

ТЕМА ЛЕКЦІЇ: НЕЛІНІЙНІ Й ДИСКРЕТНІ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

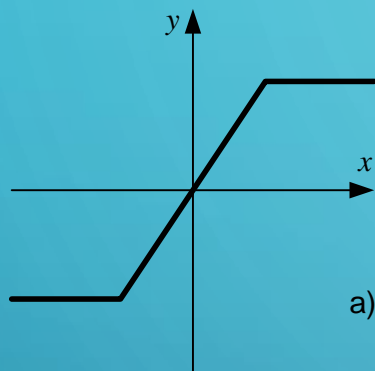
ГЕРАСИМЧУК Г.А.

ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕЛІНІЙНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

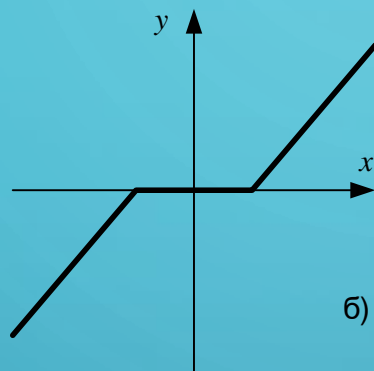
- Нелінійними САК є системи, в яких рівняння динаміки нелінійні, тобто містять члени, яких функції та їх похідні знаходяться в степені, відмінній від одиниці, в яких є члени з добутками невідомих функцій або коефіцієнти рівнянь залежать від аргументу.
- До **суттєво нелінійних елементів** відносяться елементи, характеристики яких мають різкі переломи, або розриви. Прикладами таких елементів є механічні з'єднання з люфтом, вузли механічних систем з сухим тертям, підсилювачі з насиченням, магнітні матеріали з петлею гістерезисну, релейні елементи та ін.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ТАКИХ ЕЛЕМЕНТІВ СПРОЩЕНО МОЖНА ПОДАТИ У ВИГЛЯДІ ЛАМАНИХ ЧИ РОЗРИВНИХ ЛІНІЙ.

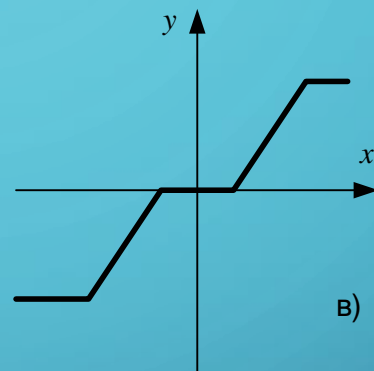
ТИПОВІ ХАРАКТЕРИСТИКИ СУТТЄВО НЕЛІНІЙНИХ ЕЛЕМЕНТІВ



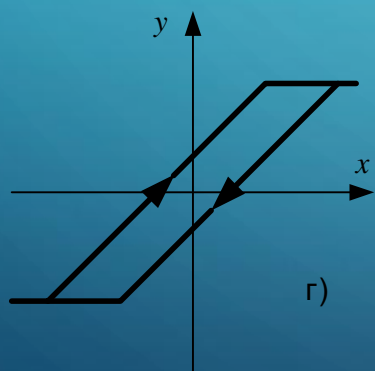
а)



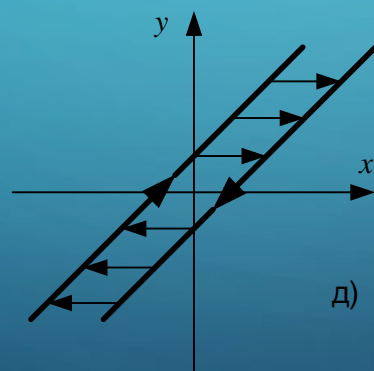
б)



в)



г)

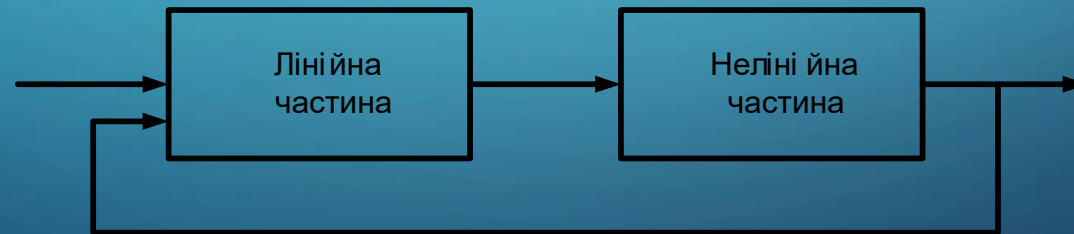


д)

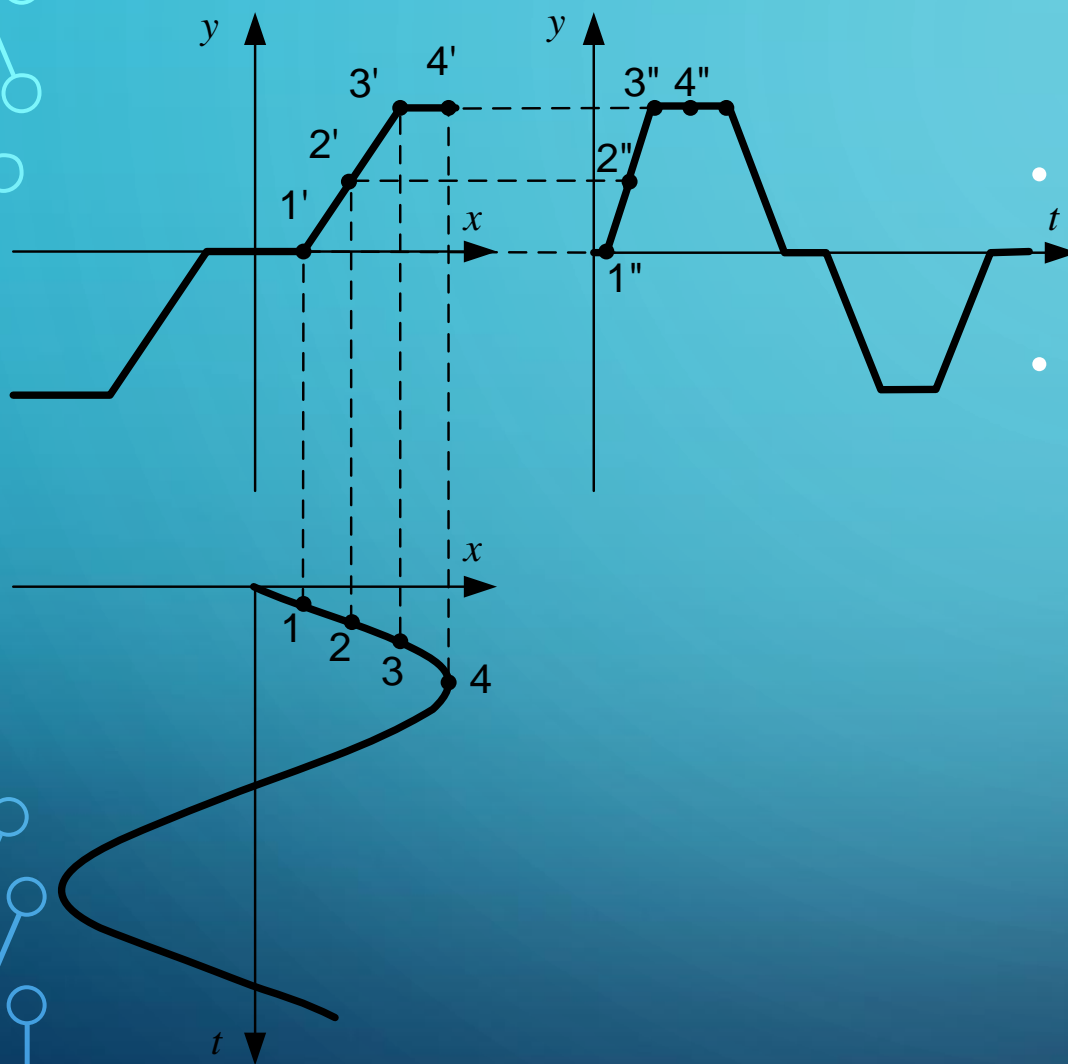
- Проходячи через нелінійний елемент, будь-який сигнал змінює свою форму. Тому вивчення нелінійних систем є складним завданням. Сучасна математика не володіє універсальними методами, крім **методів числового інтегрування, розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь**. Розроблено методи аналізу тільки деяких типів систем з нелійними елементами. Ми, враховуючи обмеженість часу, виділеного на вивчення цього курсу, тільки познайомимось з найбільш загальними методами і розглянемо основні відмінності нелінійних систем від лінійних

- Під час вивчення динаміки нелінійних систем основну увагу приділяють вивченню автоколивань. **Автоколивання** – це характерна особливість нелінійних систем, яка не властива лінійним системам. У нелінійній системі, при незмінних значеннях вхідних величин можуть виникати і підтримуватися коливання певної форми. Це можуть бути прості, майже синусоїдальні коливання, або коливання досить складної форми. Оскільки вони виникають самостійно, їх називають **автоколиваннями**.
- Прикладами нелінійних системи з автоколиваннями може бути годинник, генератори різних типів, система кровообігу і серце людини та багато інших.

- Під час математичного аналізу динаміки в нелінійній системі виділяють всі елементи з несуттєвими нелінійностями і їх лінеаризують, а суттєво нелінійні елементи спрощують і зводять до типових нелінійних елементів. Таким чином структуру нелінійної системи приводять до схеми, в якій основною частиною є лінійна частина і один нелінійний елемент. Таку схему показано нижче. Аналіз спрощеної системи виконують різними методами, з яких найбільш вживаними є **метод гармонічного балансу** й **методи фазового портрету**.



Спрощене представлення нелінійної системи

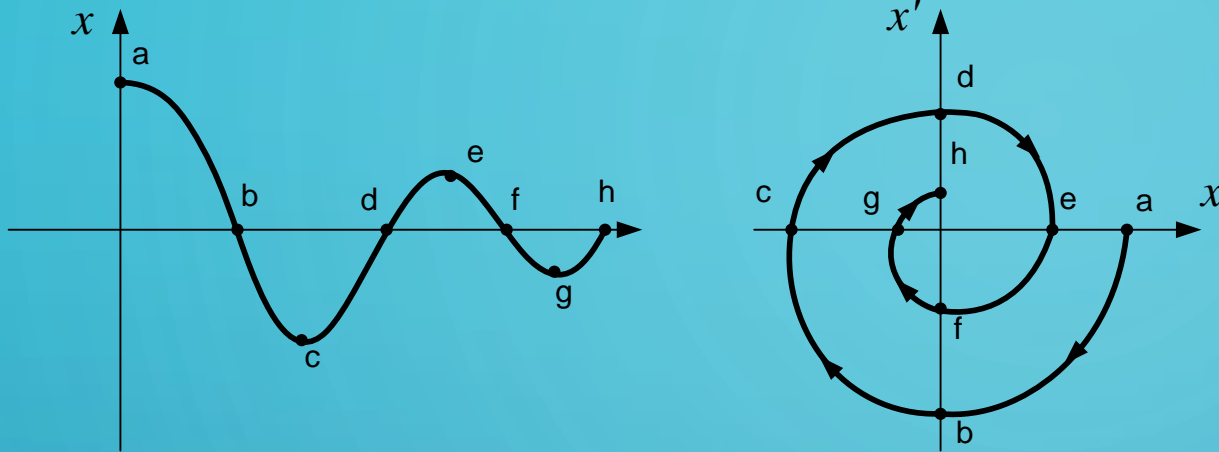


- **Метод гармонічного балансу** полягає в тому, що виділяють основну гармоніку сигналу і розглядають проходження її через систему.
- Нелінійна частина системи змінює сигнал, який поступає на неї. Якщо на нелінійний елемент подавати гармонічний сигнал, то на його виході буде сигнал складної форми.
- Цей сигнал містить ряд гармонічних складових. Сигнал, перетворений нелінійним елементом, проходить через лінійну частину системи. Лінійна частина, як ми вже знаємо, має амплітудно-частотну характеристику, що пропускає, як правило, низькі частоти і значно ослабляє високі частоти. Для аналізу динаміки систем методом гармонічного балансу вихідний сигнал нелінійної частини розкладають у ряд Фур'є і виділяють у ньому основну гармоніку. Аналізують роботу лінійної системи і вивчають динаміку при виділеному гармонічному сигналі. Тобто лінійну систему розглядають як фільтр, який пропускає тільки сигнали певних частот. Ситуація виглядає так, що нелінійний елемент тільки змінює фазу й частоту синусоїдальних коливань. Лінійна частина виконує перетворенні того сигналу.

АНАЛІЗ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ ЗА ФАЗОВИМИ ТРАЄКТОРІЯМИ

- Іншим методом аналізу динаміки нелінійних систем є методи побудова фазової площини чи фазового простору і вивчення фазового портрету нелінійної системи.
- **Фазовою площиною** називають площину, осями якої є значення вихідної величини x та швидкість її зміни $y = x'$.
- **Фазовою траєкторією** є графік зміни вихідної величини x та швидкість її зміни $y = x'$ протягом перехідного процесу.
- **Фазовим портретом** є сукупність фазових траєкторій, одержаних при різних початкових умовах

Побудова фазової траєкторії за перехідним процесом



- Побудова фазової траєкторій на прикладі перехідного процесу показана вище. Для кожної точки перехідного процесу встановлюють значення вихідної величини системи і швидкість її зміни. Ця фазова траєкторія відповідає затуханню коливань і точка в початку координатної осі є точкою стійкості системи.
- Для аналізу динаміки нелінійних САК фазові траєкторії будують згідно з рівнянням динаміки системи. Фазова площина відповідає системі, порядок якої рівний двом, тобто системі, в якій в рівняння динаміки входять тільки похідні другого порядку. Рівняння такої системи можна подати у вигляді

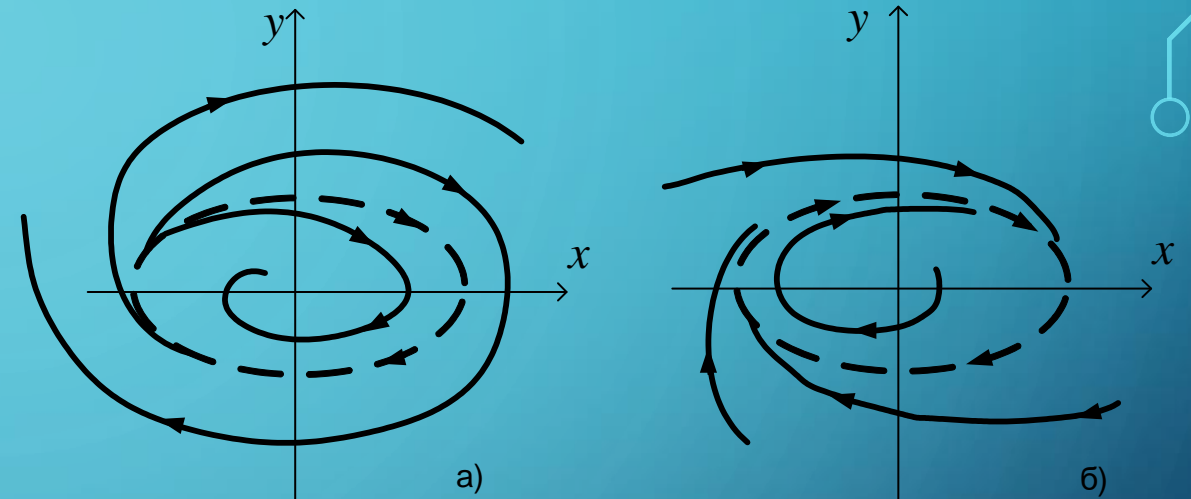
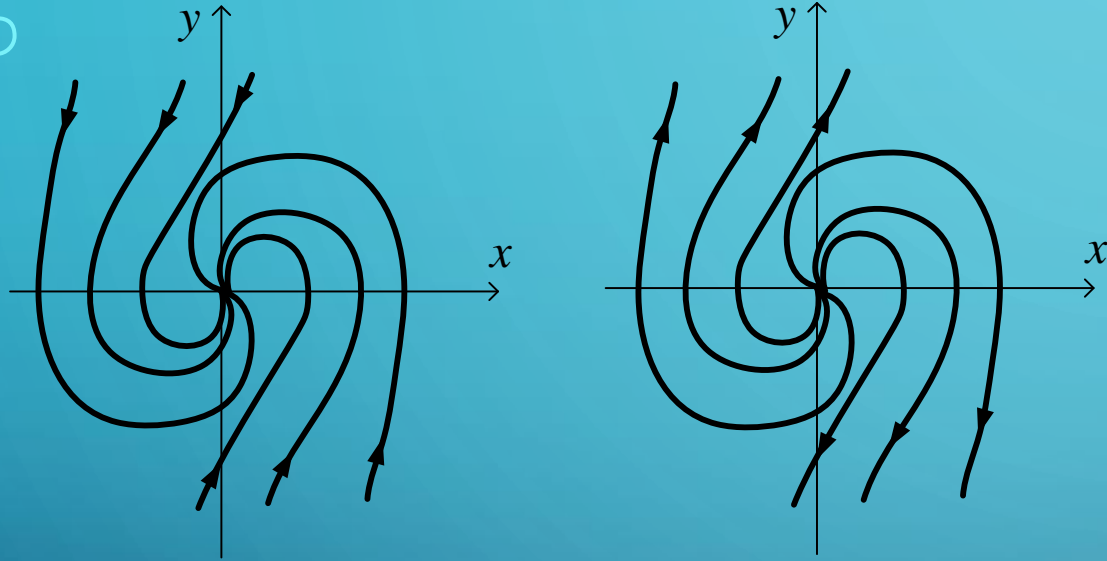
$$a_1 x'' + a_2 x' + F(x) = 0.$$

Тут $F(x)$ – нелінійна функція від x .

- У випадку рівняння третього порядку вводять три змінні. Позначають $y = x'$. $z = y' = x''$ Тут ми маємо тривимірний фазовий простір. Побудова фазових траєкторій в тривимірному просторі звичайно більш важка, але ніяких принципових обмежено не має. Поняття фазових простір можна узагальнити на більш складні системи і розглядати багатовимірні фазові простори.
- За фазовим портретом системи аналізують її поведінку в різних режимах роботи. Вигляд фазового портрету дає наглядне уявлення про динаміку нелінійних систем керування.

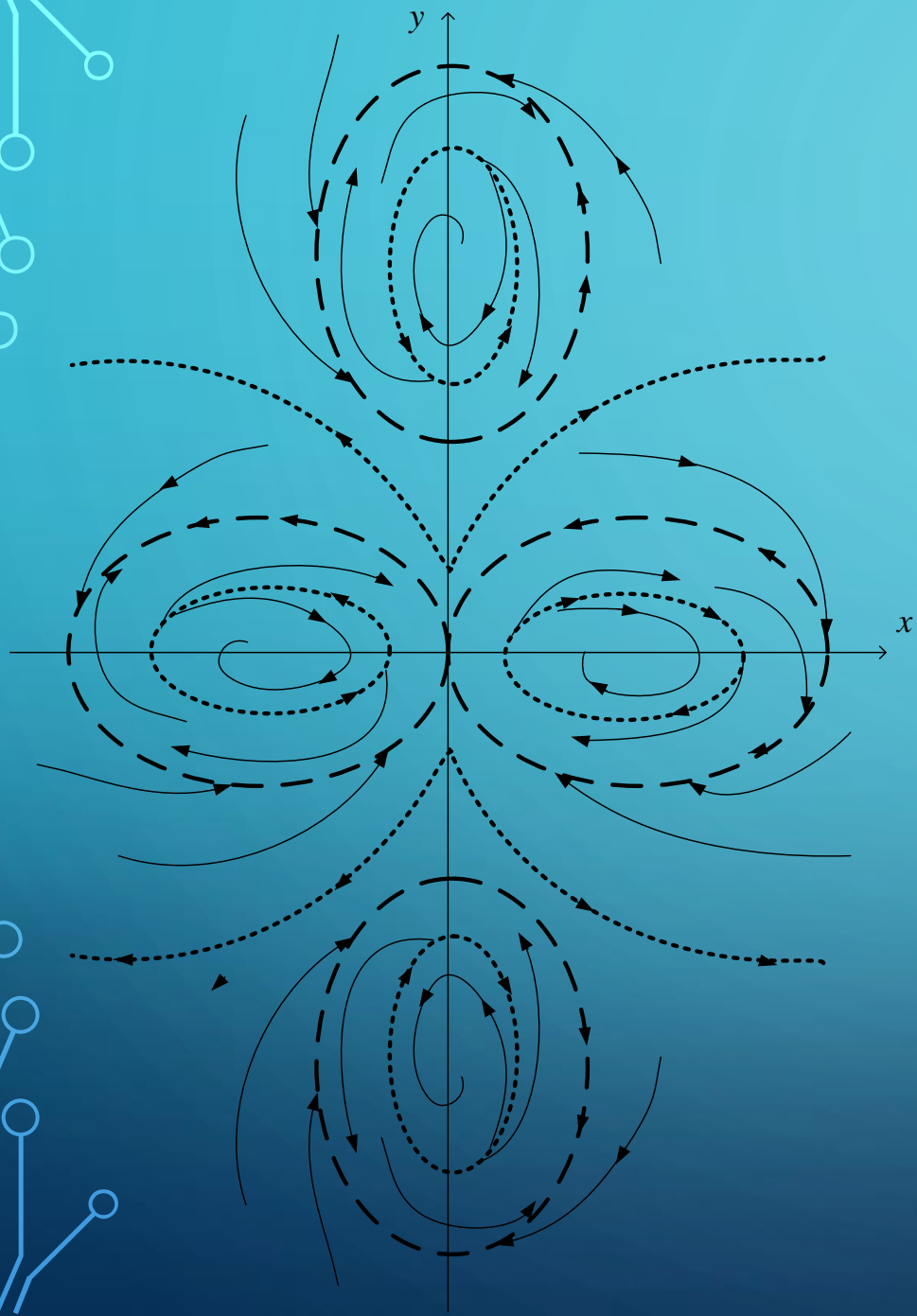
Фазові портрети систем , яким властиві автоколивання

Фазові портрети: а) - стійкої та б) – нестійкої систем



Коли зображуюча точка знаходиться всередині еліпса (амплітуда коливань не перевищує критичної величини), система є стійкою і коливання в ній затухають. Якщо зображуюча точка знаходиться поза еліпсом, то коливання наростають і система є нестійкою.

- Підводячи підсумки зауважимо, що нелінійні системи, як правило, не можна характеризувати як стійкі чи нестійкі системи. Система може бути стійкою при одних значеннях параметрів і нестійкою при інших. При цьому в системі можуть виникати автоколивання. При деяких початкових значеннях діючих величин ці автоколивання можуть виникати, а при інших ні. Динаміка нелінійних систем досить складна і кінцеві значення величини керування можуть залежати не тільки від параметрів системи а і від початкових умов.



Фазовий портрет системи з декількома можливими
циклами автоколивань

Класифікація дискретних систем керування

- Крім систем керування неперервної дії, до яких відносяться розглянуті лінійні й нелінійні САК, широке практичне застосування мають САК дискретної дії. Прикладами таких САК є побутовий холодильник, електричний утюг, найрізноманітніші системи релейного керування, верстати станки програмного керування, системи з цифровим керуванням. Ці системи працюють, як і САК неперервної дії, але мають свої о
- **Дискретною системою автоматичного керування** є система, до її складу якої входить хоча б одна ланка дискретної дії.
- **Ланка дискретної дії** (дискретний елемент) - це ланка, вихідна величина якої змінюється дискретно, тобто стрибками, навіть при плавній зміні вхідної величини.