату на 10%, а через рік — ще на 20%. На скільки відсотків підвищили токареві заробітну плату за два роки?

■ Нехай заробітна плата токаря становила a грн. Після першого підвищення вона становила $a + 0,1a = 1,1a$. Після другого підвищення (за 100% беремо вже $1,1a$) заробітна плата становитиме $1,1a + 0,2 \cdot 1,1a = 1,32a$. Отже, заробітна плата токаря зросла на $1,32a - a = 0,32a$, тобто на $0,32a : a = 0,32 = 32\%$.

Відповідь. На 32%. ■

Приклад 8. Вологість свіжоскошеної трави становить 60%, а вологість сіна — 15%. Скільки сіна можна одержати з 1,7 т свіжоскошеної трави?

- 1) $1700 \cdot 0,4 = 680$ (кг) — маса сухої трав'яної маси;
- 2) $680 : 0,85 = 800$ (кг) — маса сіна.

Відповідь. 800 кг. ■

Приклад 9. Скільки води потрібно додати до 50 г 35%-го розчину, щоб одержати 10%-й розчин?

- 1) $50 \cdot 0,35 = 17,5$ (г) — маса солі в розчині;
 - 2) у новому розчині 17,5 г солі становлять 10%, тоді маса нового розчину дорівнює $17,5 : 0,1 = 175$ (г);
 - 3) $175 - 50 = 125$ (г) — води потрібно додати до розчину.
- Відповідь. 125 г води. ■

Приклад 10. У зв'язку із впровадженням новітніх технологій на виробництві продуктивність праці зросла на 60%. На скільки відсотків зменшиться час виконання деякого завдання?

■ Продуктивність праці становить p одиниць продукції за 1 год, час її виконання — t год. Тоді вся робота A полягає у виготовленні pt одиниць продукції. Оскільки продуктивність праці зросла на 60%, то вона стала дорівнювати $1,6p$ одиниць продукції за 1 год. Кількість виготовлених одиниць продукції не змінилася, тому $pt = 1,6p \cdot t_1$, де t_1 — час виконання завдання зі збільшеною продуктивністю, звідки $t_1 = \frac{pt}{1,6p} = \frac{t}{1,6} = \frac{10t}{16} = \frac{5}{8}t$. Тоді час виконання завдання зменшився на $t - \frac{5}{8}t = \frac{3}{8}t$, що становить

$$\frac{3}{8}t : t = \frac{3}{8} = 37,5\%.$$

Відповідь. Час зменшиться на 37,5%. ■

Приклад 11. У яких пропорціях потрібно змішати 70%-й і 50%-й розчини кислоти, щоб одержати 65%-й розчин цієї кислоти?

■ Нехай узяли x г 70%-го розчину кислоти, а 50%-го — y г. Тоді маса 65%-го розчину дорівнює $(x + y)$ (г). Чистої кислоти в 70%-му розчині було $0,7x$ г, у 50%-му — $0,5y$ г. Чистої кислоти в ново-

утвореному розчині $0,65(x + y)$ г. Рівняння: $0,7x + 0,5y = 0,65(x + y)$; $0,7x + 0,5y = 0,65x + 0,65y$; $0,05x = 0,15y$; $x = 3y$; $\frac{x}{y} = \frac{3}{1}$. Отже, потрібно взяти 3 частини 70%-го розчину й одну частину 50%-го розчину.

Відповідь. 3 : 1. ■

Завдання 2.1–2.23 мають по п'ять варіантів відповідей, з яких тільки ОДНА ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь.

2.1. Як знайти 52% від числа 960?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{960 \cdot 100}{52}$	$\frac{52 \cdot 100}{96}$	$\frac{960 \cdot 52}{100}$	$960 : 52$	$960 \cdot 52$

2.2. Як знайти число, 60 % якого дорівнюють 360?

А	Б	В	Г	Д
$360 \cdot 60$	$\frac{360}{60}$	$\frac{60 \cdot 100}{360}$	$\frac{360 \cdot 60}{100}$	$\frac{360 \cdot 100}{60}$

2.3. Як встановити, скільки відсотків становить число 9 від 96?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{9 \cdot 100}{96}$	$\frac{96 \cdot 9}{100}$	$\frac{96 \cdot 100}{9}$	$\frac{9}{96}$	$\frac{96}{9}$

2.4. Банк сплачує своїм вкладникам 8% річних. Визначити, скільки грошей потрібно внести на рахунок, щоб через рік отримати 60 грн. прибутку.

А	Б	В	Г	Д
1150 грн.	1050 грн.	950 грн.	850 грн.	750 грн.

2.5. Уміст олова у сплаві становить 40%. Скільки грамів олова у 300 г такого ж сплаву?

А	Б	В	Г	Д
$133\frac{1}{3}$ г	120 г	75 г	$13\frac{1}{3}$ г	240 г

2.6. Сплав містить 50 г олова і 200 г міді. Який відсотковий уміст олова у сплаві?

А	Б	В	Г	Д
24%	40%	20%	25%	50%

2.7. Вкладник вніс до банку 2000 грн., а через рік отримав 2160 грн. Під який відсоток річних були покладені гроші?

А	Б	В	Г	Д
12%	8%	6%	14%	16%

2.8. 10%-й розчин солі містить 180 г води. Яка маса цього розчину?

А	Б	В	Г	Д
198 г	190 г	1800 г	200 г	400 г

- 2.9. Ціна товару дорівнює 64 грн. Після зниження ціни товар коштував 56 грн. На скільки відсотків було знижено ціну?

А	Б	В	Г	Д
25%	8%	10%	$14\frac{2}{7}\%$	12,5%

- 2.10. Скільки відсотків від 180 становлять 15% від 300?

А	Б	В	Г	Д
15%	20%	25%	30%	40%

- 2.11. Сплав, маса якого дорівнює 320 кг, містить 20% олова, 144 кг свинцю і решту — домішки. Визначити відсотковий уміст домішок.

А	Б	В	Г	Д
80%	25%	35%	55%	48,75%

- 2.12. Скільки відсотків становить НДС(99; 126) від НСК(12; 20)?

А	Б	В	Г	Д
25%	20%	15%	10%	30%

- 2.13. Ціна товару була підвищена на 25%. На скільки відсотків необхідно зменшити нову ціну товару, щоб одержати початкову?

А	Б	В	Г	Д
25%	15%	35%	20%	10%

- 2.14. Власник клубу має стабільний прибуток. Щоб збільшити прибуток, він підвищив ціну на квитки на 25%. Кількість відвідувачів значно зменшилася, і він вимушений був повернутися до початкової ціни квитка. На скільки відсотків власник клубу зменшив ціну квитка?

А	Б	В	Г	Д
125%	100%	25%	20%	Інша відповідь

- 2.15. Деяке додатне число спочатку збільшили на 50%, а потім одержане число зменшили на 50%. Як змінилося початкове число?

А	Б	В	Г	Д
Не змінилося	Зменшилося на 25%	Зменшилося на 20%	Зменшилося на 5%	Збільшилося на 5%

- 2.16. На скільки відсотків збільшиться об'єм куба, якщо його ребро збільшити на 50%?

А	Б	В	Г	Д
237,5%	125%	150%	50%	337,5%

- 2.17. Вкладник вніс до банку 1000 грн. під 8% річних. Яку суму він матиме на рахунку через 3 роки?

А	Б	В	Г	Д
$3 \cdot 1000 \cdot 1,08$	$3 \cdot 1000 \cdot 0,08$	$1000 \cdot 0,08^2$	$1000 \cdot 0,08^3$	$1000 \cdot 1,08^3$

- 2.18. Число a становить 25% числа b . Скільки відсотків становить число b від числа a ?

А	Б	В	Г	Д
400%	200%	250%	750%	500%

- 2.19. Товар подешевшав на 20%. На скільки відсотків більше можна купити товару за ту ж кількість грошей?

А	Б	В	Г	Д
25%	20%	10%	40%	5%

- 2.20. Тривалість робочого дня зменшилась з 8 год до 6 год. На скільки відсотків потрібно підвищити продуктивність праці, щоб випуск продукції залишився тим же?

А	Б	В	Г	Д
20%	25%	$33\frac{1}{3}\%$	35%	$24\frac{1}{3}\%$

- 2.21. Машиніст провів поїзд за 7 год 30 хв замість 9 год за графіком. На скільки відсотків було збільшено середню швидкість?

А	Б	В	Г	Д
20%	$16\frac{2}{3}\%$	25%	15%	30%

- 2.22. У сплаві міді та цинку мідь становить $\frac{1}{7}$ частину маси цинку. Який відсотковий уміст міді у сплаві?

А	Б	В	Г	Д
$14\frac{2}{7}\%$	12,5%	25%	45%	6,2%

- 2.23. 2 кг сплаву міді з оловом містить 40% міді. Скільки потрібно додати до цього сплаву олова, щоб отриманий сплав містив 16% міді?

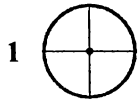
А	Б	В	Г	Д
3 кг	2,5 кг	2 кг	4 кг	3,5 кг

Завдання 2.24–2.28 передбачають установлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви).

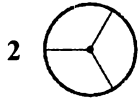
- 2.24. Установити відповідність між частинами (1–4) та відсотками (А–Д).

1 $\frac{1}{4}$	А 40%
	Б 20%
2 $\frac{2}{5}$	В 80%
	Г 12,5%
3 $\frac{1}{8}$	Д 25%
4 $\frac{4}{5}$	

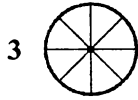
2.25. Установити відповідність між затушованими частинами круга (1–4) та відсотками (А–Д), які вони становлять від круга.



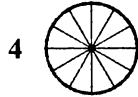
А $62\frac{1}{2}\%$



Б $58\frac{1}{3}\%$



В $83\frac{1}{3}\%$



Г 75%

Д $66\frac{2}{3}\%$

2.26. Установити відповідність між задачами (1–4) та їх розв'язаннями (А–Д).

1 Скільки відсотків становить число 40 від числа 240?

А $\frac{240 \cdot 40\%}{100\%}$

2 Знайти 40% від числа 240.

Б $\frac{240 \cdot 40\%}{100}$

3 Знайти число, 40% якого дорівнюють 240.

В $\frac{240 \cdot 100\%}{40}$

4 Скільки відсотків становить число 240 від числа 40?

Г $\frac{240 \cdot 100\%}{40\%}$

Д $\frac{40 \cdot 100\%}{240}$

2.27. Кількість дівчат у класі становить $\frac{1}{4}$ кількості хлопців. Установити відповідність між задачами (1–4) та відповідями (А–Д) до них.

1 Скільки відсотків хлопців у класі?

А 20%

2 Скільки відсотків дівчат у класі?

Б 75%

3 Знайти відсоткове відношення кількості дівчат до кількості хлопців.

В 25%

4 Знайти відсоткове відношення кількості хлопців до кількості дівчат.

Г 80%

Д 400%

2.28. Установити відповідність між задачами (1–4) та відповідями (А–Д) до них.

1 Вкладник вніс до банку 11000 грн. під 13% річних. Скільки гривень становитиме прибуток через рік?

А 12320

Б 1382,4

2 Вкладник вніс до банку 11000 грн. під 12% річних. Скільки гривень буде на його рахунку через рік?

В 1340

Г 1430

3 Вкладник вніс до банку 4000 грн. під 16% річних. Скільки гривень становитиме прибуток через 2 роки?

Д 1440

4 Вкладник вніс до банку 1000 грн. під 20% річних. Скільки гривень буде на його рахунку через 2 роки?

Розв'яжіть завдання 2.29–2.40. Відповідь запишіть десятковим дробом.

- 2.29.** 2 кг сплаву міді з оловом містить 40% міді. Скільки кілограмів олова потрібно додати до цього сплаву, щоб отриманий сплав містив 25% міді?
- 2.30.** Скільки кілограмів води потрібно випарувати зі 100 кг 10%-го розчину солі, щоб одержати розчин з концентрацією 20%?
- 2.31.** Сплав міді та цинку, маса якого дорівнює 6 кг, містить 45% міді. Скільки кілограмів міді потрібно додати до цього сплаву, щоб він містив 60% міді?
- 2.32.** З молока одержують 21% вершків, а з вершків — 24% масла. Зі скількох тонн молока можна одержати 126 кг масла?
- 2.33.** Змішали 2 л молока, жирність якого дорівнює 6%, і 3 л молока, жирність якого дорівнює 8%. Знайди у відсотках жирність утвореної суміші.
- 2.34.** Щоб одержати 800 г 50%-го розчину азотної кислоти, слід змішати 60%-й розчин цієї кислоти з 20%-м розчином. Скільки грамів 20% розчину використали?
- 2.35.** До 400 г 5%-го розчину солі додали солі й одержали 24%-й розчин. Яка маса утвореного розчину у грамах?
- 2.36.** Порода містить 32% мінералу, в якому є 4,5% золота. Який відсоток золота в породі?
- 2.37.** Вкладник вніс до банку 9000 грн. Частина грошей він поклав під 10% річних, а решту — під 8%. Через рік прибутки від обох вкладів були однаковими. Скільки тисяч гривень було покладено на перший рахунок?
- 2.38.** Скільки тисяч гривень було покладено в банк, якщо через два роки прибуток становив 840 грн. за 10% річних?
- 2.39.** Встановити, який відсоток річних нараховує банк, якщо через два роки за початкового вкладу 800 грн. на рахунку стає 882 грн.
- 2.40.** Ціна вхідного квитка в кінотеатр становить 36 грн. Після зменшення вхідної плати кількість глядачів збільшилися на 50%, а виручка — на 25%. Скільки гривень став коштувати квиток?