

Тема 6. НЕЛІНІЙНІ ЕЛЕКТРИЧНІ ТА МАГНІТНІ КОЛА

6.1. Нелінійні електричні кола постійного струму

6.1.1. Класифікація нелінійних елементів і їх характеристики

До електричних кіл часто входять такі елементи, електричний опір який не є сталою величиною, внаслідок чого струм, що проходить в них, не є прямо пропорційним до прикладеної напруги. Такі елементи, що чинять різний опір переміщенню електричних зарядів, який залежить від величини і напрямку прикладеної до них напруги і від величини струму, називають *нелінійними*.

Електричне коло, що містить хоч б один нелінійний елемент, є нелінійним електричним колом.

Нелінійні електричні кола широко використовуються в автоматичній, телемеханічній, вимірювальній та обчислювальній техніці, а також у радіотехніці, де забезпечують певну функціональну залежність між

вхідними і вихідними величинами.

Розрахунок нелінійних електричних кіл значно складніший від розрахунку лінійних кіл, бо величини нелінійних опорів не можна розглядати як сталі, що не залежать від прикладеної напруги і величини струму.

Основною характеристикою нелінійних елементів, яка

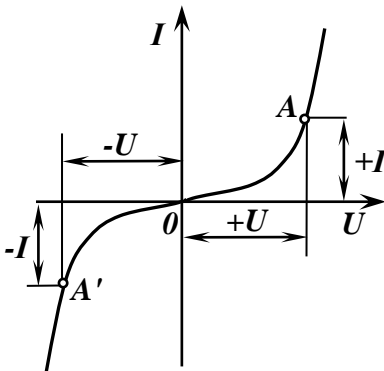


Рис. 6.1

дає змогу робити висновки про їхні електричні властивості, є залежність струму I , що проходить через елемент, від величини і напрямку прикладеної напруги U . Цю залежність, яку називають *вольт-амперною характеристикою*, звичайно, не можна встановити

теоретично, тому її визначають експериментально. Найчастіше вольт-амперну характеристику $I = F(U)$ задають кривою лінією (рис. 6.1), а іноді таблицею, в якій показано ряд значень напруги U , що відповідають певним значенням струму I . Для експериментально знайденої вольт-амперної характеристики в окремих випадках складають більш-менш точну і зручну для розрахунків емпіричну формулу.

За формою вольт-амперної характеристики нелінійні елементи поділяють на симетричні й несиметричні.

Симетричні нелінійні елементи характерні тим, що величина їх опору не залежить від напрямку прикладеної напруги і величини струму, а визначається лише їхніми абсолютними значеннями, внаслідок чого вольт-амперна характеристика $I = F(U)$ розміщена симетрично відносно початку координат (рис. 6.1). Типовими прикладами симетричних елементів є різні терморезистори, в яких основною причиною нелінійності є зміна величини їх опору внаслідок нагрівання струмом. Терморезистори бувають металеві (спіралі електричних ламп розжарювання та баретерів) і напівпровідникові (термістори, діоди, транзистори, тиристори тощо).

Електрична лампа розжарювання, яку використовують для освітлення, має вольтфрамову нитку, що знаходиться в скляному балоні, заповненому сумішшю азоту і аргону або криптоном.

Опір нитки при номінальному режимі роботи лампи:

$$R_H = \frac{U_H^2}{P_H}, \quad (6.1)$$

де U_H і P_H – відповідно номінальна напруга і номінальна потужність лампи розжарювання.

Зміна прикладеної напруги призводить до зміни споживаного струму, потужності, температури, а отже, і опору нитки лампи розжарювання. На рис. 6.2, а наведено вольт-амперну характеристику $I = F(U)$ електричної

лампи розжарювання з вольфрамовою ниткою і криву зміни її опору R_L в залежності від напруги U .

Будова баретера аналогічна будові електричної лампи розжарювання; він має сталюну нитку з виводами, яка знаходиться в скляному балоні, заповненому воднем. Розміри сталюної нитки і тиск водню підібрані так, що зміна в певних межах величини прикладеної напруги U викликає такий приріст опору R_B нитки баретера, при якому струм у колі практично залишається незмінним (рис. 6.2, б).

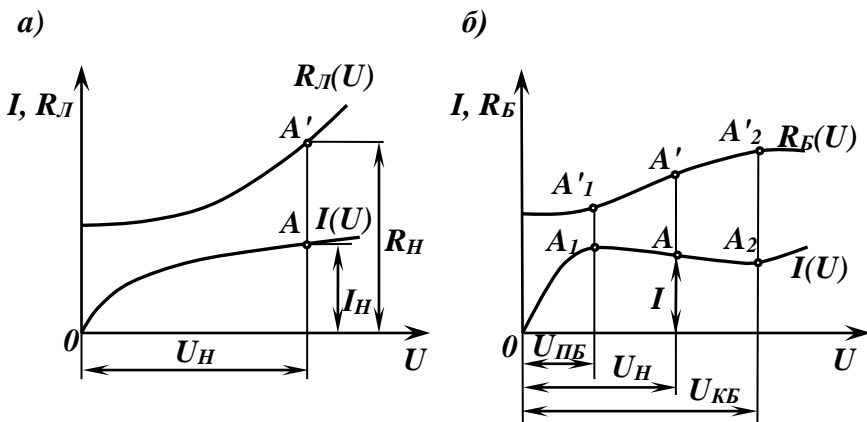


Рис. 6.2

З вольт-амперної характеристики баретера видно, що при збільшенні напруги U від нуля до напруги початку баретування U_{PB} , струм I баретера зростає. В області баретування, коли прикладена напруга лежить в інтервалі: $U_{PB} < U < U_{KB}$, де U_{KB} – напруга кінця баретування, струм змінюється не більше, ніж на $\pm 3\%$ від свого середнього значення. При напрузі $U > U_{KB}$ струм I зростає і стабілізуюча дія баретера припиняється.

Баретери застосовують для стабілізації величини струму в окремих вітках електричного кола з електронними приладами при повільній зміні прикладеної напруги.

Термістори – це напівпровідникові пристрої, опір яких зменшується з підвищенням температури, тобто вони мають від’ємний температурний коефіцієнт опору α . Спочатку при невеликих струмах, менших від I_{\min} (рис. 6.3), спостерігається майже пряма пропорційність

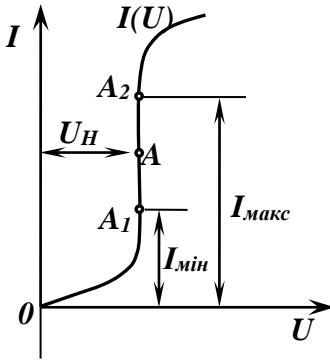


Рис. 6.3

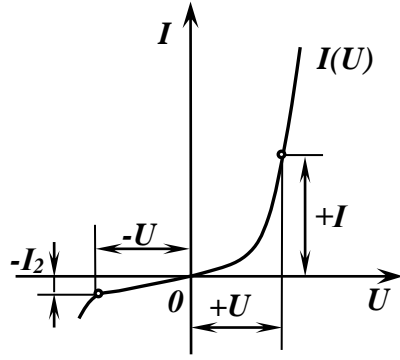


Рис. 6.4

між прикладеною напругою U та струмом I . Потім при зміні струму від значення I_{\min} до величини I_{\max} відбувається підвищення температури термістора, яке приводить до відповідного зменшення його опору, внаслідок цього відбувається стабілізація величини напруги U_H на його затискачах. Збільшення струму понад величину I_{\max} призводить до підвищення напруги U і порушення стабілізації напруги.

Термістори використовують в електричних колах, призначених для вимірювання і регулювання температури, а також для температурної компенсації похибки вимірювання при зміні температури об’єкта дослідження.

До симетричних нелінійних опорів належать також керамічні елементи з тириту, для яких зв’язок між струмом I та напругою U виражається формулою:

$$I = AU^{3,5}, \quad (6.2)$$

що дає змогу використовувати їх для захисту електричних ліній від перенапруг, оскільки при зростанні напруги в

десять разів струм, що проходить через тиритовий елемент, зростає більше, ніж у три тисячі разів.

Несиметричні нелінійні елементи характерні тим, що величина їх опору залежить не тільки від величини прикладеної напруги або струму, який проходить через елемент, а й від напрямку їх дії. Тому вольт-амперна характеристика $I = F(U)$ розміщується несиметрично відносно початку координат (рис. 6.4). До несиметричних нелінійних елементів належать: напівпровідникові діоди, транзистори, електронні лампи, електрична дуга між різнорідними електродами тощо.

Напівпровідникові діоди – це об'єднана система двох статичних напівпровідникових матеріалів, що практично мають односторонню провідність, тобто при однаковій за величиною напрузі струм у прямому напрямку в багато разів перевищує струм, що йде у зворотному напрямку (рис. 6.4). Цю властивість використовують в пристроях для випрямлення змінного струму, тобто для перетворення змінного струму в струм постійного напрямку.

6.1.2. Параметри нелінійних елементів

Якщо лінійні елементи електричних кіл характеризуються єдиним параметром – опором R або оберненою величиною – провідністю G , то для характеристики нелінійних елементів застосовують два параметри: статичний опір $R_{ст}$ і диференціальний опір $R_{д}$, які визначаються з вольт-амперної характеристики (рис. 6.5).

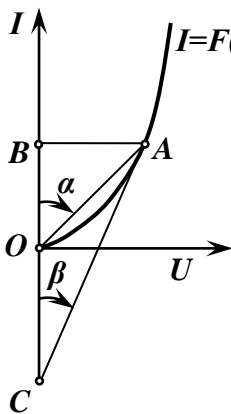


Рис. 6.5

Нехай робочий режим нелінійного елемента заданий точкою A . Тоді відношення напруги U до струму I визначає статичний опір у даній точці:

$$R_{CT} = \frac{U}{I} = \frac{m_U}{m_I} \frac{AB}{OB} = m_R \operatorname{tg} \alpha, \quad (6.3)$$

де m_U, m_I, m_R – мірила відповідно напруги, струму та опору.

Величина статичного опору R_{CT} пропорційна тангенсу кута α , утвореного прямою, що сполучає робочу точку A з початком координат, і віссю струмів (рис. 6.5).

Диференціальний опір є відношення приросту напруги до приросту струму або в границі – похідна напруги по струму:

$$R_D = m_R \frac{\Delta U}{\Delta I} = m_R \frac{AB}{BC} = m_R \operatorname{tg} \beta. \quad (6.4)$$

Величина диференціального опору пропорційна тангенсу кута β , утвореного дотичною до вольт-амперної характеристики в точці A , і віссю струмів (рис. 6.5).

При переході від однієї точки вольт-амперної характеристики до іншої величини опорів R_{CT} і R_D змінюються, отже, вони характеризують роботу нелінійного елемента в режимі незмінного струму.

Якщо вольт-амперна характеристика нелінійного елемента має таку ділянку, на якій додатному приросту напруги відповідає від'ємний приріст струму, то диференціальний опір на цій ділянці від'ємний.

Замість статичного R_{CT} і диференціального R_D опорів можна користуватись оберненими їм величинами – статичною G_{CT} і диференціальною G_D провідностями.

Інколи нелінійні елементи характеризують одним відносним (безрозмірним) параметром: відношенням диференціального параметра до відповідного статичного.

Відносним безрозмірним параметром нелінійного елемента є його відносний опір:

$$k_R = \frac{R_D}{R_{CT}} \quad (6.5)$$

і обернена до нього величина – відносна провідність:

$$k_G = \frac{G_D}{G_{CT}}. \quad (6.6)$$

Для лінійних елементів параметри k_R і k_G дорівнюють одиниці, причому, чим більше вони відрізняються від одиниці, тим більше проявляється нелінійність в електричному колі.

Нелінійні електричні кола, як правило, розраховують графічним методом, в основу якого покладено закони Кірхгофа.

В окремих випадках, коли вольт-амперні характеристики нелінійних елементів можна задати формулами, розрахунок електричного кола можливо здійснити аналітичними методами.

Електричні кола з нелійними елементами можна також розрахувати методом лінеаризації вольт-амперних характеристик, тобто заміною справжніх кривих $I = F(U)$ деякими ламаними лініями (кусочно-лінійна апроксимація). Застосовуючи метод лінеаризації, нелінійне електричне коло замінюють еквівалентним йому лінійним, яке складається в загальному випадку з джерел ЕРС і лінійних опорів.

6.1.3. Графічний метод розрахунку нелінійних електричних кіл

При графічному методі в основу розрахунку беруть вольт-амперні характеристики окремих нелінійних елементів, що входять до нелінійного кола. Так, струм I в нерозгалуженому електричному колі (рис. 6.6, *a*), що живиться від незмінної напруги U і складається з двох послідовно з'єднаних нелінійних опорів $R_1(I)$ та $R_2(I)$ з відомими вольт-амперними характеристиками $I = F(U_1)$ і $I = F(U_2)$, можна знайти за допомогою вольт-амперної характеристики $I = F(U_1 + U_2)$ всього кола. Абсциси точок останньої знаходять, додаючи абсциси відповідних точок кривих $I = F(U_1)$ і $I = F(U_2)$, які мають рівні

ординати (рис. 6.6, б). Щоб визначити величину струму I в колі, треба на осі абсцис відкласти в прийнятому

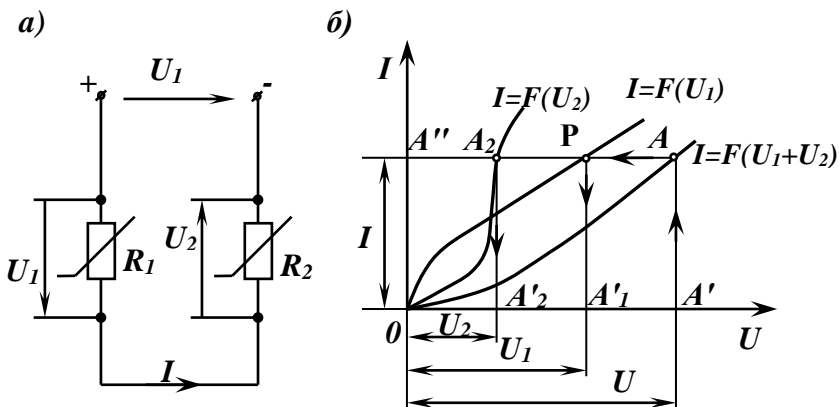


Рис. 6.6

масштабі числове значення напруги U , прикладеної до вхідних затискачів нерозгалуженого кола (рис. 6.6, б), і через знайдену точку A' провести лінію $A'A$, паралельну осі ординат. Тоді відрізок $A'A$ у прийнятому масштабі визначатиме величину струму I в колі. Якщо через точку A провести лінію AA'' , паралельну осі абсцис, то відрізки $A''A_1$ й $A''A_2$ у відповідному масштабі визначатимуть величини напруг U_1 й U_2 , які встановляться на затискачах послідовно з'єднаних нелінійних опорів $R_1(I)$ та $R_2(I)$.

Приведений метод розрахунку нерозгалуженого кола придатний і для того випадку, коли один або два із заданих опорів лінійні, тобто, коли їхні вольт-амперні характеристики зображаються прямими лініями.

Розрахунок розгалуженого електричного кола з двома паралельно з'єднаними нелінійними елементами $R_1(I)$ та $R_2(I)$ (рис. 6.7, а) із заданими вольт-амперними характеристиками $I_1 = F(U)$ та $I_2 = F(U)$ зводиться до побудови вольт-амперної характеристики $I_1 + I_2 = F(U)$ всього кола (рис. 6.7, б), відкладання на осі абсцис відрізка OA' , що дорівнює, у вибраному масштабі, величині

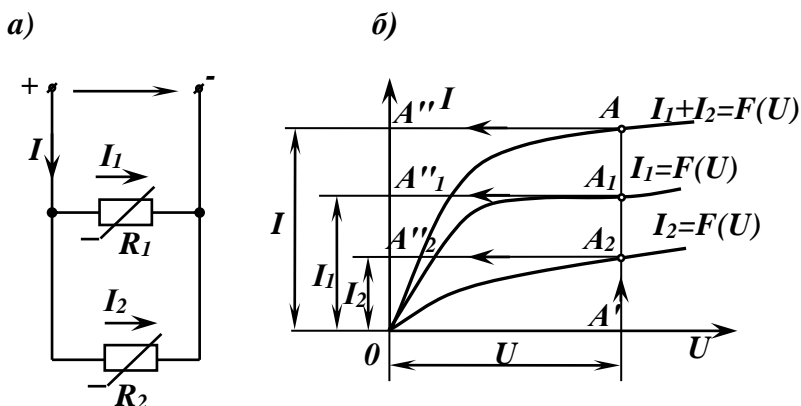


Рис. 6.7

напруги U , проведення через точку A' лінії $A'A$, паралельної до осі ординат і визначення точок перетину A_2, A_1, A . Відрізки $0A_2, 0A_1$ й $0A''$ у відповідному масштабі визначають відповідно струми: I_2, I_1 й I окремих віток розгалуженого електричного кола.

6.1.4. Графо-аналітичний метод розрахунку нелінійних кіл

Розглянемо особливості даного методу на прикладі розрахунку конкретної схеми.

Визначимо струми у вітках електричної мостової схеми (рис. 6.8), в одну з діагоналей якої увімкнено нелінійний опір $R_3(I)$, а в другу – джерело постійної ЕРС E з внутрішнім опором R_6 .

Лінійні опори віток: R_1, R_2, R_4, R_5, R_6 задані в табл. 6.1. Вольт-амперна характеристика нелінійного опору представлена на рис. 6.9.

Розв'язання

Розрахунки будемо виконувати згідно з числовими даними, наведеними в табл. 6.1.

Таблиця 6.1

$R_1, \text{ Ом}$	$R_2, \text{ Ом}$	$R_4, \text{ Ом}$	$R_5, \text{ Ом}$	$R_6, \text{ Ом}$	$E, \text{ В}$
20	10	20	50	1	100

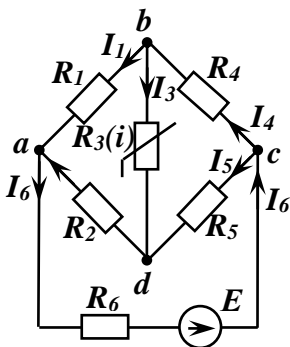


Рис. 6.8

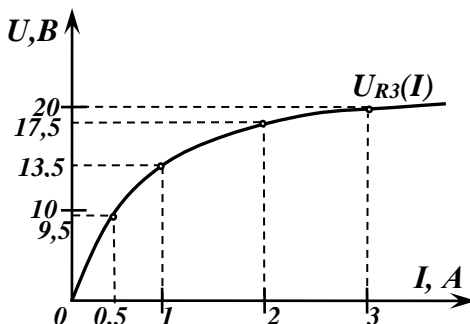


Рис. 6.9

У склад електричного кола входить нелінійний елемент $R_3(I)$, опір якого не є сталою величиною, а залежить від величини прикладеної напруги і від величини струму, який проходить через елемент.

Задасмо умовними додатними напрямками струмів у вітках кола і вкажемо їх на схемі (рис. 6.8).

Виділимо вітку з нелінійним опором $R_3(I)$, а решту схеми умовно зобразимо прямокутником (рис. 6.10). Частина складного кола, яка знаходиться всередині цього прямокутника, складається тільки з лінійних опорів і

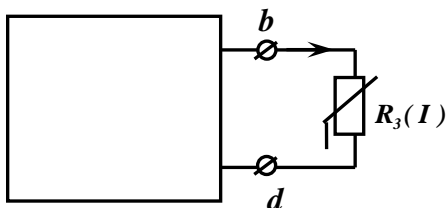


Рис. 6.10

джерела ЕРС E . Значить, окремо до неї можна застосувати всі відомі методи розрахунку лінійних електричних кіл.

Струм I_3 у вітці з нелінійним опором $R_3(I)$ знайдемо за допомогою методу еквівалентного генератора. Суть методу полягає в тому, що у відношенні до виділеної вітки з опором $R_3(I)$, решту електричного кола можна замінити одним еквівалентним генератором з ЕРС E_r і внутрішнім опором R_r . ЕРС еквівалентного генератора E_r дорівнює напрузі неробочого режиму U_{3X} , тобто напрузі між вузлами b і d при від'єднаній вітці з нелінійним опором $R_3(I)$.

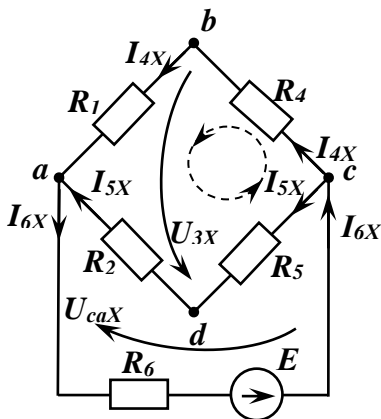


Рис. 6.11

напрямки струмів I_{4X} й I_{5X} – від вузла c .

Маємо

$$R_4 \times I_{4X} + U_{3X} - R_5 \times I_{5X} = 0,$$

звідки

$$U_{3X} = R_5 \times I_{5X} - R_4 \times I_{4X}.$$

Для обчислення струмів I_{4X} й I_{5X} необхідно попередньо знайти струм I_{6X} і напругу U_{caX} (рис. 6.11). Враховуючи, що після відключення опору $R_3(I)$, опори R_1 й R_4 та R_2 й R_5 виявились сполученими у вітках послідовно, а вітки між собою з'єднані паралельно, еквівалентний опір цього з'єднання:

Для знаходження напруги U_{3X} намалюємо розрахункову схему лінійної частини кола (рис. 6.11), вибравши додатний напрямок напруги U_{3X} від вузла b до вузла d , і складемо рівняння другого закону Кірхгофа для контуру $b-d-c-b$.

Напрямок обходу контуру виберемо проти руху стрілки годинника, а

$$R_{ca_x} = \frac{(R_1 + R_4) \times (R_2 + R_5)}{R_1 + R_4 + R_2 + R_5} = \frac{(20 + 20) \times (10 + 50)}{20 + 20 + 10 + 50} = 24 \text{ Ом.}$$

Тоді

$$I_{6X} = \frac{E}{R_{EKB}} = \frac{E}{R_6 + R_{ca_x}} = \frac{100}{1 + 24} = 4 \text{ А.}$$

Міжвузлова напруга:

$$U_{ca_x} = R_{ca_x} \times I_{6X} = 24 \times 4 = 96 \text{ В.}$$

Струми в паралельний вітках:

$$I_{4X} = \frac{U_{ca_x}}{R_1 + R_4} = \frac{96}{20 + 20} = 2,4 \text{ А;}$$

$$I_{5X} = \frac{U_{ca_x}}{R_2 + R_5} = \frac{96}{10 + 50} = 1,6 \text{ А.}$$

ЕРС E_G еквівалентного генератора, яка рівна напрузі холостого (неробочого) режиму U_{3X} між вузлами b і d , визначиться з рівності:

$$E_G = U_{3X} = R_5 \times I_{5X} - R_4 \times I_{4X} = 50 \times 1,6 - 20 \times 2,4 = 32 \text{ В.}$$

Якщо в результаті розрахунку напруга U_{3X} матиме від'ємне значення, то це буде означати, що справжній напрямок U_{3X} є протилежний тому, який був вибраний за додатний.

Внутрішній опір еквівалентного генератора R_G дорівнює вхідному опору R_{BX} лінійної частини кола відносно вузлів b і d при від'єднаній вітці з нелінійним опором $R_3(I)$ і закороченому джерелі ЕРС E (рис. 6.12, *a*).

Для знаходження опору R_{BX} необхідно перетворити трикутник опорів R_1, R_4, R_6 (рис. 6.12, *a*) в еквівалентну зірку R_a, R_b, R_c (рис. 6.12, *б*).

Опори еквівалентної зірки:

$$R_a = \frac{R_1 \times R_6}{R_1 + R_4 + R_6} = \frac{20 \times 1}{20 + 20 + 1} = \frac{20}{41} = 0,49 \text{ Ом;}$$

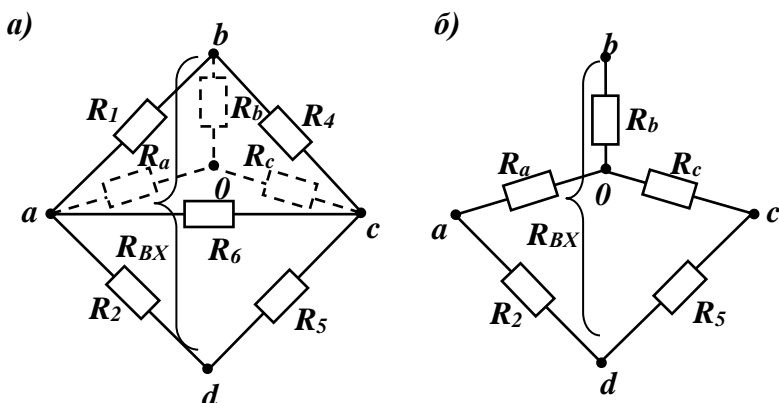


Рис. 6.12

$$R_b = \frac{R_1 \times R_4}{R_1 + R_4 + R_6} = \frac{20 \times 20}{20 + 20 + 1} = \frac{400}{41} = 9,75 \text{ Ом};$$

$$R_c = \frac{R_4 \times R_6}{R_1 + R_4 + R_6} = \frac{20 \times 1}{20 + 20 + 1} = \frac{20}{41} = 0,49 \text{ Ом}.$$

Після перетворення виявилось, що опори R_a й R_2 та R_c й R_5 сполучені послідовно у вітках $o-a-d$ та $o-c-d$, а вітки між собою з'єднані паралельно.

Еквівалентний опір цього з'єднання:

$$R_{od} = \frac{(R_a + R_2) \times (R_c + R_5)}{R_a + R_2 + R_c + R_5} = \frac{(0,49 + 10) \times (0,49 + 50)}{0,49 + 10 + 0,49 + 50} = 8,7 \text{ Ом}.$$

Тоді внутрішній опір еквівалентного генератора (рис. 6.12, б):

$$R_{\Gamma} = R_{BX} = R_b + R_{od} = 9,75 + 8,7 = 18,45 \text{ Ом}.$$

Кінцева розрахункова схема (рис. 6.13) буде складатись з еквівалентного генератора $E_{\Gamma} = U_{3X}$ і двох опорів: лінійного $R_{\Gamma} = R_{BX}$ та нелінійного $R_{3X}(I)$, які сполучені в колі послідовно. Струм I_3 в цій схемі дорівнює дійсному струму у вітці з нелінійним опором $R_3(I)$ заданої мостової схеми (рис. 6.8).

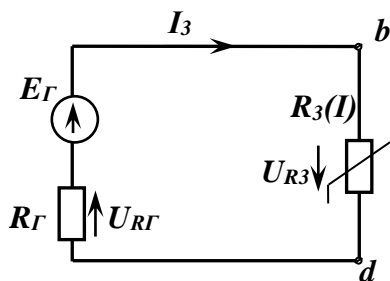


Рис. 6.13

Для визначення струму I_3 застосуємо графічний метод, згідно з яким в одній системі координат побудуємо нелінійну вольт-амперну характеристику $U_{R_3}(I)$ (рис. 6.9) та характеристику:

$U_{R_G}(I) = R_G \times I$, що являє собою прямою лінію

OA (рис. 6.14), побудовану за двома точками:

точка O : $I = 0$; $U_{R_G}(0) = 18,45 \times 0 = 0 \text{ В}$;

точка A : $I = 2 \text{ А}$; $U_{R_G}(2) = 18,45 \times 2 = 36,9 \text{ В}$.

Додаючи ординати цих характеристик для кількох значень струму, одержимо точки сумарної характеристики: $U(I) = U_{R_3}(I) + U_{R_G}(I)$, за допомогою якої визначимо струм I_3 , який протікає через нелінійний елемент R_3 при напрузі $U = U_{3X}$.

Для цього на осі ординат відкладемо напругу $U_{3X} = 32 \text{ В}$ (точка M). З точки M проведемо горизонталь ME , яка в точці E перетне характеристику $U(I)$ і, тим самим, визначить шуканий струм через нелінійний елемент, тобто струм $I_3 = 1,03 \text{ А}$.

Струм I_3 можна знайти й іншим методом, який не вимагає побудови характеристики $U(I)$. Замість неї буде утворюватися характеристика: $(U_{3X} - U_{R_G}(I))$ – пряма MN (рис. 6.14), яка визначається двома точками: $M(0, U_{3X})$ і $N(I_k, 0)$, де I_k – струм короткого замикання:

$$I_k = \frac{U_{3X}}{R_G} = \frac{32}{18,45} = 1,74 \text{ А}.$$

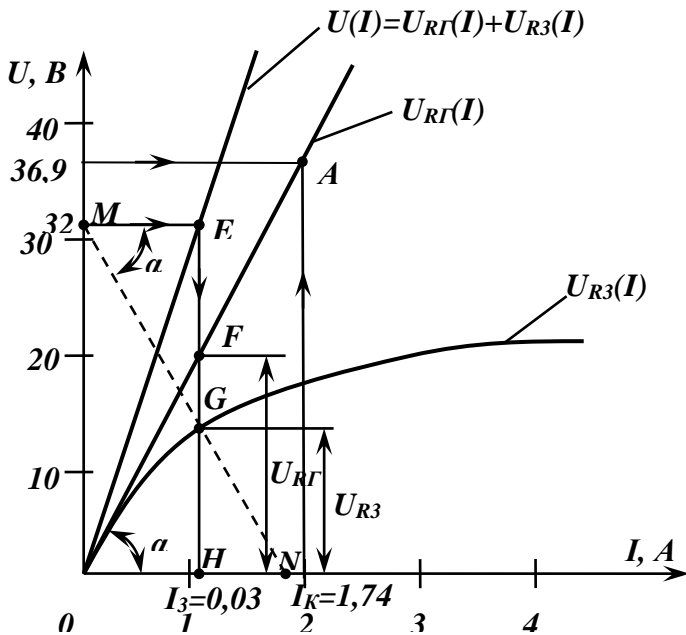


Рис. 6.14

Опустивши перпендикуляр з точки E на вісь абсцис, одержимо відрізки FH і GH , які визначають собою значення спадів напруг $U_{R\Gamma}$ й U_{R3} відповідно на лінійному і нелінійному елементах.

Враховуючи масштаб, одержимо з графіка:

$$U_{R\Gamma} = 19 \text{ В}; \quad U_{R3} = 13 \text{ В}.$$

Перевірку правильності знайдених величин напруг зробимо, записавши рівняння другого закону Кірхгофа для схеми рис. 6.13:

$$U_{R3} = E_{\Gamma} - R_{\Gamma} \times I_3; \quad 13 = 32 - 18,43 \times 1,03; \\ 13 \text{ В} \approx 13,1 \text{ В}.$$

Опір нелінійного елемента $R_3(I)$ при знайденому значенню струму $I_3 = 1,03 \text{ А}$:

$$R_3 = \frac{U_{R3}}{I_3} = \frac{13}{1,03} = 12,6 \text{ Ом}.$$

Тепер, коли відоме значення нелінійного опору R_3 при конкретному значенні струму $I_3 = 1,03 \text{ A}$, електричне коло (рис. 6.8) розраховується як лінійне коло будь-яким відомим методом. Розрахуємо його методом еквівалентного перетворення, замінивши трикутник опорів $R_1 R_2 R_3$ (рис. 6.8) еквівалентною зіркою $R'_a R'_b R'_d$ (рис. 6.15), опори якої:

$$R'_a = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{20 \times 10}{20 + 10 + 12,6} = 4,7 \text{ Ом};$$

$$R'_b = \frac{R_1 \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{20 \times 12,6}{20 + 10 + 12,6} = 5,9 \text{ Ом};$$

$$R'_d = \frac{R_2 \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{10 \times 12,6}{20 + 10 + 12,6} = 2,95 \text{ Ом}$$

Еквівалентний опір всього кола (рис. 6.15):

$$R_{екв} = R_6 + R'_a + R_{co'} = 1 + 4,7 + 17,4 = 23,1 \text{ Ом},$$

де

$$R_{co'} = \frac{(R_4 + R'_b) \times (R_5 + R'_d)}{R_4 + R'_b + R_5 + R'_d} = \frac{(20 + 5,9) \times (50 + 2,95)}{20 + 5,9 + 50 + 2,95} = 17,4 \text{ Ом}.$$

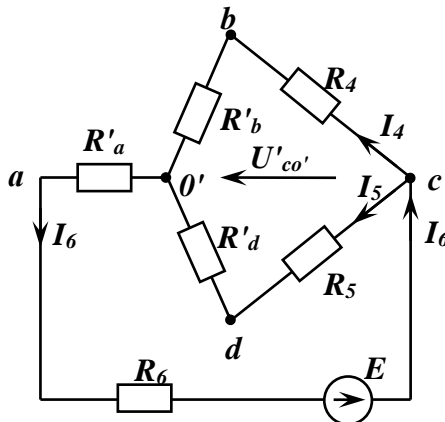


Рис. 6.15

Міжвузлова напруга

$$U_{co'} = R_{co'} \times I_6 = 17,4 \times 4,33 = 75,34 \text{ В}.$$

Величини струмів у вітках:

$$I_6 = \frac{E}{R_{екв}} = \frac{100}{23,1} = 4,33 \text{ A};$$

$$I_4 = \frac{U_{co'}}{R_4 + R'_b} = \frac{75,34}{20 + 5,9} = 2,91 \text{ A};$$

$$I_5 = \frac{U_{co'}}{R_5 + R'_d} = \frac{75,34}{50 + 2,95} = 1,42 \text{ A},$$

Враховуючи, що права частина заданої мостової схеми (рис. 6.8) не перетворювалась, то напрямки струмів I_4, I_5, I_6 у вітках розрахункової схеми (рис. 6.15) будуть такими ж, як і у вітках початкової схеми (рис. 6.8).

Тоді струми другої і першої віток (рис. 6.8):

$$I_2 = I_3 + I_5 = 1,03 + 1,42 = 2,45 \text{ A};$$

$$I_1 = I_6 + I_2 = 4,33 - 2,45 = 1,88 \text{ A}.$$

При проведенні розрахунків ми вважали, що струм у вітці з нелінійним опором $R_3(I)$ тече від вузла b до вузла d і, відповідно, напрямком напруги U_{3X} був вибраний від вузла b до вузла d .

Якби в результаті розрахунків одержалось від'ємне значення напруги U_{3X} , то напрямки напруги U_{3X} і струму I_3 початкової схеми (рис. 6.8) необхідно було б замінити на протилежні.

Зробимо перевірку правильності знайдених струмів, склавши рівняння другого закону Кірхгофа відповідно для контурів $a-b-d$ і $b-c-d$:

$$1) R_3 I_3 + R_2 I_2 = R_1 I_1;$$

$$12,6 \times 1,03 + 10 \times 2,45 = 20 \times 1,88;$$

$$37,5 \text{ B} \approx 37,6 \text{ B}. \text{ Похибка } 0,26\%.$$

$$2) R_4 I_4 + R_3 I_3 = R_5 I_5;$$

$$20 \times 2,91 + 12,6 \times 1,03 = 50 \times 1,42;$$

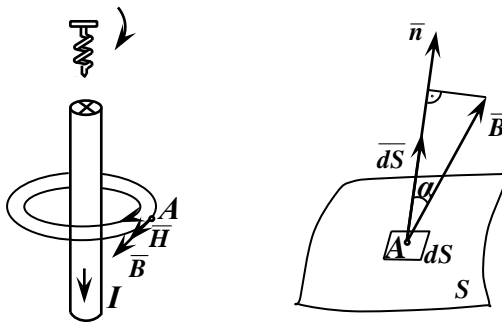
$$71,2 \text{ B} \approx 71 \text{ B}. \text{ Похибка } 0,13\%.$$

6.2. Нелінійні магнітні кола постійного струму

6.2.1. Основні магнітні величини

Під магнітним колом розуміють сукупність тіл і середовищ, в якій під впливом збудника магнітного поля виникає потік магнітної індукції.

Магнітне поле виникає завжди, коли через провідне середовище протікає постійний струм. Графічно поле зображують у вигляді магнітних силових ліній і в кожній точці воно характеризується вектором магнітної індукції \vec{B} , спрямованим по дотичній до лінії поля. На рис. 6.16. представлено магнітне поле прямолінійного струму.



Однією з основних характеристик магнітного поля є скалярна величина – магнітний потік Φ , тобто потік вектора магнітної індукції \vec{B} через деяку поверхню S (рис. 6.17):

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot \vec{dS} = \int_S B dS \cos(\vec{B}, \vec{dS}), \quad (6.7)$$

який може мати додатне або від'ємне значення в залежності від кута α , утвореного напрямками векторів \vec{B} і \vec{dS} .

Оскільки лінії магнітної індукції неперервні та замкнені, то потік вектора магнітної індукції крізь замкнену поверхню дорівнює нулю:

$$\Phi = \oint \bar{B} d\bar{S} = 0. \quad (6.7, a)$$

В однорідному магнітному полі, коли для всіх точок простору вектор магнітної індукції $\bar{B} = \text{const}$ і напрямок його перпендикулярний до площини S ($\alpha = 0^\circ$; $\cos \alpha = 1$), магнітний потік виражається формулою:

$$\Phi = BS,$$

що дає право говорити про величину вектора магнітної індукції, як про його потік, віднесений до одиниці поверхні:

$$B = \frac{\Phi}{S}.$$

При неоднорідному магнітному полі ця формула має вигляд:

$$B = \frac{d\Phi}{dS}.$$

У міжнародній системі одиниць (SI) магнітна індукція вимірюється в теслах (Тл) або веберах на квадратний метр ($B\bar{b}/m^2$), а магнітний потік у веберах ($B\bar{b}$).

При розрахунку магнітних кіл застосовують також допоміжну величину – вектор напруженості магнітного поля \bar{H} , який за напрямком збігається з вектором магнітної індукції \bar{B} і зв'язаний з ним співвідношенням:

$$\bar{B} = \mu_a \bar{H}, \quad (6.8)$$

де μ_a – абсолютна магнітна проникність середовища, яка враховує роль його внутрішньоатомних струмів у створенні магнітного поля і для вакууму має значення:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Гн} / \text{м} \approx 1,256 \times 10^{-6} \text{ Гн} / \text{м}.$$

Для діамагнітних матеріалів (вісмут, мідь тощо) $\mu_a \leq \mu_0$ і для парамагнітних матеріалів (платина, алюміній та ін.) $\mu_a \geq \mu_0$, тобто величина абсолютної магнітної проникності майже не відрізняється від значення μ_0 , а для

ферромагнітних речовин вона в тисячі разів перевищує значення μ_0 і, крім того, нелінійно залежить від величини напруженості магнітного поля: $\mu_a = f(H)$ (рис. 6.18).

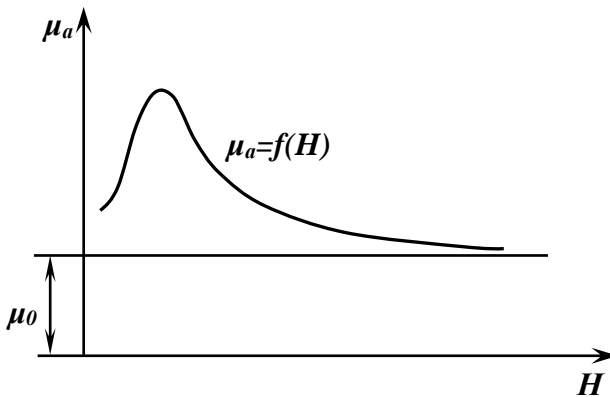


Рис. 6.18

Якщо магнітне поле збуджується в однорідному середовищі, то напруженість H не залежить від магнітних властивостей цього середовища і враховує лише величини намагнічувальних струмів і форму провідників, які вони обтікають.

Напруженість магнітного поля вимірюється в амперах на метр (A/m).

6.2.2. Аналогія між магнітними і електричними величинами

Між величинами, що характеризують магнітні та електричні кола, існує формальна аналогія, яка дозволяє ввести для магнітних кіл ряд понять, аналогічних поняттям, що використовуються при дослідженні процесів в електричних колах:

1. Магнітний потік Φ аналогічний до струму I в електричному колі.

2. Магніторушійна сила (МРС) або нагнічуюча сила $F = wI$, де w — кількість витків у котушці пристрою, I —

струм котушки, аналогічна до електрорушійної сили (ЕРС) в електричному колі:

$$F = wI = \oint \overline{H} d\overline{l}, \quad A; \quad (6.9)$$

$$e = \oint \overline{E} d\overline{l}, \quad B. \quad (6.10)$$

Аналогія полягає в тому, що МРС F збуджує в магнітному колі магнітний потік Φ , подібно до того, як ЕРС e створює в електричному колі струм I . Як і ЕРС, МРС є величиною напрямленою. Додатній напрямок МРС співпадає з поступальним рухом правоходового гвинта, якщо його повертати за напрямком струму в котушці. Формальність цієї аналогії в тому, що ЕРС існує й за відсутності струму в електричному колі (якщо коло розімкнене), в той час як існування МРС завжди пов'язане з одночасним існуванням струму.

3. Магнітна напруга (різниця магнітних потенціалів) аналогічна електричній напрузі:

$$U_{M_{ae}} = \int_a^e \overline{H} d\overline{l}, \quad A; \quad (6.11)$$

$$U_{ab} = \int_a^e \overline{E} d\overline{l}, \quad B. \quad (6.12)$$

При визначенні магнітної напруги $U_{M_{ae}}$ слід мати на увазі:

а) якщо на ділянці магнітного кола між точками a і e $\overline{H} = \text{const}$ і співпадає за напрямком з елементом шляху $d\overline{l}$, то $\overline{H} d\overline{l} = H dl \cos 0^\circ = H dl$, тому

$$U_{M_{ae}} = H \int_a^e dl = H l_{ae},$$

де l_{ae} – довжина шляху між точками a і e ;

б) якщо на ділянці магнітного кола між точками a і e напруженість $\overline{H} \neq \text{const}$, то весь шлях l_{ae} можна поділити на n окремих частин таким чином, щоб для кожної k -тої частини напруженість виявилась сталою величиною ($H_k = \text{const}$), тоді

$$U_{M_{ae}} = \sum H_k l_k.$$

4. Магнітний опір аналогічний нелінійному електричному статичному опору:

$$R_M = \frac{U_M}{\Phi} = \frac{l_{cep}}{\mu_a S}, \Gamma H^{-1}; \quad (6.13)$$

$$R_{cm} = \frac{U}{I}, \text{ Ом}. \quad (6.14)$$

Оскільки магнітна проникність μ_a феромагнітних матеріалів залежить від магнітної індукції B ($\mu_a = f(B)$), то магнітний опір R_M не може розглядатись як постійна величина; якщо магнітне коло утворене ділянками з різною магнітною проникністю, то магнітні опори ділянок будуть різні.

5. Магнітна провідність аналогічна електричній провідності:

$$G_M = \frac{I}{R_M} = \frac{\mu_a S}{l_{cep}}, \Gamma H; \quad (6.15)$$

$$G = \frac{I}{R_{cm}}, \text{ См}. \quad (6.16)$$

У загальному випадку R_M та G_M – функції магнітного потоку Φ (непостійної величини), тому поняттями R_M та G_M при розрахунках користуються лише в тих випадках, коли магнітне коло в цілому, або його ділянка, для якої визначається R_M та G_M , не насичені (частіше за все це буває, коли в магнітному колі наявний досить великий повітряний проміжок).

6.2.3. Основні закони магнітних кіл

Закон повного струму. Циркуляція вектора напруженості H магнітного поля по замкненому контуру довжиною l рівна алгебраїчній сумі струмів ($\sum I$), які охоплюються цим контуром:

$$\oint \bar{H} d\bar{l} = \sum I. \quad (6.17)$$

Якщо контур інтегрування охоплює w витків котушки, які обтікає струм I , то закон повного струму набуває вигляду:

$$\oint \bar{H} d\bar{l} = wI = F. \quad (6.17, a)$$

Перший закон Кірхгофа. Алгебраїчна сума магнітних потоків у будь-якому вузлі магнітного кола рівна нулю:

$$\sum \Phi = 0. \quad (6.18)$$

Другий закон Кірхгофа. Алгебраїчна сума МРС, що діють у будь-якому контурі магнітного кола, дорівнює алгебраїчній сумі магнітних напруг на тому ж контурі:

$$\sum wI = \sum F = \sum U_M = \sum Hl. \quad (6.19)$$

Другий закон Кірхгофа для магнітних кіл по суті являє собою іншу форму запису закону повного струму.

Закон Ома ($U_M = R_M \Phi$) у більшості випадків не може бути застосований для розрахунку магнітних кіл внаслідок того, що магнітний опір R_M – змінна величина ($R_M = f(\Phi)$).

6.2.4. Різновидності магнітних кіл

Магнітні кола, так само, як і електричні, можуть бути нерозгалуженими і розгалуженими.

На рис. 6.19 зображено нерозгалужене магнітне коло, в якому магнітопровід складається з двох однорідних феромагнітних ділянок завдовжки відповідно l_1 й l_2 , а також двох однакових повітряних проміжків довжиною l_n кожен.

Обмотка збудження, складена з двох послідовно з'єднаних котушок із загальним числом витків w , обтікається струмом I і створює намагнічувальну силу $F = wI$, яка збуджує основний магнітний потік Φ , однаковий для всіх перерізів магнітопроводу, і невеликий

магнітний потік розсіювання Φ_{σ} , що замикається в навколишньому повітряному середовищі.

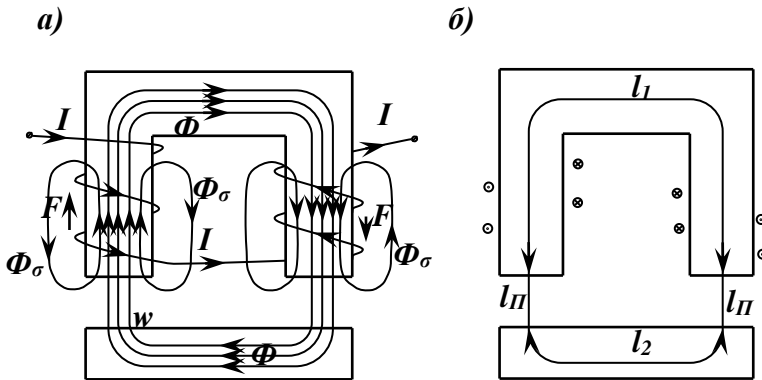


Рис. 6.19

Основною частиною магнітного кола є феромагнітні ділянки, які під впливом намагнічувальної сили F намагнічуються самі і забезпечують необхідну конфігурацію магнітного поля, тим часом як повітряні проміжки мало впливають на форму магнітних силових ліній, але істотно впливають на величину збуджуючого магнітного потоку.

При розрахунку магнітних кіл існує два типи задач: пряма і обернена.

6.2.5. Пряма магнітна задача

Задано: магнітний потік Φ , геометричні розміри магнітопроводу, крива намагнічування магнітопроводу та кількість витків w обмотки. Необхідно визначити намагнічувальну силу $F = wI$, а потім і струм I обмотки намагнічування.

Спочатку знаходять величини магнітної індукції B_i на кожній ділянці магнітопроводу, як $B_i = \Phi / S_i$, за якими визначають відповідні напруженості магнітного поля H_i

на окремих ділянках магнітного кола, де S_i – площа поперечного перерізу i -тої ділянки магнітопроводу.

Для феромагнітних ділянок величини H_i визначають за кривою намагнічування $B_i = F(H_i)$, яка відповідає даному матеріалу (рис. 6.20, б), а для повітряних проміжків за формулою:

$$H_{\text{п}} = \frac{B}{\mu_0} = \frac{B}{1,256 \times 10^{-6}} \cong 0,8 \times 10^6 \text{ В}. \quad (6.20)$$

Враховуючи, що в межах кожної однорідної ділянки величина напруженості H магнітного поля залишається практично сталою, застосуємо закон повного струму для середньої магнітної лінії магнітопроводу, на якому знаходяться w витків котушки зі струмом I (рис. 6.20):

$$H_1 l_1 + 2H_{\text{п}} l_{\text{п}} + H_2 l_2 = wI. \quad (6.21)$$

Знайдене значення намагнічувальної сили $F = wI$ звичайно збільшують на $10 \div 20\%$ для врахування магнітного потоку розсіювання Φ_{σ} .

Оскільки основним опором нерозгалуженого магнітного кола є повітряний проміжок, то при попередніх розрахунках можна знехтувати магнітними напругами $H_1 l_1$ і $H_2 l_2$ і вважати, що намагнічувальна сила:

$$F \approx 2H_{\text{п}} l_{\text{п}}.$$

Вибір числа витків w обмотки збудження є неозначеною задачею, якщо не відома величина напруги, що її живить, оскільки необхідна намагнічувальна сила $F = wI$ може бути створена при будь-якій комбінації величини струму, що тече в обмотці збудження, і числа її витків w .

При заданій напрузі число витків w обмотки визначається за формулою:

$$w = U \frac{kS_0}{\rho_{\text{сеп}} F}. \quad (6.22)$$

Приклад 2.1. Визначимо величину струму в котушці електромагніту (число витків $w = 1200$), який створює в

осерді з електротехнічної сталі (рис. 6.20, а) тягове зусилля $F = 220 \text{ Н}$. Крива намагнічування сталі представлена на рис. 6.20, б.

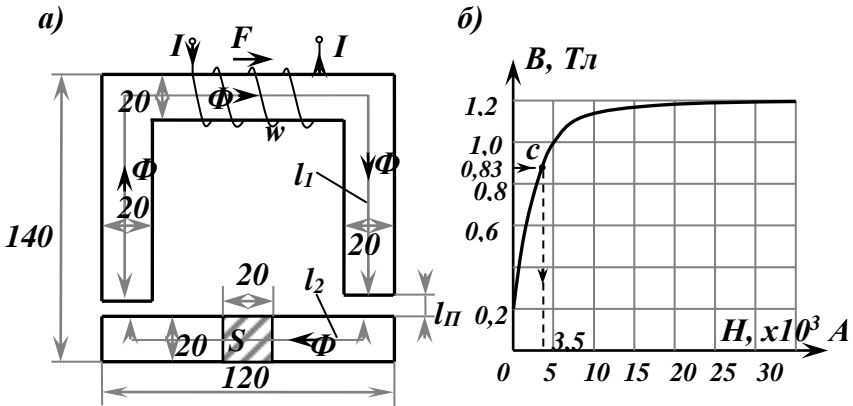


Рис. 6.20

Розв'язання

Розіб'ємо магнітне коло на ділянки таким чином, щоб в межах кожної ділянки напруженість H магнітного поля була постійною ($H = \text{const}$). Для виконання цієї умови ділянка має бути: виготовлена з одного матеріалу ($\mu_a = \text{const}$); мати однакову по всій довжині площу поперечного перерізу ($S = \text{const}$); пронизуватись одним магнітним потоком ($\Phi = \text{const}$).

У заданому колі є три таких ділянки:

- 1) частина магнітопроводу довжиною l_1 і поперечним перерізом $(20 \times 20) \text{ мм}^2$;
- 2) частина магнітопроводу довжиною l_2 і поперечним перерізом $(20 \times 20) \text{ мм}^2$;
- 3) повітряний проміжок.

Проведемо середню лінію магнітопроводу і визначимо за його геометричними розмірами довжину та площу поперечного перерізу кожної ділянки:

$$l_1 = 2(140 - 22 - 10) + (120 - 10 - 10) = 316 \text{ мм} = 0,316 \text{ м};$$

$$l_2 = 120 - 10 - 10 + 10 + 10 = 120 \text{ мм} = 0,12 \text{ м};$$

$$l_{II} = 2 + 2 = 4 \text{ мм} = 0,004 \text{ м};$$

$$S_1 = S_2 = S_{II} = S = 20 \times 20 = 400 \text{ мм}^2 = 4 \times 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Визначимо магнітну індукцію в повітряному проміжку магнітопроводу:

$$B_0 = \sqrt{\frac{F \times \mu_0}{S_{II}}} = \sqrt{\frac{220 \times 1,256 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-4}}} = 0,83 \text{ Тл.}$$

Оскільки поперечні перерізи всіх ділянок магнітного кола однакові, то

$$B_1 = B_2 = B_0 = B = 0,83 \text{ Тл.}$$

Величина магнітного потоку в магнітопроводі:

$$\Phi = B \times S = 0,83 \times 4 \times 10^{-4} = 3,32 \times 10^{-4} \text{ Вб.}$$

На кривій намагнічування (рис. 6.20, б) за значенням магнітної індукції $B = 0,83 \text{ Тл}$ знаходимо напруженість магнітного поля в магнітопроводі:

$$H = H_1 = H_2 = 350 \text{ А/м.}$$

Напруженість магнітного поля в повітряному проміжку обчислюється за формулою:

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{0,83}{1,256 \times 10^{-6}} = 661 \times 10^3 \text{ А/м.}$$

Магніторушійна сила котушки електромагніту згідно з законом повного струму:

$$\begin{aligned} F &= H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_0 l_{II} = H(l_1 + l_2) + H_0 l_{II} = \\ &= 350 \times (0,316 + 0,12) + 661 \times 10^3 \times 4 \times 10^{-3} = 2796 \text{ А.} \end{aligned}$$

Тоді струм в котушці електромагніту:

$$I = \frac{F}{W} = \frac{2796}{1200} = 2,33 \text{ А.}$$

6.2.6. Обернена магнітна задача

Коли розв'язується обернена магнітна задача, тобто коли необхідно за заданою намагнічувальною силою $F = wI$ визначити збуджуваний нею магнітний потік Φ , задають ряд значень магнітного потоку $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n$, визначають для кожного з них відповідну намагнічувальну силу $(wI)_1, (wI)_2, \dots, (wI)_n$, а потім будують магнітну характеристику $\Phi = F(wI)$, що дає можливість знайти графічно необхідний магнітний потік Φ за заданою величиною намагнічу вальної сили wI (рис. 6.21).

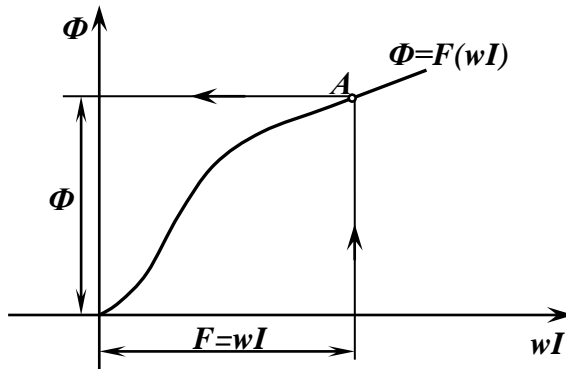


Рис. 6.21

Розрахунок величин магнітних потоків у розгалуженому магнітному колі, збуджених намагнічувальними силами обмоток, розміщених на окремих ділянках магнітопроводу (рис. 6.22), проводять, виходячи з принципу неперервності магнітного потоку, згідно з яким алгебраїчна сума потоків в ділянках магнітного кола, збіжних до одного вузла, дорівнює нулю, тобто $\sum \Phi_i = 0$, і співвідношення $\sum w_i I_i = \sum H_i l_i$, яке показує, що в будь-якому контурі магнітного кола алгебраїчна сума намагнічувальних сил дорівнює алгебраїчній сумі добутків напруженостей магнітного поля на відповідні їх довжини ділянок магнітного кола.

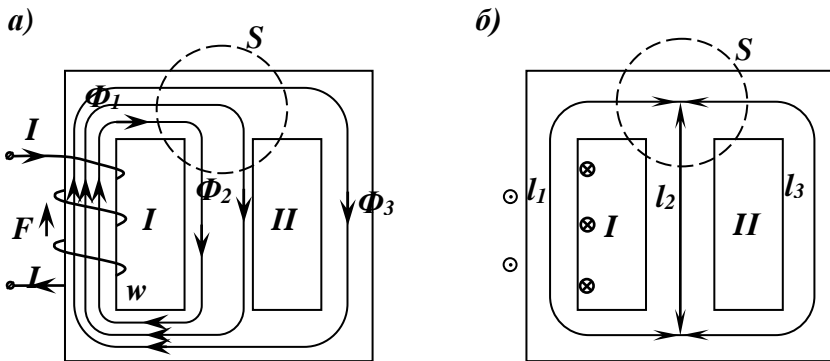


Рис. 6.22

Якщо магнітні потоки, спрямовані до вузла, вважати додатними, а потоки спрямовані від вузла, – від’ємними, то стосовно до вузла S розгалуженого магнітного кола (рис. 6.22, а) рівняння неперервності магнітного потоку запишеться так:

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3. \quad (6.23)$$

При обході контурів I і II в напрямку обертання годинникової стрілки можна записати ще два рівняння:

$$wI = H_1 l_1 + H_2 l_2; \quad (6.24)$$

$$0 = H_3 l_3 - H_2 l_2. \quad (6.25)$$

Оскільки між величинами магнітних потоків Φ_1, Φ_2, Φ_3 і відповідними їм напруженостями магнітного поля H_1, H_2, H_3 існує нелінійна залежність, яка визначається відповідними кривими намагнічування $B_i = F_i(H_i)$, то систему трьох рівнянь: (6.23), (6.24) і (6.25) зручно розв’язати графічно.

Для цього необхідно для кожної ділянки розгалуженого магнітного кола побудувати криву $\Phi_i = F_i(H_i l_i)$, для чого треба абсцису кожної кривої намагнічування $B_i = F_i(H_i)$ помножити на довжину l_i відповідної ділянки магнітопроводу, виміряну по середній

магнітній лінії, а ординату кожної кривої помножити на площу S_i поперечного перерізу тієї ж ділянки.

Криві $\Phi_1 = F_1(H_1 l_1)$, $\Phi_2 = F_2(H_2 l_2)$ і $\Phi_3 = F_3(H_3 l_3)$ відповідно для трьох стрижнів магнітопроводу (рис. 6.22) побудовано на рис. 6.23.

Розв'яжемо графічно рівняння (6.23). З цією метою, додаючи ординати кривих $\Phi_2 = F_2(H_2 l_2)$ і $\Phi_3 = F_3(H_3 l_3)$, знайдемо криву $\Phi_2 + \Phi_3 = F_{23}(H_2 l_2)$, додаючи до абсцис якої відповідні абсциси кривої $\Phi_1 = F_1(H_1 l_1)$, одержимо криву $\Phi_1 = F(H_1 l_1 + H_2 l_2)$, на якій можна за відомою величиною магнітного потоку Φ_1 знайти відповідну їй величину магнітної напруги $(H_1 l_1 + H_2 l_2)$, яка згідно з рівністю (6.24) дорівнює шуканій намагнічувальній силі wI .

Одночасно з цим визначаються магнітні напруги $H_1 l_1$ і $H_2 l_2$ проєкціями точок A' й A'' на вісь абсцис і величини магнітних потоків Φ_2 і Φ_3 , як ординати точок A_2 й A_3 .

При врахуванні магнітних потоків розсіювання така задача розв'язується методом послідовного наближення.

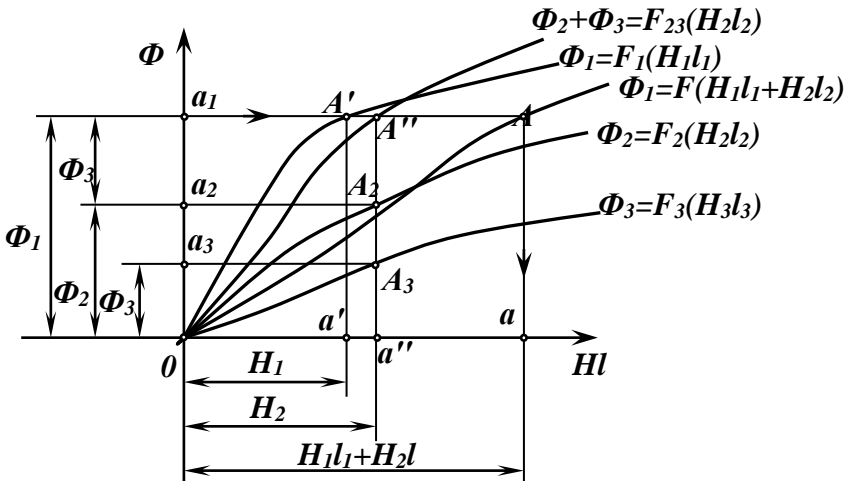


Рис. 6.23

6.2.7. Розрахунок магнітного кола графо-аналітичним методом (обернена магнітна задача)

Приклад 2.2

Визначимо магнітні потоки в стрижнях магнітопроводу (рис. 6.24) при заданих величинах струмів у котушках, якщо відомі фізичні параметри магнітного кола:

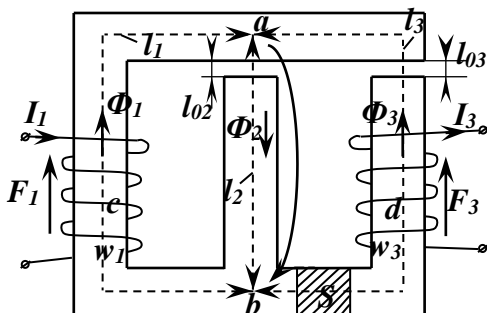


Рис. 6.24

l_1, l_2, l_3 – довжини середніх магнітних ліній;

l_{01}, l_{02}, l_{03} – довжини повітряних проміжків у стрижнях магнітопроводу;

S – площа поперечного перерізу стрижня;

w_1, w_2, w_3 – кількість витків проводу в котушках.

$F_1 = w_1 I_1$ і $F_2 = w_2 I_2$ – магніторушійні сили (МРС) котушок.

Крива намагнічування електротехнічної сталі магнітопроводу приведена на рис. 6.25.

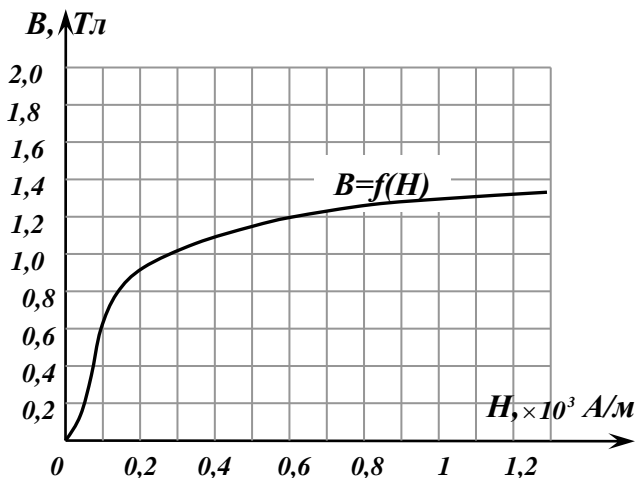


Рис. 6.25

Розв'язання

Розрахунок нелінійного магнітного кола проведемо за числовими даними, наведеними в табл. 6.2.

Таблиця 6.2

I_1 , A	I_2 , A	I_3 , A	$l_1 \times$ $\times 10^{-2}$, м	$l_2 \times$ $\times 10^{-2}$, м	$l_3 \times$ $\times 10^{-2}$, м	L_{01} , $\times 10^{-3}$, м	L_{02} , $\times 10^{-3}$, м	L_{03} , $\times 10^{-3}$, м	$S \times 10^{-3}$, м ²	w
20	-	30	1,3	0,6	1,3	-	0,2	0,1	2	50

Магнітне коло, представлене на рис. 6.24, є нелінійним, так як магнітний опір електротехнічної сталі є функцією її магнітної проникності μ_a , яка нелінійно залежить від напруженості магнітного поля H , що також видно з нелінійності кривої намагнічування (рис. 6.25).

Розрахунок заданого магнітного кола проведемо графо-аналітичним методом по аналогії з розрахунком нелінійного електричного кола подібної конфігурації.

Зображене на рис. 6.24 коло є простим розгалуженим магнітним колом, що має два магнітних вузли « a » та « b » і три паралельні магнітні вітки. Для проведення розрахунку задамося умовними додатними напрямками

магнітних потоків Φ_1, Φ_2, Φ_3 в стрижнях магнітопроводу і покажемо їх на схемі (рис. 6.24).

Складемо для вузла «*a*» рівняння рівноваги магнітних потоків згідно з першим законом Кірхгофа:

$$\Phi_2 = \Phi_1 + \Phi_3. \quad (6.26)$$

У відповідності з вибраними напрямками струмів I_1 й I_3 в котушках w_1 і w_3 позначимо на схемі додатні напрямки магніторушійних сил (МРС) F_1 і F_3 , визначені згідно з правилом правої руки: якщо котушку охопити правою рукою так, щоб струм «витікав» з чотирьох пальців, то випрямлений великий палець вкаже напрямок магніторушійної сили.

Згідно з другим законом Кірхгофа складемо рівняння рівноваги для замкнених магнітних контурів магнітопроводу, використовуючи аналогії: магніторушійна сила $F = wI$ і електрорушійна сила E , спад магнітної напруги Hl і спад електричної напруги RI .

Виберемо напрямки обходу магнітних контурів у відповідності з рухом годинкової стрілки. При цьому спад магнітної напруги увійде в рівняння зі знаком „+”, якщо напрямок магнітного потоку співпадає з напрямком обходу контуру, і навпаки.

Будемо вважати, що міжвузлова напруга U_{Mab} направлена від вузла «*a*» до вузла «*b*», а в стрижнях магнітопроводу діють магнітні напруги:

$$U_{M1} = H_1 l_1; \quad (6.27)$$

$$U_{M2} = H_2 l_2 + H_{02} l_{02}; \quad (6.28)$$

$$U_{M3} = H_3 l_3 + H_{03} l_{03}, \quad (6.29)$$

де $H_1 = H_2 = H_3 = H$ – напруженості магнітного поля в стрижнях магнітопроводу;

$H_{01} = H_{02} = H_{03} = H_0$ – напруженості магнітного поля в повітряних проміжках магнітопроводу;

l_1, l_2, l_3 – довжини середніх магнітних ліній в магнітних вітках $a-c-b$, $a-b$ і $a-d-b$ відповідно;

l_{02}, l_{03} – довжини повітряних проміжків у стрижнях магнітопроводу.

Тоді рівняння рівноваги для трьох магнітних контурів згідно з другим законом Кірхгофа запишуться:

$$U_{M_1} + U_{M_{ab}} = F_1; \quad (6.30)$$

$$U_{M_2} - U_{M_{ab}} = 0; \quad (6.31)$$

$$-U_{M_3} - U_{M_{ab}} = -F_3, \quad (6.32)$$

де $F_1 = w_1 I_1 = 50 \times 20 = 1000 \text{ A}$;

$F_2 = w_2 I_2 = 50 \times 30 = 1500 \text{ A}$.

Перенісши міжвузлову магнітну напругу $U_{M_{ab}}$ в ліву частину рівнянь, одержимо залежності міжвузлової магнітної напруги від МРС і спадів магнітних напруг для кожного стрижня магнітопроводу:

$$U_{M_{ab}}^{(1)} = F_1 - U_{M_1}; \quad (6.30, a)$$

$$U_{M_{ab}}^{(2)} = U_{M_2}; \quad (6.31, a)$$

$$U_{M_{ab}}^{(3)} = F_3 - U_{M_3}. \quad (6.32, a)$$

Для спрощення аналізу задачі всі дані розрахунків будемо записувати в табл. 6.3.

Тепер, задавшись значеннями магнітної індукції $B = 0; 0,1; 0,2; \dots; 1,4 \text{ Тл}$ (1-й рядок табл. 6.3), обчислимо для кожного з них:

а) магнітний потік Φ у стрижнях магнітопроводу за формулою $\Phi = B \times S$, де S – поперечний переріз стрижня (2-й рядок табл. 6.3);

б) напруженість магнітного поля H , користуючись кривою намагнічування $B = f(H)$, приведеною на рис. 2.10 (3-й рядок табл. 6.3);

в) напруженість магнітного поля H_0 в повітряних проміжках магнітопроводу за формулою:

$$H_0 = B / \mu_0 = B / 4\pi \times 10^{-7} = 7,96 \times 10^5 \times B \cong 8 \times 10^5 \text{ B};$$

г) спади магнітних напруг $H_k \times l_k$ в сталі магнітопроводу (5-й, 8-й і 12-й рядки табл. 6.3);

д) спади магнітних напруг $H_{ok} \times l_{ok}$ в повітряних проміжках магнітопроводу (9-й і 13-й рядки табл. 6.3);

е) повні спади магнітних напруг на магнітних вітках магнітопроводу (6-й, 10-й і 14-й рядки табл. 6.3);

Таблиця 6.3

№ рядка	Параметри магнітного поля	Числові дані												
		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,2	1,4
1	$B, Tл$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,2	1,4
2	$\Phi = B \times S,$ $\times 10^{-4} Вб$	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	24	28
3	$H, \times 10^4 A/м$	0	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,9	1,0	1,5	1,9	2,6	6,0	17
4	$H_0, \times 10^4 A/м$	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	96	112
5	$H_1 l_1, A$	0	39	52	65	78	91	117	143	195	247	238	780	2200
6	$U_{M1} = H_1 \times l_1,$ A	0	39	52	65	78	91	117	143	195	247	238	780	2200
7	$U_{Mab}^{(1)} = (F_1 - U_{M1}),$ A	1000	961	948	935	922	908	883	857	805	753	662	220	1200
8	$H_2 \times l_2, A$	0	18	24	30	36	42	54	66	90	114	156	360	10200
9	$H_{02} \times l_{02}, A$	0	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	192	224
10	$U_{M2} = (H_2 \times l_2 +$ $+ H_{02} \times l_{02}), A$	0	34	56	78	100	122	150	178	218	258	316	552	1244
11	$U_{Mab}^{(2)} = U_{M2}, A$	0	34	56	78	100	122	150	178	218	258	316	552	1244
12	$H_3 \times l_3, A$	0	39	52	65	78	91	117	143	195	247	338	780	2200
13	$H_{03} \times l_{03}, A$	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	96	112
14	$U_{M3} = (H_3 \times l_3 +$ $+ H_{03} \times l_{03}), A$	0	47	68	89	110	131	165	199	259	319	419	876	2312
15	$U_{Mab}^{(3)} = (F_3 - U_{M3}),$ $\times 10^3 A$	1,5	1,45	1,43	1,41	1,39	1,37	1,35	1,30	1,24	1,18	1,08	0,62	-0,8

є) міжвузлову магнітну напругу U_{Mab} для кожного стрижня магнітопроводу за формулами (6.30, а), (6.31, а) й (6.32, а) відповідно (7-й, 11-й і 15-й рядки табл. 6.3).

Далі розрахунок будемо проводити графічним методом.

Для цього побудуємо в спільній системі координат графіки $\Phi_1(U_{Mab}^{(1)})$, $\Phi_2(U_{Mab}^{(2)})$ й $\Phi_3(U_{Mab}^{(3)})$, використовуючи попарно числові дані 2-го рядка і 7-го, 11-го та 15-го рядків табл. 6.3 відповідно.

Будуємо сумарну криву $\Phi_{13}(U_{Mab}) = \Phi_1(U_{Mab}^{(1)}) + \Phi_3(U_{Mab}^{(3)})$, додаючи відповідні ординати кривих $\Phi_1(U_{Mab}^{(1)})$ та $\Phi_3(U_{Mab}^{(3)})$, і знаходимо точку перетину її з кривою $\Phi_2(U_{Mab}^{(2)})$, тобто точку A (рис. 6.26). Ця точка задовільняє рівняння (6.26) для магнітних потоків і визначає єдине значення міжвузлової магнітної напруги U_{Mab} при незмінних струмах I_1 й I_3 в котушках w_1 і w_3 .

Перпендикуляр, опущений з точки A на вісь магнітних напруг, визначить на ній міжвузлову напругу $U_{Mab} = 960 \text{ A}$. Цей перпендикуляр перетинає графіки $\Phi_1(U_{Mab}^{(1)})$, $\Phi_2(U_{Mab}^{(2)})$, $\Phi_3(U_{Mab}^{(3)})$ в точках C, A, B , ординати яких визначають при магнітній напрузі $U_{Mab} = 960 \text{ A}$ відповідні значення магнітних потоків: $\Phi_1 = 1,8 \times 10^{-4} \text{ Вб}$, $\Phi_2 = 23,2 \times 10^{-4} \text{ Вб}$, й $\Phi_3 = 21 \times 10^{-4} \text{ Вб}$.

Якби в результаті розрахунку якийсь магнітний потік отримав від'ємне значення, то це означало б, що його справжній напрямок є протилежним тому, який ми на початку розрахунку умовно вибрали за додатний. Цей справжній напрямок слід нанести на схему магнітного кола (рис. 6.24) пунктиром або іншим кольором, зберігши обов'язково початковий напрямок.

Для перевірки точності проведених розрахунків запишемо рівняння другого закону Кірхгофа для магнітних контурів і підставимо в них числові значення визначених величин.

З цієї метою обчислимо значення магнітної індукції B_1 , яке відповідає знайденому значенню магнітного потоку $\Phi_1 = 1,8 \times 10^{-4} \text{ Вб}$ в першому стрижні магнітопроводу:

$$B_1 = \frac{\Phi}{S_1} = \frac{1,8 \times 10^{-4}}{20 \times 10^{-4}} = 0,09 \text{ Тл.}$$

На кривій намагнічування сталі $B = f(H)$ (рис. 6.25) значенню індукції $B_1 = 0,09 \text{ Тл}$ відповідає значення напруженості магнітного поля $H_1 = 0,027 \times 10^3 \text{ А/м} = 27 \text{ А}$. Підставивши ці числові значення у рівність (6.30, а):

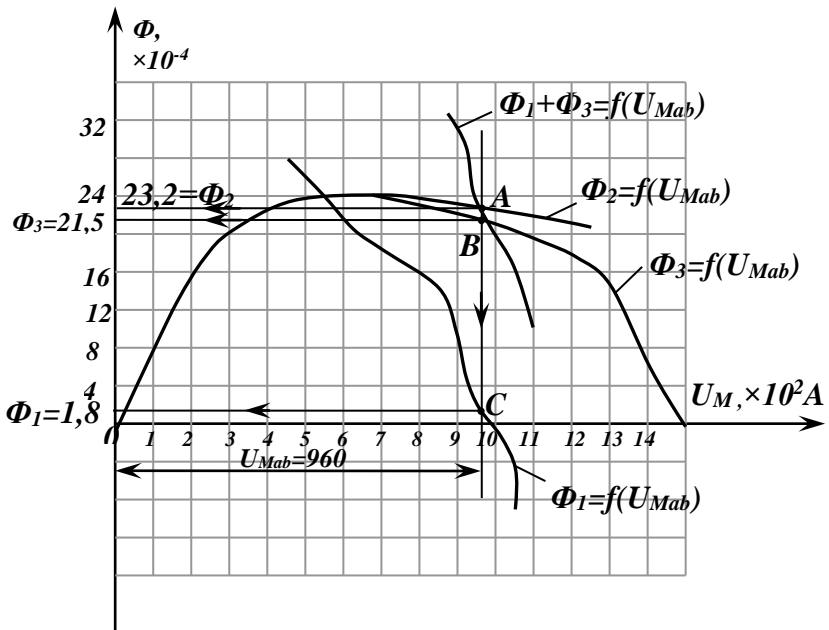
$$U_{\text{Маb}}^{(1)} = F_1 - U_{\text{Мl}} = w \times I_1 - H_1 \times l_1,$$

отримаємо

$$960 = 50 \times 20 - 27 \times 1,3$$

або

$$960 \text{ А} \approx 956 \text{ А.}$$



Магнітному потоку $\Phi_3 = 21,5 \times 10^{-4} \text{ Вб}$ відповідає магнітна індукція:

$$B_3 = \frac{\Phi_3}{S_3} = \frac{21,5 \times 10^{-4}}{20 \times 10^{-4}} = 1,08 \text{ Тл}.$$

На кривій намагнічування (рис. 6.25) значенню індукції $B_3 = 1,08 \text{ Тл}$ відповідає значення напруженості магнітного поля $H_2 = 0,39 \times 10^3 \text{ А/м} = 390 \text{ А}$.

Підставимо ці числові значення у рівність (6.32, а):

$$U_{\text{Маб}}^{(3)} = F_3 - U_{\text{Мз}} = w \times I_3 - H_3 \times l_3 - H_{03} \times l_{03},$$

отримаємо

$$960 = 50 \times 30 - 390 \times 1,3 - 7,96 \times 10^5 \times 1,08 \times 10^{-4}$$

або

$$960 \text{ А} \approx 927 \text{ А}.$$

6.3. Нелінійні магнітні кола змінного струму

6.3.1. Котушка зі сталевим осердям у колі змінного струму

6.3.1.1. Змінний магнітний потік і ЕРС самоіндукції

Для підсилення магнітного поля і надання йому необхідної конфігурації – машини і апарати змінного струму містять в собі сталеві осердя (магнітопроводи). Щоб зменшити втрати енергії від вихрових струмів при частоті змінного струму $f = 50 \text{ Гц}$ ці осердя виконують з листової електротехнічної сталі товщиною $0,25 \div 0,5 \text{ мм}$.

Залежність магнітного потоку від струму нелінійна, але зміна в часі магнітного потоку практично синусоїдна. Доведемо це.

Якщо котушку з осердям під'єднати до джерела синусоїдної напруги (рис. 6.27, а):

$$u = U_m \sin \omega t, \quad (6.33)$$

то змінний струм в котушці згідно з законом електромагнітної індукції збудить в осерді змінний магнітний потік Φ . Цей потік індукує в котушці ЕРС самоіндукції:

$$e = -\frac{d\psi}{dt} = -W \frac{d\Phi}{dt}, \quad (6.34)$$

де W – кількість витків котушки.

Ця ЕРС непропорційна збуджуючому струму, так як індуктивність котушки з осердям не є сталою величиною ($L \neq \text{const}$).

Струм в котушці створюється спільною дією прикладеної напруги $u(t)$ і ЕРС, індукованою магнітним потоком Φ :

$$i = \frac{u + e}{R}, \quad (6.35)$$

де R – активний опір котушки.

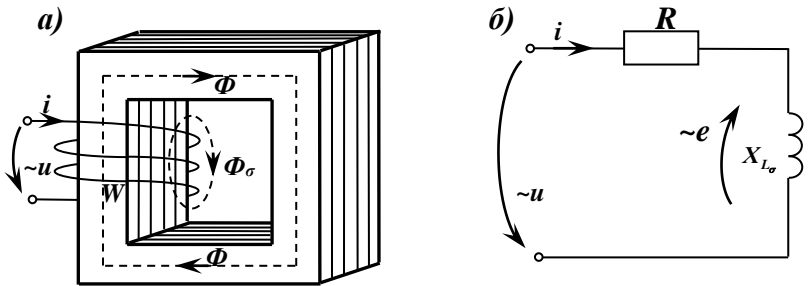


Рис. 6.27

Перепишемо рівність (6.35) у вигляді:

$$u = R \times i - e$$

і підставимо сюди залежності (6.33) і (6.34):

$$U_m \sin \omega t = R \times i + W \frac{d\Phi}{dt}.$$

Так як $R \cong 0$, то й $R \times i \cong 0$ і тоді:

$$U_m \sin \omega t = W \frac{d\Phi}{dt}.$$

Звідси знаходимо закон зміни магнітного потоку в часі:

$$d\hat{\Phi} = \frac{U_m}{W} \sin \omega t dt;$$

$$\begin{aligned}\Phi &= \frac{U_m}{W} \int \sin \omega t dt = \frac{U\sqrt{2}}{W\omega} \cos \omega t + A = \\ &= \frac{U}{4,44 fW} \sin(\omega t - 90^\circ) = \Phi_m \sin(\omega t - 90^\circ).\end{aligned}\quad (6.36)$$

Тут враховано, що постійна інтегрування A являє собою постійний магнітний потік в осерді, який при усталеному процесі рівний нулю.

З (6.36) видно, що синусоїдна напруга, яка прикладена до котушки, змушує магнітний потік в осерді змінюватись у часі також синусоїдно.

Знайдемо вираз для ЕРС самоіндукції. Для спрощення прийемо початкову фазу магнітного потоку Φ рівною нулю:

$$\Phi = \Phi_m \sin \omega t. \quad (6.36, a)$$

Тоді ЕРС самоіндукції:

$$\begin{aligned}e &= -W \frac{d\Phi}{dt} = -\omega W \Phi_m \cos \omega t = \\ &= \omega W \Phi_m \sin(\omega t - 90^\circ) = E_m \sin(\omega t - 90^\circ)\end{aligned}$$

відстає за фазою від магнітного потоку на кут 90° .

Амплітудне значення ЕРС:

$$E_m = \omega W \Phi_m. \quad (6.37)$$

Діюче значення ЕРС:

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{\omega}{\sqrt{2}} W \Phi_m = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} W \Phi_m = 4,44 fW \Phi_m.$$

Таким чином, ми одержали рівняння трансформаторної ЕРС:

$$E = 4,44 fW \Phi_m. \quad (6.38)$$

6.3.1.2. Змінний намагнічувальний струм

Як було показано вище, змінна синусоїдна напруга спричинює в магнітопроводі змінний синусоїдний магнітний потік, але намагнічувальний струм в котушці значно відрізняється від синусоїдного (рис. 6.28).

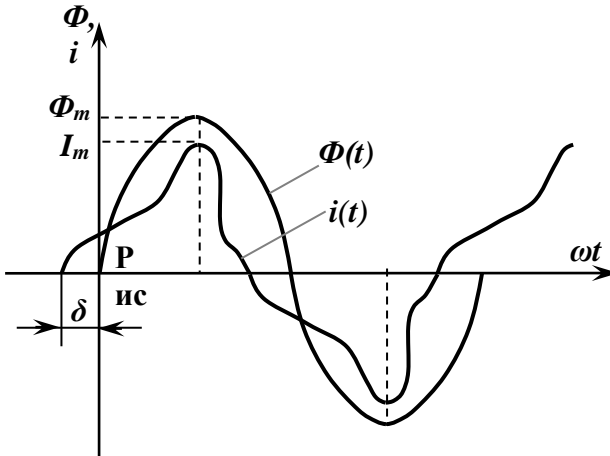


Рис. 6.28

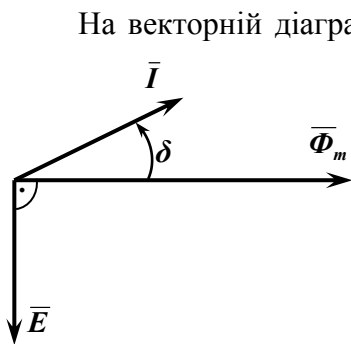
Амплітуди I_m та Φ_m співпадають за фазою, але нульова фаза струму за рахунок гістерезису випереджує нульову фазу потоку. Отже, намагнічувальний струм котушки – несинусоїдний.

Вплив насичення сталі викликає виникнення піку в кривій $i(t)$ і чим більша магнітна індукція B в осерді, тим вищий і гостріший цей пік.

При розрахунках магнітних кіл змінного струму несинусоїдний струм змінюють еквівалентним синусоїдним. Умова еквівалентності цих струмів: рівність їх діючих значень і рівність викликаних ними втрат енергії.

Така заміна дає можливість застосувати при розрахунку нелінійного магнітного кола всі відомі методи розрахунку лінійних електричних кіл, в тому числі й

комплексний метод, і побудувати для котушки зі стальним магнітопроводом векторну діаграму (рис. 6.29).



На векторній діаграмі вектор струму \bar{I} випереджує вектор магнітного потоку $\bar{\Phi}_m$ на кут δ , який називають кутом магнітного запізнення (кутом магнітних втрат), тому що крива $i(t)$ проходить нульове положення раніше, ніж крива $\Phi(t)$.

Діюче значення магнітного потоку $\Phi = \Phi_m / \sqrt{2}$ застосовується рідко, так як воно не має фізичного змісту.

6.3.1.3. Магнітний потік розсіювання

Деяка частина магнітного потоку замикається через повітря. Це магнітний потік розсіювання (рис. 6.27), з врахуванням якого закон Ома для магнітного кола запишеться у вигляді:

$$\Phi_\sigma = \frac{WI}{R_{m,\sigma} + R_{m,cm}} = \frac{F}{R_m}, \quad (6.39)$$

де $R_{m,\sigma}$ – магнітний опір повітря; $R_{m,cm}$ – магнітний опір сталі магнітопровода, причому $R_{m,\sigma} \gg R_{m,cm}$ і $R_{m,\sigma} = const = C$.

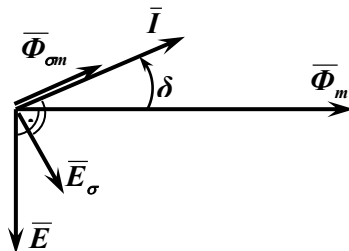


Рис. 6.30

Отже,

$$\Phi_{\sigma} = C \times I. \quad (6.40)$$

Таким чином, магнітний потік розсіювання (десипації), на відмінність від магнітного потоку в магнітопроводі, лінійно залежить від намагнічувального струму і співпадає з ним за фазою. Цей потік індукє в котушці ЕРС розсіювання:

$$e_{\sigma} = -L_{\sigma} \frac{di}{dt}$$

або у векторній формі запису:

$$\bar{E}_{\sigma} = -j\omega L_{\sigma} \bar{I} = -jX_{\sigma} \bar{I}, \quad (6.41)$$

де X_{σ} – індуктивний опір розсіювання – один з важливіших параметрів трансформаторів і машин змінного струму.

Тоді сила струму в котушці буде визначатись спільною дією прикладеної напруги u та ЕРС e і e_{σ} :

$$i = \frac{u + e + e_{\sigma}}{R},$$

звідки

$$u = (-e) + Ri + (-e_{\sigma}),$$

або у векторній формі

$$\bar{U} = (-\bar{E}) + R\bar{I} + (-\bar{E}_{\sigma}). \quad (6.42)$$

Підставивши в (6.42) вираз (6.41), одержимо

$$\bar{U} = (-\bar{E}) + (R + jX_{\sigma})\bar{I} = (-\bar{E}) + \underline{Z}\bar{I}, \quad (6.43)$$

де \underline{Z} – повний комплексний опір котушки.

6.3.1.4. Повна векторна діаграма котушки зі стальним осердям

Співвідношення між напругою і струмом наочно ілюструє векторна діаграма котушки (рис. 6.31), яку будемо в такій послідовності: спочатку відкладаємо вектор основного магнітного потоку $\bar{\Phi}_m$. Потім, під кутом

δ в напрямку випередження – вектор струму \bar{I} , проекції якого: \bar{I}_ϕ – струм, що збуджує основний магнітний потік Φ_m та \bar{I}_σ – струм, який зумовлений втратами в сталі осердя від гістерезису та вихрових струмів.

Таким чином,

$$I = \sqrt{I_\phi^2 + I_\sigma^2}.$$

Вектор $\bar{E}_\sigma \perp \bar{\Phi}_{om} \parallel \bar{I}$, а вектор $\bar{E} \perp \bar{\Phi}_m$.

З кінця вектора $\bar{U}' = -\bar{E}$ відкладаємо вектори $R\bar{I} \parallel \bar{I}$ та $X_\sigma \bar{I} \perp \bar{I}$.

Вектор $\underline{Z}\bar{I}$ – замикає вектори $R\bar{I}$ та $X_\sigma \bar{I}$:

$$\underline{Z}\bar{I} = R\bar{I} + jX_\sigma \bar{I}.$$

Тоді вектор прикладеної напруги \bar{U} згідно з рівністю (6.43) знаходимо як суму векторів \bar{U}' та $\underline{Z}\bar{I}$:

$$\bar{U} = \bar{U}' + \underline{Z}\bar{I}.$$

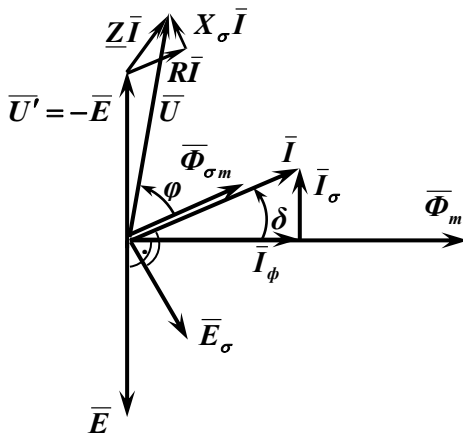


Рис. 6.31

6.3.2. Трансформатори

6.3.2.1. Будова і принцип роботи трансформатора

Трансформатор – це статичний електромагнітний апарат, який служить для перетворення змінної напруги та сили струму однієї величини в змінну напругу та силу струму іншої величин.

Трансформатори застосовують, щоб зменшити втрати під час передавання та розподілу електричної енергії.

Згідно з законом Джоуля-Ленца кількість теплоти Q , що виділяється на опорі R за час t , пропорційна квадрату сили струму I , який проходить через цей опір:

$$Q = I^2 R t. \quad (6.44)$$

Отже, для зменшення теплових втрат в лініях електропередачі і витрати провідникових матеріалів треба зменшити силу струму. А щоб передавана потужність $S = UI$ при цьому не змінилась, необхідно збільшити передавану напругу U . У кінцевих точках лінії електропередачі треба знизити напругу до значення, потрібного для струмоприймачів.

Основними конструктивними елементами трансформатора є замкнене електромагнітне осердя (магнітопровід) і дві або більше обмоток з числом витків W_1, W_2, \dots тощо, які ізольовані одна відносно одної і від осердя (рис. 6.32).

Осердя малопотужних трансформаторів набирають з листів електротехнічної сталі товщиною $0,35 \div 0,5$ мм, які з однієї сторони покриті ізоляційним лаком.

При розімкненій вторинній обмотці завдяки прикладеній напрузі u_1 через первинну обмотку буде проходити струм неробочого (холостого) режиму i_{10} , який збудить в магнітопроводі змінний магнітний потік Φ .

Потік Φ , замикаючись через магнітопровід, пронизує витки обмоток і згідно з законом електромагнітної

індукції наводить (індукує) в обмотках ЕРС самоіндукції e_1 та ЕРС взаємоіндукції e_2 .

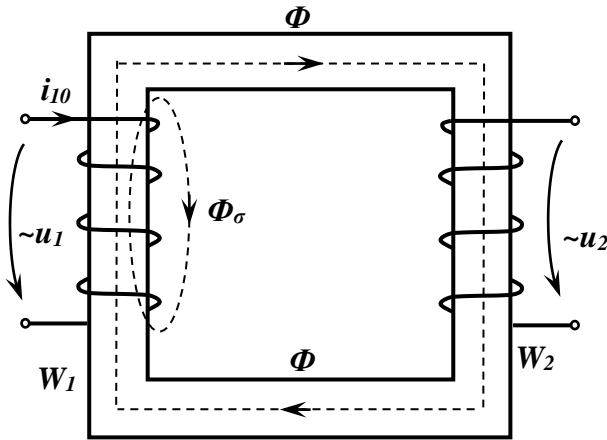


Рис. 6.32

Прикладена до первинної обмотки напруга u_1 зрівноважує спад напруги Δu_1 та ЕРС e_1 . ЕРС e_2 створює на вторинній обмотці напругу u_2 .

Якщо під'єднати до вторинної обмотки навантаження z_n (рис. 6.34), то через обмотку почне проходити струм i_2 , який створить в ній змінний магнітний потік Φ_2 . Цей потік направлений зустрічно до магнітного потоку Φ , зменшуючи його. Зменшення потоку Φ викличе зменшення ЕРС e_1 . В результаті збільшиться різниця між ЕРС e_1 і прикладеною напругою u_1 , що викличе збільшення струму i_{10} до величини i_1 .

Струм i_1 створить магнітний потік Φ_1 , який зкомпенсує магнітний потік Φ_2 вторинної обмотки.

Таким чином, сумарний магнітний потік залишиться незмінним і приблизно рівним початковому магнітному потоку Φ трансформатора.

6.3.2.2. Неробочий режим трансформатора

Неробочий (холостий) режим трансформатора – це робота трансформатора при розімкненій вторинній обмотці.

Якби в трансформаторі не було електромагнітного осердя, то струм i_{10} первинної обмотки був би реактивним і відставав від напруги u_1 на кут 90° . При наявності осердя струм i_{10} відстає від напруги u_1 на кут, що менший від 90° (рис. 6.33), випереджуючи основний магнітний потік Φ на кут δ , зумовлений втратами потужності від вихрових струмів і від перемагнічування осердя трансформатора.

Таким чином, якщо через первинну обмотку W_1 протікає струм:

$$i_{10} = I_{10m} \sin \omega t, \quad (6.45)$$

то він збуджує в ненасиченому осерді змінний магнітний потік:

$$\Phi = \Phi_m \sin(\omega t - \delta), \quad (6.46)$$

який індукує в обмотках W_1 ЕРС самоіндукції:

$$\begin{aligned} e_1 &= -W_1 \frac{d\Phi}{dt} = -W_1 \Phi_m \cos(\omega t - \delta) = \\ &= \Phi_m 2\pi f W_1 \sin(\omega t - \delta - 90^\circ) = \\ &= E_{1m} \sin(\omega t - \delta - 90^\circ) \end{aligned} \quad (6.47)$$

і в обмотці W_2 – ЕРС взаємної індукції:

$$\begin{aligned} e_2 &= -W_2 \frac{d\Phi}{dt} = -W_2 \Phi_m \cos(\omega t - \delta) = \\ &= \Phi_m 2\pi f W_2 \sin(\omega t - \delta - 90^\circ) = \\ &= E_{2m} \sin(\omega t - \delta - 90^\circ). \end{aligned} \quad (6.48)$$

Діючі значення цих ЕРС:

$$E_1 = \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} = \frac{2 \times 3,14}{\sqrt{2}} \Phi_m f W_1 \cong 4,44 \Phi_m f W_1; \quad (6.47, a)$$

$$E_2 = \frac{E_{2m}}{\sqrt{2}} = \frac{2 \times 3,14}{\sqrt{2}} \Phi_m f W_2 \cong 4,44 \Phi_m f W_2; \quad (6.48, a)$$

Потужність, яку споживає трансформатор при неробочому режимі (н.р.) йде на покриття втрат потужності в сталі осердя. Втратами потужності $i_{10}^2 R_l$ в активному опорі R_l первинної обмотки звично нехтують, так як вони дуже малі завдяки малій величині струму i_{10} неробочого режиму.

6.3.2.3. Векторна діаграма трансформатора при неробочому режимі

Струм неробочого режиму I_{10} створює в первинній обмотці намагнічувальну силу $F_l = W_l I_{10}$, завдяки якій виникає змінний магнітний потік Φ_m .

Вектор $\bar{\Phi}_m$ відстає від вектора намагнічувального струму \bar{I}_{10} на кут δ , а вектори ЕРС \bar{E}_1 та \bar{E}_2 відстають від вектора $\bar{\Phi}_m$ на кут 90° (рис. 6.33).

Магнітний потік розсіювання $\Phi_{\sigma 1}$, який виникає завдяки намагнічувальній силі $W_l I_{10}$, замикається через повітря й індукує ЕРС розсіювання $E_{\sigma 1}$:

$$E_{\sigma 1} = -X_l I_{10}.$$

Вектор $\bar{E}_{\sigma 1}$ відстає від вектора $\bar{\Phi}_{\sigma 1}$ на кут 90° .

Вектор $\bar{U}'_1 = -\bar{E}_1$ випереджує вектор $\bar{\Phi}_m$ на кут 90° .

З кінця вектора \bar{U}'_1 відкладаємо вектор $R_l \bar{I}_{10} \parallel \bar{I}_{10}$. До вектора $R_l \bar{I}_{10}$ додаємо вектор $X_l \bar{I}_{10}$ ($X_l \bar{I}_{10} \perp \bar{I}_{10}$). Вектор $Z_l \bar{I}_{10}$ замикає вектори $R_l \bar{I}_{10}$ та $X_l \bar{I}_{10}$:

$$Z_l \bar{I}_{10} = R_l \bar{I}_{10} + X_l \bar{I}_{10}.$$

Сполучивши кінець вектора \bar{U}'_1 з кінцем вектора $Z_1 \bar{I}_{10}$ отримаємо сумарний вектор напруги \bar{U}_1 первинної обмотки трансформатора.

Кут φ_{10} між вектором струму \bar{I}_{10} та вектором напруги \bar{U}_1 – це кут зсуву фаз між струмом і напругою первинної обмотки при неробочому режимі трансформатора.

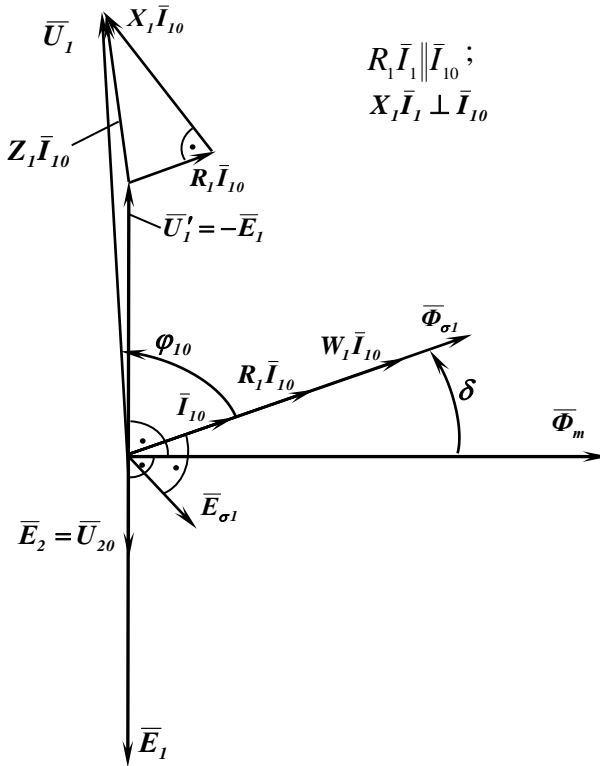


Рис. 6.33

Рівняння первинної обмотки трансформатора:

$$\begin{aligned}
 \underline{U}_1 &= -\underline{E}_1 + R_1 \underline{I}_{10} - \underline{E}_{\sigma 1} = -\underline{E}_1 + R_1 \underline{I}_{10} + X_1 \underline{I}_{10} = \\
 &= -\underline{E}_1 + \underline{Z}_1 \underline{I}_{10},
 \end{aligned} \tag{6.49}$$

або у векторній формі:

$$\bar{U}_1 = -\bar{E}_1 + R_1 \bar{I}_{10} + X_1 \bar{I}_1 = -\bar{E}_1 + Z_1 \bar{I}_{10}. \quad (6.50)$$

Струм неробочого режиму трансформатора $I_{10} \approx 3, \dots, 10\% I_{1H}$ і тому: $Z_1 I_{10} \ll E_1$. Отже, $U_1 \approx E_1$ і $U_{20} = E_2$.

Коефіцієнт трансформації – це відношення ЕРС первинної обмотки трансформатора до ЕРС вторинної:

$$k = \frac{E_1}{E_2} = \frac{4,44 \Phi_m f W_1}{4,44 \Phi_m f W_2} = \frac{W_1}{W_2} \cong \frac{U_1}{U_{20}}. \quad (6.51)$$

6.3.2.4. Робота трансформатора при навантаженні

6.3.2.4.1. Приведений трансформатор

При дослідженні режимів роботи трансформатора і при побудові векторної діаграми навантаженого трансформатора реальний трансформатор з коефіцієнтом трансформації k замінюють приведеним (еквівалентним) трансформатором з коефіцієнтом трансформації рівним одиниці. При цьому вторинну обмотку реального трансформатора з числом витків W_2 замінюють у приведеному трансформаторі обмоткою з числом витків W_1 , не порушуючи при цьому енергетичних співвідношень у трансформаторі. Параметри приведенного трансформатора позначають тими ж літерами, тільки з штрихом справа.

ЕРС, яка припадає на один виток реального трансформатора, рівна E_2 / W_2 . Тоді ЕРС, яка буде індукуватись у вторинній обмотці приведенного трансформатора:

$$E_2' = \frac{E_2}{W_2} W_1 = E_2' \frac{W_1}{W_2} = E_2' k = E_2' \frac{E_1'}{E_2'} = E_1'.$$

$$\text{Отже,} \quad E_2' = E_1'. \quad (6.52)$$

На підставі рівності повних потужностей реального і приведенного трансформатора маємо:

$$I_2' I_2 = I_2' I_2.$$

Звідси струм вторинної обмотки приведенного трансформатора:

$$I_2' = I_2' \frac{I_2'}{I_2'} = I_2' \frac{I_2'}{I_1'} = I_2' \frac{1}{k}.$$

Отже,
$$I_2' = I_2' / k. \quad (6.53)$$

З умови рівності енергетичних втрат в цих трансформаторах:

$$R_2 I_2'^2 = R_2' (I_2')^2$$

знаходимо:

$$R_2' = R_2 \left(\frac{I_2'}{I_2'} \right)^2 = R_2 \left(\frac{I_2'}{I_2' \cdot 1/k} \right)^2 = R_2 k^2. \quad (6.54)$$

Аналогічно одержуємо:

$$X_2' = X_2 k^2; \quad Z_2' = Z_2 k^2. \quad (6.55)$$

6.3.2.4.2. Основні рівняння навантаженого трансформатора

При увімкненні трансформатора під навантаження Z_H (рис. 6.34) у вторинній обмотці появиться струм I_2' , в результаті чого збільшиться струм I_1' при незмінній вхідній напрузі U_1' :

$$U_1' \cong I_1' = 4,44 \Phi_m f W_1 = const,$$

де $f i W = const$, значить і $\Phi_m = const$, тобто магнітний потік в трансформаторі – незмінний.

Закон Ома для неробочого (холостого) режиму роботи трансформатора:

$$\Phi_m = \frac{I_{10} W_1}{R_M}; \quad [B\sigma] = \left[\frac{A}{\Gamma H^{-1}} \right]. \quad (6.56)$$

Закон Ома для робочого режиму трансформатора (при під'єднанні Z_H):

$$\mathcal{F}_m = \frac{\mathcal{F}_1 W_1 + \mathcal{F}_2 W_2}{R_M}. \quad (6.57)$$

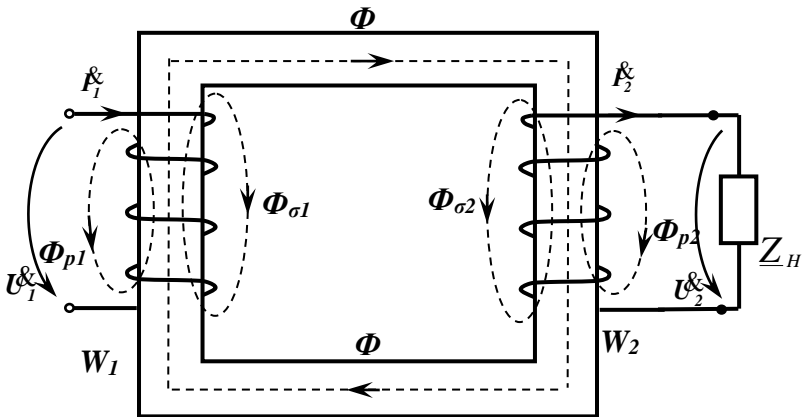


Рис. 6.34

Згідно з умовою незмінності магнітного потоку Φ_m в рівняннях (6.56) і (6.57) рівні ліві частини, отже, рівні і праві:

$$\frac{\mathcal{F}_{10} W_1}{R_M} = \frac{\mathcal{F}_1 W_1 + \mathcal{F}_2 W_2}{R_M}.$$

Звідси одержуємо рівняння намагнічуючих (магніторушійних) сил трансформатора:

$$W_1 \mathcal{F}_{10} = W_1 \mathcal{F}_1 + W_2 \mathcal{F}_2. \quad (6.58)$$

Фізичний зміст рівності (6.58): збільшення магнітного потоку \mathcal{F}_2 ($\mathcal{F}_2 \equiv \mathcal{F}_2 W_2$) обов'язково приведе до збільшення потоку \mathcal{F}_1 ($\mathcal{F}_1 \equiv \mathcal{F}_1 W_1$), який зкомпенсує магнітний потік Φ_2 . В результаті сумарний магнітний потік, що рівний магнітному потокові неробочого режиму трансформатора, залишиться незмінним.

Поділивши рівність (6.58) на W_1 , одержимо рівняння струмів трансформатора:

$$\dot{I}_{10} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \frac{W_2}{W_1} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \frac{1}{k} = \dot{I}_1 + \dot{I}'_2$$

або
$$\dot{I}_{10} = \dot{I}_1 + \dot{I}'_2. \quad (6.59)$$

У навантаженому трансформаторі під дією струму \dot{I}'_1 створюються спади напруг на опорах R_1 і jX_1 (рис. 6.35).

Значить, напруга \dot{U}'_1 повинна скомпенсувати ЕРС \dot{E}_1 і ці спади напруг.

Таким чином, рівняння напруг первинної обмотки трансформатора:

$$\dot{U}'_1 = -\dot{E}_1 + R_1 \dot{I}'_1 + jX_1 \dot{I}'_1 = -\dot{E}_1 + \underline{Z}_1 \dot{I}'_1. \quad (6.60)$$

У вторинній обмотці трансформатора зсув фаз ψ'_2 між струмом \dot{I}'_2 та ЕРС \dot{E}'_2 визначається характером навантаження \underline{Z}_H (при активно-індуктивному навантаженні струм \dot{I}'_2 відстає від ЕРС \dot{E}'_2 тощо).

Рівняння напруг вторинної обмотки трансформатора:

$$\dot{E}'_2 = \dot{U}'_2 + R_2 \dot{I}'_2 + jX_2 \dot{I}'_2 = \dot{U}'_2 + \underline{Z}'_2 \dot{I}'_2$$

для приведеного трансформатора запишеться:

$$\dot{E}'_2 = \dot{U}'_2 + R'_2 \dot{I}'_2 + jX'_2 \dot{I}'_2 = \dot{U}'_2 + \underline{Z}'_2 \dot{I}'_2. \quad (6.61)$$

6.3.2.4.3. Векторна діаграма навантаженого трансформатора в робочому режимі

Векторну діаграму трансформатора побудуємо на підставі рівнянь (6.59), (6.60) і (6.61).

Спочатку відкладаємо вектор струму холостого режиму \bar{I}_{10} . Під кутом δ до нього відкладаємо вектор магнітного потоку $\bar{\Phi}_m$. Під прямим кутом до вектора $\bar{\Phi}_m$ відкладаємо вектори ЕРС \bar{E}_1 і $\bar{E}'_2 = \bar{E}_1$. Потім під кутом

$\psi'_2 = \arctg \frac{X'_2 + X_H}{R'_2 + R_H}$ до вектора \bar{E}'_2 відкладаємо вектор

приведеного струму \bar{I}'_2 вторинної обмотки трансформатора. Вектор струму \bar{I}'_1 первинної обмотки

знаходимо згідно з рівнянням (6.59): $\bar{I}_1 = \bar{I}_{10} - \bar{I}'_2$.
 Напрямки векторів $\bar{\Phi}_{\sigma 1}$ і $\bar{\Phi}_{\sigma 2}$ магнітних потоків розсіювання співпадають з напрямками векторів відповідних струмів \bar{I}_1 та \bar{I}'_2 . Під прямими кутами до векторів $\bar{\Phi}_{\sigma 1}$ та $\bar{\Phi}_{\sigma 2}$ відкладаємо вектори ЕРС розсіювання $\bar{E}_{\sigma 1}$ та $\bar{E}_{\sigma 2}$. На підставі рівняння (6.60):

$$\bar{U}_1 = -\bar{E}_1 + R_1 \bar{I}_1 + jX_1 \bar{I}_1 = \bar{U}'_1 + \underline{Z}_1 \bar{I}_1$$

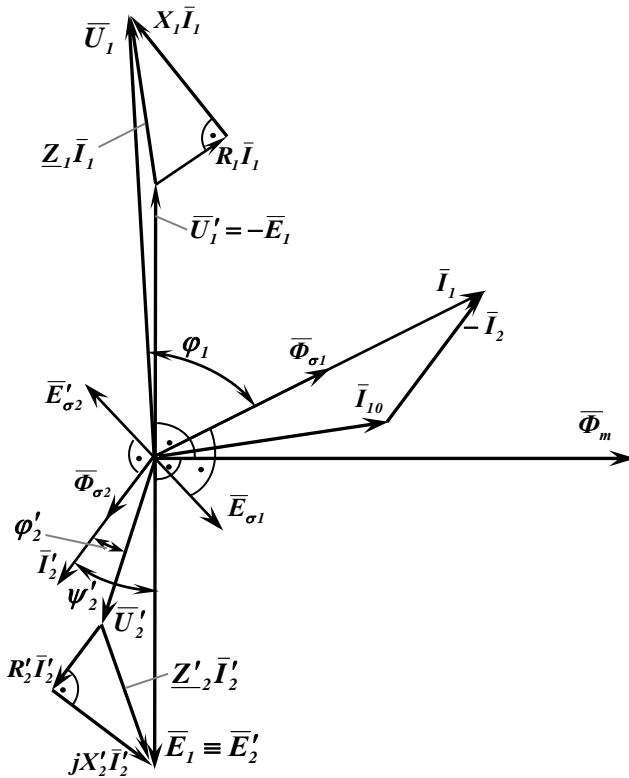


Рис. 6.35

визначаємо вектор напруги \bar{U}_1 первинної обмотки трансформатора. Для цього у верхній півплощині відкладаємо вектор $\bar{U}'_1 = -\bar{E}_1$. З його кінця відкладаємо вектор $R_1 \bar{I}_1 \parallel \bar{I}_1$, до якого додаємо вектор $jX_1 \bar{I}_1 \perp \bar{I}_1$.

Діагональ утвореного прямокутного трикутника $\underline{Z}_1 \bar{I}_1$, в сумі з вектором \bar{U}'_1 утворить шуканий вектор \bar{U}_1 .

У нижній півплощині відкладаємо під кутом $\varphi'_2 = \arctg\left(\frac{X'_2}{R'_2}\right)$ вектор приведеної напруги \bar{U}'_2 вторинної обмотки, до якого додаємо вектор $R'_2 \bar{I}'_2 \parallel \bar{I}'_2$ і вектор $jX'_2 \bar{I}'_2 \perp \bar{I}'_2$. Діагональ $\underline{Z}'_2 \bar{I}'_2$ утвореного прямокутного трикутника в сумі з вектором \bar{U}'_2 згідно з рівнянням (6.61) замикається на вектор \bar{E}'_2 .

6.3.2.4.4. Схеми заміщення трансформатора

Рівняння (6.59), (6.60) і (6.61) описують електромагнетні процеси в двохконтурній схемі, яка носить назву еквівалентної схеми заміщення трансформатора:

$$\underline{F}_{10} = \underline{F}_1 + \underline{F}_2, \quad (6.59)$$

$$\underline{U}'_1 = -\underline{E}'_1 + R_1 \underline{F}'_1 + jX_1 \underline{F}'_1 = U_{10} = -\underline{E}'_1 + \underline{Z}_1 \underline{F}'_1, \quad (6.60)$$

$$\underline{E}'_2 = \underline{U}'_2 + R'_2 \underline{F}'_2 + jX'_2 \underline{F}'_2 = \underline{U}'_2 + \underline{Z}'_2 \underline{F}'_2. \quad (6.61)$$

На рис. 6.36 представлена Т-подібна схема заміщення трансформатора.

У тих випадках, коли $\underline{Z}_1 \underline{F}'_1$ невелике в порівнянні з \underline{U}'_1 , покладають $\underline{U}'_1 \cong U_{10}$. Тоді схема заміщення спрощується (рис. 6.37, а). Така схема називається Г-подібною схемою заміщення. На ній позначено:

$$X_K = X_1 + X'_2; \quad R_K = R_1 + R'_2.$$

В режимах роботи трансформатора, близьких до короткого замикання, коли $\underline{F}'_{10} \ll \underline{F}'_1$, зі схеми (рис. 6.37, а) виключають вітку R_M, X_M (рис. 6.37, б).

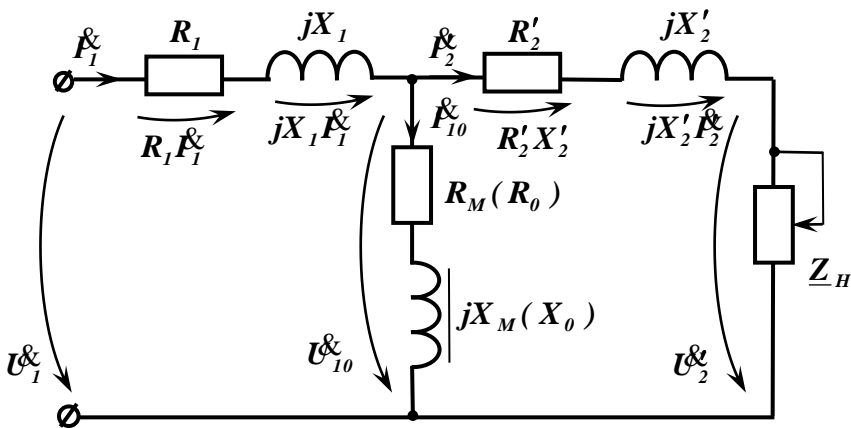


Рис. 6.36

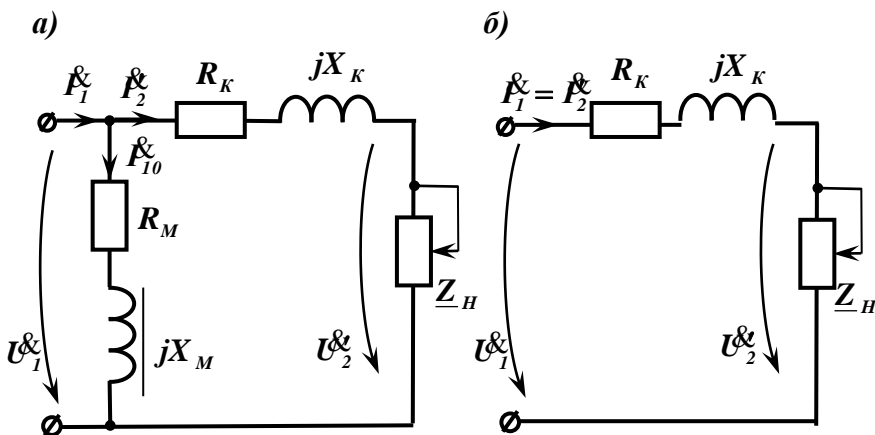


Рис. 6.37

Еквівалентні схеми заміщення трансформатора використовують для аналізу і розрахунків режимів його роботи, за що їх називають розрахунковими схемами заміщення трансформатора.