

Тема 3. ТРИФАЗНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА

Однофазні генератори змінної напруги, однофазні лінії електропостачання та однофазні двигуни є економічно не вигідними порівняно з такими самими трифазними. Тому в електроенергетиці сьогодні найбільше застосовуються трифазні системи (генератори, лінії електропостачання, двигуни та інші приймачі).

3.1. Генерування трифазної системи ЕРС

Трифазним називають електричне коло, в якому діють три зміщені за фазою ЕРС однієї частоти, що генеруються спільним джерелом енергії. Частина трифазної системи (окреме коло), в якій діє одна ЕРС, називають фазою. Окремі обмотки генератора (трансформатора, електромотора) називають фазними обмотками чи фазами генератора (трансформатора, електромотора).

Якщо три однакові котушки $A-X$, $B-Y$, $C-Z$, осі яких зсунені одна відносно одної на 120° (рис. 3.1, *a*), обертає в рівномірному магнітному полі з кутовою швидкістю ω , то в котушках буде виникати система трифазних ЕРС, зсунутих одна відносно одної на 120° (рис. 3.1, *б*):

$$\begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t ; \\ e_B &= E_m \sin(\omega t - 2\pi / 3) = E_m \sin(\omega t - 120^\circ) ; \\ e_C &= E_m \sin(\omega t + 2\pi / 3) = E_m \sin(\omega t + 120^\circ) . \end{aligned} \quad (3.1)$$

Комплексні ЕРС трифазної системи можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} \underline{E}_A &= E e^{j0^\circ} = E = E_m / \sqrt{2} ; \\ \underline{E}_B &= E e^{-j120^\circ} ; \\ \underline{E}_C &= E e^{+j120^\circ} . \end{aligned} \quad (3.2)$$

Вектори ЕРС на комплексній площині зсунуті один відносно одного на кут 120° (рис. 3.1, *в*).

Особливістю симетричної трифазної системи ЕРС (струмів, напруг, магнітних потоків) є те, що сума їх миттєвих значень у будь-який момент часу дорівнює нулю, як і сума їх комплексних значень:

$$e_A + e_B + e_C = 0;$$

$$\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = E \times (1 + e^{-j120^\circ} + e^{+j120^\circ}) = E \times 0 = 0. \quad (3.3)$$

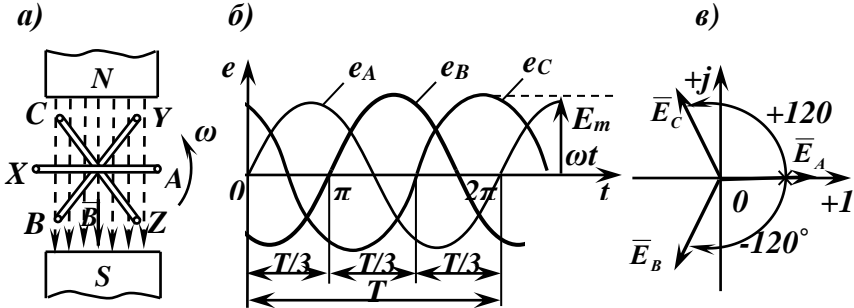


Рис. 3.1

Послідовність чередування фаз. Якщо послідовність (A–B–C) спрямована за годинниковою стрілкою, то її називають **прямою** послідовністю чередування фаз (рис. 3.1, a), якщо проти годинникової стрілки – **зворотною** послідовністю. Аналіз і розрахунок трифазних кіл будемо проводити надалі для прямої послідовності.

Споживачі електричної енергії дуже рідко одержують живлення безпосередньо від трифазних генераторів. Це пояснюється тим, що економічно вигідніше передавати на відстань електричну енергію вищої напруги, ніж виробляють генератори. Тому на електричних станціях напругу підвищують за допомогою трансформаторів, а в місцях споживання понижують до значень, необхідних для живлення приймачів. Отже, здебільшого приймачі електричної енергії живляться від трьох вторинних обмоток трансформаторів, які аналогічно до генераторів мають симетричну систему ЕРС. Надалі, коли мова йтиме про трифазні джерела електричної енергії, не будемо робити різниці між генераторами і трансформаторами.

На схемах трифазних мереж початки фаз генератора (чи трансформатора) позначають літерами A, B, C , а кінці – X, Y, Z , відповідно для приймача: початки фаз позначаються літерами a, b, c , а кінці – x, y, z . Умовно додатний напрям ЕРС приймають від кінця обмотки до її початку.

У всіх режимах роботи трифазних схем напруги генератора (чи трансформатора) завжди будемо вважати симетричними, тобто однаковими за значенням і зсунутими в часі на одну третю періоду.

3.2. Незв'язані трифазні системи

Перші трифазні системи були незв'язаними (рис. 3.2). У таких системах кожна фаза трифазного джерела сполучалась з кожною фазою трифазного приймача двома проводами.

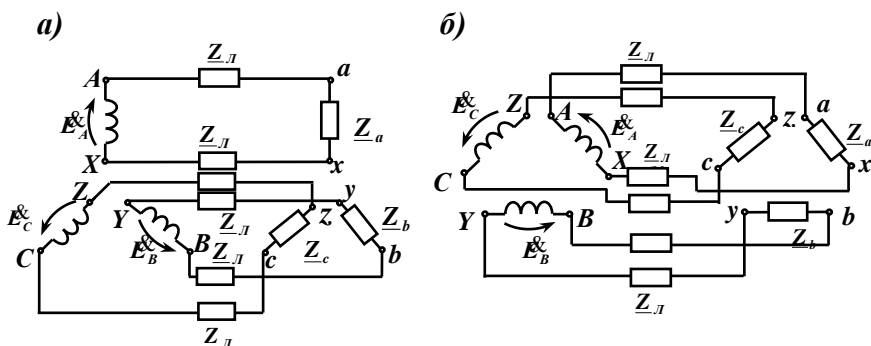


Рис. 3.2

Однак внаслідок великої кількості проводів (шість проводів), які з'єднують джерело з приймачем, незв'язані трифазні електричні кола не застосовують.

Для зменшення кількості проводів ліній електропостачання (ЛЕП) використовують зв'язані трифазні кола. Застосування таких схем дає змогу не тільки зменшити кількість проводів ЛЕП, але й отримати

значну економію провідникових матеріалів порівняно з однофазними колами.

Існують два способи сполучення окремих фаз джерел та приймачів: сполучення **зіркою** (Y) та сполучення **трикутником** (Δ).

3.3. Сполучення фаз джерела й приймача зіркою

Якщо в схемі (рис. 3.2, а) сполучити між собою кінці обмоток джерела енергії X, Y, Z в один вузол «0», а кінці опорів приймача x, y, z – вузол «0'», то одержимо схему, зображену на рис. 3.3, – зв'язану трифазну систему при сполученні джерела й приймача зіркою.

У цьому випадку три зворотні проводи «зливаються» в один, який називають **нейтральним** або **нульовим** і позначають відповідно літерами $N-n$, або $0-0'$.

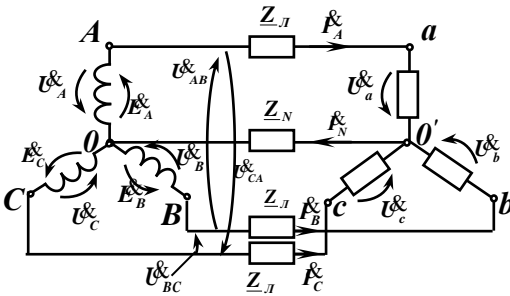


Рис. 3.3

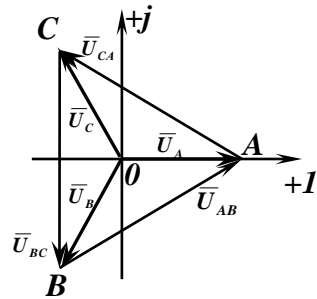


Рис. 3.4

Опори Z_L проводів лінії $A-a$, $B-b$, $C-c$ при з'єднанні зіркою можуть бути враховані в опорах навантаження (додані до опорів фаз приймача): $Z_A = Z_a + Z_L$; $Z_B = Z_b + Z_L$; $Z_C = Z_c + Z_L$. Опір нейтрального проводу – це резистивний опір самого проводу $Z_N = \rho l / S$ (в нейтральний провід навантаження не вмикають).

Проводи $A-a$, $B-b$, $C-c$ – називають **лінійними проводами**; на практиці їх теж називають фазами: **фаза A**,

фаза В, фаза С. Струми в лінійних проводах $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ називають *лінійними струмами* і позначають їх додатний напрямок від джерела до приймача, а струм у нейтральному (нульовому) проводі \dot{I}_N – спрямовують від навантаження до джерела.

При сполученні зіркою фази генератора послідовно сполучені з фазами приймача, тому *лінійні струми* одночасно є і *фазними струмами* (фаз генератора та приймача):

$$i_L = i_\phi \quad \text{або} \quad \dot{I}_L = \dot{I}_\phi \quad (3.4)$$

Напруги $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ між початками фаз джерела і нейтральною його точкою «0» називають *фазними напругами джерела*. Якщо знехтувати опорами фазних обмоток генератора, то ці напруги будуть дорівнювати ЕРС: $u_A = e_A, u_B = e_B, u_C = e_C$.

Напруги $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ між початками фаз генератора (напруги між лінійними проводами) називають *лінійними напругами*. Аналогічно і для приймача: $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$ – фазні напруги, а $\dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}, \dot{U}_{ca}$ – лінійні напруги.

Надалі будемо розглядати тільки симетричні джерела електричної енергії, в яких напруги:

$$U_A = U_B = U_C = U_\phi; \quad U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_L,$$

а кути зсуву між векторами фазних ЕРС становлять 120° .

На рис. 3.4 побудована векторна діаграма напруг генератора при сполученні його фаз зіркою, де вектори лінійних напруг генератора побудовані у відповідності з рівняннями:

$$\begin{aligned} \bar{U}_{AB} &= \bar{U}_A - \bar{U}_B; \\ \bar{U}_{BC} &= \bar{U}_B - \bar{U}_C; \\ \bar{U}_{CA} &= \bar{U}_C - \bar{U}_A, \end{aligned} \quad (3.5)$$

а співвідношення між діючими значеннями лінійних та фазних напруг становить:

$$U_L = \sqrt{3}U_\phi. \quad (3.6)$$

Отже, при з'єднанні генератора зіркою в чотирипровідному колі є можливість використання двох напруг: *лінійної* та *фазної*. Наприклад, в колі з лінійною напругою $U_L = 380 \text{ В}$ можна використати фазну напругу, значення якої: $U_\phi = U_L / \sqrt{3} = 220 \text{ В}$.

3.3.1. Сполучення зіркою симетричного трифазного приймача

Навантаження у трифазному колі вважається симетричним, якщо однакові активні, реактивні і повні опори всіх трьох фаз:

$$R_A = R_B = R_C = R_\phi; \quad X_A = X_B = X_C = X_\phi; \\ Z_A = Z_B = Z_C = Z_\phi.$$

Симетричне навантаження виникає при увімкненні в трифазну мережу симетричних трифазних приймачів (трифазні двигуни, трифазні трансформатори, трифазні нагрівальні пристрої тощо).

Оскільки, при симетричному навантаженні трифазні напруги однакові за величиною й утворюють симетричну систему напруг, то струми в усіх трьох фазах будуть також однаковими й зсуненими на 120° . Діючі значення напруг і струмів фаз приймача визначаються як:

$$U_a = U_b = U_c = U_\phi = U_L / \sqrt{3}; \\ I_a = I_b = I_c = I_\phi = U_\phi / z_\phi; \\ \varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = \varphi_\phi = \arctg(X_\phi / R_\phi) = \arccos(P_\phi / S_\phi). \quad (3.7)$$

Комплексні напруги і струми приймача запишуться у вигляді:

$$\mathcal{U}_a = U_\phi e^{j0^\circ} = U_\phi = U_L / \sqrt{3}; \\ \mathcal{I}_a = \mathcal{U}_a / z_a = \mathcal{I}_\phi; \\ \mathcal{U}_b = U_\phi e^{-j120^\circ}; \\ \mathcal{I}_b = \mathcal{I}_\phi e^{-j120^\circ}; \\ \mathcal{U}_c = U_\phi e^{+j120^\circ}; \quad (3.8)$$

$$\dot{I}_c = \dot{I}_\phi e^{+j120^\circ}.$$

Комплексний струм у нейтральному проводі

$$\begin{aligned} \dot{I}_N &= \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = \dot{I}_\phi \times (1 + e^{-j120^\circ} + e^{+j120^\circ}) = \\ &= \dot{I}_\phi \times 0 = 0. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Із (3.9) випливає, що при симетричному навантаженні створюється симетрична система лінійних (фазних) струмів у лінійних проводах, а струм у нейтральному проводі дорівнює нулю (відсутній). Тому при симетричному навантаженні нейтрального проводу не встановлюють, тобто до симетричного трифазного приймача енергія підводиться тільки трьома проводами.

Потенціали нейтральної точки генератора і приймача при цьому однакові ($\varphi_0 = \varphi_{0'}$) і на векторній діаграмі (рис. 3.5) відповідні їм точки 0 і $0'$ розташовані в центрі трикутника векторної діаграми лінійних напруг.

3.3.2. Сполучення зіркою несиметричного трифазного приймача

Навантаження вважається несиметричним, коли опір хоча б однієї фази не дорівнює опорам інших фаз. В загальному випадку $Z_a \neq Z_b \neq Z_c$. Несиметричне навантаження виникає під час аварійного режиму роботи симетричних трифазних споживачів: обрив фазного або лінійного проводу, часткове або повне закорочення фаз тощо. Таке навантаження є аварійним і система релейного захисту його автоматично вимикає. Особливу групу становлять однофазні приймачі, такі, як: однофазні двигуни, які застосовують для привода різних механізмів (швейних машин, пральних машин, вентиляторів), нагрівальні однофазні пристрої, лампи освітлення тощо. Ці споживачі можуть мати різні потужності; вмикаються і вимикаються неодноразово і тому створюють в електричних мережах несиметричне навантаження фаз.

Особливістю трифазного електричного кола при несиметричному навантаженні є те, що для нормальної

роботи в цьому режимі коло обов'язково повинно мати **нейтральний провід**. Пояснюється це тим, що при його наявності потенціал точки « O' » на векторній діаграмі завжди буде знаходитись в центрі трикутника лінійних напруг і напруги фаз несиметричного споживача створюватимуть при цьому симетричну систему напруг:

$$(\varphi_0 = \varphi_0'); \quad U_a = U_b = U_c = U_\phi = U_{\Delta} / \sqrt{3}. \quad (3.10)$$

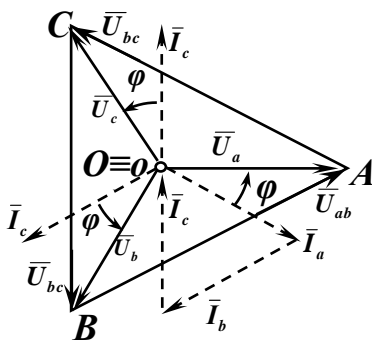


Рис. 3.5

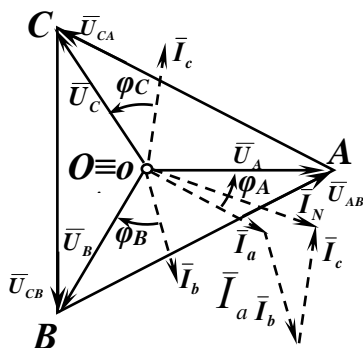


Рис. 3.6

Струми фаз будуть несиметричними й незалежними, тобто при зміні опору фази « A » – буде змінюватися струм тільки у фазі « A », а в фазах « B » і « C » – струми змінюватися від цього не будуть. Діючі значення струмів визначаються згідно із законом Ома:

$$I_a = U_a / z_a; \quad I_b = U_b / z_b; \quad I_c = U_c / z_c, \quad (3.11)$$

а струм у нейтральному проводі дорівнює їх геометричній сумі:

$$\bar{I}_{00'} = \bar{I}_N = \bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c.$$

В комплексній формі напруги будуть визначатись згідно з (3.8), а струми – окремо для кожної фази:

$$\begin{aligned} \underline{I}_a &= \underline{U}_a / \underline{Z}_a; & \underline{I}_b &= \underline{U}_b / \underline{Z}_b; \\ \underline{I}_c &= \underline{U}_c / \underline{Z}_c; & \underline{I}_N &= \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Якщо знехтувати опорами проводів ($\underline{Z}_\Delta = 0; \underline{Z}_N = 0$), то векторна діаграма для схеми

приймача з несиметричним навантаженням при наявності нульового проводу буде мати вигляд, наведений на рис.3.б.

Кути зсуву фаз $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c$ між фазними напругами і фазними струмами визначаються із трикутників опорів відповідних фаз.

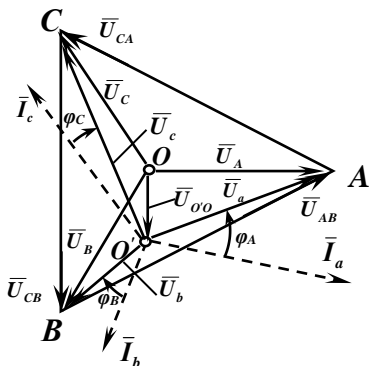


Рис. 3.7

При несиметричному навантаженні фаз приймача без нульового проводу чи за його наявності з опором \underline{z}_N , співмірним з опорами навантаження фаз $\underline{z}_a, \underline{z}_b, \underline{z}_c$ споживача, потенціал точки «0'» стає відмінним від потенціалу точки «0» ($\varphi_0 \neq \varphi_{0'}$) і на векторній діаграмі (рис. 3.7) відбувається зміщення

точки 0' відносно точки 0 (центра трикутника лінійних напруг) на величину напруги зміщення нейтралі, яка визначається за формулою:

$$\underline{U}_{0'0} = \underline{U}_N = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_a + \underline{U}_B \underline{Y}_b + \underline{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_N}, \quad (3.13)$$

де $\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$ – комплекси фазних напруг джерела електричної енергії (генератора чи трансформатора);

$\underline{Y}_a = 1/\underline{Z}_a, \underline{Y}_b = 1/\underline{Z}_b, \underline{Y}_c = 1/\underline{Z}_c, \underline{Y}_N = 1/\underline{Z}_N$ – комплексні провідності фаз приймача і нейтрального проводу.

При відсутності нульового проводу $\underline{Z}_N \rightarrow \infty$, а $\underline{Y}_N \rightarrow 0$.

Згідно з другим законом Кірхгофа ($\sum \underline{U} = \sum \underline{E}$) напруги на фазах несиметричного приймача в цьому режимі роботи визначається так:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_N; \underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_N; \underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_N, \quad (3.14)$$

а струми в схемі згідно з законом Ома:

$$\begin{aligned}
 \underline{I}_a^{\&} &= \underline{U}_a^{\&} / \underline{Z}_a = \underline{U}_a^{\&} \underline{Y}_a ; \\
 \underline{I}_b^{\&} &= \underline{U}_b^{\&} / \underline{Z}_b = \underline{U}_b^{\&} \underline{Y}_b ; \\
 \underline{I}_c^{\&} &= \underline{U}_c^{\&} / \underline{Z}_c = \underline{U}_c^{\&} \underline{Y}_c .
 \end{aligned}
 \tag{3.15}$$

За відсутності нейтрального проводу ($\underline{Z}_N = \infty$, а $\underline{Y}_N = 0$) $\underline{I}_N^{\&} = 0$ і, відповідно: $\underline{I}_a^{\&} + \underline{I}_b^{\&} + \underline{I}_c^{\&} = 0$.

Якщо схема має нейтральний (нульовий) провід з опором \underline{Z}_N (це може бути опір самого провідника), тоді $\underline{I}_N^{\&} \neq 0$:

$$\underline{I}_N^{\&} = \underline{U}_N^{\&} / \underline{Z}_N = \underline{U}_N^{\&} \times \underline{Y}_N \quad \text{чи} \quad \underline{I}_N^{\&} = \underline{I}_a^{\&} + \underline{I}_b^{\&} + \underline{I}_c^{\&} .$$

В цьому режимі роботи, як видно з (3.14) і векторної діаграми (рис. 3.7), фазні напруги $\underline{U}_a^{\&}$, $\underline{U}_b^{\&}$, $\underline{U}_c^{\&}$ приймача будуть різними за значеннями і зсунутими не на 120° . При цьому $\underline{U}_\phi^{\&} \neq U_{\text{Л}} / \sqrt{3}$.

Ступінь несиметрії фазних напруг залежить від ступеня несиметрії навантаження. Оскільки опори фаз приймача можуть змінюватися в широких межах, то будуть сильно змінюватися за значенням і фазні напруги: на одних приймачах (фазах) напруга може стати значно більшою, а на інших значно меншою від номінальної фазної напруги мережі, тобто від тієї напруги, на яку розрахований приймач, а це недопустимо.

Крім того, в такому режимі роботи фази приймача стають неавтономними: це означає, що якщо змінювати опір однієї фази, то одночасно будуть змінюватися струми й напруги на всіх трьох фазах приймача.

Із наведених співвідношень (3.13), (3.14), (3.15) і вище сказаного випливає, **що робота несиметричного трифазного приймача, з'єднаного зіркою без нульового проводу, є аварійним режимом** і для його уникнення необхідно поставити нульовий провід.

Для підвищення надійності нормальної роботи несиметричного трифазного приймача при сполученні його фаз зіркою в коло нейтрального проводу захисних пристроїв, наприклад, запобіжників, не ставлять.

У протилежному випадку перегорання запобіжника викличе відсутність нульового проводу в трифазному несиметричному колі, а звідси і всі негативні наслідки.

3.4. Сполучення трикутником у трифазній системі

Якщо в схемі, зображеній на рис. 3.2, б, послідовно з'єднати точки $A-Z$ і $a-z$, $B-X$ і $b-x$, $C-Y$ і $c-y$, то одержимо зв'язану трифазну систему при сполученні джерела й приймача трикутником (рис. 3.8).

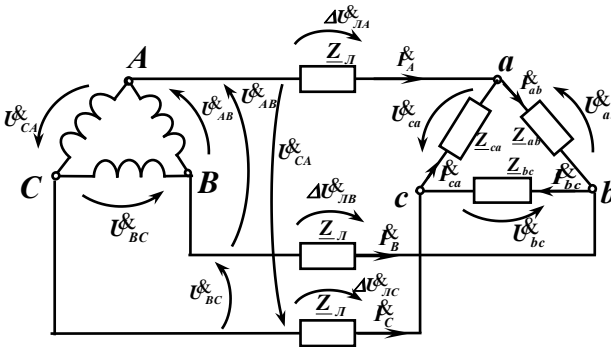


Рис. 3.8

У наведеній схемі розрізняють такі величини: U_{AB} , U_{BC} , U_{CA} – лінійні напруги генератора; U_{ab} , U_{bc} , U_{ca} – лінійні напруги приймача; I_A , I_B , I_C – лінійні струми; I_{ab} , I_{bc} , I_{ca} – фазні струми.

Проводи ліній електропостачання мають комплексні власні опори Z_L , на яких при проходженні струму I_L будуть спади напруги величиною ΔU_L . Тому лінійна напруга на приймачі електроенергії буде дещо іншою за лінійну напругу на клеммах генератора чи трансформатора, наприклад, $U_{ab} = U_{AB} - \Delta U_{LA} - \Delta U_{LB}$ і т.д. Для спрощення аналізу кола опорамі лінійних проводів будемо нехтувати, тобто прийемо, що $Z_L \cong 0$ і тоді $\Delta U_L \cong 0$, $U_{ab} \cong U_{AB}$,

$\mathcal{U}_{bc} \cong \mathcal{U}_{BC}$, $\mathcal{U}_{ca} \cong \mathcal{U}_{CA}$. Розраховуючи реальні електричні мережі, опори проводів ліній обов'язково враховують.

При увімкненні трифазного споживача, приєднаного трикутником до мережі, не має значення, за якою схемою сполучене джерело (генератор чи трансформатор) – зіркою чи трикутником, необхідно лише, щоб зберігалась рівність лінійних напруг джерела та приймача.

Як видно із схеми (рис. 3.8), кожна фаза приймача приєднана до двох лінійних проводів. Тому кожна фазна напруга приймача відповідно дорівнює лінійній напрузі мережі і їх діючі та комплексні значення:

$$\begin{aligned} U_{ab} &= U_{bc} = U_{ca} = U_{\phi} = U_L; \\ \mathcal{U}_{ab} &= \mathcal{U}_{AB} = U_L e^{j0^\circ} = U_L; \quad \mathcal{U}_{bc} = \mathcal{U}_{BC} = U_L e^{-j120^\circ}; \\ \mathcal{U}_{ca} &= \mathcal{U}_{CA} = U_L e^{+j120^\circ}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

На основі співвідношень (3.16) приходимо до висновку, що сполучення трикутником використовують тоді, коли кожна фаза трифазного приймача або однофазні приймачі розраховані на напругу, що дорівнює лінійній напрузі мережі.

З'єднання трикутником симетричного приймача ($\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = \underline{Z}_{\phi}$). При такому навантаженні діючі значення струмів фаз або їх комплекси можна визначити за законом Ома в класичній або в комплексній формі:

$$\begin{aligned} I_{ab} &= \frac{U_{ab}}{Z_{ab}} = I_{\phi}; & \mathcal{I}_{ab} &= \frac{\mathcal{U}_{ab}}{\underline{Z}_{\phi}} = \mathcal{I}_{\phi} e^{j0^\circ} = \mathcal{I}_{\phi}; \\ I_{bc} &= I_{ca} = I_{ab} = I_{\phi}; & \mathcal{I}_{bc} &= \mathcal{I}_{\phi} e^{-j120^\circ}; \\ & & \mathcal{I}_{ca} &= \mathcal{I}_{\phi} e^{+j120^\circ}. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Лінійні струми визначаються згідно з першим законом Кірхгофа для вузлів *a*, *b*, *c* схеми. Для діючих і комплексних значень маємо:

$$\begin{aligned} I_A &= I_B = I_C = \\ &= I_L = \sqrt{3} I_{\phi}. \end{aligned} \quad \begin{aligned} \mathcal{I}_A &= \mathcal{I}_{ab} - \mathcal{I}_{ca} = \mathcal{I}_{\phi} \times \sqrt{3} e^{-j30^\circ}; \\ \mathcal{I}_B &= \mathcal{I}_{bc} - \mathcal{I}_{ab} = \mathcal{I}_{\phi} \times \sqrt{3} e^{-j120^\circ}; \\ \mathcal{I}_C &= \mathcal{I}_{ca} - \mathcal{I}_{bc} = \mathcal{I}_{\phi} \times \sqrt{3} e^{+j120^\circ}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Векторна діаграма для симетричного навантаження наведена на рис. 3.9, а. Тут $\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = \varphi$; $U_L = U_\varphi$; $I_L = \sqrt{3}I_\varphi$. Із векторної діаграми видно, що лінійний струм I_A відстає від струму I_{ab} фази «а» на кут 30° , тому в (3.18) маємо: $I_A = \sqrt{3}I_{ab}e^{-j30^\circ}$.

Пунктирні лінії на векторній діаграмі – це допоміжні лінії, які паралельні сторонам трикутника напруг. Від цих ліній орієнтуємо вектори фазних струмів. Вектори лінійних струмів – це величини, що визначені відповідно до (3.18) і які утворюють симетричний трикутник, кожна сторона якого в $\sqrt{3}$ разів більша від променя зірки – фазного струму приймача.

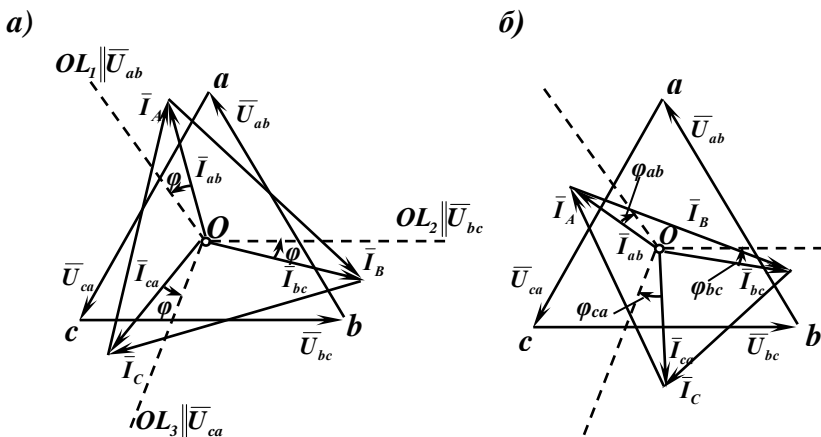


Рис. 3.9

Як видно з формул (3.16), (3.17) і векторної діаграми (рис. 3.9, а), при симетричному навантаженні приймачів, сполучених трикутником, існують співвідношення для діючих значень:

$$U_L = U_\varphi; \quad I_L = \sqrt{3}I_\varphi. \quad (3.19)$$

З'єднання трикутником несиметричного приймача ($Z_{ab} \neq Z_{bc} \neq Z_{ca}$). При такому навантаженні діючі й комплексні значення фазних струмів визначаються

згідно з законом Ома в класичній чи в комплексній формах:

$$\begin{aligned} I_{ab} &= U_{ab} / z_{ab}; & \underline{I}_{ab} &= \underline{U}_{ab} / \underline{Z}_{ab}; \\ I_{bc} &= U_{bc} / z_{bc}; & \underline{I}_{bc} &= \underline{U}_{bc} / \underline{Z}_{bc}; \\ I_{ca} &= U_{ca} / z_{ca}; & \underline{I}_{ca} &= \underline{U}_{ca} / \underline{Z}_{ca}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Лінійні струми визначаються згідно з першим законом Кірхгофа для вузлів *a, b, c* схеми (рис. 3.8) у векторній та комплексній формах:

$$\begin{aligned} \bar{I}_A &= \bar{I}_{ab} - \bar{I}_{ca}; & \underline{I}_A &= \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca}; \\ \bar{I}_B &= \bar{I}_{bc} - \bar{I}_{ab}; & \underline{I}_B &= \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab}; \\ \bar{I}_C &= \bar{I}_{ca} - \bar{I}_{bc}; & \underline{I}_C &= \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

На рис. 3.9, б наведена векторна діаграма одного із можливих несиметричних навантажень. Тут трикутник лінійних (фазних) напруг – рівносторонній. Кути зсуву фаз $\varphi_{ab} \neq \varphi_{bc} \neq \varphi_{ca}$, а також $I_{ab} \neq I_{bc} \neq I_{ca}$ і вектори лінійних струмів утворюють несиметричний трикутник. Із сказаного випливає, що при несиметричному навантаженні споживачів, сполучених трикутником, можна записати такі співвідношення для діючих значень:

$$U_L = U_\phi; \quad I_L \neq \sqrt{3}I_\phi. \quad (3.22)$$

При обриві лінійного проводу, або при короткому замиканні фази приймача, будемо мати: $U_L \neq U_\phi$.

3.5. Потужність у трифазних колах

При *симетричному навантаженні* як для «зірки», так і для «трикутника» активна, реактивна і повна потужності всіх трьох фаз однакові. Отже, сумарні потужності трифазного приймача:

$$\begin{aligned} P &= 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi; \\ Q &= 3Q_\phi = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi_\phi; \\ S &= 3S_\phi = 3U_\phi I_\phi. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Оскільки, при сполученні зіркою симетричного приймача маємо: $U_{\phi} = U_L / \sqrt{3}$; $I_{\phi} = I_L$; при сполученні трикутником: $U_{\phi} = U_L$; $I_{\phi} = I_L / \sqrt{3}$, то добуток $U_{\phi} I_{\phi} = U_L \times I_L / \sqrt{3}$ для обох сполучень однаковий. Отже, незалежно від схеми з'єднання (зіркою чи трикутником), при симетричному навантаженні маємо:

$$\begin{aligned} P &= \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi_{\phi}; \\ Q &= \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi_{\phi}; \\ S &= \sqrt{3} U_L I_L. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Зауваження. Здебільшого в паспортних даних трифазних приймачів подаються *лінійні напруги*, а не фазні. Тому, коли вказується, наприклад, напруга лінії електропостачання 500 кВ (ЛЕП–500), то мають на увазі лінійну напругу. На практиці при струмах і напругах індекс «Л» у формулах (3.24) часто пропускають. Кут φ у формулах (3.24) – це кут між фазною напругою й фазним струмом приймача.

При *несиметричному навантаженні* активну, реактивну й позірну (повну) потужності підраховують для кожної фази окремо:

$$\begin{aligned} P &= P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} + P_N = U_{ab} I_{ab} \cos \varphi_{ab} + \\ &+ U_{bc} I_{bc} \cos \varphi_{bc} + U_{ca} I_{ca} \cos \varphi_{ca} + U_N I_N \cos \varphi_N; \\ Q &= Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca} = U_{ab} I_{ab} \sin \varphi_{ab} + \\ &+ U_{bc} I_{bc} \sin \varphi_{bc} + U_{ca} I_{ca} \sin \varphi_{ca}; \\ S &= \sqrt{P^2 + Q^2}. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Необхідно мати на увазі, що при ємнісному характері навантаження фази кут $\varphi < 0$ і $\sin \varphi < 0$, а, отже, і реактивна потужність цієї фази $Q < 0$. $P_N = U_N I_N \cos \varphi_N$ – активна потужність, яка споживається в нейтральному проводі.

Для трифазного кола, сполученого зіркою чи трикутником, при будь-якому навантаженні комплексна потужність запишеться у вигляді:

$$\tilde{S} = \mathcal{U}_{ab}^* I_{ab} + \mathcal{U}_{bc}^* I_{bc} + \mathcal{U}_{ca}^* I_{ca} + \mathcal{U}_N^* I_N = P + jQ. \quad (3.26)$$

Приклад 3.1. Визначимо фазні та лінійні струми і напруги, коефіцієнт потужності, а також активну, реактивну і повну потужності симетричного трифазного приймача ($R_\phi = 4 \text{ Ом}$; $X_\phi = 3 \text{ Ом}$; $U_\phi = 220 \text{ В}$), під'єднаного до трифазної мережі з лінійною напругою $U_L = 380 \text{ В}$. Побудуємо топографічну векторну діаграму струмів і напруг.

Розв'язання. Оскільки кожна фаза приймача розрахована на напругу, що в $\sqrt{3}$ раз менша від лінійної напруги мережі, то опори приймача необхідно сполучити зіркою, як показано на рис. 3.10, а. Тоді на фази приймача будуть подаватись напруги, діючі значення яких дорівнюють:

$$U_a = U_b = U_c = U_\phi = \frac{U_L}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}.$$

Оскільки трифазне навантаження симетричне, то нейтральний провід встановлювати не треба.

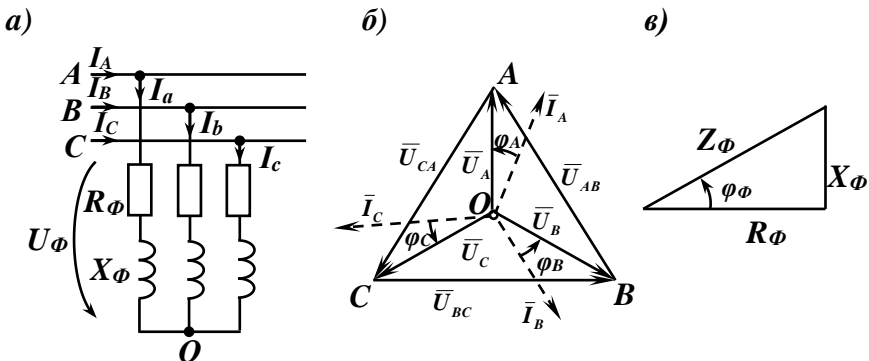


Рис. 3.10

Повний опір фази: $Z_\phi = \sqrt{R_\phi^2 + X_\phi^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ Ом}$.

Діючі значення фазних струмів (вони ж і лінійні):

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = I_{\phi} = I_L = \frac{U_{\phi}}{Z_{\phi}} = \frac{220}{5} = 44 \text{ A.}$$

Кут зсуву фаз між фазною напругою і фазним струмом:

$$\varphi_{ab} = \varphi_{bc} = \varphi_{ca} = \varphi_{\phi} = \arctg\left(\frac{X_{\phi}}{R_{\phi}}\right) = \arctg\left(\frac{3}{4}\right) \cong 37^{\circ}.$$

Повні потужності приймача і однієї фази:

$$S = \sqrt{3}U_L I_L = \sqrt{3} \times 380 \times 44 = 28960 \text{ ВА} = 28,96 \text{ кВА};$$

$$S_{\phi} = S / 3 = 28960 / 3 = 9653 \text{ ВА} = 9,653 \text{ кВА}.$$

Активні потужності приймача і його фази:

$$P = \sqrt{3}U_L I_L \cos \varphi = \sqrt{3} \times 380 \times 44 \times \cos 37^{\circ} = \\ = 23130 \text{ Вт} = 23,13 \text{ кВт};$$

$$P_{\phi} = P / 3 = 5808 / 3 = 1936 \text{ Вт} = 1,936 \text{ кВт}.$$

Активна потужність фази тратиться в резистивному опорі фази, отже,

$$P_{R\phi} = R_{\phi} \times I_{\phi}^2 = 4 \times 44^2 = 7,71 \text{ кВт}.$$

Реактивні потужності приймача і його фази:

$$Q = \sqrt{3}U_L I_L \sin \varphi = \sqrt{3} \times 380 \times 44 \times \sin 37^{\circ} = \\ = 17730 \text{ ВАр} = 17,73 \text{ кВАр};$$

$$Q_{\phi} = Q / 3 = 17730 / 3 = 5810 \text{ ВАр} = 5,81 \text{ кВАр}.$$

Реактивна потужність фази йде на створення магнітного поля фазної котушки індуктивності:

$$Q_{X\phi} = X_{\phi} \times I_{\phi}^2 = 12 \times 44^2 = 5810 \text{ ВАр} = 5,81 \text{ кВАр}.$$

Векторна діаграма напруг і струмів та трикутник опорів фази наведені на рис. 3.10, б, в.

3.6. Коефіцієнт потужності та методи його підвищення

Коефіцієнтом потужності приймача електричної енергії змінного струму називають відношення споживаної ним активної потужності P до повної потужності S :

$$K_p = P / S. \quad (3.27)$$

При синусоїдному процесі в електричному колі $K_p = \cos \varphi$. Здебільшого процеси в електричних мережах є синусоїдними, тому надалі під коефіцієнтом потужності будемо розуміти $\cos \varphi$, де φ – кут зсуву фаз між струмом та напругою.

Переважна більшість приймачів електричної енергії поділяється на два типи:

1) Приймачі активної потужності (освітлювальні лампи, побутові нагрівальні прилади, електричні печі тощо), в яких струм збігається за фазою з напругою ($\varphi = 0^\circ$); і коефіцієнт потужності дорівнює одиниці ($\cos \varphi = 1$). Ці приймачі характеризуються тільки резистивним опором R і споживають з мережі тільки активну потужність (енергію), миттєве значення якої $p = Ri^2$ завжди додатне, тобто спрямоване від генератора до приймача, а середнє її значення – активна потужність $P = RI^2$.

2) Приймачі активно-індуктивного характеру (електричні мотори, асинхронні, синхронні та інші машини змінного струму, трансформатори, різного типу котушки індуктивності, реле тощо), для яких $\varphi > 0$, а $\cos \varphi < 1$. Приймачі цієї групи споживають з мережі активну та реактивну потужності.

Миттєве значення повної потужності:
 $s(t) = p(t) + q(t)$; модульне її значення:

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Частина цієї потужності – активна потужність P витрачається на корисну роботу (механічну, теплову тощо), а також на теплові втрати в приймачах і в електромережах. Друга складова повної потужності S , так звана реактивна потужність Q , характеризує перетворення енергії електричного струму в енергію магнітних та електричних полів у струмоприймачах. При збільшенні струму приймача індуктивного характеру реактивна енергія підходить до нього ($q(t) > 0$), а при зменшенні

струму – реактивна енергія повертається в електричну мережу ($q(t) < 0$).

Миттєве значення активної потужності $p(t)$ приймача завжди додатне ($p(t) > 0$), тобто енергія протягом усього періоду надходить від генератора до електричного кола і ця енергія від приймача до джерела прикладеної напруги назад не повертається.

Миттєве значення реактивної потужності $q(t)$ протягом періоду буває як додатне, так і від'ємне і характеризує коливання енергії між генератором та приймачем. Це коливання відбувається з подвійною частотою (2ω) відносно до частоти напруги мережі. Реактивна потужність в таких струмоприймачах, як двигуни, трансформатори, котушки індуктивності тощо йде на створення магнітних полів, без яких вказані приймачі працювати не можуть.

Коефіцієнт потужності:

$$\cos \varphi = P / S = P / \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (3.28)$$

Значення реактивної потужності приймача при незмінному значенні прикладеної напруги ($U = \text{const}$) та незмінній його конструкції практично залишається незмінним ($Q \cong \text{const}$). Значення активної потужності P змінюються залежно від навантаження приймача. Отже, значення коефіцієнта потужності $\cos \varphi$ приймача, яке впливає з (3.28), змінюється зі зміною його навантаження: із зменшенням P – $\cos \varphi$ зменшується, а зі збільшенням P – $\cos \varphi$ зростає. Так, для асинхронних трифазних двигунів при неробочому ході $\cos \varphi_0 \cong 0,1 - 0,3$, а при номінальному навантаженні $\cos \varphi_H \cong 0,75 - 0,95$.

Струм однофазного приймача та лінійний струм трифазного приймача визначають співвідношеннями:

$$I = \frac{P_2}{U \eta \cos \varphi}; \quad I_{\text{л}} = \frac{P_2}{\sqrt{3} U_{\text{л}} \eta \cos \varphi}, \quad (3.29)$$

де P_2 – вихідна корисна потужність приймача (потужність на валу двигуна); η – коефіцієнт корисної дії (ККД) приймача.

Як видно з формули (3.29), при передачі однакової потужності P з різними $\cos \varphi$ будемо мати різні за значенням струми. Із збільшенням $\cos \varphi$ значення струму I зменшується, і навпаки. Покажемо це на прикладі.

Приклад 3.2. Розглянемо переваги приймачів електроенергії з високим значенням коефіцієнта потужності на прикладі двох трифазних асинхронних двигунів (AD) з однаковими номінальними потужностями і робочими напругами, з однаковими ККД і швидкостями обертання валів, але з різними значеннями $\cos \varphi_H$.

AD – 1:

$$P_1 = 5 \text{ кВт}; U_1 = 380 \text{ В};$$

$$\eta_1 = 0,95; n_1 = 2840 \text{ об / хв};$$

$$\cos \varphi_{1H} = 0,6.$$

AD – 2:

$$P_2 = 5 \text{ кВт}; U_2 = 380 \text{ В};$$

$$\eta_2 = 0,95; n_2 = 2840 \text{ об / хв};$$

$$\cos \varphi_{2H} = 0,92.$$

На перший погляд, обидва двигуни однакові, мають однакові параметри: P , n та U . Одначе, другий двигун є економічнішим. Покажемо це, визначивши струми двигунів та перерізи проводів, призначених для підведення до двигунів електричної енергії. Прийнемо густину струму в цих проводах: $\delta \leq 4 \text{ А / мм}^2$. Із (3.29) маємо:

$$I_{Л1} = \frac{P_1}{\sqrt{3}U_{Л1}\eta_1 \cos \varphi_1} =$$

$$= \frac{5000}{\sqrt{3} \times 380 \times 0,95 \times 0,6} =$$

$$= 23,1 \text{ А};$$

$$S_{\text{пр1}} = I_{Л1} / \delta = 23,1 / 4 =$$

$$= 5,8 \text{ мм}^2.$$

$$I_{Л2} = \frac{P_2}{\sqrt{3}U_{Л2}\eta_2 \cos \varphi_2} =$$

$$= \frac{5000}{\sqrt{3} \times 380 \times 0,95 \times 0,92} =$$

$$= 15,0 \text{ А};$$

$$S_{\text{пр2}} = I_{Л2} / \delta = 15,0 / 4 =$$

$$= 3,75 \text{ мм}^2.$$

З наведених розрахунків можемо зробити такі висновки:

– при незмінній віддавній потужності на валу обох двигунів другий двигун з великим $\cos \varphi$ споживає значно менше струму, ніж перший;

– для підведення енергії до другого двигуна потрібні проводи з меншим поперечним перерізом, ніж до першого (3,75 мм² замість 5,80 мм²);

– при заміні першого двигуна другим розвантажується електромережа (а тим самим і трансформатор) на значення струму:

$$\Delta I = I_{Л1} - I_{Л2} = 23,1 - 15,0 = 8,1 \text{ A},$$

тобто одержуємо резерв потужності мережі та трансформатора на значення:

$$S_{рез} = \sqrt{3} U_{Л} \times \Delta I = \sqrt{3} \times 380 \times 8,1 = 5300 \text{ ВА} = 5,3 \text{ кВА}.$$

Роботу електроустановки з високим $\cos \varphi$ на практиці забезпечують двома способами.

Перший спосіб полягає в оптимальному виборі електрообладнання та раціональному його використанні. Це означає, що електричні двигуни (трансформатори чи інше обладнання) необхідно встановлювати такої потужності, яка необхідна за технологічним процесом: наприклад, якщо за розрахунком потрібно встановити двигун на 4 кВт, то ні в якому разі не можна встановлювати двигун на 5 кВт чи більшу потужність, тому що двигуни більшої потужності будуть недовантаженими й працюватимуть з низьким $\cos \varphi$, а 4 кВт-ний двигун буде працювати при номінальному навантаженні з паспортним значенням $\cos \varphi_H$.

Крім того, в процесі роботи треба уникати режиму неробочого ходу двигуна чи його недовантаження, що теж призводить до пониження $\cos \varphi$.

Другий спосіб підвищення $\cos \varphi$ – штучний. Полягає він в тому, що паралельно до цехових (чи заводських) мереж підключають батарею статичних конденсаторів чи синхронні компенсатори, які генерують реактивну потужність Q_K . Приймачами буде споживатися

від мережі (від генератора) тільки частина реактивної потужності

$$Q = Q_{\text{ПР}} - Q_K, \quad (3.30)$$

де Q – реактивна потужність, яка споживається від мережі;

$Q_{\text{ПР}}$ – реактивна потужність, необхідна для роботи приймача;

Q_K – реактивна потужність, яку генерує компенсаційний пристрій (батареї конденсаторів чи синхронний компенсатор).

На рис. 3.11, *a* зображена одна фаза приймача активно-індуктивного навантаження та його векторна діаграма. Струм лінії $I_{\text{Л1}}$ є фазним струмом приймача $I_{\text{нр}}$. Від мережі до приймача надходить активна потужність ($P_I = P_{\text{нр}}$) та реактивна потужність ($Q_I = Q_{\text{нр}}$). Кут зсуву фаз (φ_I) між фазною напругою U_ϕ та лінійним струмом $I_{\text{Л1}}$ дорівнює куту зсуву фаз приймача при даному навантаженні ($\varphi_I = \varphi_{\text{нр}}$).

Підключимо паралельно до приймача (рис. 3.11, *б*) компенсаційний пристрій – конденсатор C_K і будемо розглядати роботу приймача в обидвох схемах при однаковому навантаженні ($P_I = P_2$). Струм конденсатора I_K випереджує фазну напругу U_ϕ на 90° і в сумі зі струмом приймача $I_{\text{нр}}$ дасть новий струм лінії – $I_{\text{Л2}}$, який менший за $I_{\text{Л1}}$ при незмінній його активній складовій $I_{\text{Ла2}} = I_{\text{Ла1}} = I_{\text{ПРa}}$. Струм приймача $I_{\text{нр}}$ та $\cos \varphi_{\text{ПР}}$ при цьому залишаються незмінними (вони залежать тільки від навантаження – гальмівного моменту на валу двигуна) та напруги мережі U .

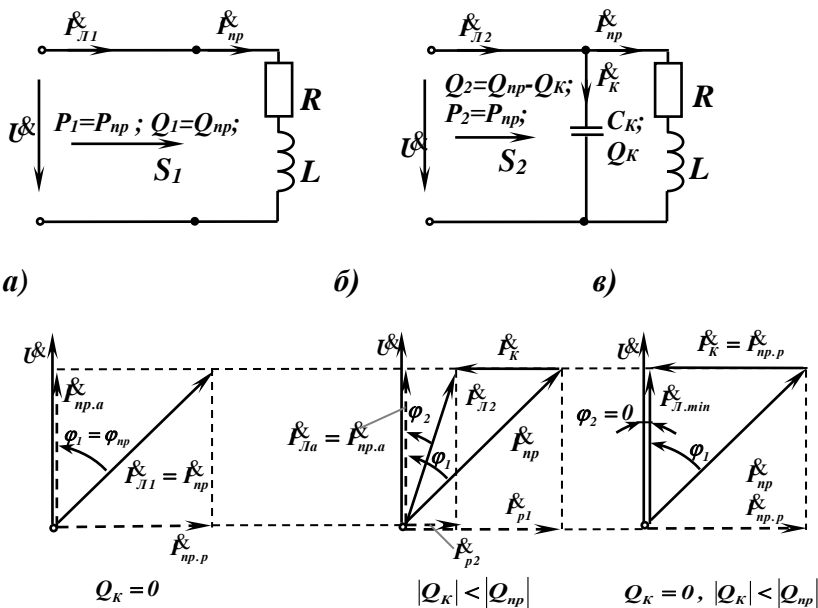


Рис. 3.11

Найменше значення струму лінії (I_{Lmin}) може бути досягнуте, якщо струм конденсатора та реактивна складова струму приймача однакові (резонанс струмів): $I_K = I_{np} = I_{np} \sin \varphi_{np}$ (рис. 3.12, в). В цьому випадку $\cos \varphi_2 = 1$ і від генератора (мережі) до приймача надходить тільки активна потужність; реактивна потужність коливається між конденсатором і приймачем: $|Q_K| = |Q_{np}|$ і $Q = 0$.

Якщо $Q_K > Q_{np}$, тоді частина реактивної потужності конденсатора ($Q_{np} - Q_K$) буде посилатись в електричну мережу. Сам приймач при цьому з мережі споживає тільки активну потужність.

Отже, як видно із векторних діаграм, $\varphi_2 < \varphi_1$ і $\cos \varphi_2 > \cos \varphi_1$, де

$$\begin{aligned} \cos \varphi_1 &= \frac{P_1}{S_1} = \frac{P_{\text{ПР}}}{\sqrt{P_{\text{ПР}}^2 + Q_{\text{ПР}}^2}}; \\ \cos \varphi_2 &= \frac{P_2}{S_2} = \frac{P_{\text{ПР}}}{\sqrt{P_{\text{ПР}}^2 + (Q_{\text{ПР}} - Q_{\text{К}})^2}}; \\ Q_{\text{ПР}} - Q_{\text{К}} &< Q_{\text{ПР}}. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Одночасно

$$I_{\text{Л2}} = \frac{P_{\text{ПР}}}{U_{\phi} \cos \varphi_2} < I_{\text{Л1}} = \frac{P_{\text{ПР}}}{U_{\phi} \cos \varphi_1} \quad \text{чи} \quad I_{\text{Л2}} = I_{\text{Л1}} \times \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2}. \quad (3.32)$$

Отже, при паралельному увімкненні конденсатора до активно-індуктивного приймача збільшується коефіцієнт потужності $\cos \varphi$ всієї установки – приймача і конденсатора, разом взятих.

Таким чином, конденсатори, які вмикаються для підвищення коефіцієнта потужності $\cos \varphi$ електричних установок, доцільно встановлювати безпосередньо біля приймачів. В сьгоднішніх промислових установках конденсатори встановлюються безпосередньо на заводських або цехових розподільчих пунктах чи підстанціях. Залежно від ємності та робочої напруги конденсатори можуть бути сполучені в трифазному колі зіркою або трикутником.

Визначимо значення ємності, необхідної для підвищення $\cos \varphi$ від $\cos \varphi_1$ до $\cos \varphi_2$, якщо $\varphi_1 > \varphi_2$.

При сполученні конденсаторів зіркою фазний (лінійний) струм та реактивна потужність трьох фаз конденсаторів визначаються формулами:

$$I_{\text{К}} = \frac{U_{\phi}}{X_{\text{C}}} = \frac{U_{\phi}}{1/(\omega C)} = \frac{U_{\text{Л}} \omega C}{\sqrt{3}}. \quad (3.33)$$

$$Q_{\text{К}} = \sqrt{3} U_{\text{Л}} I_{\text{К}} = \sqrt{3} U_{\text{Л}} \times \frac{U_{\text{Л}} \omega C}{\sqrt{3}} = U_{\text{Л}}^2 \omega C. \quad (3.34)$$

Із векторної діаграми (рис. 3.11, б) струм конденсатора $I_{\text{К}}$, необхідний для зменшення величини кута від φ_1 до φ_2 , дорівнює:

$$I_K = I_{P1} - I_{P2} = I_a \times \operatorname{tg} \varphi_1 - I_a \times \operatorname{tg} \varphi_2 = \\ = I_a \times (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2). \quad (3.35)$$

Із (3.34) з врахуванням (3.35) ємність однієї фази визначається:

$$C_Y = \frac{Q_K}{\omega U_L^2} = \frac{\sqrt{3} U_L^2 I_K}{\omega U_L^2}$$

чи

$$C_Y = \frac{\sqrt{3} I_{La}}{\omega U_L} \times (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2), \quad (3.36)$$

де I_a – активна складова лінійного струму приймача.

Аналогічно, при сполученні конденсаторів трикутником, лінійний струм (I_K), реактивна потужність трьох фаз (Q_K) та ємність конденсатора однієї фази (C_Δ) визначаються, як

$$I_K = \sqrt{3} I_{K\Phi} = \sqrt{3} U_L \omega C_\Delta;$$

$$Q_K = \sqrt{3} U_L I_K = 3 U_L^2 \omega C_\Delta;$$

$$C_\Delta = \frac{Q_K}{3 U_L^2 \omega} = \frac{\sqrt{3} U_L I_K}{3 U_L^2 \omega}$$

чи

$$C_\Delta = \frac{I_{La}}{\sqrt{3} U_L \omega} (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2). \quad (3.37)$$

Із наведеного числового прикладу та згідно до теоретичних положень випливає, що коефіцієнт потужності $\cos \varphi$ електричної установки (окремого приймача, цеху, заводу) необхідно підвищувати для зменшення лінійного струму мережі при незмінній активній передавальній потужності.

Зменшення струму мережі та генератора створює резерв потужності для під'єднання нових приймачів і приводить до зменшення втрат в проводах ліній пересилання ($R \times I_L^2$) та зменшення спаду напруги в лінії ($\Delta U_L = Z_L \times I_L$).

Якщо будується нова лінія, то передавана по ній потужність з великим $\cos \varphi$ дасть змогу виконати цю лінію

проводами з меншим поперечним перерізом, що дасть економію кольорових металів.

3.7. Розрахунок складного трифазного кола

Постановка задачі

До трифазного джерела електричної енергії під'єднано симетричний трифазний приймач, комплексні опори якого \underline{Z}_H можуть бути сполучені зіркою або трикутником. Комплексний опір кожного лінійного проводу \underline{Z}_L . Необхідно для кожного з трьох режимів: симетричного навантаження фаз; обриву лінійного проводу; короткого замикання фази приймача:

1) обчислити комплексні фазні та лінійні струми й напруги;

2) виконати перевірки правильності обчислень, застосувавши рівняння законів Кірхгофа;

3) побудувати на комплексній площині векторні діаграми напруг і струмів трифазної системи;

4) визначити активну, реактивну і повну потужності, які споживаються трифазним приймачем.

3.7.1. Опори приймача сполучені зіркою без нульового проводу

Приклад розрахунку

Розрахунок електричного кола (рис. 3.12) проведемо за числовими даними, наведеними в табл. 3.1.

Таблиця 3.1

U_ϕ, B	$f, Гц$	$\underline{Z}_H, Ом$	$\underline{Z}_L, Ом$	$\underline{Z}_0, Ом$
500	50	$60 - j 80$	$9 + j 12$	$3 + j 4$

3.7.1.1. Симетричне навантаження фаз

Симетричним (рівномірним) вважають таке навантаження, при якому модулі опорів фаз приймача і їх аргументи в усіх фазах однакові:

$$(z_a = z_b = z_c; \varphi_a = \varphi_b = \varphi_c).$$

Фазні напруги симетричного трифазного генератора однакові за модулем і зсунуті за фазою одна відносно одної на кут 120° .

Комплексне число e^{j120° , модуль якого дорівнює одиниці, позначають через \mathfrak{A} і називають оператором трифазної системи ($e^{j120^\circ} = \mathfrak{A}$).

Тоді
$$e^{j240^\circ} = (e^{j120^\circ})^2 = \mathfrak{A}^2.$$

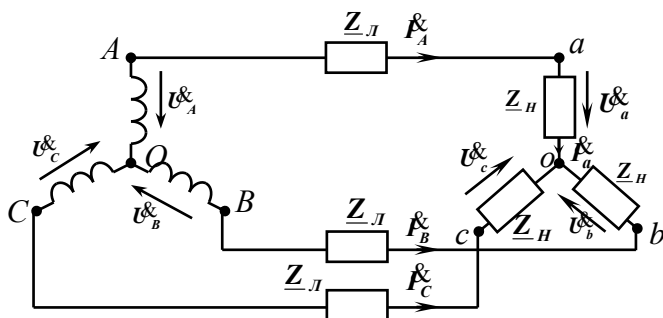


Рис. 3.12

Три вектори $\bar{1}$, \bar{a} і \bar{a}^2 утворюють симетричну трифазну систему:

$$\bar{1} + \bar{a} + \bar{a}^2 = 0.$$

Помноження будь-якого вектора на \bar{a} повертає вектор без зміни модуля на кут 120° проти годинникової стрілки. Помноження вектора на \bar{a}^2 повертає вектор на кут 240° проти годинникової стрілки або, що те ж саме, – на кут 120° за годинниковою стрілкою.

За допомогою оператора \underline{a} можна виразити комплексні фазні напруги \underline{U}_A , \underline{U}_B й \underline{U}_C симетричного трифазного генератора. Для спрощення приймаємо початкову фазу напруги \underline{U}_A рівною нулю ($\psi_a = 0^\circ$). Тоді

$$\begin{aligned}\underline{U}_A &= \underline{U}_\phi = 500 \times e^{j0^\circ} = 500 \text{ В}; \\ \underline{U}_B &= \underline{U}_\phi \times \underline{a}^2 = 500 e^{j240^\circ} = 500 \times (-0,5 - j0,865) = \\ &= (-250 - j433) \text{ В}; \\ \underline{U}_C &= \underline{U}_\phi \times \underline{a} = 500 e^{j120^\circ} = 500 \times (-0,5 + j0,865) = \\ &= (-250 + j433) \text{ В}.\end{aligned}$$

Комплексні лінійні напруги генератора являють собою геометричні різниці відповідних комплексних фазних напруг. Вони за модулем більші від фазних в $\sqrt{3}$ разів і також утворюють симетричну трифазну систему:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{AB} &= \underline{U}_A - \underline{U}_B = 500 + 250 + j433 = \\ &= 750 + j433 = 866 e^{j30^\circ} \text{ В}; \\ \underline{U}_{BC} &= \underline{U}_B - \underline{U}_C = -250 - j433 + 250 - j433 = \\ &= -j866 = 866 e^{-j90^\circ} \text{ В}; \\ \underline{U}_{CA} &= \underline{U}_C - \underline{U}_A = -250 + j433 - 500 = \\ &= -750 + j433 = 866 e^{j150^\circ} \text{ В}.\end{aligned}$$

Як видно з рис. 3.12, комплексні струми \underline{I}_A , \underline{I}_B й \underline{I}_C проходять через опори \underline{Z}_L лінійних проводів і через опори приймача \underline{Z}_H , тобто вони є одночасно і лінійними, і фазними струмами:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_a; \quad \underline{I}_B = \underline{I}_b; \quad \underline{I}_C = \underline{I}_c.$$

Навантаженням кожної фази генератора є сума опору \underline{Z}_L лінійного проводу і опору \underline{Z}_H променя «зірки» приймача, оскільки вони увімкнуті послідовно:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_L + \underline{Z}_H &= \underline{Z}_\phi = \underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = 9 + j12 + 60 - \\ &- j80 = 69 - j68 = 96,9 e^{-j44,6^\circ} \text{ Ом}.\end{aligned}$$

Тоді комплексні лінійні (фазні) струми:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_a = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{500}{97 e^{-j44,6^\circ}} = 5,15 e^{j44,6^\circ} = (3,67 + j3,62) \text{ A};$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_b = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{500 e^{-j120^\circ}}{97 e^{-j44,6^\circ}} = 5,15 e^{-j75,4^\circ} = (1,3 - j5) \text{ A};$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_c = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_C} = \frac{500 e^{j120^\circ}}{97 e^{-j44,6^\circ}} = 5,15 e^{j164,6^\circ} = (-4,97 + j1,37) \text{ A}.$$

Перевірку точності обчислень струмів зробимо, записавши рівняння першого закону Кірхгофа для вузла «о» споживача:

$$\begin{aligned} \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c &= 0; \\ 3,67 + j3,62 + 1,3 - j5 - 4,97 + j1,37 &= \\ &= 0 - j0,01 \cong 0. \end{aligned}$$

Комплексний опір променя зірки приймача:

$$\underline{Z}_H = 60 - j80 = 100 e^{-j53,1^\circ} \text{ Ом}.$$

Комплексні фазні напруги приймача:

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= \underline{Z}_H \times \dot{I}_a = 100 e^{-j53,1^\circ} \times 5,15 e^{j44,6^\circ} = \\ &= 515 e^{-j8,5^\circ} = (509 - j77) \text{ B}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_b &= \underline{Z}_H \times \dot{I}_b = 100 e^{-j53,1^\circ} \times 5,15 e^{-j75,4^\circ} = \\ &= 515 e^{-j128,5^\circ} = (-321 - j403) \text{ B}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_c &= \underline{Z}_H \times \dot{I}_c = 100 e^{-j53,1^\circ} \times 5,15 e^{j164,6^\circ} = \\ &= 515 e^{j111,47^\circ} = (-188 + j497) \text{ B}. \end{aligned}$$

Комплексні лінійні напруги приймача визначаємо як різниці відповідних його комплексних фазних напруг:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ab} &= \dot{U}_a - \dot{U}_b = 509 - j77 + 321 + j403 = \\ &= 830 + j326 = 892 e^{j21,4^\circ} \text{ B}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{bc} &= \dot{U}_b - \dot{U}_c = -321 - j403 + 188 - j497 = \\ &= -133 - j882 = 892 e^{-j98,6^\circ} \text{ B}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{U}_{ca} &= \mathcal{U}_c - \mathcal{U}_a = -188 + j479 - 509 + j77 = \\ &= -697 + j556 = 892e^{j141,4^\circ} \text{ В.}\end{aligned}$$

Примітки:

1. При обчисленні калькулятором початкової фази ψ_{bc} комплексної напруги \mathcal{U}_{bc} одержуємо $\arctg\left(\frac{-882}{-133}\right) = 81,4^\circ$ – доповняльний кут, який у сумі зі справжнім кутом ψ_{bc} дорівнює 180° . $-\psi_{bc} + 81,4^\circ = 180^\circ$, звідки $\psi_{bc} = -180^\circ + 81,4^\circ = -98,6^\circ$.

2. Аналогічно, при обчисленні початкової фази ψ_{ca} комплексної напруги \mathcal{U}_{ca} одержуємо $\arctg\left(\frac{556}{-697}\right) = -38,6^\circ$ – доповняльний кут, який у сумі зі справжнім кутом ψ_{ca} дорівнює 180° . $\psi_{ca} + 38,6^\circ = 180^\circ$, $\psi_{ca} = 180^\circ - 38,6^\circ = 141,4^\circ$.

Комплексні спади напруг на опорах лінійних проводів:

$$\begin{aligned}\mathcal{U}_{LA} &= \underline{Z}_L \times \mathcal{I}_A = 15e^{j53,1^\circ} \times 5,15e^{j44,6^\circ} = \\ &= 77,25e^{j97,7^\circ} = (-10,4 + j76,5) \text{ В}; \\ \mathcal{U}_{LB} &= \underline{Z}_L \times \mathcal{I}_B = 15e^{j53,1^\circ} \times 5,15e^{-j75,4^\circ} = \\ &= 77,25e^{-j22,27^\circ} = (71,5 - j29,3) \text{ В}; \\ \mathcal{U}_{LC} &= \underline{Z}_L \times \mathcal{I}_C = 15e^{j53,1^\circ} \times 5,15e^{j164,6^\circ} = \\ &= 77,25e^{j217,7^\circ} = (-61,5 - j47,3) \text{ В},\end{aligned}$$

де $\underline{Z}_L = 9 + j12 = 15e^{j53,1^\circ} \text{ Ом}$ – комплексний опір лінійного проводу.

Комплексна потужність, яку споживає симетричний трифазний приймач, рівна потроєному добутку комплексної напруги однієї фази на спряжене значення комплексного струму тієї ж фази:

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= 3 \times \bar{U}_a \times \bar{I}_a^* = 3 \times 515 e^{-j8,5^\circ} \times 5,15 e^{-j44,6^\circ} = \\ &= 7960 e^{-j53,1^\circ} = S e^{j\varphi} = P + jQ = 7960 \times (\cos(-53,1^\circ) + \\ &+ j \sin(-53,1^\circ)) = (4790 - j6390) \text{ ВА}. \end{aligned}$$

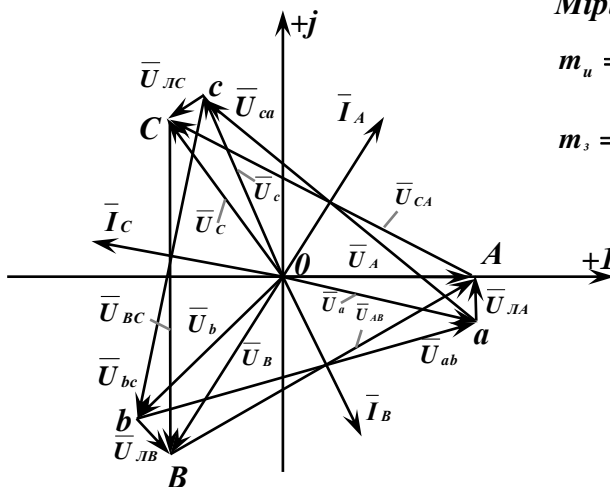
Отже, трифазний приймач споживає потужності:

активну $P = 4790 \text{ Вт}$; реактивну $Q = -6390 \text{ вар}$

$$Q = -6390 \text{ ВАр}.$$

Повна (установлена) потужність споживача $S = 7960 \text{ ВА}$.

Використовуючи обчислені значення напруг і струмів, будемо на комплексній площині топографічну векторну діаграму (рис. 3.13). Для цього спочатку в масштабі відкладаємо вектори фазних напруг генератора $\bar{U}_A, \bar{U}_B, \bar{U}_C$. Оскільки $\psi_A = 0^\circ$, то вектор \bar{U}_A спрямуємо уздовж осі дійсних величин. Вектор \bar{U}_B відкладаємо під кутом 120° в напрямку відставання, а вектор \bar{U}_C – під кутом 120° в напрямку випередження відносно вектора \bar{U}_A .



Мірила:

$$m_u = 150 \frac{\text{В}}{\text{мм}}$$

$$m_i = 1,5 \frac{\text{А}}{\text{мм}}$$

Рис. 3.13

Вектори лінійних напруг генератора знаходимо як векторні різниці фазних напруг згідно з векторними рівностями:

$$\bar{U}_{AB} = \bar{U}_A - \bar{U}_B; \quad \bar{U}_{BC} = \bar{U}_B - \bar{U}_C; \quad \bar{U}_{CA} = \bar{U}_C - \bar{U}_A,$$

причому перша літера індексу вектора вказує, до якого вектора фазної напруги направлений даний вектор лінійної напруги: наприклад, літера *A* вектора \bar{U}_{AB} вказує, що він направлений від кінця вектора \bar{U}_B до кінця вектора \bar{U}_A і тощо.

Вектори фазних напруг приймача також утворюють симетричну систему векторів з центром у початку координат (точка «*O*»).

Вектори лінійних напруг приймача знаходимо як векторні різниці відповідних фазних напруг:

$$\bar{U}_{ab} = \bar{U}_a - \bar{U}_b; \quad \bar{U}_{bc} = \bar{U}_b - \bar{U}_c; \quad \bar{U}_{ca} = \bar{U}_c - \bar{U}_a.$$

Вектори спадів напруг на опорах лінійних проводів являють собою векторні різниці відповідних векторів фазних напруг генератора і векторів фазних напруг приймача:

$$\bar{U}_{ЛА} = \bar{U}_A - \bar{U}_a; \quad \bar{U}_{ЛВ} = \bar{U}_B - \bar{U}_b; \quad \bar{U}_{ЛС} = \bar{U}_C - \bar{U}_c.$$

Вектори лінійних (фазних) струмів відкладаємо від осі дійсних величин, враховуючи її початкові фази.

3.7.1.2. Обрив лінійного проводу *Bb*

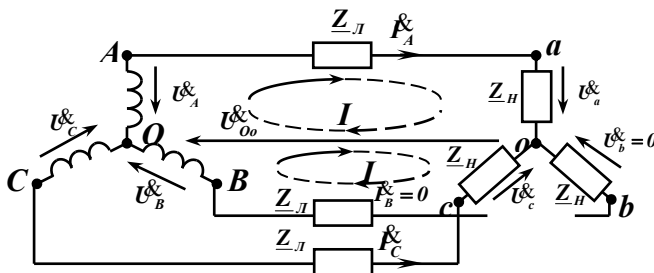


Рис. 3.14

У цьому випадку трифазний приймач стає несиметричним навантаженням. Задась на схемі

додатними напрямками струмів і напруг і визначимо комплексну напругу між вузловими точками генератора і приймача (напругу зміщення нейтралі \overline{U}_{0o}).

У відповідності з методом розрахунку міжвузлової напруги:

$$\overline{U}_{0o} = \frac{\sum \underline{\mathcal{U}} \times \underline{Y}}{\sum \underline{Y}} = \frac{(\underline{\mathcal{U}}_A \times \underline{Y}_A + \underline{\mathcal{U}}_B \times \underline{Y}_B + \underline{\mathcal{U}}_C \times \underline{Y}_C)}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}.$$

При обірваному проводі **Bb** провідність фази **B**:

$$\underline{Y}_B = \frac{1}{\infty} = 0 \text{ См}.$$

Комплексні провідності фази **A** і фази **C**:

$$\underline{Y}_A = \underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_H} = \frac{1}{97 e^{-j44,6^\circ}} \text{ См}.$$

Тоді комплексна напруга зміщення нейтралі:

$$\begin{aligned} \overline{U}_{0o} &= \frac{\underline{\mathcal{U}}_A \times \underline{Y}_A + \underline{\mathcal{U}}_B \times 0 + \underline{\mathcal{U}}_C \times \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + 0 + \underline{Y}_C} = \frac{(\underline{\mathcal{U}}_A + \underline{\mathcal{U}}_C) \times \underline{Y}_A}{2 \underline{Y}_A} = \\ &= -\frac{\underline{\mathcal{U}}_B}{2} = \frac{250 + j433}{2} = 125 + j216,5 = 250 e^{j60^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

Для визначення комплексних струмів несиметричного трифазного приймача складемо рівняння напруг другого закону Кірхгофа для фазних контурів, вибравши напрямки обходу контурів за годинниковою стрілкою.

Для контуру $A-a-o-O$: $\underline{Z}_A \times \underline{\mathcal{I}}_A = \underline{\mathcal{U}}_A - \underline{\mathcal{U}}_{0o}$; звідки

$$\begin{aligned} \underline{\mathcal{I}}_A = \underline{\mathcal{I}}_a &= \frac{\underline{\mathcal{U}}_A - \underline{\mathcal{U}}_{0o}}{\underline{Z}_A} = \frac{500 - 125 - j216,5}{97 e^{-j44,6^\circ}} = \frac{433 e^{-j30^\circ}}{97 e^{-j44,6^\circ}} = \\ &= 4,46 e^{j14,6^\circ} = (4,32 + j1,12) \text{ А}. \end{aligned}$$

Для контуру $C-c-o-O$: $\underline{Z}_C \times \underline{\mathcal{I}}_C = \underline{\mathcal{U}}_C - \underline{\mathcal{U}}_{0o}$; звідки

$$\begin{aligned} \underline{\dot{I}}_C &= \underline{\dot{I}}_c = \frac{\underline{U}_C - \underline{U}_{Oo}}{\underline{Z}_C} = \frac{-250 + j433 - 125 - j216,5}{97e^{-j44,6^\circ}} = \\ &= \frac{435e^{j150^\circ}}{97e^{-j44,6^\circ}} = 4,46e^{j194,6^\circ} = 4,46e^{-j165,4^\circ} = \\ &= (-4,32 - j1,12) \text{ A.} \end{aligned}$$

Комплексні фазні напруги на опорах приймача:

$$\begin{aligned} \underline{U}_a &= \underline{Z}_H \times \underline{\dot{I}}_a = 100e^{-j53,13^\circ} \times 4,46e^{j14,6^\circ} = \\ &= 446e^{-j38,53^\circ} = (-349 - j278) \text{ B;} \end{aligned}$$

$$\underline{U}_b = \underline{Z}_H \times \underline{\dot{I}}_b = \underline{Z}_H \times 0 = 0 \text{ B;}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_c &= \underline{Z}_H \times \underline{\dot{I}}_c = 100e^{-j53,13^\circ} \times 4,46e^{-j165,4^\circ} = \\ &= 446e^{-j218,53^\circ} = (-349 + j278) \text{ B.} \end{aligned}$$

Комплексні лінійні напруги приймача:

$$\bar{U}_{ab} = \bar{U}_a - \bar{U}_b = \bar{U}_a - 0 = 446e^{-j38,53^\circ} \text{ B;}$$

$$\bar{U}_{bc} = \bar{U}_b - \bar{U}_c = 0 - \bar{U}_c = -\bar{U}_c = 446e^{-j38,53^\circ} \text{ B;}$$

$$\begin{aligned} \bar{U}_{ca} &= \bar{U}_c - \bar{U}_a = -349 + j278 - 349 + j278 = \\ &= -698 + j556 = 892e^{j141,46^\circ} \text{ B.} \end{aligned}$$

Комплексні спади напруг на опорах лінійних проводів:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{LA} &= \underline{Z}_L \times \underline{\dot{I}}_A = 15e^{j53,13^\circ} \times 4,46e^{j14,6^\circ} = \\ &= 66,9e^{j67,73^\circ} = (25,4 + j61,9) \text{ B;} \end{aligned}$$

$$\underline{U}_{LB} = \underline{Z}_L \times \underline{\dot{I}}_B = \underline{Z}_L \times 0 = 0 \text{ B;}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{LC} &= \underline{Z}_L \times \underline{\dot{I}}_C = 15e^{j53,13^\circ} \times 4,46e^{-j165,4^\circ} = \\ &= 66,9e^{-j112,27^\circ} = (-25,4 - j61,9) \text{ B.} \end{aligned}$$

Комплексна потужність, споживана несиметричним приймачем, рівна сумі комплексних потужностей, споживаних усіма фазними навантаженнями:

$$\begin{aligned}
\tilde{S} &= \tilde{S}_a + \tilde{S}_b + \tilde{S}_c = \mathcal{U}_a^{\×} \times \mathcal{I}_a^{\×} + \mathcal{U}_b^{\×} \times 0 + \\
&+ \mathcal{U}_c^{\×} \times \mathcal{I}_c^{\×} = 446e^{-j38,53^\circ} \times 4,46e^{-j14,6^\circ} + \\
&+ 446e^{-j218,53^\circ} \times 4,46e^{j165,4^\circ} = 1990e^{-j53,13^\circ} + \\
&+ 1990e^{-j53,13^\circ} = 3980e^{-j53,13^\circ} = Se^{j\varphi} = \\
&= 3980 \times (\cos(-53,1^\circ) + j \sin(-53,1^\circ)) = \\
&= P + jQ = (2390 - j3180) \text{ ВА}.
\end{aligned}$$

Отже, несиметричний приймач споживає:
активну потужність $P = 2390 \text{ Вт}$; реактивну
емнісну потужність $Q = -3180 \text{ Вар}$.

Повна (установлена) потужність приймача
 $S = 3980 \text{ ВА}$.

Використовуючи обчислені значення комплексних
напрэг і струмів, будуємо топографічну векторну діаграму
(рис. 3.15). Вектори фазних і лінійних напрэг генератора
відкладаємо на комплексній площині аналогічно, як і при
симетричному навантаженні.

Вектор напруги зміщення нейтралі $\overline{U}_{o0} = 250e^{j60^\circ} \text{ В}$,
який відкладаємо з точки « O », кінцем своїм доторкається
середини вектора лінійної напруги генератора \overline{U}_{CA} (точка
« o »).

Вектор фазної напруги приймача $\overline{U}_a = 446e^{-j38,53^\circ} \text{ В}$
відкладаємо з точки « o » під кутом $\psi_a = -38,53^\circ$ в напрямку
відставання, а вектор фазної напруги приймача
 $\overline{U}_c = 446e^{-j218,53^\circ} \text{ В} = 446e^{j141,47^\circ} \text{ В}$ – в напрямку
випередження під кутом $\psi_c = 141,47^\circ$ до осі дійсних
величин. Вектор $\overline{U}_b = 0$, отже, точка « b » на діаграмі
співпадає з точкою « o » приймача.

Вектор лінійної напруги приймача
 $\overline{U}_{ab} = \overline{U}_a = 446e^{-j38,53^\circ} \text{ В}$ і вектор лінійної напруги
 $\overline{U}_{bc} = -\overline{U}_c = 446e^{-j38,53^\circ} \text{ В} = \overline{U}_a$, тобто співпадають на

векторній діаграмі з вектором фазної напруги \bar{U}_a приймача.

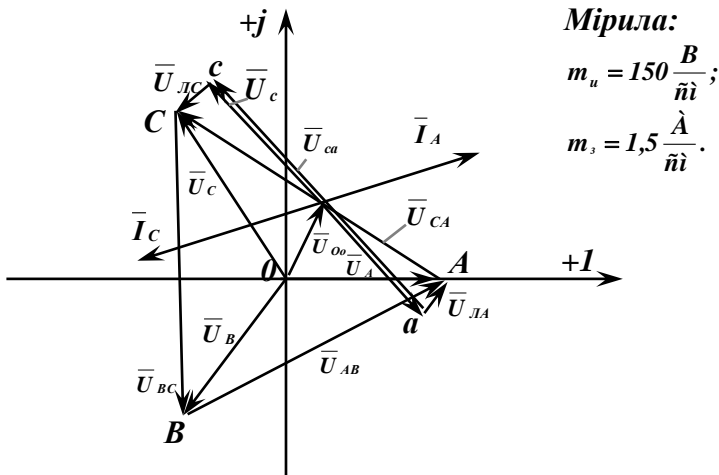


Рис. 3.15

Вектор лінійної напруги приймача $\bar{U}_{ca} = \bar{U}_c - \bar{U}_a = 892e^{j141,46^\circ} \mathbf{B}$, відкладений від точки «а», проходить через точку «о» і упирається своїм кінцем в точку «с».

Вектори спадів напруг на опорах $\bar{U}_{ла}$ й $\bar{U}_{лс}$ будемо, як геометричні різниці відповідальних векторів фазних напруг генератора і приймача.

$$\bar{U}_{ла} = \bar{U}_A - \bar{U}_a; \quad \bar{U}_{лс} = \bar{U}_C - \bar{U}_c.$$

Вектор $\bar{U}_{лв} = \mathbf{0} \mathbf{B}$. Вектори лінійних струмів \bar{I}_A й \bar{I}_C рівні за модулем, проходять через точку «о» приймача і знаходиться в протифазі.

3.7.1.3. Коротке замикання фази *ob* приймача

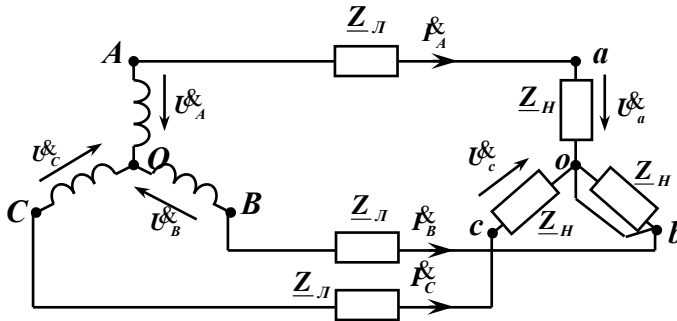


Рис. 3.16

У цьому випадку трифазний приймач також несиметричний. Заданою додатними напрямками струмів і напруг і за методом міжвузлової напруги визначимо комплексну напругу зміщення нейтралі:

$$\underline{U}_{Oo} = \frac{\underline{U}_A \times \underline{Y}_A + \underline{U}_B \times \underline{Y}_B + \underline{U}_C \times \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}.$$

При короткому замиканні фази «ob» приймача навантаженням фази «B» генератора служить тільки комплексний опір \underline{Z}_L лінійного проводу. Тоді комплексна провідність фази «B»:

$$\begin{aligned} \underline{Y}_B = \underline{Y}_L &= \frac{1}{\underline{Z}_L} = \frac{1}{15e^{j53,13^\circ}} = 0,0667e^{-j53,13^\circ} = \\ &= (0,04 - j0,0536) \text{ См.} \end{aligned}$$

Комплексні провідності фази «A» і фази «C» однакові:

$$\begin{aligned} \underline{Y}_A = \underline{Y}_C &= \frac{1}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_H} = \frac{1}{97e^{-j44,6^\circ}} = 0,01e^{j44,6^\circ} = \\ &= (0,007 + j0,007) \text{ См.} \end{aligned}$$

Тоді комплексна напруга зміщення нейтралі:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U}_{Oo} &= \frac{(\mathcal{U}_A + \mathcal{U}_C) \times \underline{Y}_A + \mathcal{U}_B \times \underline{Y}_B}{2\underline{Y}_A + \underline{Y}_B} = \\
&= \frac{-\mathcal{U}_B \times \underline{Y}_A + \mathcal{U}_B \times \underline{Y}_B}{2\underline{Y}_A + \underline{Y}_B} = \frac{\mathcal{U}_B \times (\underline{Y}_A - \underline{Y}_B)}{2\underline{Y}_A + \underline{Y}_B} = \\
&= \frac{500e^{-j120^\circ} \times (0,04 - j0,0536 - 0,00734 - j0,00723)}{0,01468 + j0,01446 + 0,04 - j0,0536} = \\
&= \frac{500e^{-j120^\circ} \times (0,0327 - j0,0608)}{0,0547 - j0,0391} = \\
&= \frac{500e^{-j120^\circ} \times 0,069e^{-j61,72^\circ}}{0,0672e^{-j35,56^\circ}} = 513,4e^{-j146,16^\circ} = \\
&= (-426,5 - j285,8) B.
\end{aligned}$$

Комплексні лінійні (фазні) струми визначаємо із співвідношень:

$$\begin{aligned}
\mathcal{I}_A = \mathcal{I}_a &= \frac{\mathcal{U}_A - \mathcal{U}_{Oo}}{\underline{Z}_A} = \frac{500 + 426,5 + j285,8}{\underline{Z}_A} = \\
&= \frac{926,5 + j285,8}{97e^{-j44,6^\circ}} = \frac{969,6e^{j17,14^\circ}}{97e^{-j44,6^\circ}} = 10e^{j61,74^\circ} = \\
&= (4,74 + j8,81) A; \\
\mathcal{I}_B = \mathcal{I}_b &= \frac{\mathcal{U}_B - \mathcal{U}_{Oo}}{\underline{Z}_B} = \frac{-250 - j433 + 426,5 + j285,8}{\underline{Z}_B} = \\
&= \frac{176,5 - j147,2}{\underline{Z}_B} = \frac{230e^{-j39,83^\circ}}{15e^{j53,13^\circ}} = 15,33e^{-j92,96^\circ} = \\
&= (-0,784 - j15,31) A; \\
\mathcal{I}_C = \mathcal{I}_c &= \frac{\mathcal{U}_C - \mathcal{U}_{Oo}}{\underline{Z}_C} = \frac{-250 + j433 + 426,5 + j285,8}{\underline{Z}_C} = \\
&= \frac{176,5 + j718,8}{\underline{Z}_C} = \frac{740,2e^{j76,2^\circ}}{97e^{-j44,6^\circ}} = 7,63e^{j120,8^\circ} = \\
&= (-3,91 + j6,55) A.
\end{aligned}$$

Для перевірки точності обчислень комплексних струмів складаємо рівняння першого закону Кірхгофа для вузла «0»:

$$\begin{aligned} \dot{I}_a^* + \dot{I}_b^* + \dot{I}_c^* &= 0; \\ 4,74 + j8,81 - 0,784 - j15,31 - 3,91 + j6,55 &= \\ &= 0,05 - j0,05 \cong 0. \end{aligned}$$

Комплексні фазні напруги приймача:

$$\begin{aligned} \dot{U}_a^* &= \underline{Z}_H \times \dot{I}_a^* = 100e^{-j53,13^\circ} \times 10e^{j61,74^\circ} = \\ &= 1000e^{j8,61^\circ} = (989 + j149,2) \text{ В}; \\ \dot{U}_b^* &= \underline{Z}_H \times \dot{I}_b^* = 0 \times \dot{I}_b^* = 0 \text{ В}; \\ \dot{U}_c^* &= \underline{Z}_H \times \dot{I}_c^* = 100e^{-j53,13^\circ} \times 7,63e^{j120,8^\circ} = \\ &= 763e^{j67,67^\circ} = (290 + j705,6) \text{ В}. \end{aligned}$$

Комплексні лінійні напруги приймача визначаємо як геометричні різниці відповідних комплексних фазних напруг:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ab}^* &= \dot{U}_a^* - \dot{U}_b^* = \dot{U}_a^* - 0 = \dot{U}_a^* = 1000e^{j8,6^\circ} \text{ В}; \\ \dot{U}_{bc}^* &= \dot{U}_b^* - \dot{U}_c^* = 0 - \dot{U}_c^* = -\dot{U}_c^* = 763e^{-j112,33^\circ} \text{ В}; \\ \dot{U}_{ca}^* &= \dot{U}_c^* - \dot{U}_a^* = 290 + j705,6 - 989 - j149,2 = \\ &= -699 + j556,4 = 893,4e^{j141,5^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

Примітка. При обчисленні початкових фаз ψ_{bc} і ψ_{ca} одержуємо доповняльні кути. Справжні кути початкових фаз знайдені за методикою п. 1.1.

Комплексні спади напруг на опорах лінійних проводів:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{LA}^* &= \underline{Z}_{Л} \times \dot{I}_A^* = 15e^{j53,13^\circ} \times 10e^{j61,74^\circ} = \\ &= 150e^{j120,77^\circ} = (-63 + j136) \text{ В}; \\ \dot{U}_{LB}^* &= \underline{Z}_{Л} \times \dot{I}_B^* = 15e^{j53,13^\circ} \times 15,33e^{-j92,96^\circ} = \\ &= 230e^{-j39,83^\circ} = (176,6 - j147,3) \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{\text{LC}} &= \underline{Z}_{\text{L}} \times \underline{I}_{\text{C}} = 15e^{j53,13^\circ} \times 7,63e^{j120,8^\circ} = \\ &= 114,5e^{j173,93^\circ} = (-114 + j12,1) \text{ В}. \end{aligned}$$

Для перевірки точності обчислень комплексних напруг складемо рівняння другого закону Кірхгофа для електричних контурів кожної фази:

$$\underline{U}_{\text{A}} = \underline{U}_{\text{a}} + \underline{U}_{\text{ЛА}} + \underline{U}_{\text{oO}};$$

$$\begin{aligned} 500 \text{ В} &= -63 + j136 + 989 + j149,2 - 426,5 - \\ &- j285,8 = 499,5 - j0,6 \cong 499,5 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\underline{U}_{\text{B}} = \underline{U}_{\text{b}} + \underline{U}_{\text{ЛВ}} + \underline{U}_{\text{oO}};$$

$$\begin{aligned} 500e^{-j120^\circ} \text{ В} &= 176,6 - j147,3 + 0 - 426,5 - \\ &- j285,8 = -249,9 - j433 \cong 500,03e^{-j120^\circ} \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\underline{U}_{\text{C}} = \underline{U}_{\text{c}} + \underline{U}_{\text{ЛC}} + \underline{U}_{\text{oO}};$$

$$\begin{aligned} 500e^{j120^\circ} \text{ В} &= -114 + j12,1 + 290 + j705,6 - 426,5 - \\ &- j285,8 = -250 + j431,9 \cong 499,3e^{j120,1^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

Комплексна потужність, споживана несиметричним приймачем:

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= \tilde{S}_{\text{a}} + \tilde{S}_{\text{b}} + \tilde{S}_{\text{c}} = \underline{U}_{\text{a}} \times \underline{I}_{\text{a}} + 0 \times \underline{I}_{\text{b}} + \underline{U}_{\text{c}} \times \underline{I}_{\text{c}} = \\ &= 1000e^{j8,61^\circ} \times 10e^{-j61,74^\circ} + 763e^{j67,67^\circ} \times 7,63e^{-j120,8^\circ} = \\ &= 10000e^{-j53,13^\circ} + 5820e^{-j53,13^\circ} = 15820e^{-j53,13^\circ} = \\ &= Se^{j\varphi} = 15820 \times (\cos(-53,13^\circ) + j \sin(-53,13^\circ)) = \\ &= P + jQ = (9490 - j12660) \text{ ВА}. \end{aligned}$$

Отже, трифазний приймач споживає:

активну потужність $P = 9490 \text{ Вт}$; реактивну ємнісну потужність $Q = -12660 \text{ Вар}$.

Повна (установлена) потужність приймача $S = 15820 \text{ ВА}$.

Використовуючи обчислені значення комплексних напруг і струмів, будуюмо на комплексній площині топографічну векторну діаграму (рис. 3.17).

Вектори фазних і лінійних напруг генератора відкладаємо аналогічно, як і при симетричному навантаженні.

Вектор напруги зміщення нейтралі $\mathcal{U}_{Oo} = 513,4e^{-j146,16^\circ} \text{ В}$ відкладаємо з точки «O» в третьому октанті. З кінця вектора \mathcal{U}_{Oo} (точка «o») відкладаємо вектори фазних напруг приймача \bar{U}_a й \bar{U}_c . Вектор \bar{U}_b має нульову довжину ($\bar{U}_b = \mathbf{0B}$).

Вектори лінійних напруг приймача \bar{U}_{ab} , \bar{U}_{bc} й \bar{U}_{ca} відкладаємо згідно з векторними рівностями:

$$\begin{aligned}\bar{U}_{ab} &= \bar{U}_a - \bar{U}_b = \bar{U}_a - \mathbf{0} = \bar{U}_a; \\ \bar{U}_{bc} &= \bar{U}_b - \bar{U}_c = \mathbf{0} - \bar{U}_c = -\bar{U}_c; \\ \bar{U}_{ca} &= \bar{U}_c - \bar{U}_a.\end{aligned}$$

Звідси випливає, що вектор \bar{U}_{ab} співпадає з вектором \bar{U}_a фазної напруги приймача, а вектор \bar{U}_{bc} рівний за модулем вектору фазної напруги \bar{U}_c і протилежний йому за напрямком. Вектор \bar{U}_{ca} сполучає кінці векторів фазних напруг \bar{U}_a й \bar{U}_c .

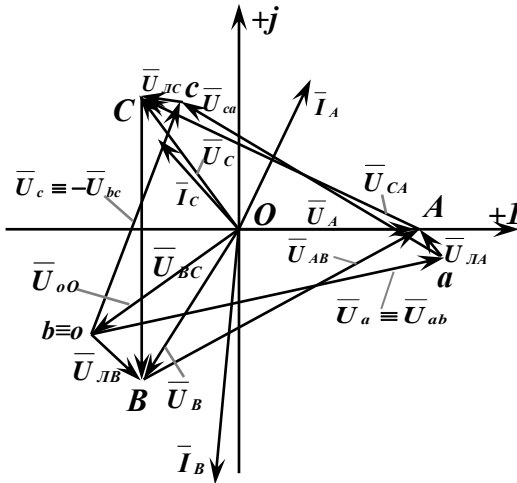
Вектори спадів напруг на опорах лінійних проводів \bar{U}_{LA} й \bar{U}_{LC} відкладаємо згідно з векторними рівностями:

$$\bar{U}_{LA} = \bar{U}_A - \bar{U}_a; \quad \bar{U}_{LC} = \bar{U}_C - \bar{U}_c,$$

тобто вони сполучають кінці відповідних векторів фазних напруг споживача і генератора.

Оскільки $\bar{U}_b = \mathbf{0}$, то вектор \bar{U}_{LB} сполучає кінець вектора зміщення нейтралі \bar{U}_{Oo} й кінець вектора фазної напруги генератора \bar{U}_B .

Вектори струмів \bar{I}_A , \bar{I}_B й \bar{I}_C відкладаємо, враховуючи їх модулі і початкові фази.



Мірила:

$$m_u = 150 \frac{B}{\bar{n}i};$$

$$m_i = 2 \frac{A}{\bar{n}i}.$$

Рис. 3.17

3.7.2. Опори приймача сполучені «зіркою» з нульовим проводом, комплексний опір якого Z_0

3.7.2.1. Симетричне навантаження фаз (рис. 3.10)

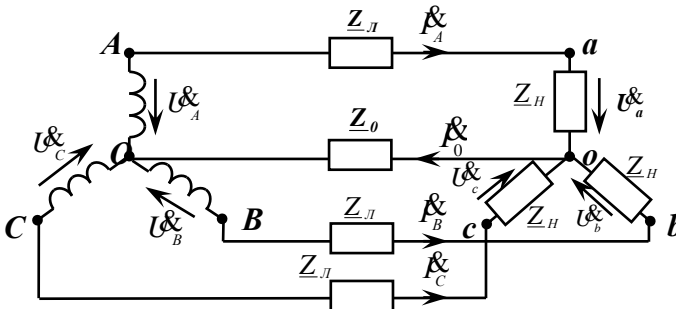


Рис. 3.18

Комплексна напруга зміщення нейтралі:

$$U_{Oo} = \frac{U_A Y_A + U_B Y_B + U_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_0} = \frac{(U_A + U_B + U_C) Y_A}{3Y_A + Y_0} = 0;$$

так як $\underline{U}_a^{\&} + \underline{U}_b^{\&} + \underline{U}_c^{\&} = 0$, і дальніший розрахунок схеми такий же, як і без нульового проводу при симетричному навантаженні (завдання 3.7.1.1).

3.7.2.2. Обрив лінійного проводу Bb (рис. 3.11)

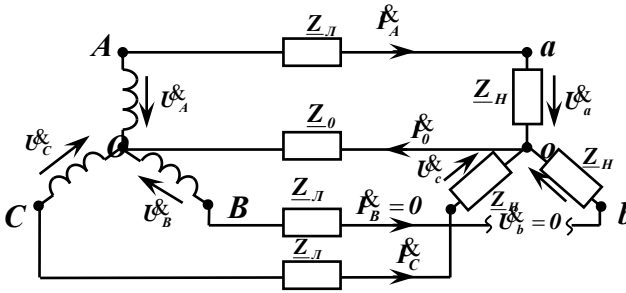


Рис. 3.19

При обриві лінійного проводу « Bb » трифазне електричне коло стає несиметричним і комплексна напруга зміщення нейтралі $\underline{U}_{Oo}^{\&} \neq 0$.

Визначаємо комплексні провідності фаз і нульового проводу:

$$\underline{Y}_A = \underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_H} = \frac{1}{97 e^{-j44,6^\circ}} = 0,01 e^{+j44,6^\circ} = (0,007 + j0,007) \text{ См};$$

$$\underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B} = \frac{1}{\infty} = 0;$$

$$\underline{Y}_0 = \frac{1}{\underline{Z}_0} = \frac{1}{5 e^{j53^\circ}} = 0,2 e^{-j53^\circ} = (0,12 - j0,16) \text{ См},$$

так як $\underline{Z}_0 = 3 + j4 = 5 e^{j53^\circ} \text{ Ом}$.

Тоді комплексна напруга зміщення нейтралі визначиться за формулою:

$$\begin{aligned}
 \underline{U}_{0o}^{\&} &= \frac{\underline{U}_A^{\&} \underline{Y}_A + \underline{U}_B^{\&} \underline{Y}_B + \underline{U}_C^{\&} \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_o} = \frac{\underline{U}_A^{\&} \underline{Y}_A + \underline{U}_C^{\&} \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_A + \underline{Y}_o} = \\
 &= \frac{\underline{Y}_A (\underline{U}_A^{\&} + \underline{U}_C^{\&})}{2 \underline{Y}_A + \underline{Y}_o} = \frac{\underline{Y}_A (-\underline{U}_B^{\&})}{2 \underline{Y}_A + \underline{Y}_o} = \frac{\underline{U}_B^{\&}}{2 + \frac{\underline{Y}_o}{\underline{Y}_A}} = \\
 &= \frac{-500e^{-j120^\circ}}{2 + \frac{0,2e^{-j53^\circ}}{0,01e^{j44,6^\circ}}} = \frac{-500e^{-j120^\circ}}{2 + 20e^{-j97,6^\circ}} = \frac{-500e^{-j120^\circ}}{-0,7 - j19,8} = \\
 &= \frac{+500e^{-j120^\circ}}{+0,7 + j19,8} = \frac{500e^{-j120^\circ}}{19,8e^{j88^\circ}} = 25,3e^{-j208^\circ} = \\
 &= (-22,3 + j11,9) \text{ B.}
 \end{aligned}$$

Комплексні фазні (лінійні) струми приймача визначаємо із відношень:

$$\begin{aligned}
 \underline{I}_a^{\&} = \underline{I}_A^{\&} &= \frac{\underline{U}_A^{\&} - \underline{U}_{0o}^{\&}}{\underline{Z}_A} = \frac{500 + 22,3 - j11,9}{\underline{Z}_A} = \frac{522,3 - j11,9}{\underline{Z}_A} = \\
 &= \frac{522,4e^{-j1,3^\circ}}{97e^{-j44,6^\circ}} = 5,4e^{+j43,3^\circ} = (3,93 + j3,7) \text{ A;}
 \end{aligned}$$

$\underline{I}_b^{\&} = \underline{I}_B^{\&} = 0$ A, оскільки провід B–b обірваний;

$$\begin{aligned}
 \underline{I}_c^{\&} = \underline{I}_C^{\&} &= \frac{\underline{U}_C^{\&} - \underline{U}_{0o}^{\&}}{\underline{Z}_C} = \frac{-250 + j433 + 22,3 - j11,9}{\underline{Z}_C} = \\
 &= \frac{-227,7 + j421,1}{\underline{Z}_C} = \frac{479e^{j118,4^\circ}}{97e^{-j44,6^\circ}} = 4,94e^{j163^\circ} = \\
 &= (-4,72 + j1,44) \text{ A.}
 \end{aligned}$$

Комплексний струм у нульовому провіді:

$$\begin{aligned}
 \underline{I}_0^{\&} &= \frac{\underline{U}_{0o}^{\&}}{\underline{Z}_0} = \frac{25,3e^{-j208^\circ}}{5e^{j53^\circ}} = 5,06e^{-j261^\circ} = 5,06e^{j99^\circ} = \\
 &= (-0,78 + j5) \text{ A.}
 \end{aligned}$$

Перевірка

На підставі першого закону Кірхгофа маємо:

$$\dot{I}_0^{\&} = \dot{I}_a^{\&} + \dot{I}_b^{\&} + \dot{I}_c^{\&},$$

$$\text{або} \quad -0,78 + j5 = 3,93 + j3,7 + 0 - 4,72 + j1,44; \\ -0,78 + j5 \cong -0,79 + j5,14.$$

Як видно, похибка не велика.

Визначаємо комплексні фазні напруги на опорах приймача:

$$\dot{U}_a^{\&} = \underline{Z}_H \times \dot{I}_a^{\&} = 100e^{-j53^\circ} \times 5,4e^{j43,3^\circ} = 540e^{-j9,7^\circ} = \\ = (532 - j92,2) \text{ В};$$

$$\dot{U}_c^{\&} = \underline{Z}_H \times \dot{I}_c^{\&} = 100e^{-j53^\circ} \times 4,94e^{j163^\circ} = 494e^{j110^\circ} = \\ = (-169 + j464,2) \text{ В}.$$

Комплексні лінійні напруги приймача рівні геометричним різницям відповідних фазних напруг:

$$\dot{U}_{ab}^{\&} = \dot{U}_a^{\&} - \dot{U}_b^{\&} = \dot{U}_a^{\&} - 0 = \dot{U}_a^{\&} = 540e^{-9,3^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{bc}^{\&} = \dot{U}_b^{\&} - \dot{U}_c^{\&} = 0 - \dot{U}_c^{\&} = -\dot{U}_c^{\&} = \\ = -494e^{j110^\circ} \text{ В} = 494e^{-j70^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{ca}^{\&} = \dot{U}_c^{\&} - \dot{U}_a^{\&} = -169 + j464,2 - 532 + j92,2 = \\ = -701 + j556,4 = 895e^{j141,6^\circ} \text{ В}.$$

Комплексні спади напруг на опорах лінійних проводів:

$$\dot{U}_{ЛА}^{\&} = \underline{Z}_Л \times \dot{I}_A^{\&} = 15e^{j53^\circ} \times 5,4e^{j43,3^\circ} = \\ = 81e^{j96,3^\circ} = (9,3 + j80,5) \text{ В};$$

$$\dot{U}_{ЛВ}^{\&} = \underline{Z}_Л \times \dot{I}_B^{\&} = \underline{Z}_Л \times 0 = 0 \text{ В};$$

$$\dot{U}_{ЛС}^{\&} = \underline{Z}_Л \times \dot{I}_C^{\&} = 15e^{j53^\circ} \times 4,94e^{j163^\circ} = \\ = 74,1e^{j21,6^\circ} = (-60 - j43,6) \text{ В}.$$

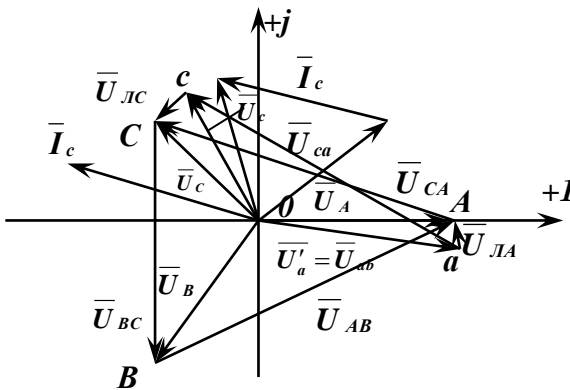
Комплексна потужність несиметричного трифазного споживача рівна сумі комплексних потужностей фаз:

$$\begin{aligned}
\tilde{S} &= \tilde{S}_a + \tilde{S}_b + \tilde{S}_c = \mathcal{U}_a \times \mathcal{I}_a + \mathcal{U}_b \times 0 + \\
&+ \mathcal{U}_c \times \mathcal{I}_c = 540e^{j9,3^\circ} \times 5,4e^{-j43,7^\circ} + 0 + \\
&+ 494e^{j110^\circ} \times 4,94e^{-j163^\circ} = 2910e^{-j53^\circ} + \\
&+ 2440e^{-j53^\circ} = 5350e^{-j53^\circ} = Se^{j\varphi} = \\
&= 2440 \times (\cos(-53^\circ) + j \sin(-53^\circ)) = \\
&= 3220 - j4280 = (P + jQ) \text{ ВА.}
\end{aligned}$$

Таким чином, несиметричний трифазний приймач споживає потужності:

повну $S = 5350 \text{ ВА}$, активну $P = 3220 \text{ Вт}$ і реактивну ємнісну $Q = -4280 \text{ ВАр}$.

Використовуючи обчислені величини струмів і напруг, будемо топографічну векторну діаграму (рис. 3.20). Вектори фазних і лінійних напруг генератора відкладаємо аналогічно, як і при симетричному навантаженні (завдання 3.7.1.1).



Мірила:

$$m_u = 100 \frac{B}{\text{мм}};$$

$$m_i = 1 \frac{A}{\text{мм}}.$$

Рис. 3.20

Вектор напруги зміщення нейтралі $\bar{U}_{oo} = 25,3e^{-j208^\circ} \text{ В}$ відкладаємо з точки «O». З кінця вектора \bar{U}_{oo} (з точки «o») відкладаємо вектори фазних

напруг приймача $\bar{U}_a = 540e^{-j9,7^\circ} \text{ В}$ й $\bar{U}_c = 494e^{j110^\circ} \text{ В}$.
 Вектор \bar{U}_b має нульову довжину.

Вектори лінійних напруг приймача \bar{U}_{ab} , \bar{U}_{bc} , \bar{U}_{ca} відкладаємо, використовуючи векторні рівняння:

$$\begin{aligned}\bar{U}_{ab} &= \bar{U}_a - \bar{U}_b = \bar{U}_a; \\ \bar{U}_{bc} &= \bar{U}_b - \bar{U}_c = -\bar{U}_c; \\ \bar{U}_{ca} &= \bar{U}_c - \bar{U}_a = 895e^{j141,6^\circ} \text{ В}.\end{aligned}$$

3.7.2.3. Коротке замикання фази *ob* приймача

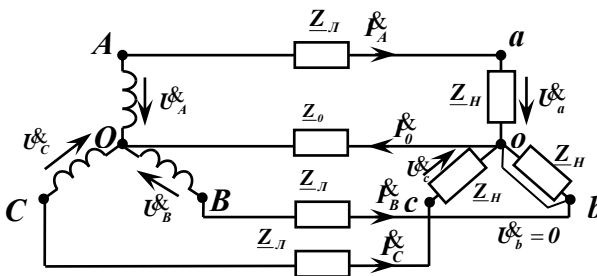


Рис. 3.21

При закороченні фази *ob* приймача трифазний приймач стає несиметричним і навантаженням фази *OB* генератора буде тільки опір \underline{Z}_L лінійного проводу.

Обчислюємо комплексні провідності фаз:

$$\underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_L} = \frac{1}{15e^{j53,1^\circ}} = 0,067e^{-j53,1^\circ} = (0,04 - j0,054) \text{ См};$$

$$\begin{aligned}\underline{Y}_A = \underline{Y}_N &= \frac{1}{\underline{Z}_E + \underline{Z}_i} = \frac{1}{97e^{-j44,6^\circ}} = 0,01e^{+j44,6^\circ} = \\ &= (0,07 + j0,07) \tilde{\text{Н}}\tilde{\text{н}}.\end{aligned}$$

Комплексна провідність нульового проводу:

$$\underline{Y}_0 = \frac{1}{\underline{Z}_0} = \frac{1}{5e^{j53,1^\circ}} = 0,2e^{-j53,1^\circ} = (0,12 - j0,16) \text{ См}.$$

Тоді комплексна напруга зміщення нейтралі:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U}_{Oo} &= \frac{\mathcal{U}_A Y_A + \mathcal{U}_B Y_B + \mathcal{U}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_O} = \frac{(\mathcal{U}_A + \mathcal{U}_C) \times Y_A + \mathcal{U}_B Y_B}{2Y_A + Y_B + Y_O} = \\
&= \frac{-\mathcal{U}_B Y_A + \mathcal{U}_B Y_B}{2Y_A + Y_B + Y_O} = \frac{Y_B \mathcal{U}_B \times (Y_B - Y_A)}{2Y_A + Y_B + Y_O} = \\
&= \frac{500 e^{-j120^\circ} \times (0,04 - j0,054 - 0,007 - j0,007)}{0,014 + j0,014 + 0,04 - j0,054 + 0,12 - j0,16} = \\
&= \frac{500 e^{-j120^\circ} \times (0,033 - j0,061)}{0,174 - j0,2} = \\
&= \frac{500 e^{-j120^\circ} \times 0,069 e^{-j61,6^\circ}}{0,265 e^{-j48,8^\circ}} = \\
&= 130 e^{-j133^\circ} = (-88,7 - j95) B.
\end{aligned}$$

Комплексні фазні (лінійні) струми визначаємо за формулами:

$$\begin{aligned}
\mathcal{I}_a &= \mathcal{I}_A = \frac{\mathcal{U}_A - \mathcal{U}_{Oo}}{\underline{Z}_A} = \frac{500 + 88,7 + j95}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_H} = \\
&= \frac{597 e^{j9,2^\circ}}{97 e^{-j44,6^\circ}} = 6,15 e^{j53,8^\circ} = (3,64 + j4,97) A; \\
\mathcal{I}_b &= \mathcal{I}_B = \frac{\mathcal{U}_B - \mathcal{U}_{Oo}}{\underline{Z}_B} = (\mathcal{U}_B - \mathcal{U}_{Oo}) \times Y_B = \\
&= (-250 - j433 + 88,7 + j95) \times Y_B = \\
&= (-161,3 - j338) \times Y_B = 375 e^{-j115,5^\circ} \times \\
&\quad \times 0,067 e^{-j53,1^\circ} = 25,1 e^{-j168,6^\circ} = (-24,6 - j4,96) A; \\
\mathcal{I}_c &= \mathcal{I}_C = \frac{\mathcal{U}_C - \mathcal{U}_{Oo}}{\underline{Z}_C} = (\mathcal{U}_C - \mathcal{U}_{Oo}) \times Y_C = \\
&= (-250 + j433 + 88,7 + j95) \times Y_C = \\
&= (-161,3 + j528) \times Y_C = 552 e^{j107^\circ} \times 0,0103 e^{j44,6^\circ} = \\
&= 5,69 e^{j151,6^\circ} = (-5 + j2,7) A.
\end{aligned}$$

Комплексний струм у нульовому проводі:

$$\begin{aligned} \underline{I}_0 &= \frac{\underline{U}_{00}}{\underline{Z}_0} = \underline{U}_{00} \times Y_0 = 130e^{-j133^\circ} \times 0,2e^{-j53,1^\circ} = \\ &= 26e^{-j186,1^\circ} = (-25,9 + j2,76) \text{ A.} \end{aligned}$$

Перевірку правильності обчислень комплексних струмів виконаємо, склавши рівняння першого закону Кірхгофа для вузлової точки приймача:

$$\begin{aligned} \underline{I}_0 &= \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c; \\ -25,9 + j2,76 &= 3,64 + j4,97 - 24,6 - j4,96 - 5 + j2,7; \\ (-25,9 + j2,76) \text{ A} &\cong (-25,96 + j2,71) \text{ A.} \end{aligned}$$

Як видно, похибка незначна.

Визначаємо комплексні фазні напруги на опорах приймача:

$$\begin{aligned} \underline{U}_a &= \underline{Z}_H \times \underline{I}_a = 100e^{-j53,1^\circ} \times 6,15e^{j53,8^\circ} = 615e^{j0,7^\circ} = \\ &= (615 + j6,3) \text{ B}; \\ \underline{U}_b &= \underline{Z}_H \times \underline{I}_b = 0 \times \underline{I}_b = 0 \text{ B}; \\ \underline{U}_c &= \underline{Z}_H \times \underline{I}_c = 100e^{-j53,1^\circ} \times 5,69e^{j151,6^\circ} = 569e^{j98,5^\circ} = \\ &= (-84,1 + j562,7) \text{ B.} \end{aligned}$$

Комплексні лінійні напруги приймача рівні алгебраїчним суммам відповідних комплексних фазних напруг:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ab} &= \underline{U}_a - \underline{U}_b = \underline{U}_a - 0 = \underline{U}_a = 615e^{j0,7^\circ} \text{ B}; \\ \underline{U}_{bc} &= \underline{U}_b - \underline{U}_c = 0 - \underline{U}_c = -\underline{U}_c = 569e^{-j81,5^\circ} \text{ B}; \\ \underline{U}_{ca} &= \underline{U}_c - \underline{U}_a = -84,1 + j562,7 - 615 + j6,3 = \\ &= -699,1 + j569 = 901,4e^{j144^\circ} \text{ B.} \end{aligned}$$

Комплексні спади напруг на опорах лінійних проводів:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{LA} &= \underline{Z}_L \times \underline{I}_A = 15e^{j53,1^\circ} \times 6,15e^{j53,8^\circ} = 92,3e^{j106,9^\circ} \text{ B}; \\ \underline{U}_{LB} &= \underline{Z}_L \times \underline{I}_B = 15e^{j53,1^\circ} \times 25,1e^{-j168,6^\circ} = 376,5e^{-j115,5^\circ} \text{ B}; \\ \underline{U}_{LC} &= \underline{Z}_L \times \underline{I}_C = 15e^{j53,1^\circ} \times 5,69e^{j151,6^\circ} = 85,4e^{j204,7^\circ} \text{ B.} \end{aligned}$$

Перевірку правильності обчислень комплексних напруг виконаємо, записавши рівняння другого закону Кірхгофа для контуру Aa_0OA :

$$\mathcal{U}_A = \mathcal{U}_a + \mathcal{U}_{O_0} + \mathcal{U}_{OA};$$

$$500 = 615 + j6,3 - 88,7 - j95 - 26,9 + j88,3;$$

$$500 \text{ В} \cong (499,4 + j5,9) \text{ В.}$$

Комплексна потужність, яку споживає несиметричний трифазний приймач дорівнює сумі комплексних потужностей, споживаних усіма фазами:

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= \tilde{S}_a + \tilde{S}_b + \tilde{S}_c = \mathcal{U}_a^* \times I_a + 0 \times I_b + \mathcal{U}_c^* \times I_c = \\ &= 615e^{j0,7^\circ} \times 6,15e^{-j53,8^\circ} + 569e^{j98,5^\circ} \times 5,69e^{-j151,6^\circ} = \\ &= 3780e^{-j53,1^\circ} + 3230e^{-j53,1^\circ} = 7010e^{-j53,1^\circ} = Se^{j\varphi} = \\ &= 7010 \times [\cos(-53,1^\circ) + j \sin(-53,1^\circ)] = \\ &= (4200 - j5010) \text{ ВА} = P + jQ. \end{aligned}$$

Отже, несиметричний приймач споживає потужності: активну $P = 4200 \text{ Вт}$; реактивну $Q = -5010 \text{ ВАр}$.

Повна (установлена) потужність приймача $S = 7010 \text{ ВА}$.

Використовуючи обчислені значення комплексних напруг і струмів, будуємо на комплексній площині топографічну векторну діаграму (рис. 3.22).

Вектори фазних і лінійних напруг генератора відкладаємо так, як і при симетричному навантаженні (завдання 3.7.1.1).

Вектор напруги зміщення нейтралі $\overline{U}_{O_0} = 130e^{-j133^\circ} \text{ В}$ відкладаємо з точки « O » генератора у третьому октанті. З кінця вектора \overline{U}_{O_0} (точка « o » приймача) відкладаємо вектори \overline{U}_a й \overline{U}_c приймача. Вектор \overline{U}_b має нульову довжину ($\overline{U}_b = 0$).

Вектори лінійних напруг приймача \bar{U}_{ab} , \bar{U}_{bc} й \bar{U}_{ca} знаходимо на діаграмі у відповідності з векторними рівностями:

$$\bar{U}_{ab} = \bar{U}_a - \bar{U}_b = \bar{U}_a - \mathbf{0} = \bar{U}_a;$$

$$\bar{U}_{bc} = \bar{U}_b - \bar{U}_c = \mathbf{0} - \bar{U}_c = -\bar{U}_c;$$

$$\bar{U}_{ca} = \bar{U}_c - \bar{U}_a.$$

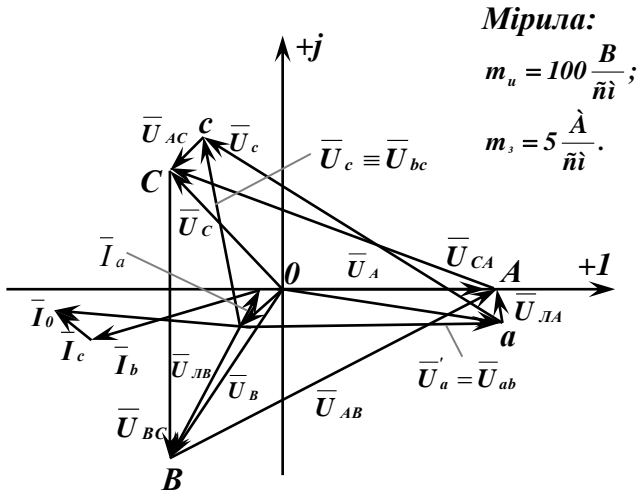


Рис. 3.22

Звідси випливає, що вектор лінійної напруги \bar{U}_{ab} співпадає з вектором \bar{U}_a фазної напруги приймача, а вектор лінійної напруги \bar{U}_{bc} рівний за модулем вектору фазної напруги \bar{U}_c приймача і протилежний йому за напрямком. Вектор \bar{U}_{ca} з'єднує кінці векторів фазних напруг \bar{U}_a й \bar{U}_c приймача.

Вектори спадів напруг на опорах лінійних проводів \bar{U}_{LA} й \bar{U}_{LC} відкладаємо у відповідності з векторними рівностями:

$$\bar{U}_{LA} = \bar{U}_A - \bar{U}_a; \quad \bar{U}_{LC} = \bar{U}_C - \bar{U}_c.$$

Іншими словами, вони сполучають кінці векторів \bar{U}_a й \bar{U}_A та \bar{U}_c й \bar{U}_C відповідно.

Оскільки вектор $\bar{U}_b = \mathbf{0}$, то вектор \bar{U}_{LB} сполучає кінець вектора зміщення нейтралі \bar{U}_{Oo} та кінець вектора фазної напруги генератора \bar{U}_B .

Вектори струмів \bar{I}_a , \bar{I}_b й \bar{I}_c , відкладаємо, враховуючи їх модулі та аргументи.

3.7.3. Опори приймача сполучені трикутником

3.7.3.1. Симетричне навантаження фаз

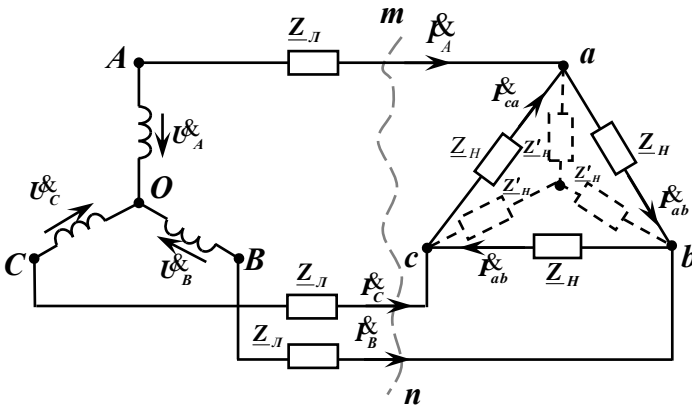


Рис. 3.23

Для спрощення розрахунків перетворимо трикутник опорів \underline{Z}_H приймача в еквівалентну зірку опорів \underline{Z}'_H .

Комплексний опір променя симетричної зірки:

$$\begin{aligned} \underline{Z}'_H &= \frac{\underline{Z}_H \times \underline{Z}_H}{\underline{Z}_H + \underline{Z}_H + \underline{Z}_H} = \frac{\underline{Z}_H^2}{3\underline{Z}_H} = \frac{\underline{Z}_H}{3} \\ &= \frac{100e^{-j53,1^\circ}}{3} = 33,33e^{-j53,1^\circ} = (20 - j26,7) \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Надалі порядок розрахунку перетвореної схеми такий же, як і схеми зірки без нульового проводу при симетричному навантаженні (завдання 3.7.1.1).

Отже, комплексні провідності симетричного навантаження фаз генератора:

$$\begin{aligned}\underline{Y}_A = \underline{Y}_B = \underline{Y}_C &= \frac{I}{\underline{Z}_\phi} = \frac{I}{\underline{Z}_L + \underline{Z}'_H} = \frac{I}{9 + j12 + 20 - j26,7} = \\ &= \frac{I}{20 - j14,7} = \frac{I}{32,5e^{-j26,9^\circ}} = 0,0307e^{j26,9^\circ} = \\ &= (0,0274 + j0,0139) \text{ Ом.}\end{aligned}$$

Комплексні лінійні струми:

$$\begin{aligned}\underline{I}_A &= \underline{Y}_A \times \underline{U}_A = 0,0307e^{j26,9^\circ} \times 500e^{j0^\circ} = \\ &= 15,4e^{j26,9^\circ} = (13,74 + j6,95) \text{ A}; \\ \underline{I}_B &= \underline{Y}_B \times \underline{U}_B = 0,0307e^{j26,9^\circ} \times 500e^{-j120^\circ} = \\ &= 15,4e^{-j93,1^\circ} = (-0,83 - j15,38) \text{ A}; \\ \underline{I}_C &= \underline{Y}_C \times \underline{U}_C = 0,0307e^{j26,9^\circ} \times 500e^{j120^\circ} = \\ &= 15,4e^{j146,9^\circ} = (-12,89 + j8,43) \text{ A}.\end{aligned}$$

Перевірку правильності обчислень комплексних струмів виконаємо, записавши рівняння першого закону Кірхгофа для перерізу mn :

$$\begin{aligned}\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C &= 0; \\ 13,74 + j6,95 - 0,83 - j15,38 - 12,89 + j8,43 &= 0; \\ 0,02 \text{ A} &\approx 0 \text{ A}.\end{aligned}$$

Так як комплексні фазні струми еквівалентної зірки приймача рівні комплексним лінійним струмам генератора, то комплексні фазні напруги еквівалентної зірки приймача:

$$\begin{aligned}\underline{U}'_a &= \underline{Z}'_H \times \underline{I}_A = 33,33e^{-j53,1^\circ} \times 15,4e^{j26,9^\circ} = \\ &= 513,3e^{-j26,2^\circ} = (460,6 - j226,6) \text{ B}; \\ \underline{U}'_b &= \underline{Z}'_H \times \underline{I}_B = 33,33e^{-j53,1^\circ} \times 15,4e^{-j93,1^\circ} = \\ &= 513,3e^{-j146,2^\circ} = (-426,5 - j285,5) \text{ B};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_c' &= \underline{Z}_H' \times \underline{I}_c' = 33,33e^{-j53,1^\circ} \times 15,4e^{j146,9^\circ} = \\ &= 513,3e^{j93,8^\circ} = (-34 + j512,2) \text{ В.} \end{aligned}$$

Комплексні лінійні напруги приймача:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ab}' &= \underline{U}_a' - \underline{U}_b' = 460,6 - j226,6 + 426,5 + j285,5 = \\ &= 887,1 + j58,9 = 889e^{j3,8^\circ} \text{ В;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{bc}' &= \underline{U}_b' - \underline{U}_c' = -426,6 - j285,5 + 34 - j512,2 = \\ &= -392,5 - j797,7 = 889e^{-j116,2^\circ} \text{ В;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ca}' &= \underline{U}_c' - \underline{U}_a' = -34 + j512 - 460,6 + j226,6 = \\ &= -494,6 + j738,6 = 889e^{j123,8^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

Так як відповідні комплексні лінійні напруги початкової і перетвореної схеми приймача одні й ті ж, то комплексні фазні струми трикутника приймача визначаються із відношень:

$$\underline{I}_{ab}' = \frac{\underline{U}_{ab}'}{\underline{Z}_H} = \frac{889e^{j3,8^\circ}}{100e^{-j53,1^\circ}} = 8,89e^{j56,9^\circ} = (4,85 + j7,45) \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{bc}' = \frac{\underline{U}_{bc}'}{\underline{Z}_H} = \frac{889e^{-j116,2^\circ}}{100e^{-j53,1^\circ}} = 8,89e^{-j63,1^\circ} = (4,02 - j7,93) \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{ca}' = \frac{\underline{U}_{ca}'}{\underline{Z}_H} = \frac{889e^{j123,8^\circ}}{100e^{-j53,1^\circ}} = 8,89e^{j176,9^\circ} = (-8,88 + j0,48) \text{ А.}$$

Перевірку правильності обчислень комплексних фазних струмів зробимо, склавши рівняння першого закону Кірхгофа для вузла a :

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_{ab}' - \underline{I}_{ca}'; \\ 13,74 + j6,95 &= 4,85 + j7,45 + 8,88 - j0,48; \\ (13,74 + j6,95) \text{ А} &\approx (13,73 + j6,95) \text{ А.} \end{aligned}$$

Комплексна потужність симетричного трифазного приймача:

$$\begin{aligned}\tilde{S} &= 3 \times \underline{U}_{ab} \times \underline{I}_{ab}^* = 3 \times 889 e^{j3,8^\circ} \times 8,89 e^{-j56,9^\circ} = \\ &= 23710 e^{-j53,1^\circ} = S e^{j\varphi} = 23710 \cos(-53,1^\circ) + \\ &+ 23710 \sin(-53,1^\circ) = (14236 - j18960) \text{ ВА}.\end{aligned}$$

Отже, трифазний симетричний приймач споживає:
активну потужність $P = 14236 \text{ Вт}$; реактивну
емнісну потужність $Q = -18960 \text{ Вар}$.

Повна (установлена) потужність приймача
 $S = 23710 \text{ ВА}$.

Комплексні спади напруг на опорах лінійних
проводів:

$$\underline{U}_{ЛА} = \underline{Z}_{Л} \times \underline{I}_A = 15 e^{j53,1^\circ} \times 15,4 e^{j26,9^\circ} = 231 e^{j80^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{ЛВ} = \underline{Z}_{Л} \times \underline{I}_B = 15 e^{j53,1^\circ} \times 15,4 e^{j26,9^\circ} = 231 e^{-j40^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{ЛС} = \underline{Z}_{Л} \times \underline{I}_C = 15 e^{j53,1^\circ} \times 15,4 e^{j26,9^\circ} = 231 e^{j200^\circ} \text{ В}.$$

Використовуючи обчислені значення комплексних
напруг і струмів, будуємо на комплексній площині
топографічну векторну діаграму (рис. 3.24).

Вектори фазних і лінійних напруг генератора
відкладаємо на комплексній площині звичайним способом
(завдання 3.7.1.1).

Вектори фазних напруг \bar{U}_a , \bar{U}_b й \bar{U}_c еквівалентної
зірки приймача відкладаємо з вузлової точки „ O ”.

Вектори лінійних напруг приймача \bar{U}_{ab} , \bar{U}_{bc} й \bar{U}_{ca}
відкладаємо у відповідності з векторними рівностями:

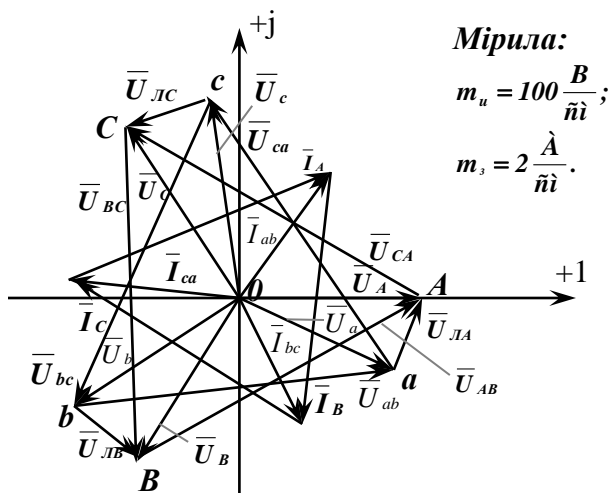
$$\bar{U}_{ab} = \bar{U}_a - \bar{U}_b; \quad \bar{U}_{bc} = \bar{U}_b - \bar{U}_c; \quad \bar{U}_{ca} = \bar{U}_c - \bar{U}_a.$$

Вектори спадів напруг на опорах лінійних проводів
являють собою векторні різниці фазних напруг генератора
і відповідних фазних напруг приймача:

$$\bar{U}_{ЛА} = \bar{U}_A - \bar{U}_a; \quad \bar{U}_{ЛВ} = \bar{U}_B - \bar{U}_b; \quad \bar{U}_{ЛС} = \bar{U}_C - \bar{U}_c.$$

Вектори фазних струмів \bar{I}_{ab} , \bar{I}_{bc} й \bar{I}_{ca} трикутника
приймача відкладаємо з вузлової точки « o », а вектори
лінійних струмів приймача відкладаємо у відповідності з
векторними рівняннями:

$$\bar{I}_A = \bar{I}_{ab} - \bar{I}_{ca}; \quad \bar{I}_B = \bar{I}_{bc} - \bar{I}_{ab}; \quad \bar{I}_C = \bar{I}_{ca} - \bar{I}_{bc}.$$



Мірила:

$$m_u = 100 \frac{B}{\bar{n}\bar{i}};$$

$$m_s = 2 \frac{\dot{A}}{\bar{n}\bar{i}}.$$

Рис. 3.24

3.7.3.2. Обрив лінійного проводу Bb

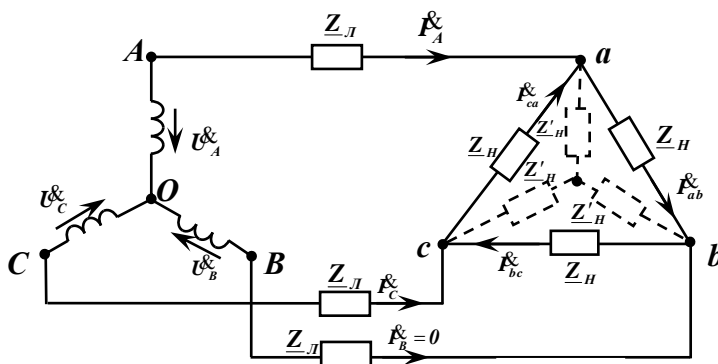


Рис. 3.25

Для спрощення розрахунків перетворимо трикутник опорів \underline{Z}_H приймача в еквівалентну зірку опорів \underline{Z}'_H , комплексний опір променя якої (завдання 3.7.3.1):

$$\underline{Z}'_H = 33,33e^{-j53,1^\circ} = (20 - j26,7) \text{ Ом.}$$

Так як провід **Bb** обірваний, то опір його $Z_B = \infty$, а провідність:

$$\underline{Y}_B = \frac{1}{Z_B} = \frac{1}{\infty} = 0 \text{ См.}$$

З попереднього розрахунку:

$$\begin{aligned} \underline{Y}_A = \underline{Y}_C &= \frac{1}{\underline{Z}_L + \underline{Z}'_H} = 0,0307 e^{j26,9^\circ} = \\ &= (0,0274 + j0,0139) \text{ См.} \end{aligned}$$

Комплексна напруга зміщення нейтралі:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{Oo} &= \frac{\underline{U}_A \times \underline{Y}_A + \underline{U}_B \times \underline{Y}_B + \underline{U}_C \times \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \\ &= \frac{\underline{U}_A \times \underline{Y}_A + 0 + \underline{U}_C \times \underline{Y}_A}{2\underline{Y}_A + 0} = \frac{-\underline{U}_B}{2} = \frac{-500 e^{-j120^\circ}}{2} = \\ &= 250 e^{+j60^\circ} = (125 + j216,5) \text{ В.} \end{aligned}$$

Комплексні лінійні струми:

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \frac{\underline{U}_A - \underline{U}_{Oo}}{\underline{Z}_A} = (\underline{U}_A - \underline{U}_{Oo}) \times \underline{Y}_A = \\ &= (500 - 125 - j216,5) \times 0,0307 e^{j26,9^\circ} = \\ &= 433 e^{-j30^\circ} \times 0,0307 e^{j26,9^\circ} = 13,3 e^{-j3,1^\circ} = \\ &= (13,28 - j0,72) \text{ А;} \\ \underline{I}_B &= \underline{U}_B \times \underline{Y}_B = 0 \text{ А;} \\ \underline{I}_N &= (\underline{U}_C - \underline{U}_{Oo}) \times \underline{Y}_C = (250 + j433 - \\ &\quad - 125 - j216,5) \times 0,0307 e^{j26,9^\circ} = \\ &= 433 e^{j150^\circ} \times 0,0307 e^{j26,9^\circ} = 13,3 e^{j176,9^\circ} = \\ &= (-13,28 + j0,72) \text{ А.} \end{aligned}$$

Комплексні спади напруг на опорах лінійних провідів:

$$\mathcal{U}_{\text{ЛА}} = \underline{Z}_{\text{Л}} \times \mathcal{I}_{\text{А}} = 15e^{j53,1^\circ} \times 13,3e^{-j3,1^\circ} = 199,5e^{j50^\circ} \text{ В};$$

$$\mathcal{U}_{\text{ЛВ}} = \underline{Z}_{\text{Л}} \times \mathcal{I}_{\text{В}} = \underline{Z}_{\text{Л}} \times 0 = 0 \text{ В};$$

$$\mathcal{U}_{\text{ЛС}} = \underline{Z}_{\text{Л}} \times \mathcal{I}_{\text{С}} = 15e^{j53,1^\circ} \times 13,3e^{j176,9^\circ} = 199,5e^{j230^\circ} \text{ В}.$$

Комплексні фазні напруги еквівалентної зірки опорів приймача:

$$\begin{aligned} \mathcal{U}'_a &= \underline{Z}'_{\text{H}} \times \mathcal{I}'_{\text{А}} = 33,33e^{-j53,1^\circ} \times 13,3e^{-j3,1^\circ} = \\ &= 433,3e^{-j56,2^\circ} = (246,6 - j368,4) \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\mathcal{U}'_b = \underline{Z}'_{\text{H}} \times \mathcal{I}'_{\text{В}} = \underline{Z}'_{\text{H}} \times 0 = 0 \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \mathcal{U}'_c &= \underline{Z}'_{\text{H}} \times \mathcal{I}'_{\text{С}} = 33,33e^{-j53,1^\circ} \times 13,3e^{j176,9^\circ} = \\ &= 443,3e^{j123,8^\circ} = (-246,6 + j368,4) \text{ В}. \end{aligned}$$

Комплексні лінійні фазні напруги трикутника опорів приймача:

$$\mathcal{U}_{ab} = \mathcal{U}'_a - \mathcal{U}'_b = \mathcal{U}'_a - 0 = \mathcal{U}'_a = 443,3e^{-j56,2^\circ} \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_{bc} &= \mathcal{U}'_b - \mathcal{U}'_c = 0 - \mathcal{U}'_c = -\mathcal{U}'_c = -443,3e^{j123,8^\circ} = \\ &= 443,3e^{-j56,2^\circ} \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_{ca} &= \mathcal{U}'_c - \mathcal{U}'_a = -246,6 + j368,4 - 246,6 + j368,4 = \\ &= -493,2 + j736,8 = 886,6e^{j123,8^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

Комплексні фазні струми трикутника приймача:

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{ab} &= \frac{\mathcal{U}_{ab}}{\underline{Z}_{\text{H}}} = \frac{443,3e^{-j56,2^\circ}}{100e^{-j53,1^\circ}} = 4,43e^{-j3,1^\circ} = \\ &= (4,42 - j0,24) \text{ А}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{bc} &= \frac{\mathcal{U}_{bc}}{\underline{Z}_{\text{H}}} = \frac{443,3e^{-j56,2^\circ}}{100e^{-j53,1^\circ}} = 4,43e^{-j3,1^\circ} = \\ &= (4,42 - j0,24) \text{ А}. \end{aligned}$$

Комплексні струми \mathcal{I}_{ab} та \mathcal{I}_{bc} виявились рівними, так як після обриву лінійного проводу **Bb** виявились сполученими послідовно фази **ab** та **bc** приймача і через них протікає один і той же струм:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{ca} &= \frac{\underline{U}_{ca}^{\circ}}{\underline{Z}_H} = \frac{886,6e^{j123,8^{\circ}}}{100e^{-j53,1^{\circ}}} = 8,87e^{j176,9^{\circ}} = \\ &= (-8,85 + j0,48) \text{ A.} \end{aligned}$$

Перевірку правильності обчислень комплексних струмів виконаємо, склавши рівняння першого закону Кірхгофа для вузла «*a*» приймача:

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca}; \\ 13,28 - j0,72 &= 4,42 - j,24 + 8,85 - j0,48; \\ (13,28 - j0,72) \text{ A} &\cong (13,27 - j0,72) \text{ A.} \end{aligned}$$

Комплексна потужність несиметричного приймача:

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= \tilde{S}_{ca} + 2\tilde{S}_{ab} = \underline{U}_{ca}^{\circ} \times \underline{I}_{ca}^* + 2\underline{U}_{ab}^{\circ} \times \underline{I}_{ab}^* = \\ &= 886,6e^{j123,8^{\circ}} \times 8,87e^{-j176,9^{\circ}} + 2 \times 443,3e^{-j56,2^{\circ}} \times \\ &\times 4,43e^{j3,1^{\circ}} = 7856e^{-j53,1^{\circ}} + 3928e^{-j53,1^{\circ}} = \\ &= 11884e^{-j53,1^{\circ}} = Se^{j\varphi} = 11884 \cos(-53,1^{\circ}) + \\ &+ j11884 \sin(-53,1^{\circ}) = (7120 - j9510) \text{ VA.} \end{aligned}$$

Отже, трифазний несиметричний приймач споживає: активну потужність $P = 7120 \text{ Вт}$; реактивну ємнісну потужність $Q = -9510 \text{ Вар}$.

Повна (установлена) потужність приймача $S = 11884 \text{ ВА}$.

Використовуючи обчислені значення комплексних напруг і струмів, будуюмо на комплексній площині топографічну векторну діаграму (рис. 3.26).

Вектори фазних і лінійних напруг генератора відкладаємо на комплексній площині звичайним способом (завдання 3.7.1.1).

Вектор напруги зміщення нейтралі $\overline{U}_{Oo} = 250e^{j60^{\circ}} \text{ В}$ відкладаємо з точки «*O*»; він своїм кінцем упирається в середину вектора лінійної напруги \overline{U}_{CA} .

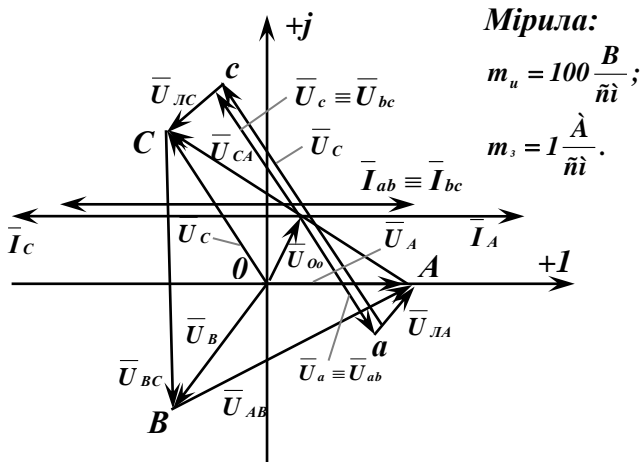


Рис. 3.26

Вектор фазної напруги приймача $\bar{U}_a = 443,3e^{-j56,2^\circ} B$ відкладаємо з точки «o» у напрямку відставання під кутом $\psi_a = -56,2^\circ$, а вектор фазної напруги $\bar{U}_c = 443,3e^{j123,8^\circ} B$ – в напрямку випередження під кутом $\psi_c = 123,8^\circ$. Вектор \bar{U}_b має нульову довжину.

Вектор лінійної напруги приймача $\bar{U}_{ab} \equiv \bar{U}_a$ співпадає за величиною і напрямком з вектором фазної напруги \bar{U}_a , а вектор лінійної напруги $\bar{U}_{bc} = -\bar{U}_c$ рівний і направлений зустрічно вектору фазної напруги \bar{U}_c .

Вектори спадів напруг на опорах лінійних проводів $\bar{U}_{ЛА}$ й $\bar{U}_{ЛС}$ являють собою векторні різниці відповідних векторів фазних напруг генератора і приймача:

$$\bar{U}_{ЛА} = \bar{U}_A - \bar{U}_a; \quad \bar{U}_{ЛС} = \bar{U}_C - \bar{U}_c.$$

Вектори струмів у лінійних проводах $\bar{I}_A = 13,3e^{-j3,1^\circ} A$ й $\bar{I}_C = 13,3e^{j176,9^\circ} A$ рівні за модулем і знаходяться у протифазі.

Вектори фазних струмів трикутника приймача $\bar{I}_{ab} = 4,43e^{-j3,1^\circ}$ А й $\bar{I}_{bc} = 4,43e^{-j3,1^\circ}$ А відкладаються з точки «о»; вони співпадають за напрямком і величиною.

Вектор фазного струму $\bar{I}_{ca} = 8,87e^{j176,9^\circ}$ А протилежний за напрямком векторам \bar{I}_{ab} й \bar{I}_{bc} і рівний подвоєній довжині кожного з них.

3.7.3.3. Коротке замикання фази «bc» приймача

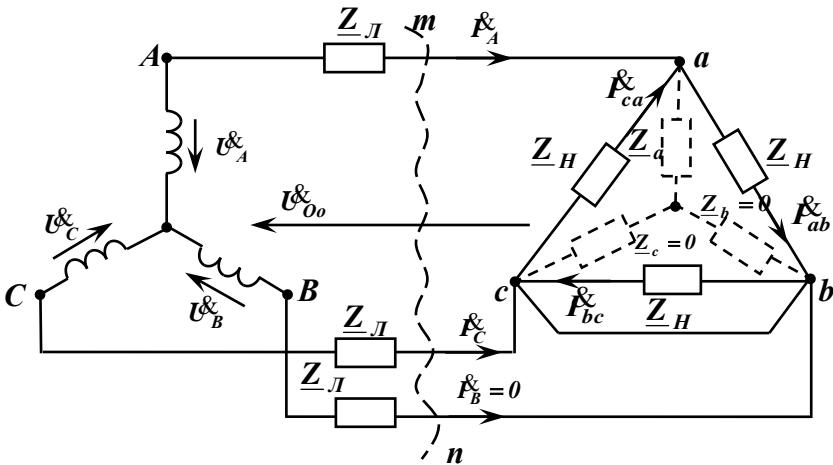


Рис. 3.27

Перетворимо трикутник опорів Z_H приймача в еквівалентну зірку, враховуючи, що опір $Z_{bc} = 0$:

$$\underline{Z}_a = \frac{\underline{Z}_{ab} \times \underline{Z}_{ca}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}} = \frac{\underline{Z}_H^2}{2\underline{Z}_H} = \frac{\underline{Z}_H}{2} = \frac{100e^{-j53,1^\circ}}{2} = 50e^{-j53,1^\circ} \text{ Ом.}$$

$$\underline{Z}_b = \frac{\underline{Z}_{bc} \times \underline{Z}_{ab}}{2\underline{Z}_H} = 0 \text{ Ом; } \underline{Z}_c = \frac{\underline{Z}_{ca} \times \underline{Z}_{bc}}{2\underline{Z}_H} = 0 \text{ Ом.}$$

Значення еквівалентного опору \underline{Z}_a можна одержати й іншим способом: так як точки «b» і «c» при короткому

замиканні фази «bc» приймача виявились з'єднаними в один вузол, то опори \underline{Z}_{ab} й \underline{Z}_{ca} з'єднались паралельно.

Тоді

$$\begin{aligned}\underline{Z}_a &= \frac{\underline{Z}_{ab} \times \underline{Z}_{ca}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{ca}} = \frac{\underline{Z}_H^2}{2\underline{Z}_H} = \frac{\underline{Z}_H}{2} = \frac{100e^{-j53,1^\circ}}{2} = \\ &= 50e^{-j53,1^\circ} = (30 - j40) \text{ Ом.}\end{aligned}$$

Комплексна напруга зміщення нейтралі:

$$\underline{U}_{Oo}^{\&} = \frac{\underline{U}_A^{\&} \times \underline{Y}_A + \underline{U}_B^{\&} \times \underline{Y}_B + \underline{U}_C^{\&} \times \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C},$$

де комплексні провідності фаз:

$$\begin{aligned}\underline{Y}_A &= \frac{1}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_a} = \frac{1}{9 + j12 + 30 - j40} = \frac{1}{39 - j28} = \\ &= \frac{1}{48e^{-j35,7^\circ}} = 0,021e^{j35,7^\circ} = (0,017 + j0,012) \text{ См};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{Y}_B = \underline{Y}_C &= \frac{1}{\underline{Z}_L} = \frac{1}{15e^{j53,1^\circ}} = 0,0667e^{-j53,1^\circ} = \\ &= (0,04 - j0,053) \text{ См.}\end{aligned}$$

Тоді

$$\begin{aligned}\underline{U}_{Oo}^{\&} &= \frac{\underline{U}_A^{\&} \times \underline{Y}_A + (\underline{U}_B^{\&} + \underline{U}_C^{\&}) \times \underline{Y}_B}{\underline{Y}_A + 2\underline{Y}_B} = \\ &= \frac{\underline{U}_A^{\&} \times \underline{Y}_A - \underline{U}_A^{\&} \times \underline{Y}_B}{\underline{Y}_A + 2\underline{Y}_B} = \frac{\underline{U}_A^{\&} \times (\underline{Y}_A + \underline{Y}_B)}{\underline{Y}_A + 2\underline{Y}_B} = \\ &= \frac{500 \times (0,017 + j0,012 - 0,04 + j0,053)}{0,017 + j0,012 + 0,08 - j0,106} = \\ &= \frac{500 \times (-0,023 + j0,065)}{0,097 - j0,094} = \frac{500 \times 0,07e^{-j70,5^\circ}}{0,135e^{-j44,1^\circ}} = \\ &= \frac{35e^{j109,5^\circ}}{0,135e^{-j44,1^\circ}} = 259,3e^{j153,6^\circ} = (-232,2 + j115,3) \text{ В.}\end{aligned}$$

Комплексні лінійні струми:

$$\begin{aligned}\underline{I}_A &= (\underline{U}_A - \underline{U}_{0o}) \times \underline{Y}_A = (500 + 232,2 - j115,3) \times \underline{Y}_A = \\ &= (732,2 - j115,3) \times \underline{Y}_A = 741,2e^{-j9^\circ} \times 0,021e^{j35,7^\circ} = \\ &= 15,56e^{j26,7^\circ} = (13,9 + j7,1) A;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{I}_B &= (\underline{U}_B - \underline{U}_{0o}) \times \underline{Y}_B = (-250 - j433 + 232,2 - \\ &- j115,3) \times \underline{Y}_B = (-17,8 - j548,3) \times \underline{Y}_B = \\ &= 548,6e^{-j91,9^\circ} \times 0,0667e^{-j53,1^\circ} = 36,57e^{-j145^\circ} = \\ &= (-30 - j21) A;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{I}_C &= (\underline{U}_C - \underline{U}_{0o}) \times \underline{Y}_C = (-250 + j433 + 232,2 - \\ &- j115,3) \times \underline{Y}_C = (-17,8 + j317,7) \times \underline{Y}_C = \\ &= 318,2e^{j93,2^\circ} \times 0,0667e^{-j53,1^\circ} = 21,2e^{j40,1^\circ} = \\ &= (16,2 + j13,6) A.\end{aligned}$$

Перевірку точності обчислень значень комплексних лінійних струмів виконаємо, записавши рівняння першого закону Кірхгофа для перерізу «*mn*»:

$$\begin{aligned}\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C &= 0; \\ 13,9 + j7,1 - 30 - j21 + 16,2 + j13,8 &= 0; \\ (0,1 - 0,1) A &\approx 0 A.\end{aligned}$$

Комплексні спади напруг на опорах лінійних провідів:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{LA} &= \underline{Z}_L \times \underline{I}_A = 15e^{-j53,1^\circ} \times 15,56e^{j26,7^\circ} = 233,4e^{-j26,4^\circ} B; \\ \underline{U}_{LB} &= \underline{Z}_L \times \underline{I}_B = 15e^{-j53,1^\circ} \times 36,57e^{-j145^\circ} = 548,6e^{-j198,1^\circ} B; \\ \underline{U}_{LC} &= \underline{Z}_L \times \underline{I}_C = 15e^{-j53,1^\circ} \times 21,2e^{j40,1^\circ} = 318e^{-j13,1^\circ} B.\end{aligned}$$

Комплексні фазні напруги еквівалентної зірки опорів приймача:

$$\begin{aligned}\underline{U}_a &= \underline{Z}_A \times \underline{I}_A = 50e^{-j53,1^\circ} \times 15,56e^{j26,7^\circ} = 778e^{-j26,4^\circ} B; \\ \underline{U}_b &= \underline{Z}_B \times \underline{I}_B = 0 \times \underline{I}_B = 0 B.\end{aligned}$$

Комплексні лінійні (фазні) напруги трикутника опорів приймача:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ab} &= \underline{U}_a - \underline{U}_b = \underline{U}_a - 0 = \underline{U}_a = 778e^{-j26,4^\circ} \text{ В}; \\ \underline{U}_{ca} &= \underline{U}_c - \underline{U}_a = 0 - \underline{U}_a = -\underline{U}_a = 778e^{j153,6^\circ} \text{ В}; \\ \underline{U}_{bc} &= \underline{U}_b - \underline{U}_c = 0 - 0 = 0 \text{ В}. \end{aligned}$$

Комплексні фазні струми трикутника опорів приймача:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{ab} &= \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_H} = \frac{778e^{-j26,4^\circ}}{100e^{-j53,1^\circ}} = 7,78e^{j26,7^\circ} = (6,95 + j3,5) \text{ А}; \\ \underline{I}_{ca} &= \frac{\underline{U}_{ca}}{\underline{Z}_H} = \frac{778e^{j153,6^\circ}}{100e^{-j53,1^\circ}} = 7,78e^{j206,7^\circ} = (-6,95 - j3,5) \text{ А}; \\ \underline{I}_{bc} &= \frac{\underline{U}_{bc}}{\underline{Z}_H} = \frac{0}{\underline{Z}_H} = 0 \text{ А}. \end{aligned}$$

Для перевірки точності обчислень комплексних фазних струмів складаємо рівняння першого закону Кірхгофа для вузла «а»:

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca}; \\ 13,9 + j7,1 &= 6,95 + j3,5 + 6,95 + j3,5; \\ (13,9 + j7,1) \text{ А} &\approx (13,9 + j7) \text{ А}. \end{aligned}$$

Комплексна потужність несиметричного приймача:

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= 2 \times \underline{U}_{ab}^* \times \underline{I}_{ab} = 2 \times 778e^{-j26,4^\circ} \times 7,78e^{-j26,7^\circ} = \\ &= 12106e^{-j53,1^\circ} = Se^{j\varphi} = 12106 \cos(-53,1^\circ) + \\ &+ 12106j \sin(-53,1^\circ) = (7268 - j9681) \text{ ВА}. \end{aligned}$$

Отже, трифазний несиметричний приймач споживає: активну потужність $P = 7268 \text{ Вт}$; реактивну ємнісну потужність $Q = -9681 \text{ Вар}$.

Повна (установлена) потужність приймача $S = 12106 \text{ ВА}$.

Використовуючи обчислені значення комплексних напруг і струмів, будуюмо топографічну векторну діаграму напруг і струмів (рис. 3.28).

Вектори фазних і лінійних напруг генератора відкладаємо на комплексній площині звичайним способом (завдання 3.7.1.1).

Вектори напруги зміщення нейтралі $\bar{U}_{oo} = 259,3e^{j153,6^\circ} \text{ В}$ відкладаємо з точки «*o*». Він своїм кінцем визначає вузлову точку «*o*» еквівалентної зірки опорів приймача.

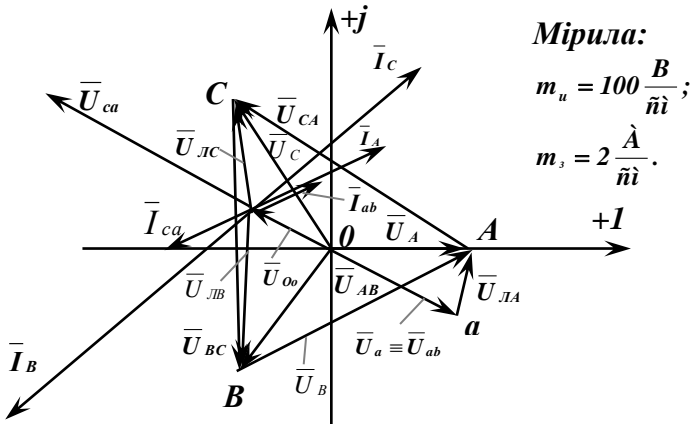


Рис. 3.28

Вектор фазної напруги приймача $\bar{U}_a = 778e^{-j24,6^\circ} \text{ В}$ відкладаємо з точки «*o*» у напрямку відставання під кутом $\psi_a = -24,6^\circ$. Вектори фазних напруги \bar{U}_b й \bar{U}_c мають нульову довжину.

Вектор лінійної напруги приймача $\bar{U}_{ab} \equiv \bar{U}_a$ співпадає за величиною і напрямком з вектором фазної напруги \bar{U}_a , а вектор $\bar{U}_{ca} \equiv -\bar{U}_a$ рівний за величиною і направлений зустрічно вектору фазної напруги \bar{U}_a приймача.

Вектори спадів напруг на опорах лінійних проводів $\bar{U}_{ла}$, $\bar{U}_{лв}$ й $\bar{U}_{лс}$ являють собою векторні різниці

відповідних векторів фазних напруг генератора і приймача:

$$\bar{U}_{ЛА} = \bar{U}_A - \bar{U}_a; \quad \bar{U}_{ЛВ} = \bar{U}_B - \bar{U}_b; \quad \bar{U}_{ЛС} = \bar{U}_C - \bar{U}_c.$$

Вектори лінійних струмів \bar{I}_A та \bar{I}_C відкладаємо в напрямку випередження на кути $\psi_A = 26,7^\circ$ і $\psi_C = 40,1^\circ$ відповідно. Вектор лінійного струму \bar{I}_B відкладений в напрямку відставання на кут $\psi_B = -145^\circ$.

Вектори фазних струмів приймача $\bar{I}_{ab} = 7,78e^{j26,7^\circ}$ А й $\bar{I}_{ca} = 7,78e^{j206,7^\circ}$ А відкладаємо з точки «о» приймача. Вони рівні за величиною і протилежно направлені. Вектор фазного струму $\bar{I}_{bc} = 0$ А.