Лекція 3. Найпростіші ймовірності моделі

План

1. Класичне означення ймовірності
2. Геометрична ймовірність

1. Класичне означення ймовірності

Імовірністю випадкової події A називається невід'ємне число $P(A)$, що дорівнює відношенню числа елементарних подій m $(0 \le m \le n)$, які сприяють появі A, до кількості всіх елементарних подій n простору Ω:

$$P(A) = \frac{m}{n} \qquad (3.1)$$

Для неможливої події $P(\varnothing) = 0$ $(m = 0)$; для вірогідної події $P(\Omega) = 1$ $(m = n)$.

Отже, для довільної випадкової події $0 < P(A) < 1$.

Приклад 1. Гральний кубик підкидають один раз. Яка ймовірність того, що на грані кубика з'явиться число, кратне 3?

Розв'язання. Число всіх елементарних подій для цього експерименту $n = 6$. Нехай B — поява на грані числа, кратного 3. Число елементарних подій, що сприяють появі B, дорівнює двом $(m = 2)$.

Отже, $P(B) = \frac{m}{n} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

2. Геометрична ймовірність

Класичне означення ймовірності придатне лише для експериментів з обмеженим числом рівномірних елементарних подій, тобто коли множина Ώ (простір елементарних подій) обмежена.

Якщо множина Ώ є неперервною і квадровною, то для обчислення ймовірності A $(A \subset Ώ)$ використовується геометрична ймовірність

$$\mathrm{P}(\mathrm{A}) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} \qquad (3.2)$$

Якщо множина Ώ вимірюється в лінійних одиницях, то $P(A)$ дорівнюватиме відношенню довжини, якщо Ώ вимірюється у квадратних одиницях, то $P(A)$ дорівнюватиме відношенню площ, і т. ін.

Приклад 2. По трубопроводу між пунктами A і B перекачують нафту. Яка ймовірність того, що пошкодження через певний час роботи трубопроводу станеться на ділянці довжиною 100 м.

Розв'язання. Простір елементарних подій $Ώ = \{0 \le l \le 2\,\text{км}\}$, тоді $A = \{0 \le l \le 0{,}1\,\text{км}\}$ $(A \subset Ώ)$.

Згідно з (3.3) маємо: $\mathrm{P}(\mathrm{A}) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = \frac{l_1}{l} = \frac{0{,}1}{2} = \frac{1}{20}$.