РОЗДІЛ 4. КОМБІНАТОРИКА

Приклади аудиторних завдань

Завдання 1. З міста A в місто B відправляється 10 потягів, 5 літаків і 3 автобуса. Скількома способами однієї людині можна дібратися з міста A в місто B?

Розв'язок. За правилом суми всього існує 10+5+3 =18 способів.

Завдання 2. На танцювальній площадці є 17 юнаків і 21 дівчина. Скільки танцювальних пар вони можуть скласти?

Розв'язок. Спочатку виберемо юнака. Це можна зробити 17 способами. Після цього кожний юнак вибере собі партнершу (21 спосіб). За правилом добутку вибір упорядкованої множини танцювальних пар (юнак, дівчина) складає $17 \times 21 = 357$.

Завдання 3. Скількома способами можна вибрати 3 різні фарби, якщо є п'ять різних фарб?

Розв'язок. Порядок вибору фарб неважливий, тому кількість способів вибору можна обчислити за формулою $C_5^3 = \dfrac{5!}{(5-3)!\,3!} = 10$.

Завдання 4. Нехай $M = \{1, 2, 3\}$. Побудувати різні перестановки множини M по 2 і по 3 елемента.

Розв'язок. 2-перестановками множини M є $(1,2), (2,1), (1,3), (3,1), (2,3), (3,1)$. Їх кількість $A_3^2 = \dfrac{3!}{(3-2)!} = 2 * 3 = 6$. 3-перестановками множини M є $(1,2,3), (2,1,3), (1,3,2), (3,2,1), (2,3,1), (3,1,2)$. Їх кількість $A_3^2 = \dfrac{3!}{(3-2)!} = 2 * 3 = 6$.

Їх кількість дорівнює $P_3 = 3! = 2 * 3 = 6$.

Завдання 5. Кілька людей сідають за круглий стіл. Вважатимемо, що два способи розміщення збігаються, якщо кожна людина має тих самих сусідів в обох випадках. Скількома різними способами можна розмістити за столом 11 чоловік?

Розв'язок. Якби місця за столом були нумеровані, то на перше місце можна було б посадити кожного з 11, тобто 11 способами, на друге місце – кожного з 10, що залишилися і т.д. Тому що треба зайняти 11 місць і є 11 чоловік, то за правилом добутку маємо (11!) способів. Але тому що місця не нумеровані та при переміщенні усіх на одне місце за годинниковою стрілкою (чи проти її) сусідство зберігається, то кількість способів треба зменшити в 11 разів. Крім того, сусідство зберігається при симетричному відображенні щодо діаметра, отже кількість треба зменшити ще вдвічі.

Остаточна кількість способів розміщення виявляється рівною $\frac{1}{2} * 10!$. У загальному випадку, коли за круглим столом треба розсадити n людин, кількість способів дорівнює $\frac{1}{2} * (n-1)!$.

Завдання 6. У кімнаті студентського гуртожитку живуть троє студентів. У них є 4 чашки, 5 блюдець і 6 чайних ложок (усі чашки, блюдця і ложки відрізняються одне від одного). Скількома способами вони можуть накрити стіл для чаювання (кожний одержує одну чашку, одне блюдце й одну ложку)?

Розв’язок. Чашки можна розставити $A_4^3 = \frac{4!}{(4-3)!}$ способами, блюдця $A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!}$ способами і чайні ложки $A_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!}$ способами. Усього за правилом добутку накрити стіл для чаювання можна $A_4^3 * A_5^3 * A_6^3 = 172800$ способами.

Завдання 7. Рота складається з 3 офіцерів, 6 сержантів і 60 рядових. Скількома способами можна виділити з них загін, який складається з одного офіцера, двох сержантів і 20 рядових? Та ж задача, якщо в загін повинен увійти командир роти і старший з сержантів.

Розв’язок. Офіцера можна вибрати C_3^1 способами, сержантів C_6^2 способами і рядових C_{60}^{20} способами. Усього за правилом добутку маємо $C_3^1 \cdot C_6^2 \cdot C_{60}^{20}$.

Якщо в загін повинен увійти командир роти і старший з сержантів, то маємо $C_5^1 \cdot C_{60}^{20}$ способів вибору.

Завдання 8. Розглянемо слово СТІЛ. Скільки слів з 4 букв можна скласти, якщо букви в словах повторюються?

Розв’язок. Якщо можливі повторення букв, наприклад, СТТЛ, СІСЛ, ТТТТ та ін., тоді одержимо кількість слів $\overline{A_4^4} = 4^4 = 256$.

Завдання 9. Розглянемо слово СТІЛ. Скільки слів з 3 букв можна скласти, якщо букви в словах повторюються?

Розв’язок. Якщо можливі повторення букв, наприклад, СТТ, ССС, ІТІ, ЛЛТ та ін., тоді одержимо кількість слів $\overline{A_4^3} = 4^3 = 64$.

Завдання 10. Скільки різних слів можна одержати, переставляючи літери слова «МАТЕМАТИКА»?

Розв'язок. Слово «МАТЕМАТИКА» ($n=10$) містить 3 літери «А» ($n_A=3$), 2 літери «М» ($n_M=2$), 2 літери «Т» ($n_T=2$) і по одній літері «Е» ($n_E=1$), «И» ($n_И=1$), «К» ($n_K=1$).

Різні слова з цих літер являють собою перестановки цих літер зі специфікацією $(n_A, n_M, n_T, n_E, n_И, n_K)=(3, 2, 2, 1, 1, 1)$.

Кількість таких перестановок дорівнює

$$P(n_A, n_M, n_T, n_E, n_И, n_K)=\frac{n!}{n_A!\,n_M!\,n_T!\,n_E!\,n_И!\,n_K!}=\frac{10!}{3!\,2!\,2!\,1!\,1!\,1!}.$$

Завдання 11. У кондитерській є тістечка 4 сортів. Якою кількістю способів можна купити 7 тістечок?

Розв'язок. Порядок, у якому купуються тістечка, ролі не відіграє. Важливо лише, скільки тістечок кожного сорту в покупці. Тому покупку варто розглядати як сполучення з 4 по 7 з повтореннями. Кількість різних покупок дорівнює $C_4^7=C_{4+7-1}^7=C_{10}^7=C_{10}^3$.

Завдання 12. Записати усі композиції числа 3.

Розв'язок. Композиції мають вигляд 3=3, 3=2+1, 3=1+2, 3=1+1+1.

Завдання 13. Обчислити за допомогою бінома Ньютона вираз $(10+2)^3$.

Розв'язок. Використаємо загальну формулу бінома Ньютона $P=(x+a)^n=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k a^k x^{n-k}$. Нехай $x=10$, $a=2$, $n=3$. Тоді

$$P=(x+a)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^k x^{n-k}=C_3^0\,a^0x^{3-0}+C_3^1\,a^1x^{3-1}+C_3^2\,a^2x^{3-2}+C_3^3\,a^3x^{3-3}=$$

$$=C_3^0\,a^0x^{3-0}+C_3^1\,a^1x^{3-1}+C_3^2\,a^2x^{3-2}+C_3^3\,a^3x^{3-3}.$$

$$(10+2)^3=\frac{3!}{(3-0)!\,0!}\cdot 2^0\cdot 10^3+\frac{3!}{(3-1)!\,1!}\cdot 2^1\cdot 10^2+\frac{3!}{(3-2)!\,2!}\cdot 2^2\cdot 10^1+$$

$$+\frac{3!}{(3-3)!3!}\cdot 2^3\cdot 10^0==10^3+3\cdot 2\cdot 10^2+3\cdot 2^2\cdot 10^1+2^3=1728.$$

Завдання 14. Розкрити за поліноміальною формулою $(a+b+c)^4$.

Розв'язок. Число доданків після розкриття дужок і приведення подібних дорівнюватиме $C_3^4=C_6^4=15$,

$$(a+b+c)^4=a^4+b^4+c^4+4(a^3b+ab^3+a^3c+ac^3+b^3c+bc^3)+$$

$+12(a^2bc+ab^2c+abc^2)+6(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)$.

Завдання 15. Група студентів проходила практику в Німеччині та Франції. Половина студентів проходила практику у Франції. В обох країнах навчались 12 студентів, 39 студентів навчались у Німеччині. Скільки студентів в групі, якщо усі пройшли практику?

Розв'язок. В цьому випадку є дві властивості (α_1 – навчання в Німеччині, α_2 – навчання у Франції). Використовується загальна формула включення і виключення

$$N(\overline{\alpha_1},\overline{\alpha_2})=N-N(\alpha_1)-N(\alpha_2)+N(\alpha_1,\alpha_2),$$

де N – загальна кількість студентів, $N=x$;

$N(\alpha_1)$ – кількість студентів, які проходили практику у Франції, $N(\alpha_1)=\frac{x}{2}$; $N(\alpha_2)$ – кількість студентів, які проходили практику у Німеччині, $N(\alpha_2)=39$; $N(\alpha_1,\alpha_2)$ – кількість студентів, які проходили практику в обох країнах, $N(\alpha_1,\alpha_2)=12$;

$N(\overline{\alpha_1},\overline{\alpha_2})$ – кількість студентів, які не проходили практику, $N(\overline{\alpha_1},\overline{\alpha_2})=0$.

Складемо рівняння: $0=x-\frac{x}{2}-39+12$. Розв'язавши його, отримаємо загальну кількість студентів, яка дорівнює 54.

Завдання 16. Маємо деяку кількість куль, кожна з яких пофарбована одним, двома чи трьома кольорами: червоним, синім і жовтим. При цьому червоним пофарбовано 28 куль, синім – 23, жовтим – 23, червоним і синім – 12, синім і жовтим – 8, червоним і жовтим – 11, а всіма трьома – 5 куль. Скільки разом було пофарбовано куль?

Розв'язок. Нехай α_1 – властивість кулі: у розфарбуванні кулі бере участь червоний колір, α_2 – властивість кулі: у розфарбуванні кулі бере участь синій колір, α_3 – властивість кулі: у розфарбуванні кулі бере участь жовтий колір. Тоді умови задачі можна записати так: $N(\alpha_1)=28$; $N(\alpha_2)=23$; $N(\alpha_3)=23$; $N(\alpha_1,\alpha_2)=12$; $N(\alpha_1,\alpha_3)=11$; $N(\alpha_2,\alpha_3)=8$; $N(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)=5$. $N(\overline{\alpha_1},\overline{\alpha_2},\overline{\alpha_3})=0$ тому, що всі кулі пофарбовані.

Формула включення і виключення дає

$0=N-(28+23+23)+(12+8+11)-5$.

Тоді $N=(28+23+23)-(12+8+11)+5=48$.

Завдання 17. Задача про безладдя.

Задано n різних предметів $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ та n різних кліток $b_1, b_2, ..., b_n$. Скількома способами можна розмістити предмети по клітках так, щоб жоден предмет α_i не потрапив у клітку b_i?

Розв'язок. Як початкову множину X візьмемо сукупність всіляких розміщень предметів по клітках. Тоді $N = |X| = n!$. Введемо властивості α_i: « α_i знаходиться в клітці b_i », $i = 1, 2, ..., n$. Число $N(\alpha_{i_1}, ..., \alpha_{i_k})$ розміщень, при якому предмет α_{i_ν} знаходиться в клітці b_{i_ν}, $\nu = 1, ..., k_i$, дорівнює $(n-k)!$. Однак тоді $S_k = \sum_{1 \le i_1 < ... < i_k \le n} N(\alpha_{i_1}, ..., \alpha_{i_k}) = C_n^k (n-k)! = \frac{n!}{k!}$.

Використовуючи формулу включень і виключень, знаходимо, що кількість N_0 розміщень, при якому жодна з властивостей не виконується (тобто жоден із предметів a_i не потрапив у клітку b_i), становить

$$N + \sum_{k=1}^{n} (-1)^k S_k = n! \sum_{k=1}^{n} (-1)^k \frac{n!}{k!} = n! \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{1}{k!}.$$

Завдання 18. Скільки цілих додатних чисел у першій сотні не ділиться ні на одне із чисел 2, 3, 5?

Розв'язок. Введемо наступні позначення для властивостей: α_1 – число ділиться на 2; α_2 – число ділиться на 3; α_3 – число ділиться на 5.

За умови задачі: $N = 100$, $N(\alpha_1) = \left[\frac{100}{2}\right] = 50$, $N(\alpha_2) = \left[\frac{100}{3}\right] = 33$, $N(\alpha_3) = \left[\frac{100}{5}\right] = 20$,

$N(\alpha_1, \alpha_2) = \left[\frac{100}{2 \cdot 3}\right] = \left[\frac{100}{6}\right] = 16$, $N(\alpha_1, \alpha_3) = \left[\frac{100}{2 \cdot 5}\right] = \left[\frac{100}{10}\right] = 10$,

$N(\alpha_2, \alpha_3) = \left[\frac{100}{3 \cdot 5}\right] = \left[\frac{100}{15}\right] = 6$, $N(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \left[\frac{100}{2 \cdot 3 \cdot 5}\right] = \left[\frac{100}{30}\right] = 3$.

Тоді число цілих чисел, які не ділиться ні на одне із чисел 2, 3, 5, можна знайти, використовуючи формулу включень і виключень

$$N(\overline{\alpha_1}, \overline{\alpha_2}, \overline{\alpha_3}) = N - N(\alpha_1) - N(\alpha_2) - N(\alpha_3) + N(\alpha_1, \alpha_2) + N(\alpha_1, \alpha_3) + N(\alpha_2, \alpha_3) - N(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = 100 - 50 - 33 - 20 + 10 + 10 + 6 - 3 = 26.$$

Завдання 19. Чотири студента отримали 20 дисків. Скількома способами вони можуть їх розподілити, якщо диски вважаються однаковими?

Розв'язок. В задачі нас цікавить лише те, скільки дисків отримає кожний студент, а не те, які саме диски він отримає. Задача відноситься до задач розподілу n однакових предметів за k урнами (урни можуть бути порожніми).

n (n=20) однакових предметів між k (k=4) особами можна розподілити $P(n, k-1) = C_{n+k-1}^{n} = C_{n+k-1}^{k-1}$ способами, тому кількість способів розподілу дорівнює $P(20, 3) = C_{n+k-1}^{n} = C_{n+k-1}^{k-1} = C_{23}^{3} = \dfrac{23!}{(23-3)!\,3!} = 1771$.

Завдання 20. У студентській групі, яка складається з 25 осіб, при виборі старости за висунуту кандидатуру проголосували 12 студентів; проти – 10; утрималися – 3. Скількома способами могло бути проведене таке голосування?

Розв'язок. Задача відноситься до задач розподілу n різних предметів за k урнами. Кількість розміщень n різних предметів ($n = 25$ голосів) за k урнами ($k = 3$) за умови, щоб у першу урну попало n_1 ($n_1 = 12$ голосів «за» висунуту кандидатуру), у другу урну попало n_2 ($n_2 = 10$ голосів «проти» висунутої кандидатури), у третю урну попало n_3 ($n_3 = 3$ голосів «утрималися»), дорівнює

$$P(n_1, n_2, n_3) = \frac{n!}{n_1!\,n_2!\,n_3!} = \frac{25!}{12!\,10!\,3!} = 1487285800, \text{ де } n = n_1 + n_2 + n_3 = 25.$$

Завдання 21. Скількома способами можна розділити 8 різних зошитів між 5 студентами?

Розв'язок. Задача відноситься до задач розподілу різних предметів без урахування порядку предметів в урнах. У випадку, коли n (n=8) різних предметів розподіляються між k (k=5) особами без обмежень (кожний студент, який бере участь у розподілі, може забрати собі усі зошити), кожний предмет можна вручити k способами (кожний предмет вручається одному з учасників розподілу). Тому в задачі число роз'язків дорівнює $k^n = 5^8 = 390625$.

Завдання 22. Я хочу послати своєму другу 8 різних фотографій. Скількома способами я можу це зробити, використовуючи 5 різних конвертів?

Розв’язок. Задача відноситься до задач розподілу предметів (фотографій) між однаковими урнами (конвертами) за умови, що урни не порожні.

Кількість $M(n,k)$ (число Моргана) розподілів n різних предметів між k різними урнами з використанням кожної урни у кожному розподілі («не порожні урни») дорівнює $M(n,k)=k!S_n^k$, де S_n^k – число Стирлінга другого роду.

$S_n^k=\frac{1}{k!}[k^n-C_k^1(k-1)^n+C_k^2(k-2)^n+\ldots+(-1)^{k-1}C_k^{k-1}1^n]$ випливає з формули включень і виключень.

Число розподілів різних фотографій (n=8), при якому ні один з п’яти конвертів (k=5) не порожній, дорівнює

$$M(8,5)=\frac{5!}{5!}[5^8-C_5^1\cdot 4^8+C_5^2\cdot 3^8-C_5^3\cdot 2^8+C_5^4\cdot 1^8]=126020\,.$$

Завдання 23. Нехай є 8 різних сигнальних прапорів і 5 щогл, на які вони вивішуються. Скільки існує способів розвішування усіх прапорів на щоглах, причому щогли можуть бути порожніми?

Розв’язок. Задача відноситься до задач розподілу різних предметів з урахуванням їх порядку в урнах

$$A_{n+k-1}^n=n!\,C_{n+k-1}^{k-1}=\frac{(n+k-1)!}{(k-1)!}=\frac{(8+5-1)!}{(5-1)!}=\frac{12!}{4!}\,.$$

Завдання 24. Нехай у магазині є 8 однакових комп’ютерів і 15 комплектів різних прикладних програм. Скільки існує способів у п’яти покупців купити товар, якщо кожний покупець купує не менш ніж один комп’ютер і не менш ніж один комплект програм?

Розв’язок. Комп’ютери і програми купуються незалежно. Задачу про купівлю комп’ютерів можна вважати задачею про розподілення $n=8$ об’єктів (комп’ютерів) за $k=5$ урнами (покупцями) за умови, що немає порожніх урн. Число таких варіантів $C_{n-1}^{k-1}=C_{8-1}^{5-1}=C_7^4=35$.

Задачу про купівлю комп’ютерних програм можна вважати задачею про розподілення $n=15$ об’єктів (комп’ютерних програм) за $k=5$ різними урнами (покупцями) за умови, що немає порожніх урн.

Кількість таких розподілень дорівнює

$$N=k^n-C_k^1(k-1)^n+\ldots+(-1)^{k-1}C_k^{k-1}\cdot 1^n=5^{15}-C_5^1(5-1)^{15}+\ldots+(-1)^{5-1}C_5^4\cdot 1^{15}=$$
$$=5^{15}-C_5^1\cdot 4^{15}+C_5^2\cdot 3^{15}-C_5^3\cdot 2^{15}+C_5^4\,.$$

Таким чином, число способів купити товар за правилом добутку дорівнює

$$N = C_7^4(5^{15} - C_5^1 \cdot 4^{15} + C_5^2 \cdot 3^{15} - C_5^3 \cdot 2^{15} + C_5^4).$$

Вправи для самостійного розв’язання

Завдання 1. На денне чергування в студентському гуртожитку може піти або студент з кімнати 1, де проживають три студенти, або студент з кімнати 2, де проживають чотири студенти. Скількома способами можна вибрати одного студента на денне чергування в гуртожитку?

Завдання 2. На денне чергування в студентському гуртожитку вибирається два студента – один студент з трьох, що проживають у кімнаті 1, і один студент з чотирьох, що проживають у кімнаті 2. Скільки існує можливих способів формування різних пар з двох студентів для чергування в гуртожитку?

Завдання 3. З 12 слів чоловічого роду, 9 слів жіночого роду і 10 слів середнього роду треба відібрати по одному слову кожного роду. Скількома способами можна здійснити цей вибір?

Завдання 4. Комутатор має n входів і m виходів. Якою кількістю способів може бути обрана пара «вхід-вихід» для встановлення між ними з’єднання? Дві пари? *К* пар?

Завдання 5. Телефонна мережа має n абонентів. Якою кількістю способів може бути обрана пара абонентів для встановлення між ними з’єднань? Дві пари? *К* пар?

Завдання 6. У магазині є 5 сортів цукерок у коробках і 4 сорти тортів. Якою кількістю способів можна купити коробку цукерок чи торт? Якою кількістю способів можна купити і те й інше?

Завдання 7. Зі спортивного клубу, що нараховує 30 членів, треба вибрати 4 гімнастки для участі у особистих змаганнях з естетичної гімнастики Скількома способами це можна зробити?

Завдання 8. Скільки трьохкнопочних комбінацій існує на кодовому замку (усі три кнопки натискуються одночасно), якщо на ньому всього 10 цифр?

Завдання 9. У футбольному чемпіонаті беруть участь 17 команд. За умови, що 3 останні команди залишають вищу лігу, скільки варіантів такого завершення чемпіонату?

Завдання 10. Скільки членів було в клубі, якщо при нумерації членських білетів використовувалися усі трьохзначні номери, в яких не було ні одної цифри 8?

Завдання 11. Скількома способами 7 книг різних авторів можна розставити на книжній полці в один ряд?

Завдання 12.

Студенти вивчають 14 предметів. Скільки існує способів, якими можна скласти розклад занять на суботу, якщо в цей день повинно бути 5 різних занять?

Завдання 13. Розглянемо множину $A = \{a, b, c, d\}$. Треба знайти число 2-сполучень із чотирьох елементів із необмеженими повтореннями.

Завдання 14. У поштовому відділенні продаються листівки 10 сортів. Скількома способами можна купити в ньому 12 листівок? Скількома способами можна купити в ньому 8 листівок? Скількома способами можна купити в ньому 8 різних листівок?

Завдання 15. На пошті є 5 видів листівок і 8 видів марок. Якою кількістю способів можна купити 12 листівок і 12 марок?

Завдання 16. Скількома способами можна призначити на чергування з охорони суспільного порядку групу з п'яти студентів і одного викладача, якщо маємо 15 студентів і 4 викладача?

Завдання 17. Визначити коефіцієнт при x^{14} в розкладанні $(x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{2}{3}})^{18}$ за біномом Ньютона.

Завдання 18. Знайти розклад виразу $(3x - 2a)^5$ на основі формули бінома Ньютона.

Завдання 19. Обчислити за допомогою бінома Ньютона вираз $(10 + 0{,}1)^3$.

Завдання 20. Знайти розкладання за поліноміальною формулою $(a^2 + b^5 + 2)^4$.

Завдання 21. Записати формулу включень і виключень для випадку, коли число ознак, які нас цікавлять, дорівнює п'яти.

Завдання 22. Скільки існує цілих чисел від 0 до 9999, що не поділяються ні на 3, ні на 4, ні на 5.

Завдання 23. Знайти кількість цілих додатних чисел, які не перевищують 200 і не діляться на кожне з простих чисел: а) 2, 3, 5; б) 7, 11, 13.

Завдання 24. Під час підведення підсумків сесії виявилося, що склали на «добре» і «відмінно» фізику – 60% студентів, вищу математику – 50%, дискретну математику – 50%, фізику і вищу математику – 30%, фізику і дискретну математику – 30%, вищу математику і дискретну математику – 20%, усі три предмети – 10%. Скільки студентів склали на «добре» і «відмінно» точно два предмети? Скільки відсотків студентів одержали оцінки нижче «добре» з усіх трьох предметів?

Завдання 25. Скількома способами можна розкласти 12 п'ятаків у 5 пакетів?

Завдання 26. Скількома способами можна розмістити 20 однакових куль у чотирьох різних урнах?

Завдання 27. Скількома способами групу з 25 осіб можна поділити на сім коаліцій: дві – по 5 осіб, одна – 7 осіб, чотири – по 2 особи?

Завдання 28. Треба відправити 6 листів. Скількома способами це можна зробити, якщо відправлення листів можна доручити трьом кур'єрам, і кожний лист можна дати будь-якому з кур'єрів.

Завдання 29. Потягу, в якому знаходяться n пасажирів, потрібно зробити m зупинок. Скількома способами можуть розподілитися пасажири між зупинками?

Завдання 30. Скількома способами можна розмістити 20 різних куль у трьох різних урнах так, щоб у першій, другій і третій урнах знаходилося відповідно 5, 3 та 12 куль?

Завдання 31. Скількома способами можна розкласти 12 п'ятаків у 5 пакетів, якщо ніякий пакет не буде порожнім?

Завдання 32. Скільки існує способів розподілити (за чергою) 15 пацієнтів до трьох лікарів однієї спеціальності, якщо лікар повинен прийняти не менш ніж 3 пацієнта?

Завдання 33. На складі є 40 однакових комп'ютерів і 10 однакових принтерів. Скільки існує способів розподілення їх за 7 відділами, якщо в кожний відділ необхідно передати не менш ніж 2 комп'ютера і не менш ніж один принтер?

Завдання 34. Скільки існує способів закупити 1000 однакових пар взуття у чотирьох різних постачальників, якщо мінімальна партія постачання 100 штук?

Завдання 35. Скільки існує способів придбання 100 однакових мікросхем у трьох різних постачальників, якщо мінімальна партія поставки 25 штук?